

**В. І. Маренков**

Одеський державний університет ім. І.І. Мечникова

## **СТРУКТУРА КУЛОНІВСЬКИХ НЕОДНОРІДНОСТЕЙ ЗАПИЛЕНОЇ ПЛАЗМИ, ПОЛЯРИЗОВАНОЇ ЗОВНІШНІМ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИМ ПОЛЕМ**

Доповідь зроблено на засіданні наукового семінару  
кафедри теплофізики ОНУ 14.11.2002 р.

Запропоновано статистичну чарункову модель опису квазінейтральності в гетерогенних плазмових системах (ГПС) зі стаціонарним розподілом поля густини електричного струму в об'ємі. З використанням принципу локальної термодинамічної рівноваги (ЛТР) знайдено розв'язок рівняння Пуассона–Больцмана для потенціалу запыленої плазми (ЗП) в умовах зовнішнього електростатичного поля, створеного джерелами термостата. Досліджено структуру кулонівських неоднорідностей ЗП в околі індивідуальних частинок конденсованої фази та її трансформації в залежності від об'ємного вектора поляризації плазми. Обговорюються можливі технологічні застосування виявленої екстремальної поведінки локального електростатичного поля поблизу макрочастинок в поляризованій ГПС.

Предложено статистическую ячейочную модель описания квазинейтральности в гетерогенных плазменных системах (ГПС) со стационарным распределением поля плотности электрического тока в объеме. С использованием принципа локального термодинамического равновесия (ЛТР) найдено решение уравнения Пуассона–Больцмана для потенциала запыленной плазмы (ЗП) в условиях внешнего электростатического поля, образованного источниками термостата. Исследована структура кулоновских неоднородностей ЗП в окрестности индивидуальных частиц конденсированной фазы и ее трансформации в зависимости от объемного вектора поляризации плазмы. Обсуждаются возможные технологические применения выявленного экстремального поведения локального электростатического поля вблизи макрочастиц в поляризованной ГПС.

Statistical cell models of the description of the heterogeneous plasma systems (HPS) with stationary distribution density of electric current in plasma volume quasineutrality is proposed. To use local thermodynamically equilibrium (LTE) The Pousson-Boltzman equation solution for dusty plasma (DP) potential in the external electrostatic field formed by the thermostat sources are found using local thermodynamical equilibrium (LTE) principle. Structure of the Coulomb inhomogeneities near the individual particles of condensed phase and its transformations depending on plasma polarization vector are investigated. Possible technological applications of the revealed extreme behavior of local electrostatic field near macroparticles in polarized HPS are discussed.

**Вступ.** Значний інтерес щодо досліджень термодинамічних властивостей запыленої плазми (ЗП) за останнє десятиріччя незмінно зростає не тільки у зв'язку з широким впровадженням ГПС у сучасні ресурсо- та енергозберігаючі технології, але й завдяки можливостям перевірки висновків фундаментальних модельних підходів на лабораторній ЗП [1]. При цьому “поведінка” ЗП в умовах дії зовнішніх силових полів– самоорганізація, “перезарядка” макрочастинок, деякі інші колективні ефекти– не знаходять адекватного пояснення у рамках існуючих моделей плазми і потребують подальшого розвитку теорії електрон-іонних процесів в ГПС [2]. Метою даної роботи є розробка статистичної моделі термоіонізації ЗП, поляризованої зовнішнім електри-

чним полем, яке разом з іншими джерелами термостата підтримує стаціонарний розподіл густини струму в об'ємі плазми. Для впровадження ця проблема є найбільш актуальною (і в той же час слабодослідженою), оскільки режими функціонування реально діючих плазмових установок зазвичай використовують для роботи стаціонарні стани ЗП контрольовані дією зовнішнього електричного поля [3].

#### Квазінейтральність стаціонарної ЗП у зовнішньому електричному полі.

Покладаємо, що структурними елементами ЗП є ідентичні сферичні частинки конденсованої дисперсної фази (КДФ) та молекули, атоми, іони газової фази, які разом з електронами газу є несучим середовищем для КДФ, відокремленим від неї сумарною поверхнею макрочастинок. Як показує експеримент, ЗП зі струмом в об'ємі має характерну для плазмових середовищ властивість – квазінейтральність. Згідно з основним допущенням моделі чарунок [4] – квазінейтральність ГПС зумовлена існуванням в кожен момент часу багатозв'язної поверхні мінімуму самоузгодженого потенціалу  $\varphi(\vec{r}, t)$ , створюваного миттєвими конфігураціями зарядів плазми. Причому

однотвірні елементи поверхні  $\Pi \left| \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0 \right.$  виділяють кулонівські мікронеоднорідності ГПС в околі індивідуальних КЧ, тобто утворюють окремі миттєві чарунки електронейтральності  $C_{\xi}^z$  (див. рис. 1, а). Для ЗП зі стаціонарним струмом вид рівняння

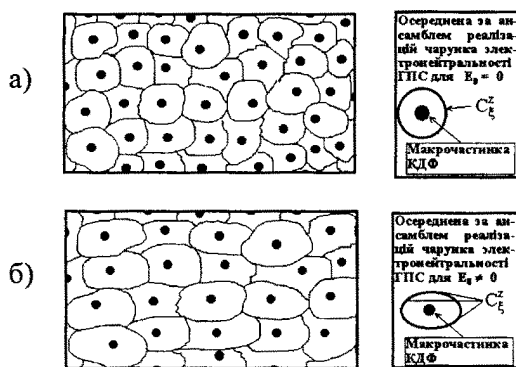


Рис. 1. Електронейтральні чарунки  $C_{\xi}^z$  в рівноважній-

а) та поляризованій зовнішнім електричним полем  $\vec{E}_0$  запиленій плазмі – б)

Пуассона  $\vec{\nabla}^2 \varphi = -4\pi\rho$  ( $\varphi$  та  $\rho$  – миттєві значення локального потенціалу та об'ємного заряду ЗП) не змінюється, а отже виділення чарунок електронейтральності (як найменших за об'ємом нейтральних областей, у яких локалізується окрема КЧ в момент часу  $t$ ) можна, як і раніше, проводити шляхом визначення (в лагранжевих координатах окремої КЧ) замкнутого однотвірного елемента  $S_C$  поверхні

$\Pi$ , на якій виконано умову  $\left| \nabla \varphi \right|_{S_C} = \text{const}$ , тобто напруженість електростатичного поля

приймає деяке константне значення. В однорідній ЗП воно співпадає зі значенням осередненого максвелівського поля в об'ємі плазмового середовища. Осереднені за ансамблем реалізацій системи електронейтральні чарунки  $C_{\xi}^z$  будуть у відповідності до принципу симетрії в необмеженій ГПС мати форму сфери або витягнутого впродовж зовнішнього поля сфероїда (рис. 1, а) та 1, б)). Оскільки існування чарунок зумовлене кулонівськими кореляціями у русі КЧ і зарядів газової фази і теплові швидкості електронів та іонів на багато порядків перевищують значення швидкостей макрочастинок КДФ, а порушення ізотропії функції розподілу електронів за швидкостями за рахунок дії  $\vec{E}_0$  – малі, покладаємо у подальшому статистики електрон-іонного компоненту ЗП максвел-больцманівськими, а форму осереднених чарунок  $C_{\xi}^z$  – сфе-

ричною. Стационарні розподіли об'ємного заряду і потенціалу у плазмі дефінуються у цьому випадку звичайним рівнянням Пуассона-Больцмана [5]. Зовнішнє поле  $\vec{E}_0$  впливає на розподіл локального потенціалу і густини заряду в межах чарунки  $C_\xi^z$ , змінюючи тим самим структуру кулонівських неоднорідностей ЗП, а значить, і умови термоіонізаційної рівноваги індивідуальних КЧ. Загалом такі зміни призводять до виникнення об'ємного вектора поляризації і деполаризуючого поля Лоренца в об'ємі, за рахунок яких змінюються локальні електрофізичні характеристики плазми. Проблему теоретичного опису властивостей ЗП зі струмом із заданим розподілом максвелівського електричного поля і струму в об'ємі на основі принципу ЛТР можна редукувати у завдання опису структури локального самоузгодженого потенціалу в чарунці електронейтральності  $C_\xi^z$ .

#### Розв'язок рівняння Пуассона-Больцмана з врахуванням поляризації ЗП.

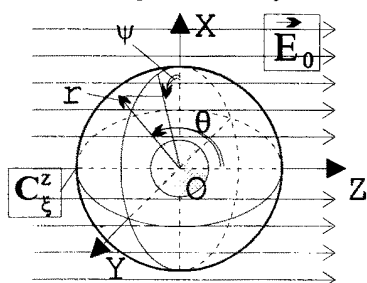


Рис. 2. Співпутні сферичні координати  $(r, \theta, \psi)$  виділеної індивідуальної макрочастинки

Максвелівське поле  $\vec{E}$ , яке з'являється в гетерогенній плазмі в умовах дії на неї поля зовнішніх статичних зарядів  $\vec{E}_0$ , призводить до виникнення в об'ємі стаціонарного струму провідності та зміщення термодинамічної рівноваги. При цьому змінюється також і структура кулонівських мікронеоднорідностей гетерогенної плазми, що проявляється в перерозподілі об'ємного заряду та самоузгодженого потенціалу в миттєвих  $C_\xi^z$  (а значить, і в усереднених за ансамблем реалізацій ГПС) чарунках електронейтральності  $C_\xi^z$  (рис. 1). Безрозмірний (нормований на теплову енергію) самоузгоджений потенціал

гетерогенної плазми

$$\Phi(\vec{r}) \equiv \Phi(r, \theta, \psi) \equiv \frac{e}{kT} \left[ \Phi(r, \theta, \psi) - \Phi\left(r, \frac{\pi}{2}, \psi\right) \right], \quad (1)$$

визначений відносно "екватора" квазінейтральної чарунки (рис. 2.) для монодисперсного ансамблю частинок КДФ у плазмі (при цьому КЧ екранують у середньому тільки атомарні заряди газової фази – електрони та іони), задовольняє рівнянню Пуассона

$$\vec{\nabla}^2 \Phi(\vec{r}) = -\frac{4\pi e^2}{kT} \cdot [n_i(\vec{r}) - n_e(\vec{r})]. \quad (2)$$

Внаслідок циліндричної симетрії завдання в сферичних координатах, пов'язаних з базовою системою відліку XOYZ (Рис. 2) локальний самоузгоджений потенціал буде незалежним від азимутального кута  $\psi$ . Отже  $\Phi(\vec{r}) = \Phi(r, \theta)$ , а лапласіан утримуватиме тільки радіус- та  $\theta$ -залежну частину

$$\vec{\nabla}^2 \Phi = \Delta_r \Phi + \Delta_\theta \Phi = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin\theta \frac{d\Phi}{d\theta} \right).$$

Густина електронного та іонного компонентів в атмосфері виділеної КЧ у чарунці електронейтральності  $C_\xi^z$  для малих значень  $\Phi \ll 1$  буде

$$\begin{aligned} n_e(\vec{r}) &\equiv n_{e0} \cdot [1 + \Phi(\vec{r})] \\ n_i(\vec{r}) &\equiv n_{i0} \cdot [1 - \Phi(\vec{r})] \end{aligned} \quad (3)$$

В термінах нових змінних

$$x \equiv \tilde{r} \equiv \alpha r, \quad y(\vec{r}) \equiv \Phi(\vec{r}) + \alpha, \quad (4)$$

де

$$\alpha^2 = \frac{4\pi e^2}{kT} \cdot (n_{e0} + n_{i0}); \quad \alpha = \frac{n_{e0} - n_{i0}}{n_{e0} + n_{i0}}; \quad (5)$$

рівняння для потенціалу  $y(x)$  кінцево представимо

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left( x^2 \frac{dy}{dx} \right) + \frac{1}{x^2 \cdot \sin \theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \frac{dy}{d\theta} \right) = y. \quad (6)$$

Граничні умови для рівняння (6) отримаємо виходячи з формули (4) та значень напруженостей локального електростатичного поля  $\vec{E}(\vec{r})$  на межі чарунки  $C_{\xi}^z$  та на поверхні виділеної макрочастинки, тобто при  $r=r_C$  та  $r=r_p$

$$\frac{dy(r_C, \theta)}{dr} = \frac{e}{kT} \cdot |\vec{E}| \cdot \cos \theta; \quad \frac{dy(r_p, \theta)}{dr} = -\frac{z \cdot e^2}{r_p^2 \cdot kT} + \frac{e}{kT} \cdot E_p \cdot \cos \theta. \quad (7)$$

Тут  $\theta$  – полярний кут між радіус-вектором  $\vec{r}$  заданої точки та віссю OZ.  $\vec{E}_p$  – радіальна складова локального електричного поля на поверхні КЧ (при  $r=r_p \neq 0$ ), яка визначається власною поляризацією макрочастинки КДФ

$$\vec{E}_p = \vec{k} \cdot E_p = \left( E - \frac{2d_p}{r_p} \right) \cdot \vec{k} \quad (8)$$

$d_p$  – сумарний дипольний момент макрочастинки.

Розв'язок (6) з граничними умовами Неймана (7) представимо в мультиплікативному вигляді

$$y(x, \theta) = R(x) \cdot T(\theta), \quad (9)$$

$R(x)$  – радіальна складова розв'язку,  $T(\theta)$  – визначає залежність від полярного кута. Підставляючи (9) в вихідне рівняння (6) та проводячи звичайну процедуру розділу змінних за допомогою константи  $(-\mu)$ , отримаємо

$$\frac{1}{R} \cdot \frac{d}{dx} \left( x^2 \cdot \frac{dR}{dx} \right) - x^2 = -\mu \quad \frac{1}{T \sin \theta} \cdot \frac{d}{d\theta} \left( \sin \theta \cdot \frac{dT}{d\theta} \right) = -\mu. \quad (10)$$

В термінах нової змінної  $z = \cos \theta$  друге з рівнянь (10) набуває вигляду:

$$\frac{d}{dz} \left[ (1 - z^2) \cdot \frac{dT}{dz} \right] + \mu \cdot T = 0. \quad (11)$$

Отримане рівняння є диференціальним рівнянням Лежандра [6]. Оскільки функція  $T(\theta)$ , яка входить до (11), разом зі своєю першою похідною періодичні за кутом  $\theta$  з періодом  $2\pi$ , то “константа розділювання”  $\mu$  з необхідністю відповідає умовам

$$\mu = m \cdot (m + 1), \quad (12)$$

де  $m = 0, 1, 2, \dots$  і так далі.

Окремими розв'язками рівняння (11) з урахуванням (12) є поліноми Лежандра порядку  $m$  від змінної  $z = \cos \theta$  [7]

$$Y_m = P_m(\cos \theta). \quad (13)$$

Підстановка (12) у перше із рівнянь (10) дає

$$x^2 \cdot R'' + 2x \cdot R' - [x^2 + m \cdot (m+1)] \cdot R = 0. \quad (14)$$

Окремими розв'язками цього рівняння будуть модифіковані сферичні функції Бесселя напівцілого порядку першого роду [7]

$$\begin{cases} \sqrt{\pi/(2x)} I_{n+1/2}(x) = \exp(-\pi i/2) \cdot j_n[x \cdot \exp(\pi i/2)] \\ (-\pi < \arg x \leq \pi/2) \\ \sqrt{\pi/(2x)} I_{n+1/2}(x) = \exp(3\pi i/2) \cdot j_n[x \cdot \exp(-3\pi i/2)] \\ (\pi/2 < \arg x < \pi) \end{cases} \quad (15)$$

і другого роду

$$\begin{aligned} \sqrt{\pi/(2x)} \cdot I_{-n-1/2}(x) &= \exp[3(n+1)\pi i/2] \cdot y_n[x \cdot \exp(\pi i/2)] \\ (-\pi < \arg x \leq \pi/2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\pi/(2x)} I_{-n-1/2}(x) &= \exp[-(n+1)\pi i/2] \cdot y_n[x \cdot \exp(-3\pi i/2)] \\ (\pi/2 < \arg x \leq \pi) \end{aligned} \quad (16)$$

Загальний розв'язок (14) для заданого  $m$  має вид:

$$R_m(x) = \sqrt{\pi/(2x)} \cdot [a_m \cdot I_{m+1/2}(x) + b_m \cdot I_{-m-1/2}(x)]. \quad (17)$$

Таким чином, остаточно, на основі формул (9) та (13–17) загальний розв'язок рівняння Пуассона–Больцмана (8) запишемо

$$y(x, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} P_m(\cos \theta) R_m(x) = \sqrt{\pi/(2x)} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} P_m(\cos \theta) \cdot [a_m I_{m+1/2}(x) + b_m I_{-m-1/2}(x)]. \quad (18)$$

Тут:  $a_m$  та  $b_m$  – константи інтегрування, які визначимо використовуючи умови (9). Диференціюючи (18) за змінною  $x \equiv \bar{a} \cdot r$  маємо

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \sum_{m=0}^{\infty} P_m(\cos \theta) \cdot \left\{ a_m \cdot \frac{d}{dx} [\sqrt{\pi/(2x)} \cdot I_{m+1/2}(x)] + b_m \cdot \frac{d}{dx} [\sqrt{\pi/(2x)} \cdot I_{-m-1/2}(x)] \right\}. \quad (19)$$

Використовуючи рекурентні співвідношення для модифікованих сферичних функцій Бесселя [7]

$$\frac{d}{dx} [\sqrt{\pi/(2x)} \cdot I_{n+1/2}] = \sqrt{\pi/(2x)} \cdot I_{n-1/2} - \frac{n+1}{x} \cdot \sqrt{\pi/(2x)} \cdot I_{n+1/2}, \quad (20)$$

похідну (19) запишемо у вигляді:

$$\frac{\partial y(x)}{\partial x} = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} P_m(\cos \theta) \cdot \frac{m+1}{x} \cdot [a_m \cdot I_{m+1/2}(x) + b_m \cdot I_{-m-1/2}(x)]. \quad (21)$$

Підставляючи (21) в граничні умови Неймана (9) отримаємо систему рівнянь для констант інтегрування  $a_m$ ,  $b_m$ .

Оскільки в об'ємі плазми існує некомпенсоване максвелівське поле  $\vec{E}$ , яке власне і є причиною дисипативного процесу – протікання електричного струму, то уздовж напрямку поля  $O\vec{Z}$  у плазмі існує спад потенціалу (див. рис. 2), тобто різниця потенціалів між двома різними точками  $\vec{r}_1$  та  $\vec{r}_2$  плазми визначається формулою

$$U[(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)] = |\vec{E}| \cdot [(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \cdot \vec{k}]. \quad (22)$$

тут  $U$  – різниця потенціалів між точками "1" і "2",  $\vec{k}$  – орт осі OZ.

Співвідношення (26) є справедливим для усіх точок плазми, у тому числі і для точок, що локалізуються на межовій поверхні миттєвої чарунки екранування  $C_\xi$ . Воно залишається справедливим і після усереднення за ансамблем реалізацій ГПС. Тому, обираючи за початок відліку самоузгодженого потенціалу  $\Phi$  його значення на екваторі чарунки (рис.2.,  $\vec{r} = (r_C, \psi, \pi/2)$ ,  $\psi \in [0, 2\pi]$ ), замість межової умови Неймана (7) на границі чарунки в подальшому використовуємо умову Діріхле

$$y(r_C, \theta) = -\frac{e}{kT} \cdot \vec{E} \cdot \vec{r}_C \cdot \cos \theta + \alpha. \quad (23)$$

Загальний розв'язок рівняння Пуассона–Больцмана (22) для слабонерівноважної плазми у зовнішньому полі статичних зарядів  $\vec{E}_0$  дає розподіл самоузгодженого потенціалу в чарунці електронейтральності  $C_\xi^z$ . Напруженість усередненого локального електростатичного поля в околі КЧ визначиться градієнтом функції  $y(\vec{r})$  ( $\vec{E}_{loc} \equiv \vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}y(\vec{r})$ ). Тобто ним водночас є визначеною і мікроструктура неоднорідностей розподілу заряду ГПС в околі частинок КДФ.

**Локальне максвелівське поле в осередненій чарунці квазінейтральності.**

Підставляючи в (18)  $x = \alpha r$ , отримаємо значення  $y(x, \theta)$  на межі  $C_\xi^z$

$$y(\alpha r_C, \theta) = \sqrt{\frac{\pi/2}{\alpha r_C}} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} P_m(\cos \theta) \cdot [a_m \cdot I_{m+1/2}(\alpha r_C) + b_m \cdot I_{-m-1/2}(\alpha r_C)]. \quad (24)$$

Прирівняємо суму (24) межовому значенню потенціалу (23) і, домножуючи обидві частини знайденого рівняння на  $P_m(\cos \theta)$ , проінтегруємо його за  $dz = d(\cos \theta)$  в межах від  $-1$  до  $+1$ . Із умови нормування поліномів Лежандра

$$\int_{-1}^{+1} P_m(z) \cdot P_n(z) dz = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ \left(n + \frac{1}{2}\right)^{-1}, & n = m \end{cases} \quad (25)$$

маємо

$$\begin{aligned} \frac{2}{2n+1} \cdot \sqrt{\frac{\pi/2}{\alpha r_C}} \cdot [a_n \cdot I_{n+1/2}(\alpha r_C) + b_n \cdot I_{-n-1/2}(\alpha r_C)] = \\ = -\frac{e}{kT} E \cdot r_C \cdot \int_{-1}^{+1} z \cdot P_n(z) \cdot dz + \alpha \cdot \int_{-1}^{+1} P_n(z) \cdot dz \end{aligned} \quad (26)$$

$n = 0, 1, 2, \dots$

Для  $n = 0$  -  $P_0(z) = 1$  і із (26)

$$a_0 \cdot I_{1/2}(\alpha r_C) + b_0 \cdot I_{-1/2}(\alpha r_C) = \alpha \cdot (2\alpha r_C / \pi)^{1/2}. \quad (27)$$

При  $n=1$ ,  $P_1(z) = z$  та із (30) отримаємо

$$a_1 \cdot I_{3/2}(\alpha r_C) + b_1 \cdot I_{-3/2}(\alpha r_C) = -\frac{eE}{kT} \cdot (2\alpha r_C / \pi)^{-1/2}. \quad (28)$$

Інтегрування в правій частині (26) для  $m \geq 2$  дає нуль. Це означає, що всі коефіцієнти  $a_m, b_m$  в розкладі для потенціалу (24), починаючи з  $m=2$ , обертаються до нуля. Тобто, кінцевий вираз для безрозмірного потенціалу  $y(x, \theta)$  має вигляд ( $x \equiv c \cdot r$ )

$$y(x, \theta) = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \cdot \left\{ [a_0 \cdot I_{1/2}(x) + b_0 \cdot I_{-1/2}(x)] + \cos \theta \cdot [a_1 \cdot I_{3/2}(x) + b_1 \cdot I_{-3/2}(x)] \right\}. \quad (29)$$

Диференціюючи отриманий вираз за змінною "x" та залишивши в формулі (21) у відповідності з вищезазначеним тільки перші два члени з  $m \in [1, 2]$ , знайдемо

$$\frac{\partial y(x, \theta)}{\partial x} = \sqrt{\frac{\pi}{2x}} \cdot \left\{ [a_0 \cdot (I_{-1/2} - I_{1/2} \cdot x^{-1}) + b_0 \cdot (I_{-1/2} - I_{-1/2} \cdot x^{-1})] + \right. \\ \left. + \cos \theta \cdot [a_1 \cdot (I_{1/2} - 2I_{3/2} \cdot x^{-1}) + b_1 \cdot (I_{-1/2} - 2I_{-3/2} \cdot x^{-1})] \right\} \quad (30)$$

Підставляючи вирази (29) та (30) в межові умови (7-8,23) та прирівнюючи "θ-залежні" та "θ-незалежні" складові в правій та лівій частинах отриманих рівнянь, прийдемо до замкненої системи рівнянь відносно коефіцієнтів розкладу потенціалу (29)

$$\left. \begin{aligned} a_0 \cdot \left(\frac{\pi}{2\alpha r_C}\right)^{1/2} \cdot I_{1/2}(\alpha r_C) + b_0 \cdot \left(\frac{\pi}{2\alpha r_C}\right)^{1/2} \cdot I_{-1/2}(\alpha r_C) &= \alpha \\ a_0 \cdot [\alpha r_p \cdot I_{-1/2}(r_p) - I_{1/2}(\alpha r_p)] + b_0 \cdot [\alpha r_p \cdot I_{1/2}(\alpha r_p) - I_{-1/2}(\alpha r_p)] &= -\frac{z \cdot e^2}{r_p \cdot kT} \cdot \left(\frac{\pi}{2\alpha r_p}\right)^{-1/2} \\ a_1 \cdot I_{3/2}(\alpha r_C) + b_1 \cdot I_{-3/2}(\alpha r_C) &= -\left(\frac{\pi}{2\alpha r_C}\right)^{-1/2} \cdot \frac{eE}{kT} \cdot r_C \\ a_1 \cdot [\alpha r_p \cdot I_{3/2}(\alpha r_p) - I_{3/2}(\alpha r_p)] + b_1 \cdot [\alpha r_p \cdot I_{-1/2}(\alpha r_p) - 2I_{-3/2}(\alpha r_p)] &= \left(\frac{\pi}{2\alpha r_p}\right)^{-1/2} \cdot \frac{eE_p r_p}{kT} \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Видно, що система (31) розщеплюється на дві незалежних пари рівнянь. Першу-відносно коефіцієнтів  $a_0, b_0$ , які визначають внески у самоузгоджений потенціал "y", зумовлені ефектами об'ємного заряду. Та другу- відносно внесків, що їх спричинює поляризація плазмового середовища під дією некомпенсованого максвелівського поля в об'ємі. Перетворивши за допомогою формул зв'язку модифікованих функцій Беселя напівцілого порядку зі звичайними гіперболічними функціями [7], перетворимо рівняння (31) до більш простого виду, та, застосувавши правила Крамера, кінцево отримаємо вирази для коефіцієнтів  $a_j, b_j, j = 0, 1$ :

$$a_0 = \left\{ \left[ \frac{\alpha r_C \cdot \text{ch}(\alpha r_p)}{\alpha r_p} - \text{sh}(\alpha r_p) \right] - \frac{z \cdot e^2 \cdot \text{ch}(\alpha r_C)}{r_p \cdot kT \cdot \alpha r_C} \right\} \cdot \left\{ \frac{\text{ch}[\alpha(r_C - r_p)]}{\alpha r_C} + \frac{\text{sh}[\alpha(r_C - r_p)]}{\alpha^2 r_C \cdot r_p} \right\}^{-1} \\ b_0 = \left\{ \alpha \cdot \left[ \text{ch}(\alpha r_p) - \frac{\text{sh}(\alpha r_p)}{\alpha r_p} \right] + \frac{z \cdot e^2 \cdot \text{sh}(\alpha r_C)}{r_p \cdot kT \cdot \alpha r_C} \right\} \cdot \left\{ \frac{\text{ch}[\alpha(r_C - r_p)]}{\alpha r_C} + \frac{\text{sh}[\alpha(r_C - r_p)]}{\alpha^2 r_C r_p} \right\}^{-1} \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
a_1 = & \left\{ \frac{2(\alpha r_p) r_C (\alpha r_C)^2 \cdot eE}{kT} \cdot \text{sh}(\alpha r_p) - \frac{2r_C (\alpha r_C)^2 eE}{kT} \cdot \text{ch}(\alpha r_p) - \frac{2r_C (\alpha r_p r_C)^2 \cdot eE}{kT} \cdot \text{ch} \alpha r_p - \right. \\
& \left. - \frac{eE_p r_p (\alpha r_p) \alpha r_C}{kT} \text{sh}(\alpha r_C) + \frac{eE_p r_p (\alpha r_p)^2}{kT} \text{ch}(\alpha r_C) \right\} \cdot \left\{ \text{ch}[\alpha(r_C - r_p)] \cdot [\alpha^3 r_C r_p^2 + \right. \\
& \left. + 2\alpha(r_C - r_p)] + \text{sh}[\alpha(r_C - r_p)] \cdot [\alpha^2 r_C r_p + \alpha^2 r_p(r_C - r_p) - 2] \right\}^{-1} \\
& \qquad \qquad \qquad (33) \\
b_1 = & \left\{ \left[ r_C \cdot (\alpha^2 r_p r_C)^2 \cdot \text{sh}(\alpha r_p) + 2r_C \cdot (\alpha r_C)^2 \cdot \text{sh}(\alpha r_p) - 2\alpha r_p (r_C) (\alpha r_C)^2 \cdot \text{ch}(\alpha r_p) \right] \cdot \frac{eE}{kT} + \right. \\
& \left. + \left[ \alpha r_C r_p (\alpha r_p)^2 \cdot \text{ch}(\alpha r_C) - r_p (\alpha r_p)^2 \cdot \text{sh}(\alpha r_C) \right] \cdot \frac{e \cdot E_p}{kT} \right\} \cdot \left\{ \text{ch}[\alpha(r_C - r_p)] \cdot [\alpha^3 r_C r_p^2 + \right. \\
& \left. + 2\alpha(r_C - r_p)] + \text{sh}[\alpha(r_C - r_p)] \cdot [\alpha^2 r_C \cdot r_p + \alpha r_p \cdot \alpha(r_C - r_p) - 2] \right\}^{-1}
\end{aligned}$$

#### Структура електростатичних неоднорідностей в околі макрочастинок КДФ.

Алгоритмізацію моделі іонізації поляризованої ЗП було проведено з використанням формул (29–33) попереднього розділу і втілено в прикладному пакеті програм плазмового розрахунку POPL0 на MS-Fortran'і, орієнтованому на проведення обчислювального експерименту за допомогою ПК. Вихідними параметрами комп'ютерного експерименту для ЗП з монодисперсною КДФ були:  $T$  – температура ЗП;  $n_p$  – зліченна концентрація частинок КДФ;  $r_p$  – радіус макрочастинок;  $n_A$  – вихідний вміст (концентрація) атомів, що легко іонізуються;  $W, I_a$  – робота вихода електронів з КЧ та потенціал іонізації атомів;  $\chi_p$  – діелектрична сприйнятливність речовини КЧ;  $\alpha_n, n=1,2,\dots$  – поляризуємість компонентів газової фази;  $\vec{E}_0$  – напруженість зовнішнього електричного поля, створеного джерелами термостата. Блок вихідних даних програм POPL0 утримує; локальні (на екваторі  $C_\xi^z$ ) та осереднені за об'ємом чарунки концентрації компонентів газової фази; зарядове число макрочастинок КДФ; сіткові функціональні залежності локального потенціалу (29) та складових локального максвелівського поля в об'ємі чарунки - (30). На рис. 3 в безрозмірних координатах, що їх означено у підпису до рисунка, представлені залежності безрозмірного потенціалу  $\tilde{\Phi}(\tilde{r}, \theta)$  від відстані для ряду значень полярного кута  $\theta$ . З метою безпосереднього аналізу сумарного впливу поляризаційних характеристик компонентів ЗП на структуру осередненого електростатичного поля в околі індивідуальної КЧ, модуль напруженості зовнішнього поля нормовано на кулонівське поле макрочастинок, а радіальну відстань від її поверхні – на власний радіус КЧ. Рисунки 3а), 3б), 3с) відображують послідовність трансформації структури розподілу самоузгодженого потенціалу в  $C_\xi^z$  при зростанні модуля  $|\vec{E}_0|$ .



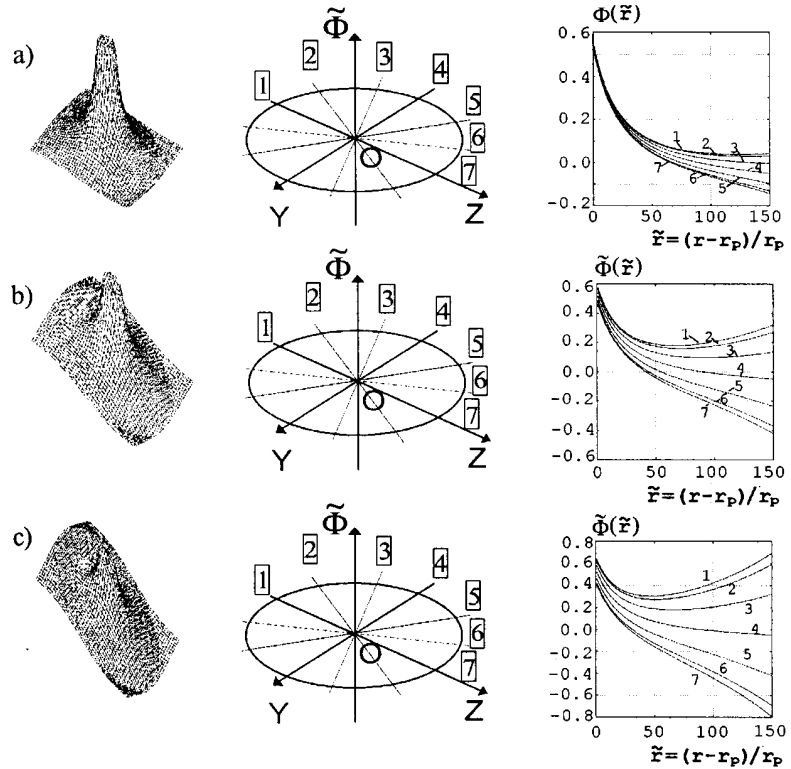


Рис. 3. Розподіл самоузгодженого електростатичного потенціалу в чарунці електронейтральності  $C_{\xi}^z$  гетерогенної плазмової системи зі стаціонарним струмом в об'ємі, поляризованої зовнішнім електростатичним полем. Напрямки 1...7 утворюють рівномірну сітку за кутом  $\theta$  між  $\vec{E}_0$  та радіус вектором  $\vec{r}$  з вузлами:  $\left\{ \pi, \frac{5}{6}\pi, \frac{2}{3}\pi, \frac{1}{2}\pi, \frac{1}{3}\pi, \frac{1}{6}\pi, 0 \right\}$ ; модуль напруженості зовнішнього електричного поля у випадках а), б), в) відповідно складає:  $|\vec{E}_0| = 0.1 \cdot |\Phi_Q|, 0.3 \cdot |\Phi_Q|, 0.5 \cdot |\Phi_Q|$ ;  $\Phi_Q = ze^2 / (r_p^2 \cdot kT)$  – кулонівське поле КЧ

Найбільш цікавим моментом є виникнення мінімуму локального потенціалу у напрямках 1...3, що відповідають інтервалу кута  $\theta \in [2\pi/3, \pi]$  при певному співвідношенні модулів зовнішнього та кулонівського полів індивідуальної КЧ. В реальній ЗП область локального екстремуму потенціалу відповідає локалізації в ній зарядів, що мають полярність власного заряду виділеної КЧ. Якраз для них потенціальна електростатична енергія у вказаній області буде мінімальною. Цей результат корелює з даними плазмового експерименту щодо самоорганізації частинок ЗП в умовах дії зовнішнього поля [9].

#### Висновки.

Стаціонарні стани запиленої плазми зі струмом в об'ємі, спричиненим дією електростатичних полів, створених джерелами термостата, характеризуються я в координатах індивідуальних КЧ усталеним розподілом самоузгодженого електростатичного потенціалу  $\varphi(\vec{r})$  в просторових областях, що їх вилучено поверхнею  $\nabla\varphi(\vec{r}) = -\vec{E}$  ( $\vec{E}$  –

максвелівське поле в плазмі). Об'ємний вектор поляризації, що виникає внаслідок дії зовнішнього поля  $E_0$ , змінює структуру об'ємних кулонівських неоднорідностей-чарунок ЗП. В електронейтральних чарунках  $C_{\xi}^z$ , при певному співвідношенні модулів зовнішнього –  $E_0$  та лоренцівського поля –  $E_1$ , яке існує за рахунок поляризації компонентів ЗП, виникають впродовж радіальної координати у напрямку поля  $E_0$  області локального екстремуму електростатичного потенціалу. Відносні зміни іонної концентрації в цих областях залежать як від поля  $E_0$ , так і від діелектричної сприйнятливості речовини частинок КДФ. Отримані в рамках запропонованої моделі формули (29–35) для розподілу  $\phi(\mathbf{r})$  в чарунці явно враховують внесок поляризації окремих компонентів в електрофізичні характеристики плазми та “відстежують” трансформації структури кулонівських мікронеоднорідностей в околах частинок КДФ. З використанням принципу ЛТР отримані результати відкривають нові можливості для керування властивостями ГПС у сучасних високотемпературних технологіях з високими питомими енерговнесками за допомогою зовнішніх електричних полів. Теоретичні формули для розподілу локального електричного поля, що їх отримано в роботі, можуть бути використані для розробки методів діагностики та засобів прецизійного контролю і оптимізації режимів роботи плазмохімічних реакторів для отримання жаротривких металів [10].

1. **Marenkov V.I.** Polarization Influence on the Aerosol Plasma Ionization // Journal of Aerosol Science.– 2001, Vol.32, Suppl. 1, P. S995– S996.
2. **Гундиенков В. А., Яковленко С.И.** Взаимодействие заряженных пылинок в облаках термодинамически равновесных зарядов // ЖЭТФ.– 2002, Т.122, Вып. 5(11). – С.1003 -1018.
3. **Маренков В.И.** Вплив електронних та діелектричних властивостей металу на іонізацію гетерогенної плазми, утвореної буферним газом та ансамблем емітуючих металевих макрочастинок // Вісник ОДУ.– Одеса, 2000, Т. 5, Вип. 3. – С. 202–208.
4. **Marenkov V.I.** Coulomb Inhomogeneities in Dusty Plasma Systems. - Physics of Liquid Matter: Modern Problem.- Abstracts of PLM MP 2001, September 14–19, 2001. – P. 1–9.
5. **Marenkov V.I.** Correlation energy and Coulomb microinhomogeneities of heterogeneous plasma systems.-CMD18-2000, Montreux, Switzerland. – 2000, P. 419.
6. **Бейтмен Г., Эрдейи А.** Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функция Лежандра.– М.: Наука, 1965. – 294 с.
7. **Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами.** – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1979.– 832 с.
8. **Фортгов В.Е., Нефедов А.П., Петров О.Ф. и др.** Сильно неидеальная классическая термическая плазма: экспериментальное изучение упорядоченных структур макрочастиц // ЖЭТФ, 1997, Т.111, вып. 3. – С. 467.
9. **Василяк Л.М., Ветчинин С.П., Поляков Д.Н. Фортгов В.Е.** Кооперативный характер образования пылевых структур в плазме // ЖЭТФ. – 2002. – Т.121, вып. 3. – С. 609–613.
10. **Смирнов Б.М.** Кластерная плазма // УФН. – 2000. – Т.170, № 5. – С. 495–534.

Одержано 28.05.2003 р.