

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова  
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій  
Кафедра методів математичної фізики

## Дипломна робота

бакалавра

на тему: «**Вісісиметрична задача кручення пружнього  
циліндру з круговою тріщиною**»

«Axisymmetric problem of torsion of an elastic cylinder with a circular crack»

Виконав: студент денної форми навчання  
спеціальності 113 Прикладна математика  
Іванов Віктор Ігорович

Керівник: канд. фіз.-мат. наук, доц. Проце-  
ров Ю. С.

Рецензент: доктор фіз.-мат. наук, проф.  
Вайсфельд Н.Д.

Рекомендовано до захисту:  
Протокол засідання кафедри  
№ \_\_\_\_ від «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ р.  
Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № \_\_\_\_\_  
Протокол № \_\_\_\_ від «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ р.  
Оцінка \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_  
Голова ЕК

Одеса — 2022 р.

## ЗМІСТ

Вступ	3
1 Основна частина	4
1.1 Постановка задачі . . . . .	4
1.2 Зведення задачі до одновимірної крайової задачі . .	6
1.3 Розв'язок одновимірної крайової задачі . . . . .	7
1.4 Отримання інтегрального рівняння та аналіз його ядра . . . . .	12
Висновки	14
Список літератури	15

## ВСТУП

В багатьох конструкціях машинобудування та будівництва використовуються елементи циліндричної форми, що підлягають крученню. Наявність у цих елементах дефектів у вигляді тріщин знижає їх механічну стійкість та може спричинити руйнування. Тому задачі теорії пружності для тіл циліндричної форми з дефектами є актуальними.

Дана дипломна робота саме присвячена розгляданню вісісиметричної задачі кручення пружнього циліндру з круговою тріщиною. За допомогою методу інтегральних перетворень розв'язок цієї задачі зведено до інтегрального рівняння відносно невідомого стрибка переміщень на тріщині. Отримане інтегральне рівняння, після виділення сингулярної частини ядра, було представлено у такому вигляді, який допускає його розв'язання за допомогою метода ортогональних многочленів.

## ВИСНОВКИ

В дипломній роботі була розглянута вісісиметрична задача кручення пружнього циліндру з круговою тріщиною. Розв'язок цієї задачі зведено до інтегрально-диференційного рівняння. Проаналізовано ядра цього рівняння та виділено його сингулярну частину у вигляді похідної від інтеграла Вебера-Шефхейтліна. Після цього розв'язок отриманого рівняння може бути побудовано методом ортогональних многочленів.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Процеров Ю.С. Методичні вказівки до курсу «Математичне моделювання деяких задач механіки і техніки» для студентів 3 курсу спеціальності «Прикладна математика» / Ю.С. Процеров, О.П. Мойсеєнок. – Одеса, 2015. – 61 с.
2. Попов Г.Я., Реут В.В., Вайсфельд Н.Д. Навчальний посібник з курсу «Рівняння математичної фізики. Метод інтегральних перетворень», Одеса, 2005, 184 с.
3. Попов Г.Я., Реут В.В., Моїсеєв Н.Г., Вайсфельд Н.Д. Навчальний посібник з курсу «Рівняння математичної фізики. Метод ортогональних многочленів», Одеса, 2010, 120 с.
4. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и напряжений. М. Наука, 1982, 343 с.
5. Г. Бейтмен, А. Эрдейи. Высшие трансцендентные функции. Т. 2. М. Наука, 1974, 296 с.
6. Yu. Protserov, N. Vaysfeld. The torsion problem for an elastic multilayered finite cylinder with a circular crack. Applied Mathematics and Mechanics (English Edition). Vol. 38, No 3, Mar. 2017, p. 423 – 438.
7. А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, Д.И. Маричев. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М. Наука, 1981, 800с.