

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова  
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій  
Кафедра диференціальних рівнянь, геометрії та топології

**Кваліфікаційна робота**

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

3F-планарні відображення псевдоріманових просторів з  $YHC^+$  структурою»

«3F-planar mappings of pseudo-Riemannian spaces with  $YHC^+$  structure»

Виконав: здобувач денної форми навчання  
спеціальності 111 Математика  
Освітня програма «Математика»

Соловйов Андрій Анатолійович

Керівник

к.ф. - м.н., доцент, Курбатова І. М.

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали, підпис)

Рецензент

к.ф. - м.н., доцент, Покась С. М.

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали, підпис)

Рекомендовано до захисту:  
Протокол засідання кафедри  
№ \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ р.

Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК №  
протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ р.  
Оцінка \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_

(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Голова ЕК

\_\_\_\_\_  
(підпис)

\_\_\_\_\_  
(прізвище, ініціали)

\_\_\_\_\_  
(підпис)

\_\_\_\_\_  
(прізвище, ініціали)

## ЗМІСТ

1. Вступ . . . . .	3
2. Основні поняття і визначення . . . . .	6
3. Властивості ріманових просторів з абсолютно паралельною $YHC^+$ структурою . . . . .	11
4. Приведеність псевдо-ріманових просторів з інтегрованою $YHC^+$ структурою	15
5. Псевдо-ріманові простори сталої кривизни з коваріантно сталою $YHC^+$ структурою . . . . .	20
6. Поняття $3F$ - планарної кривої . . . . .	22
7. Поняття $3F$ - планарного відображення . . . . .	23
8. Узагальнений аналог теореми Яно-Вестлейка . . . . .	29
9. Зв'язок між векторами в основних рівняннях $3F$ планарного відображення псевдоріманових просторів з абсолютно паралельною $YHC^+$ -структурою . . . . .	31
10. Інваріантні щодо $3F$ -планарних відображень геометричні об'єкти . . . . .	36
11. $3F(II)$ -планарні відображення на пласкі псевдоріманові простори. Узагальнений аналог теореми Бельтрамі . . . . .	41
12. Метрики $3F(II)$ -пласких псевдоріманових просторів з абсолютно паралельною $YHC^+$ -структурою . . . . .	45
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ . . . . .	48

## 1. Вступ

В сучасній диференціальній геометрії значне місце належить теорії дифеоморфізмів афіннозв'язних і ріманових просторів. На протязі останніх 30 років з'явилося багато нових результатів, які стосуються теорії конформних, геодезичних, голоморфно-проективних,  $rF$ -планарних відображень. Особливий інтерес становлять відображення многовидів, забезпечених різноманітними геометричними структурами, зокрема афінорними структурами різних типів (ермітовими, келеровими, симплектичними та ін.) [1-8,11,12]. З цієї точки зору актуальним є вивчення властивостей таких многовидів.

Численні роботи вітчизняних та закордонних авторів присвячені дослідженню афінорних структур другого і третього порядку на многовидах [5,8,9]. Американські геометри японського походження узагальнили поняття еліптичної, гіперболічної, параболічної та  $f$ -структури і ввели в розгляд структуру четвертого порядку [8], яку ми назвали  $YHC$ -структурою.

В дипломній роботі вивчаються спеціальні дифеоморфізми псевдо-ріманових просторів з афінорною  $YHC$ -структурою за умови коваріантної сталості афінора.

Робота носить теоретичний характер. Основні результати можуть бути використані для подальшого розвитку теорії відображень многовидів з афінорними структурами.

Дослідження ведуться локально, в класі досить гладких функцій з використанням тензорних методів.

**Дана робота та її окремі частини були докладені на:**

- Actual problems of science and practice. Abstracts of XVI International Scientific and Practical Conference. — Stockholm, Sweden. — 2021.
- The XVIII International Science Conference «Perspective directions for the development of science and practice». — Athens, Greece. — 2021.
- International Online Conference Algebraic and Geometric Methods of Analysis Odesa, Ukraine May 24-29, 2022

## Публікації:

- Ю. Хабарова, І. Курбатова, А. Соловійов. F-планарні відображення майже симплектичних многовидів. - Тез.доп. Міжнародної конференції «Алгебраїчні і геометричні методи аналізу» Одеса, 2022.
- А. Соловійов, І. Курбатова, Ю. Хабарова. Про 3F-планарні відображення псевдоріманових просторів. - Тез.доп. Міжнародної конференції «Алгебраїчні і геометричні методи аналізу» Одеса, 2022.
- Соловьёв А. А. УНС-структура на псевдоримановых многообразиях // Actual problems of science and practice. Abstracts of XVI International Scientific and Practical Conference. — Stockholm, Sweden. — 2021. — Pp. 146-147.
- Соловьёв А. А. О некоторой специальной квадриструктуре на псевдоримановых многообразиях // The XVIII International Science Conference «Perspective directions for the development of science and practice». — Athens, Greece. — 2021. — Pp. 154-155.

## Структура і обсяг роботи.

Дана робота складається з вступу, п'ятнадцяти одинадцяти параграфів і списку використаних джерел. У роботі застосовується наскрізна нумерація параграфів. Для формул застосовується подвійна індексація, де перша цифра означає номер параграфа, а друга - номер формули в цьому параграфі.

## Короткий зміст.

В другому параграфі містяться основні поняття і означення, які ми використовуємо в роботі.

В параграфах 2 - 5 розглянуто питання властивостей псевдоріманових просторів, на яких задано коваріантно сталу УНС-структуру.

В параграфах 6 - 12 містяться дослідження, що стосуються відображень псевдоріманових просторів, на яких задано абсолютно паралельну УНС-структуру.

Для 3F-планарного відображення був доведений узагальнений аналог теореми Яно-Вестлейка та доведена теорема про збереження абсолютно паралельної УНС-

структури. Також та були отримані структурні залежності між ковекторами, які фігурують в основних рівняннях розглядуваних відображень.

Побудовані інваріантні щодо  $3F$ - та  $3F(II)$ -планарних відображень геометричні об'єкти.

Розглянуто  $3F(II)$ - планарне відображення простору з  $YHC$ -структурою на плоский простір. Знайдено вид тензора Рімана простору з  $YHC$ -структурою, який допускає таке відображення. Побудовано метрики всіх таких просторів в спеціальній системі координат.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. J.Mikes, A.Vanzurova, I.Hinterleitner. Geodesic Mappings and Some Generalizations//Palacky University, Faculty of Science, 2009.
2. Raad Kadem. О 2F-планарных отображениях пространств аффинной связности. Abstracts of the Colloquium on Differential Geometry, Eger, Hungary, 20-25, 1089.
3. Беклемишев Д. В. Дифференциальная геометрия пространств с почти комплексной структурой// Итоги науки: Геометрия, 1963. М.: ВИНТИ 1965. С.165-212.
4. Вишневский В.В. Интегрируемые аффинорные структуры и их плюральные интерпретации// Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения/ ВИНТИ. М.,2002. Т.73. С.5-64.
5. Коновенко Н.Г. 2F-планарные отображения римановых пространств, сохраняющих обобщенную f-структуру.Лаптевские чтения:Сборник трудов Международного геометрического семинара имени Г.Ф.Лаптева, Пенза, 59-64,2004.
6. Синюков Н.С. Геодезические отображения римановых пространств// М.: Наука,1979. – 256 с.
7. Синюков Н.С., Курбатова И.Н., Микеш Й. Голоморфно-проективные отображения келеровых пространств// ОГУ, Одесса. 1985.- 70с.
8. Yano Kentaro, Houh Chorng-Shi, Chen Bang-Yen. Structures defined by a tensor field of type (1,1) satisfying  $\varphi^4 \pm \varphi^2 = 0$ . Tensor, 1972, 23, No 1, 81—87.
9. А. П. Широков, Структуры на дифференцируемых многообразиях, Итоги науки и техн. Сер. Алгебра.Топол. Геом., 1974, том 11, 153–207
10. Курбатова І.М., Хаддад М., Пересторонина К. Об одном типе квадриструктур на римановом пространстве. - Тез.доп. Міжнародної конференції «Алгебраїчні і геометричні методи аналізу» Одеса, 2018.

11. Коновенко Н.Г., Курбатова I.M., Цвентух К.  $2F$ -планарные отображения псевдоримановых пространств с  $f$ -структурой // Труды международного геометрического центра, Т. 11, №1, 2018, с. 30-51.
12. Цвентух К., Курбатова I.M. Структурные особенности  $2F$ -планарных отображений римановых пространств с  $f$ -структурой. - Тез. доп. Міжнародної конференції «Алгебраїчні і геометричні методи аналізу» Одеса, 2017.
13. Josef Mikes, Alena Vanzurova, Irina Hinterleitner. Geodesic Mappings and Some Generalizations. Palacky University Press, 2009.
14. Микеш Й., Синюков Н.С. О квази-планарных отображениях пространств аффинной связности. Известия ВУЗов, Математика, 27(1): 55-61, 1983.
15. Перестороніна К. І. Властивості інтегрованої квадриструктури Хоу-Чена. ОНУ, Одеса. 2018, 1-46.
16. Соловьев А. А. УНС-структура на псевдоримановых многообразиях // Actual problems of science and practice. Abstracts of XVI International Scientific and Practical Conference. — Stockholm, Sweden. — 2021. — Pp. 146-147.
17. Соловьев А. А. О некоторой специальной квадриструктуре на псевдоримановых многообразиях // The XVIII International Science Conference «Perspective directions for the development of science and practice». — Athens, Greece. — 2021. — Pp. 154-155.
18. Соловйов А. А. УНС-структура на псевдориманових многовидах. - Дипломна робота бакалавра, ОНУ, Одеса. 2020. - 24с.