Об одном классе полусимметрических римановых пространств

Покась С. М., Цехмейструк Л. Г.

(Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова, Одесса, Украина)

E-mail address: pokas@onu.edu.ua, lida2007gc@gmail.com

Рассмотрим риманово пространство V_n, отнесенное к произвольной системе координат $\{x^1, x^2..., x^n\}$ с метрическим тензором $g_{ij}(x)$ и пространство 2-го приближения $\tilde{V}_n^2$, ассоциированное с V_n в окрестности его произвольной точки M_0 [1]:

$$\tilde{g}_{ij}(y) = \underset{0}{g_{ij}} + \frac{1}{3}\underset{0}{R}_{i\alpha\beta j} y^\alpha y^\beta \tag{1}$$

.

Здесь $\underset{0}{g_{ij}} = g_{ij}(M_0)\,, \quad \underset{0}{R}_{i\alpha\beta j} = R_{i\alpha\beta j}(M_0)$.

Компоненты объекта связности пространства $\tilde{V}_n^2$ имеют вид

$$\tilde{\Gamma}_{ij}^h(y) = -\frac{1}{3}\underset{0}{R}{}^{h}_{.(ij)l} y^l + \frac{1}{3}\sum_{p=1}^{\infty}(-1)^{p+1}\underset{0}{R}{}^{\alpha}_{.(ij)m} y^m t_\alpha^{(p)h}, \tag{2}$$

где

$$t_j^h = \frac{1}{3}\underset{0}{R}{}_{.l_1 l_2 j} y^{l_1} y^{l_2},$$

$$t_\alpha^{(p)h} = t_\alpha^{(p-1)h} t_j^\alpha \;\; (p = 2, 3, ...)\,.$$

Ряды (2) сходятся абсолютно и равномерно на множестве $\left|t_p^h\right| < \frac{1}{n}$ [2].

Из (2) следует, что компоненты связности пространства $\tilde{V}_n^2$ являются совокупностью линейных однородных функций тогда и только тогда, когда тензор кривизны пространства V_n в точке M_0 удовлетворяет условиям

$$R^h_{.(l_1 l_2)\alpha} R^\alpha_{.(ij)l_3} + R^h_{.(l_2 l_3)\alpha} R^\alpha_{.(ij)l_1} + R^h_{.(l_3 l_1)\alpha} R^\alpha_{.(ij)l_2} = 0 \tag{3}$$

Имеют место.

Теорема 1. Риманово пространство V_n, тензоры кривизны которого в каждой его точке удовлетворяют условиям (3), являются полусимметрическим римановым пространством.

Теорема 2. Конформно-плоское риманово пространство $V_n \quad (n > 3)$, тензор кривизны которого в каждой его точке удовлетворяет (3), является плоским.

Следствие 1. Риманово пространство квазипостоянной кривизны, тензор кривизны которого в каждой его точке удовлетворяет условиям (3), является плоским.

Следствие 2. Риманово пространство постоянной кривизны, тензор кривизны которого в каждой его точке удовлетворяет условиям (3), является плоским.

Список литературы

[1] С.М. Покась *Группы Ли движений в римановом пространстве второго приближения* Известия Пензенского государственного педагогического университета имени В.Г. Белинского, физико-матема-тические науки, №26, 2011, стр. 173-183.

[2] С.М. Покась, Цехмейструк Л.Г. *Приближение 2-го порядка для риманово пространства ненулевой постоянной кривизны.* Тезисы докладов Международной конференции «Геометрия в Одессе - 2012», стр. 60.