

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова  
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій  
Кафедра методів математичної фізики

## Дипломна робота

бакалавра

на тему: **«Антиплоська задача теорії пружності для  
сегменту кільця з тріщиною»**

«The anti-plane problem of elasticity theory for a sector of a ring with a crack»

Виконала: студентка денної форми навча-  
ння

спеціальності 113 Прикладна математика  
Даніленко Дарія Олексіївна

Керівник: канд. фіз.-мат. наук, доц.  
Журавльова З.Ю.

Рецензент: канд. фіз.-мат. наук, доц.  
Процеров Ю.С.

Рекомендовано до захисту:  
Протокол засідання кафедри  
№ \_\_\_\_ від «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ р.  
Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_ р.  
Оцінка \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
Голова ЕК

# ЗМІСТ

<b>Вступ</b>		<b>3</b>
<b>1</b>	<b>Постановка антиплоської задачі для сектора круга</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Неперевна задача</b>	<b>5</b>
2.1	Зведення до одновимірної задачі . . . . .	5
2.2	Розв'язання одновимірної задачі . . . . .	6
2.2.1	Заміна Ейлера . . . . .	6
2.2.2	Побудова розв'язку одновимірної крайової задачі . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Розривна задача</b>	<b>8</b>
3.1	Побудова функції Грина . . . . .	8
3.1.1	Перевірка умов на неособливість . . . . .	9
3.1.2	Побудова ФБСР крайової задачі . . . . .	9
3.1.3	Фундаментальна функція і функція Грина . . . . .	10
3.2	Побудова розв'язку розривної крайової задачі . . . . .	11
3.3	Обернене перетворення . . . . .	11
3.4	Зведення до сингулярного інтегрального рівняння . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Графічні результати</b>	<b>14</b>
	<b>Висновки</b>	<b>21</b>
	<b>Список літератури</b>	<b>22</b>

## ВСТУП

У дипломній роботі розглянуто антиплоську задачу теорії пружності для сегменту кільця, що послаблений поздовжньою тріщиною. Сегмент кільця знаходиться під впливом механічного навантаження. Така задача є важливою модельною задачею, що може бути використана у різноманітних інженерних розробках.

Дипломна робота складається зі вступу, постановки задачі, двох розділів, графічних результатів та висновків.

У першому розділі ми розглядаємо антиплоську задачу з дефектом, до якої ми застосовуємо апарат інтегральних перетворень. Далі ми розв'язуємо отриману в результаті цього задачу у трансформантах, та будуємо розв'язок неперервної частини задачі. Для інтегрального перетворення ми використовували табличні значення.

У другому розділі ми використовуємо результати першого, та розглядаємо розривну частину задачі, яка містить стрибок. Для побудови розв'язку на цьому етапі ми будемо використовувати апарат функції Грина, а також її розривні властивості. Після використання оберненого інтегрального перетворення та повернення у простір оригіналів ми отримаємо вираз для функції переміщення, який містить невідому функцію  $\chi(\varphi)$ . Далі ми знаходимо функцію напруження, та формулюємо сингулярне інтегральне рівняння. Методом розв'язання отриманого СІР визначено метод ортогональних поліномів, згідно з яким невідома функція стрибка розвивається у ряд за поліномами Чебишева II роду.

У розділі з графічними результатами присутні графіки, побудовані під час дослідження поведінки функції переміщення, за умови відсутності тріщини. Використовуються результати першого розділу.

## ВИСНОВКИ

Проаналізовано антиплоську задачу теорії пружності для сегменту кільця з поздовжньою тріщиною. Отримано формули для переміщення та напружень, що містять невідому функцію стрибка переміщень на тріщині. Сформульовано сингулярне інтегральне рівняння для знаходження цієї невідомої функції. Дане сингулярне інтегральне рівняння буде розв'язано у подальшому методом ортогональних поліномів.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Попов Г.Я., Реут В.В., Вайсфельд Н.Д. Рівняння математичної фізики. Метод інтегральних перетворень: учбовий посібник / Одеса: Астропринт, 2009. - 183 с.
2. Вайсфельд Н.Д., Журавльова З.Ю., Реут В.В. Плоскі мішані задачі теорії пружності для півнескінченної смуги / Монографія. Одеса, Одес. нац. ун-т ім. І.І. Мечникова, 2019. – 160 с
3. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов разрезов тонких включений и подкреплений / М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. 344 с.
4. Попов Г.Я., Реут В.В., Моїсеєв М.Г., Вайсфельд Н.Д. Рівняння математичної фізики. Метод ортогональних многочленів: навчальний посібник / Одеса: Астропринт, 2010. - 120 с.