

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра математичного аналізу

Дипломна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

на тему: «Задача про обернення голки та її варіації»

«The problem of needle rotation and its variations»

Виконала: студентка денної форми навчання
спеціальності 111 Математика

Черкун Юлія Андріївна

Керівник: проф. Кореновський А. О. _____

Рецензент: доц. Лисенко З. М.

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ ____ від _____ 2019 р.

Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № _____

Протокол № ____ від _____ 2019 р.

Оцінка _____ / _____ / _____

Голова ЕК

Одеса — 2019 р.

ЗМІСТ

Вступ	3
1 Елементарні розв'язки задачі про обертання голки	4
2 Дерево Перона	11
2.1 Основний крок	11
2.2 Побудова дерева Перона	21
3 Розв'язок проблеми Какеї за допомогою дерева Перона	23
Висновки	26
Список літератури	27

ВСТУП

У теорії диференціювання інтегралів добре відома так звана "проблема голки" [1, с.103]. Ця проблема була сформульована в роботі Какеї [4], у зв'язку з тим її також називають задачею Какеї про поворот голки. Вона "... полягає в знаходженні нижньої грані площ множин в \mathbb{R}^2 , усередині яких голку довжини одиниця можна безперервним рухом перемістити на колишнє місце, але в перевернутому стані". [1, с.103]. Спочатку ця проблема була розв'язана Безиковичем [3], а потім її рішення було спрощене Пероном [1928]. Ще простіші рішення згодом були продовжені Радемахером [5] і Шенбергом [5].

Конструкцію, яка призводить до вирішення проблеми Какеї, називають деревом Перона [1, с.103]. Ідея її застосування до вирішення даної проблеми належить Радемахеру [5], хоча вона являє собою і самостійний інтерес.

У даній роботі наводиться детальний опис побудови дерева Перона (розділ 2, §2). До самостійної роботи слід віднести §1, в якому проводиться основний крок для подальшої побудови і знаходяться оптимальні значення параметрів в окремому випадку.

У розділі 1 цієї роботи розглянуті деякі прості варіанти рішення задачі про поворот голки і проведено їх порівняння.

У розділі 3 наводиться рішення проблеми Какеї, яке використовує дерево Перона.

ВИСНОВКИ

В даній роботі самосійна частину складають перші два розділи. Третій розділ відноситься до реферативної частини роботи.

В 1 розділі було розглянуто елементарні розв'язки задачі про обертання голки. Особлива увага була зроблена випадку гіпоциклоїди. Було детально розглянуто її побудова та властивості, що дозволяють обернути голку всередині цієї фігури.

У 2 розділі §1 детально описаний основний крок для подальшої побудови і знайдено оптимальні значення параметрів. В §2 детально описаний процес побудови дерева Перона.

У 3 розділі наводиться рішення проблеми голки за допомогою дерева Перона.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Гусман М. Дифференцирование интегралов в \mathbb{R}^n / М. Гусман. — М.: Мир, 1978. — 198 с.
2. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления (Том 1) / Г. М. Фихтенгольц. — М.: Наука, 1969. — 608 с.
3. On Kakeya's problem and a similar one, *Math. Z.*, 27 (1928), 312—320.
4. Some problems on maxima and minima regarding ovals, *Tohoku Sci. Reports*, 6 (1917), 71—88.
5. On the Besicovitch — Perron solution of the Kakeya problem, in *Studies in Mathematical Analysis* (edited by Gilbarg, Solomon and others), Stanford, 1962.