

В. В. Калінчак, О. С. Черненко

Одеський національний університет ім. І. І. Мечникова

КРИТИЧНІ МЕЖІ ВИСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ТЕПЛОМАСО- ОБМІНУ ЧАСТИНОК З ГАЗАМИ

В безрозмірних змінних, запропонованих Франк-Каменецьким, проведений аналіз критичних меж високотемпературного тепломасообміну на прикладі частинок вуглецю за умови, що температура стінок менше за температуру газового середовища $T_w < T_g$ і протіканні на поверхні частинки паралельних хімічних реакцій. Аналітично отримані в явному вигляді вирази для коефіцієнтів теплообміну α_* і температур частинки, що визначають нижню і верхню межі запалювання. Знайдено значення α_* , яке відповідає граничним мінімальним значенням T_g , C_a (концентрації активного компонента), при яких ще можливий перехід з низько- на високотемпературний режим окислення незалежно від початкової температури частинки.

В безразмерных переменных, предложенных Франк-Каменецким, проведен анализ критических пределов високотемпературного тепломассообмена на примере частиц углерода при условии, что температура стенок меньше температуры газовой среды $T_w < T_g$ и протекании на поверхности частицы параллельных химических реакций. Аналитически получены в явном виде выражения для коэффициентов теплообмена α_* и температур частицы, определяющие нижний и верхний пределы воспламенения. Найдено значение α_* , которое соответствует предельным минимальным значениям T_g , C_a (концентрации активного компонента), при которых еще возможен переход с низко- на високотемпературный режим окисления независимо от начальной температуры частицы.

The analysis of temperature heat and mass transfer in case of carbon particle was fulfilled. The dimensionless variables (Frank-Kamenetsky) were used with assumption of two parallel heterogeneous reactions. Gas temperature was supposed to exceed the wall temperature: $T_w < T_g$. Heat transfer coefficients α_* and particle temperature were corresponding to low and high limits of ignition derived in analytical form. The value of α_* corresponding to minimal T_g , C_a (concentration of active component) was defined for which the ignition was possible regardless of initial particle temperature.

Вступ. Знання критичних умов тепломасообміну і хімічної кінетики частинок вуглецю і металів з газами є актуальним не тільки в різних галузях науки, але також і в ракетобудуванні, в хімічній технології при отриманні нових речовин, їх транспортуванні [1, 2]. Аналіз літератури [2-5] показав, що високотемпературний тепломасообмін і кінетика хімічної реакції частинки вуглецю і металів з газами (гетерогенне запалювання) може здійснюватися тільки в певному інтервалі характерних розмірів частинки. Без урахування тепловтрат випромінюванням існує тільки одна межа гетерогенного запалювання по діаметру частинки, нижче за яку запалювання здійснюватися не буде. У припущенні тільки ньютонівських тепловтрат в результаті теплообміну з газом, в класичних роботах [3-5] одержано критерій Семенова або безрозмірний коефіцієнт теплообміну $\alpha_{*i} = e$, визначаючий нижню межу теплового запалювання за розміром частинки в залежності від температури газового середовища, концентрації окислювача в ньому і теплофізичних властивостей. Йому відповідає критичний розігрів частинки по відношенню до температури газового середовища: $\theta_i = 1$. При певних значеннях температур навколишнього середовища і стінок можливе іс-

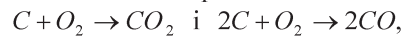
нування області зміни діаметру і відносної швидкості руху частинки і, отже, області зміни α_* , в яких можливі самовільні переходи частинки з низько- на високотемпературні режими окислення. У роботі [6] проведено аналіз критичних умов запалювання, що визначаються тільки ньютонівським теплообміном з газом при паралельних реакціях на поверхні частинки. Дослідження критичних режимів тепло- і масообміну при паралельних реакціях на поверхні частинки, приведених в [1,7], показав, що тепловтрати випромінюванням призводять до появи верхньої межі запалювання за розміром частинки. Проте, в явному вигляді критичні значення коефіцієнтів теплообміну, що визначають верхню і нижню межу запалювання, не були знайдені. Тому метою даної роботи стало отримання в явному вигляді критичних коефіцієнтів теплообміну і температур частинки (нижньої і верхньої межі) з урахуванням тепловтрат випромінюванням, які дозволяють описати вплив паралельних гетерогенних хімічних реакцій на критичні умови теплового запалювання.

1. Постановка задачі

Знайдемо критичні умови теплообміну частинки у випадку протікання на її поверхні паралельних хімічних реакцій:

$$\begin{aligned} v_{A1}A_1(\text{solid}) + v_{A2}A_2(\text{gaz}) &= v_{C1}C_1(\text{gaz}) \\ \text{і } \eta_{A1}A_1(\text{solid}) + \eta_{A2}A_2(\text{gaz}) &= \eta_{C2}C_2(\text{gaz}), \end{aligned}$$

наприклад, для вуглецевої частинки в повітрі:



де $v_{A1}, v_{A2}, v_{C1}, \eta_{A1}, \eta_{A2}, \eta_{C2}$ – стехіометричні коефіцієнти реакцій.

Частинка знаходиться в газі з температурою T_g , обмежену стінками з температурою T_w ($T_w < T_g$). Теплообмін частинки з газом здійснюється молекулярно-конвективним механізмом, зі стінками – випромінюванням.

При вивченні запалювання можна з достатньою точністю вважати, що розміри частинки практично не змінюються, і розглядати тільки процес зміни температури з часом [7]. Рівняння для зміни температури в процесі тепломасообміну частинки при врахуванні тепловтратами випромінюванням з холодними стінками установки для випадку $Bi \ll 1$ і $Lu = 1$ має вигляд:

$$\frac{1}{6} c \rho d \frac{\partial T}{\partial t} = q_{eff}, \quad T(t=0) = T_b. \quad (1)$$

$$q_{eff} = (Q_1 k_1(T) + Q_2 k_2(T)) \cdot C_a \rho_{gs}(T) \cdot (1 + Se(T))^{-1} - \alpha(T) \cdot (T - T_g) - \varepsilon \sigma (T^4 - T_w^4),$$

$$k_1(T) = k_{01} \exp\left(-\frac{E_1}{RT}\right), \quad k_2(T) = k_{02} \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right),$$

$$\alpha(T) = \beta(T) c_g(T) \rho_g(T) = \frac{\lambda_g(T) Nu}{d}, \quad Se(T) = \frac{k_1(T) + k_2(T)}{\alpha(T)} \rho_{gs}(T) c_g(T) = \frac{1}{\alpha_k(T)},$$

$$\rho_{gs}(T) = \rho_{g0} \left(\frac{T_0}{T}\right), \quad \rho_g(T) = \rho_{g0} \left(\frac{2T_0}{T + T_g}\right), \quad \lambda_g(T) = \lambda_{g0} \left(\frac{T + T_g}{2T_0}\right)^n, \quad c_g(T) = c_{g0} + \Omega(T - T_g),$$

Bi – критерій Біо, Lu – критерій Льюїса, q_{eff} – ефективна густина теплового потоку у Вт/м²; Q_1, Q_2 – теплові ефекти першої і другої реакції, розраховані на 1 кілограм активного компонента (кисню) в Дж/кгO₂, E_1, E_2 – енергії активації першої і другої реакції в Дж/моль, k_1, k_2 – константи хімічних реакцій в м/с, k_{01}, k_{02} – передекспоненціальні множники в м/с, R – універсальна газова стала в Дж/(моль·К), C_{ox} – відносна масова концентрація окислювача на нескінченності, ρ_g – густина газу в кг/м³, c_g – питома теплоємність газу в Дж/(кг·К), λ_g – коефіцієнт теплопровідності газу в

Вт/(м·К), ρ – густина частинки в кг/м³, c – питома теплоємність частинки в Дж/(кг·К), Ω – температурний коефіцієнт теплоємності газу в Дж/(кг·К²), α – коефіцієнт теплообміну в Вт/(м²·К), β – коефіцієнт масообміну в м/с, ε – коефіцієнт чорноти частинки, σ – стала Стефана-Больцмана в Вт/(м²·К⁴), d – діаметр частинки в м, T_g – температура газу в К, T_w – температура стінок в К, T_0 – температура, при якій розраховані λ_{g0} , ρ_{g0} , c_{g0} в К, t – час в с, Se – критерій Семенова, Nu – критерій Нуссельта, який є функцією діаметра і відносної швидкості руху частинки.

2. Аналіз стаціонарних розв'язків

Проведемо аналіз стаціонарних розв'язків (1). Для знаходження значень параметрів, що характеризують критичні умови переходу з низько- на високотемпературні режими окислення (запалювання), спершу визначимо зв'язок між значенням критичного коефіцієнта теплообміну α_* і стаціонарною температурою θ . Для цього умову стаціонарності $q_{eff} = 0$ з (1) представимо у вигляді квадратного рівняння відносно $\alpha_k(T)$:

$$A_g(T)\alpha_k^2(T) - 2A(T)\alpha_k(T) + A_w(T) = 0.$$

Його розв'язок, тобто стаціонарна залежність $\alpha_k(T)$:

$$\alpha_k(T) = \frac{1}{A_g(T)} \left(A(T) \pm \sqrt{A^2(T) - A_g(T)A_w(T)} \right). \quad (2)$$

$$\text{Тут} \quad A(T) = \frac{1}{2}(1 - A_g(T) - A_w(T)),$$

$$A_g(T) = \frac{c_g(T)\rho_{gs}(T)(k_1(T) + k_2(T))(T - T_g)}{(Q_1k_1(T) + Q_2k_2(T))\rho_{gs}(T)C_a}, \quad A_w(T) = \frac{\varepsilon\sigma(T^4 - T_w^4)}{(Q_1k_1(T) + Q_2k_2(T))\rho_{gs}(T)C_a}.$$

Величини $A_g(T)$ і $A_w(T)$ визначають роль різних механізмів теплообміну частинки з навколишніми тілами по відношенню до хімічного тепловиділення.

Введемо безрозмірний розігрів частинки і теплові безрозмірні величини:

$$\theta = \frac{T - T_g}{RT_g^2} E_1, \quad \gamma = \frac{E_2}{E_1}, \quad \gamma_g = \frac{T_g R}{E_1}, \quad \gamma_w = \frac{T_w R}{E_1}, \quad \gamma_{wg} = \frac{\gamma_w}{\gamma_g},$$

$$B = \frac{Q_2k_2(T_g)}{Q_1k_1(T_g)} = B_0 \exp \frac{1-\gamma}{\gamma_g}, \quad B_0 = \frac{Q_2k_{02}}{Q_1k_{01}}, \quad \chi = \frac{k_2(T_g)}{k_1(T_g)} = \chi_0 \exp \frac{1-\gamma}{\gamma_g}, \quad \chi_0 = \frac{k_{02}}{k_{01}},$$

$$f_T = \frac{c_g(T)RT_g^2/E_1}{Q_1C_a}, \quad f_\lambda = \frac{\lambda_g(T)}{\lambda_g(T_g)} = \left(1 + \frac{1}{2}\gamma_g\theta\right)^n, \quad f_\rho = \frac{\rho_{gs}(T)}{\rho_{gs}(T_g)} = (1 + \gamma_g\theta)^{-1}$$

$$\alpha_* = \frac{\frac{\lambda_g(T_g)Nu}{d} \cdot \frac{RT_g^2}{E}}{Q_1C_a\rho_{gs}(T_g)k_{01} \exp\left(-\frac{E_1}{RT_g}\right)}, \quad \varepsilon_* = \frac{\varepsilon\sigma T_g^4}{Q_1C_a\rho_{gs}(T_g)k_{01} \exp\left(-\frac{E_1}{RT_g}\right)},$$

$$\tilde{q}_{eff} = \frac{q_{eff}}{Q_1C_a\rho_{gs}(T_g)k_{01} \exp\left(-\frac{E_1}{RT_g}\right)}.$$

В результаті підстановки цих величин в (2) одержуємо залежність безрозмірного коефіцієнта тепловіддачі від стаціонарної температури (рис. 1):

$$\alpha_* = \frac{f_\rho}{f_\lambda} \left(\exp \frac{\theta}{1 + \gamma_g\theta} + B \exp \frac{\gamma\theta}{1 + \gamma_g\theta} \right) \frac{A(\theta) \pm \sqrt{A^2(\theta) - A_g(\theta)A_w(\theta)}}{\theta}. \quad (3)$$

$$A_g(\theta) = f_T \theta \frac{1 + \chi \exp \frac{(\gamma-1)\theta}{1 + \gamma_g \theta}}{1 + B \exp \frac{(\gamma-1)\theta}{1 + \gamma_g \theta}}, \quad A_w(\theta) = \frac{\varepsilon_*}{f_\rho} \frac{(1 + \gamma_g \theta)^4 - \gamma_{wg}^4}{\exp \frac{\theta}{1 + \gamma_g \theta} + B \exp \frac{\gamma \theta}{1 + \gamma_g \theta}}.$$

На рис. 1а представлені стаціонарні залежності безрозмірного коефіцієнта тепловіддачі від стаціонарної температури при, $\gamma_g = 0.082$, $\gamma_{wg} = 0.22$ ($\gamma_{wg} < 1$, холодні стінки) для випадку протікання на поверхні частинки однієї ($B = 0$) і двох паралельних екзотермічних хімічних реакцій. Екстремумам на цих кривих (точки i_1 , i_2) відповідають критичні значення безрозмірних коефіцієнтів теплообміну і температур, при яких відбуваються перехід з низько- на високотемпературний режим окислення частинки. Критичним значенням величин при потуханні, тобто переходу з високо- на низькотемпературний режим окислення частинки, відповідають точки e_1 і e_2 . Точці M відповідає максимальна температура горіння частинки. Розрахунки проведені для окислення частинки вуглецю в повітрі. При цьому використовувалися наступні теплофізичні і термодинамічні константи: $E_1 = 140030$ Дж/моль, $E_2 = 154000$ Дж/моль, $k_{01} = 6.5 \cdot 10^4$ м/с, $k_{02} = 13 \cdot 10^4$ м/с, $Q_1 = 12.343 \cdot 10^6$ Дж/кгO₂, $Q_2 = 6.844 \cdot 10^6$ Дж/кгO₂, $R = 8.31$ Дж/(моль·К), $T_0 = 1273$ К, $\lambda_{g0} = 8.07 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К), $\rho_{g0} = 0.277$ кг/м³, $c_{g0} = 1185$ Дж/(кг·К), $C_{ox} = 0.23$, $\Omega = 0.195$ Дж/(кг·К²), $\varepsilon = 0.8$, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴), $n = 0.75$.

Критичні параметри, що характеризують переходи з низько- на високотемпературні режими окислення, визначаються умовами:

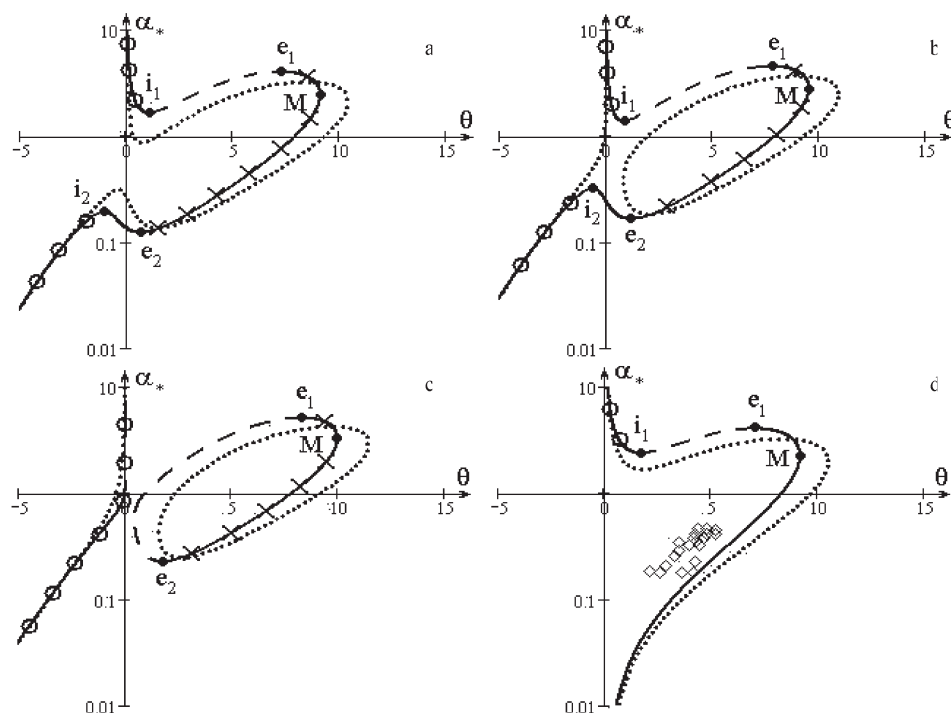


Рис. 1. Вплив паралельних реакцій на стаціонарні залежності безрозмірного коефіцієнта теплообміну від температури $\alpha_*(\theta)$ при $\gamma_w = 0.018$, $C_a = 0.23$: а) $\gamma_g = 0.082$, б) $\gamma_g = 0.080$, в) $\gamma_g = 0.078$, д) $\gamma_g = 0.082$, $\gamma_{wg} = 1$. **О—О—О** – низькотемпературні стійкі режими окислення, **Х—Х—Х** – високотемпературні стійкі режими окислення, **— — —** – нестійкі режими, **•••••** – одна реакція, \diamond – експериментальні точки [8]

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{eff} = 0 \\ \frac{\partial q_{eff}}{\partial T} \geq 0 \end{array} \right\}, \quad \text{або} \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{q}_{eff} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} \geq 0 \end{array} \right\}, \quad (4)$$

а стійкі стаціонарні низько- і високотемпературні режими окислення:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{q}_{eff} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} < 0 \end{array} \right\}.$$

Знак рівності в (4) характеризує перехід на високотемпературне окислення незалежно від початкової температури, знак більше – вплив θ_b на зміну критичних параметрів, зокрема α_* . Зміна α_* в результаті зміни діаметру, відносної швидкості руху частинки (критерій Нуссельта) приводить до зміни її стаціонарної температури. Для збереження умови стаціонарності необхідно, щоб виконувалася рівність:

$$\frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} \partial \theta + \frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \alpha_*} \partial \alpha_* = 0. \quad (5)$$

Отже, при вивченні критичних переходів на високотемпературні режими окислення можна аналізувати умови втрати стаціонарності шляхом дослідження функції $\alpha_*(\theta)$, застосовуючи з (5) наступне співвідношення:

$$\frac{\partial \alpha_*}{\partial \theta} = - \frac{\partial \tilde{q}_{eff} / \partial \theta}{\partial \tilde{q}_{eff} / \partial \alpha_*}.$$

Розглянемо дві гілки (великі і малі коефіцієнти теплообміну) стаціонарної залежності $\alpha_*(\theta)$ детальніше. Великим коефіцієнтам теплообміну (малим діаметрам, великим відносним швидкостям руху) в (3) відповідає знак “+”:

$$\alpha_{*1} = \frac{A(\theta) + \sqrt{A^2(\theta) - A_g(\theta)A_w(\theta)}}{\theta} \frac{f_\rho}{f_\lambda} \left(\exp \frac{\theta}{1 + \gamma_g \theta} + B \exp \frac{\gamma \theta}{1 + \gamma_g \theta} \right).$$

При наближенні температури частинки до температури газу ($\theta \rightarrow 0$) α_* безмежно росте. Використовуючи (4) і (5), знаходимо, що критичні параметри запалювання для малих діаметрів, великих відносних швидкостей руху частинки в точці i_1 характеризуються наступними умовами:

$$\frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial \alpha_*}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \alpha_*} < 0, \quad \frac{\partial^2 \alpha_*}{\partial \theta^2} > 0.$$

Точкам на залежності $\alpha_*(\theta)$, що лежать між критичними точками запалювання i_1 і потухання e_1 , що визначають вплив початкової температури, відповідають умови

$$\frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} > 0, \quad \frac{\partial \alpha_*}{\partial \theta} > 0, \quad \frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \alpha_*} < 0.$$

Малим значенням коефіцієнта теплообміну (великим діаметрам, малим швидкостям) відповідає знак “-”:

$$\alpha_{*2} = \frac{\varepsilon_* \left((1 + \gamma_g \theta)^4 - \gamma_{wg}^4 \right)}{A(\theta) + \sqrt{A^2(\theta) - A_g(\theta)A_w(\theta)}} \frac{f_T}{f_\lambda} \frac{1 + \chi \exp \frac{(\gamma-1)\theta}{1 + \gamma_g \theta}}{1 + B \exp \frac{(\gamma-1)\theta}{1 + \gamma_g \theta}}.$$

При наближенні температури частинки до температури стінок ($(1 + \gamma_g \theta)^4 \rightarrow \gamma_{wg}^4$) α_* прямує до нуля. Аналогічно, використовуючи (4) і (5), можна визначити умови як для знаходження критичних параметрів в точці i_2

Таблиця. Залежність безрозмірних критичних параметрів запалювання від температури газу при $\gamma_w = 0.018$, $C_a = 0.23$.

T_g, K	1330	1350	1367	1380	1400
γ_g	0.079	0.080	0.081	0.082	0.083
ε_{*i}	1.126	1.005	0.916	0.855	0.772
γ_{wg}	0.226	0.222	0.219	0.217	0.214
Одна реакція					
α_{*i1}	–	–	0.59	0.83	0.99
θ_{i1}	–	–	0.24	0.63	0.85
Se_{i1}	–	–	0.10	0.10	0.10
α_{*i2}	–	–	0.51	0.32	0.22
θ_{i2}	–	–	0.11	–0.35	–0.68
Se_{i2}	–	–	0.10	0.11	0.12
Дві реакції					
α_{*i1}	1.13	1.39	1.54	1.63	1.78
θ_{i1}	0.58	0.82	0.96	1.04	1.13
Se_{i1}	0.06	0.07	0.07	0.07	0.07
α_{*i2}	0.46	0.31	0.23	0.20	0.15
θ_{i2}	–0.31	–0.67	–0.90	–1.04	–1.25
Se_{i2}	0.07	0.08	0.08	0.09	0.09

$$\frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial \alpha_*}{\partial \theta} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \alpha_*} > 0, \quad \frac{\partial^2 \alpha_*}{\partial \theta^2} < 0,$$

так і для критичних параметрів, що визначаються початковою температурою частинки і відповідають станам, що лежать між критичними точками запалювання i_2 і потухання e_2 :

$$\frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} > 0, \quad \frac{\partial \alpha_*}{\partial \theta} < 0, \quad \frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \alpha_*} > 0.$$

Зміна зовнішніх параметрів, таких, наприклад, як температура газу, приводить до зміни критичних параметрів, що визначають область самовільних переходів з низько-на високотемпературні режими окислення (див. табл.). Слід зазначити, що зі зменшенням температури газу при інших рівних умовах, область гетерогенного запалювання звужується і при деякому певному мінімальному її значенні перетворюється в точку (рис. 1б, с), причому додаткове тепловиділення за рахунок другої паралельної реакції знижує це граничне значення температури запалювання. При температурі газу менше за це граничне значення неможливе самовільне запалювання частинки.

У даній точці при будь-якій малій зміні безрозмірного коефіцієнта теплообміну вже може не зберігатися стаціонарність. Ця точка є критичною (виконується $\frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} = 0$)

і відповідає умовам стаціонарності (4) і (5), що можливо тільки при $\frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \alpha_*} = 0$.

Отже, для цієї граничної критичної точки повинні виконуватися наступні умови:

$$\begin{cases} \tilde{q}_{eff} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \alpha_*} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Слід зазначити, що існування двох меж можливе тільки при умові $T_w < T_g$. При збільшенні температури стінок відбувається виродження нижньої межі по α_* (див. рис. 1d).

3. Аналітичне обчислення меж гетерогенного займання

Раніше було показано, що при запалюванні температура частинки ненабагато відрізняється від температури газу [2]. Тому подальші розрахунки проводилися в припущенні, що теплофізичні константи визначені при температурі газу: $f_\lambda = 1$, $f_\rho = 1$ і т. д. При цьому також можна вважати, що в процесі запалювання хімічна реакція протікає в кінетичній області (критерій $Se \ll 1$, див. табл.). Тоді умову стаціонарності (1) можна приблизно описати у вигляді

$$\tilde{q}_{eff} = \exp \frac{\theta}{1 + \gamma_g \theta} + B \exp \frac{\gamma \theta}{1 + \gamma_g \theta} - \alpha_* \theta - \varepsilon_* \left[(1 + \gamma_g \theta)^4 - \gamma_{wg}^4 \right] = 0 \quad (7)$$

або у вигляді залежності $\alpha_* = f(\theta)$:

$$\alpha_* = \frac{1}{\theta} \left(\exp \frac{\theta}{1 + \gamma_g \theta} + B \exp \frac{\gamma \theta}{1 + \gamma_g \theta} - \varepsilon_* \left[(1 + \gamma_g \theta)^4 - \gamma_{wg}^4 \right] \right). \quad (8)$$

Для визначення критичних умов запалювання використовуємо, крім умови стаціонарності (8), і умову екстремуму на залежності коефіцієнта теплообміну від стаціонарної температури: $\frac{\partial \alpha_*}{\partial \theta} = 0$. В результаті одержимо наступні вирази в параметричній формі для критичних значень безрозмірного коефіцієнта чорноти:

$$\varepsilon_{*i} = \frac{\left(1 - \frac{\theta_i}{(1 + \gamma_g \theta_i)^2} \right) \exp \frac{\theta_i}{1 + \gamma_g \theta_i}}{(1 + \gamma_g \theta_i)^4 - \gamma_{wg}^4 - 4\gamma_g \theta_i (1 + \gamma_g \theta_i)^3} + B \frac{\left(1 - \frac{\gamma \theta_i}{(1 + \gamma_g \theta_i)^2} \right) \exp \frac{\gamma \theta_i}{1 + \gamma_g \theta_i}}{(1 + \gamma_g \theta_i)^4 - \gamma_{wg}^4 - 4\gamma_g \theta_i (1 + \gamma_g \theta_i)^3} \quad (9)$$

і для безрозмірного коефіцієнта теплообміну:

$$\begin{aligned} \alpha_{*i} &= \left(\frac{1}{(1 + \gamma_g \theta_i)^2} - \frac{4\gamma_g (1 + \gamma_g \theta_i)^3}{(1 + \gamma_g \theta_i)^4 - \gamma_{wg}^4 - 4\gamma_g \theta_i (1 + \gamma_g \theta_i)^3} \left(1 - \frac{\theta_i}{(1 + \gamma_g \theta_i)^2} \right) \right) \exp \frac{\theta_i}{1 + \gamma_g \theta_i} + \\ &+ B \left(\frac{\gamma}{(1 + \gamma_g \theta_i)^2} - \frac{4\gamma_g (1 + \gamma_g \theta_i)^3}{(1 + \gamma_g \theta_i)^4 - \gamma_{wg}^4 - 4\gamma_g \theta_i (1 + \gamma_g \theta_i)^3} \left(1 - \frac{\gamma \theta_i}{(1 + \gamma_g \theta_i)^2} \right) \right) \exp \frac{\gamma \theta_i}{1 + \gamma_g \theta_i}. \end{aligned} \quad (10)$$

Система рівнянь (9), (10) дозволяє провести аналіз α_{*i} від ε_{*i} . Неважко побачити, що у разі нехтування другою паралельною реакцією ($B = 0$) і теплообміном випромінюванням ($\varepsilon_* = 0$), рівняння (9) і (10) приймуть вигляд:

$$1 - \frac{\theta_i}{(1 + \gamma_g \theta_i)^2} = 0 \quad \text{і} \quad \alpha_{*i} = \frac{1}{(1 + \gamma_g \theta_i)^2} \exp \frac{\theta_i}{1 + \gamma_g \theta_i}. \quad (11)$$

З таблиці видно, що $\gamma_g \theta \ll 1$. Нехтуючи $\gamma_g \theta$ в (11), одержимо класичний вираз для "передвибухового" розігріву частинки і верхньої межі гетерогенного запалювання по критичному коефіцієнту теплообміну: $\theta_i = 1$ і $\alpha_{*i} = e$ [3-5].

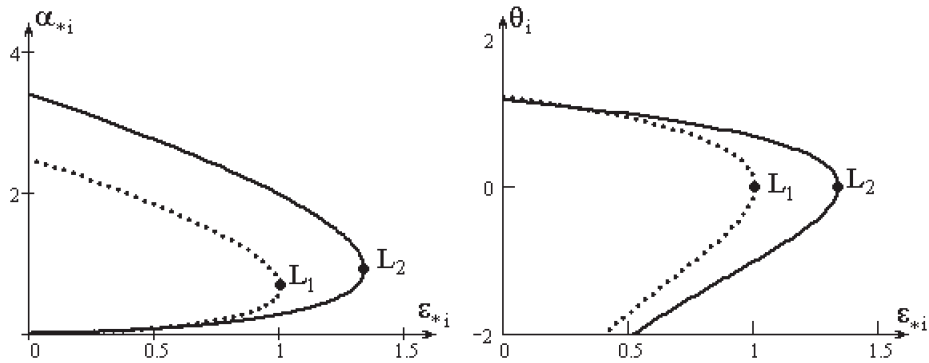


Рис. 2. Взаємні залежності критичних параметрів $\alpha_{*i}(\epsilon_{*i})$ і $\theta_i(\epsilon_{*i})$ при $\gamma_w = 0.018$, $\gamma_g = 0.083$ і $C_a = 0.23$ для однієї реакції (курсив) і для двох паралельних реакцій (суцільна).

Криві $\alpha_{*i}(\epsilon_{*i})$ і $\theta_i(\epsilon_{*i})$ (рис. 2) обмежують область гетерогенного запалювання частинки при одній і двох паралельних хімічних реакціях. Видно, що врахування паралельних реакцій призводить до розширення області запалювання по безрозмірному коефіцієнту тепловіддачі і розігріву (охолодженню) частинки.

Максимуми на кривих зворотних залежностей між параметрами $\epsilon_{*i}(\theta_i)$, $\epsilon_{*i}(\alpha_{*i})$ характеризують граничні значення параметрів запалювання: концентрації окислювача, температури запалювання, нижче яких неможливий перехід на високотемпературний режим. Для α_{*i} менших, ніж значення коефіцієнта теплообміну в точці екстремуму α_{*iL} , газ нагріває частинку так, як при цьому $\theta_i < 0$; для α_{*i} більших, ніж α_{*iL} , – газ охолоджує частинку ($\theta_i > 0$). Значення критичних параметрів для граничної критичної точки L можна визначити з (6), використовуючи умову екстремумів функцій $\alpha_*(\theta)$ і $\tilde{q}_{eff}(\alpha_*)$:

$$\begin{cases} \theta_{iL} = 0 \\ \alpha_{*iL} = 1 + B\gamma - \frac{4\gamma_g}{1 - \gamma_{wg}^4}(1 + B) \\ \epsilon_{*iL} = \frac{1 + B}{1 - \gamma_{wg}^4} \end{cases} \quad (12)$$

Умова $\epsilon_{*i}(1 - \gamma_{wg}^4) < 1 + B$ визначає область запалювання частинки вуглецю, обмежену малими і великими значеннями коефіцієнта теплообміну α_* . Верхня межа гетерогенного займання (великі α_* : малі діаметри, великі відносні швидкості) зумовлена тепловтратами в результаті теплообміну з газом, так як $\alpha_{*i}/\epsilon_{*i} > 1$ (верхня межа по α_{*i}). Для малих α_* (великих діаметрів, малих швидкостей) саме тепловтратами випромінюванням до холодних стінок визначають нижню межу запалювання по α_{*i} ($\alpha_{*i}/\epsilon_{*i} < 1$).

Знайдемо простішу, наближену формулу, що зв'язує критичні параметри запалювання. Для цього в (7) розкладемо експоненти в ряд Тейлора поблизу $\theta = 0$ обмежу-

ючись трьома членами ряду. В результаті ефективна густина теплового потоку при $\gamma_g \theta \ll 1$ представляється у вигляді:

$$\tilde{q}_{eff} = \frac{1}{2}\theta^2 + \theta + 1 + B \left(\frac{1}{2}\gamma^2\theta^2 + \theta\gamma + 1 \right) - \alpha_*\theta - 4\varepsilon_*\gamma_g\theta - \varepsilon_* \left(1 - \gamma_{wg}^4 \right).$$

Використовуючи умови $\frac{\partial \tilde{q}_{eff}}{\partial \theta} = 0$ і $\tilde{q}_{eff} = 0$, одержимо рівняння для θ_{i1} і θ_{i2} , розв'язки яких мають вигляд:

$$\theta_{i1} = \sqrt{\frac{2(1+B-\varepsilon_*(1-\gamma_{wg}^4))}{1+B\gamma^2}}, \quad \theta_{i2} = -\sqrt{\frac{2(1+B-\varepsilon_*(1-\gamma_{wg}^4))}{1+B\gamma^2}}. \quad (13)$$

Межі теплового запалювання по коефіцієнтах теплообміну, при протіканні на поверхні частинки паралельних реакцій, залежності α_{*i} від режимних параметрів в цьому випадку представимо у вигляді:

$$\alpha_{*i1} = 1 + B\gamma + \sqrt{2(1+B\gamma^2)(1+B-\varepsilon_*(1-\gamma_{wg}^4))} - 4\varepsilon_*\gamma_g, \quad (14)$$

$$\alpha_{*i2} = 1 + B\gamma - \sqrt{2(1+B\gamma^2)(1+B-\varepsilon_*(1-\gamma_{wg}^4))} - 4\varepsilon_*\gamma_g.$$

У граничній точці L безрозмірні коефіцієнти зрівнюються $\alpha_{*i1} = \alpha_{*i2} = \alpha_{*iL}$ і при цьому виконується умова: $\varepsilon_*(1-\gamma_{wg}^4) = 1+B$.

Порівняння одержаних виразів (13), (14) з точнішими (9) і (10) показало, що у області далекої від т. L , при прямуванні ε_{*i} до нуля, посилюється розбіжність результатів. В граничній же точці L результати співпадають і критичні параметри запалювання знаходяться з (12).

Висновки

В результаті проведених досліджень було показано, яким чином можна запалити вуглецеву або металеву частинку, на поверхні якої протікає односторонній паралельні екзотермічні реакції; пояснена причина виникнення нижньої і верхньої меж запалювання по коефіцієнту теплообміну і, отже, по діаметру і відносної швидкості частинки; отримані аналітично в явному вигляді з врахуванням теплообміну з холодними стінками співвідношення для коефіцієнту тепловіддачі і надлишкової температури частинки, що відповідають критичним межах запалювання частинки в нагрітому газі.

1. **Калінчак В. В., Зуй О. Н., Орловская С. Г.** Влияние температуры и диаметра пористых углеродных частиц на кинетику химических реакций и тепломассообмен с воздухом // Теплофизика высоких температур. – 2005. – Т. 43, № 4. – С. 1–9.
2. **Орловская С. Г., Калінчак В. В., Грызунова Т. В., Копыт Н. Н.** Высокотемпературный тепломассообмен и кинетика окисления металлической частицы в воздухе // Химическая физика. – 2004. – Т. 23, № 3. – С. 49–55.
3. **Франк-Каменецкий Д. А.** Диффузия и теплопередача в химической кинетике. – М., 1987. – 492 с.
4. **Мержанов А. Г., Барзыкин В. В., Абрамов В. Г.** Теория теплового взрыва: от Семенова до наших дней // Химическая физика. – 1996. – Т. 15, № 6. – С. 3–44.
5. **Хайкин Б. И., Блошенко В. Н., Мержанов А. Г.** О воспламенении частиц металлов // Физика горения и взрыва. – 1970. – Т. 6, № 4. – С. 474–484.
6. **Золотко А. Н., Клячко Л. А.** Критические условия в гетерогенных системах с параллельными реакциями // Физика горения и взрыва. – 1979. – Т. 15, № 3. – С. 3–10.
7. **Калінчак В. В.** Влияние излучения на критические режимы тепло- и массообмена при параллельных реакциях на поверхности частицы // Физика горения и взрыва. – 1994. – Т. 67, № 4. – С. 63–74.
8. **Бабий В. И., Куваев Ю. Ф.** Горение углеродной пыли и расчет пылеугольного факела. – М.: Энергоатомиздат, – 1986. – 205 с.