Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра оптимального керування і економічної кібернетики

Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «бакалавр»

«Дослідження одного методу усунення гетероскедастичності залишків у моделі»

«Study of one method of removal heteroscedasticity of residuals in the model»

Виконала: здобувачка денної форми навчання
спеціальності 113 Прикладна математика
Освітня програма «Прикладна математика»
Михайліщук Валентина Дмитрівна

Керівник: канд. фіз.-мат. наук, доц. Яровий А.Т. ___________
Рецензент: канд. фіз.-мат. наук, доц. Таірова М.С.

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ ____ від ______________ 2024 р.

Завідувач кафедри

__________ ____________________

Захищено на засіданні ЕК № _____________

Протокол № ____ від ______________ 2024 р.

Оцінка __________ / __________ / __________

Голова ЕК

__________ _________________________

Одеса — 2024 р.

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність теми: У регресійному аналізі одна з передумов застосування методу найменших квадратів (1МНК) стверджує, що помилки для всіх спостережень повинні мати незмінну дисперсію (гомоскедастичність) і бути вільними від кореляції.

Проте, на практиці часто виникає проблема гетероскедастичності, коли дисперсія залишків є неоднаковою. Це явище особливо поширене у перехресних даних, коли дані отримано в один і той самий момент часу. Економічні суб'єкти або об'єкти (споживачі, фірми, країни тощо) можуть мати різні доходи, розміри, потреби, що спричиняє неоднорідність розкиду точок спостережень та, відповідно, непостійність дисперсії.

Гетероскедастичність значно впливає на результати регресійного аналізу, роблячи оцінки коефіцієнтів неефективними, а дисперсії та стандартні помилки – зміщеними. Це призводить до того, що статистичні висновки, отримані на основі t- та F-статистик, можуть бути недостовірними, а прогностичні якості моделі погіршуються. Тому виявлення та усунення гетероскедастичності є важливим завданням у регресійному аналізі.

На сьогоднішній день існує багато методів виявлення та усунення гетероскедастичності у залишках моделей. Класичні тести, такі як тест Парка, Глейзера та тест Уайта, дозволяють усунути гетероскедастичність шляхом перевірки залежності між залишками та регресорами. Однак, ці методи мають свої недоліки, зокрема складність у виборі правильної форми залежності та тривалість процесу тестування.

У даній роботі досліджується принцип та алгоритм нового методу усунення гетероскедастичності залишків.

Метою цього дослідження є аналіз та порівняння відомих методів виявлення гетероскедастичності та запропонованого методу з метою визначення його ефективності та можливості застосування в практичних задачах моделювання.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА. МЕТОДИ УСУНЕННЯ ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНОСТІ

1.1 Класичний метод усунення гетероскедастичності

Розглядається лінійна регресійна модель виду:

$$y = \sum_{i=1}^{M} \beta_i x_i + u, \tag{1.1}$$

де x_i - регресори, y - залежна змінна, u - залишок. Для оцінки коефіцієнтів β_i використовується метод найменших квадратів. Цей метод може бути застосований за умови виконання деяких вимог до залишків u_i, $i = \overline{1,T}$, T - обсяг вибірки, і регресорів x_j, $j = \overline{1,M}$.

Однією з таких вимог є: $\sum u = \sigma^2(u)I$, де $\sigma^2(u)$ - дисперсія залишків, а I - одинична матриця. Ця вимога означає, що дисперсійно - коваріаційна матриця $\sum u$ повинна бути діагональною з однаковими діагональними елементами, тобто, дисперсії залишків $\sigma^2(u_i), i = \overline{1,T}$ повинні бути рівними. Якщо $\sigma^2(u_i) \neq \sigma^2(u_j), i \neq j$, тоді наявна гетероскедастичність залишків, що означає залежність залишків від регресорів.

Існують дві групи тестів для виявлення гетероскедастичності залишків. До першої групи належать тести Спірмена та Гольдфельда-Квандта, які дозволяють встановити факт наявності або відсутності гетероскедастичності залишків, але не дають змоги дослідити кількісну залежність дисперсії залишків від значень регресорів, тому не допомагають усунути гетероскедастичність залишків.

Друга група тестів відзначається тим, що вони встановлюють наявність конкретного виду залежності між залишками та регресорами. Ці тести забезпечують достатні умови для виявлення гетероскедастичності залишків. Відповідно, якщо умови тесту не виконуються, не можна однозначно стверджувати про відсутність гетероскедастичності залишків.

Якщо виявлено залежність між $|u|$ або u^2 та регресорами, тобто $|u| = f_1(x_1,...,x_M) + \varepsilon_1, u^2 = f_2(x_1,...,x_M) + \varepsilon_2$, то можна оцінити дисперсію $\sigma^2(u_i)$. Після цього початкові дані трансформуються за допомогою матриці перетворень.

$$T = \begin{pmatrix} \frac{1}{\hat{\sigma}(u_1)} & 0 & \cdots 0 & \\ 0 & \frac{1}{\hat{\sigma}(u_2)} & \cdots 0 & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{\hat{\sigma}(u_T)} \end{pmatrix}, \text{ а саме}$$

$[TY|TX] = [Y^1|X^1]$, де $\hat{\sigma}(u_i)$ - оцінки стандартного відхилення, Y - вектор початкових даних залежної змінної (регресанда), а X - матриця початкових значень регресорів.[1]

До нових початкових даних $[Y^1|X^1]$ застосовується метод найменших квадратів. Отримана регресійна модель буде звільнена від гетероскедастичності залишків.

Складність застосування тестів другої групи полягає в тому, що при розгляді конкретного виду залежності між $|u|$ або u^2 і регресорами, якщо доведено, що така залежність відсутня, це означає, що вибір виду залежності був неправильним.

Основна ідея двокрокового методу Гріна полягає у використанні першого кроку для оцінки параметрів регресії, а потім в коригуванні стандартних помилок на основі цих оцінок у другому кроці.

Отже, після усунення автокореляції (наприклад, за допомогою методу Кохрейна-Оркатта), процедура двокрокового методу Гріна може бути описана так:

- **Перший крок:** Знаходження функції залежності залишків (або квадратів залишків) від регресорів. Наприклад, за допомогою тесту Парка, Уайта або Глейзера.
- **Другий крок:** Знаходимо оцінки $\sigma(u_i)$ і будуємо матрицю перетво-

рень.

Процес усунення гетероскедастичності за допомогою двокрокової процедури Гріна може бути дещо складним і довгим, оскільки вимагає підбору відповідного виду функції залежності та оцінки її параметрів. Це може включати проведення різних тестів на вибір відповідної функції та процедуру оцінювання параметрів.[3]

У зв'язку з цим пропонується використовувати новий і досить простий метод усунення гетероскедастичності залишків. Використовуючи елементи певної матриці, цей метод дозволяє оцінити параметри $\sigma(u_i)$.

1.2 Метод матричної підгонки для усунення гетероскедастичності у залишках регресійних моделей

Розглядається регресійна модель, яка представлена наступним чином:

$$y = \sum_{i=1}^{M} \beta_i x_i + u, \tag{1.2}$$

або у матричномц вигляді $Y = X\beta + u$. Коефіцієнти β_i оцінюються методом найменших квадратів, отримуємо $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y$. Тоді теоретичні значення $\hat{y}$ визначаються наступним чином:

$$\hat{y} = X\hat{\beta} = X(X^T X)^{-1} X^T Y = NY \tag{1.3}$$

де матриця $N = X(X^T X)^{-1} X^T$ відома як матриця підгонки. Вона має властивості симетричності і ідемпотентності, що означає $N^2 = N$.

$$\begin{aligned} N^T &= [X(X^T X)^{-1} X^T]^T = [(X(X^T X)^{-1}) X^T]^T = \\ &= (X^T)^T (X(X^T X)^{-1})^T = X[X(X^T X)^{-1}]^T = X[(X^T X)^{-1}]^T X^T = \\ &= X[(X^T X)^T]^{-1} X^T = X(X^T X)^{-1} X^T = N. \end{aligned} \tag{1.4}$$

Далі,

$$N^2 = [X(X^TX)^{-1}X^T][X(X^TX)^{-1}X^T] = X[(X^TX)^{-1}X^TX][(X^TX)^{-1}X^T] =$$
$$= XI(X^TX)^{-1}X^T = X(X^TX)^{-1}X^T = N \tag{1.5}$$

Використовуючи властивості матриці N, можна показати, що

$$\sum_K n_{ik}^2 = n_{ii}. \tag{1.6}$$

Позначивши $M(x)$ як математичне очікування x, $\mathrm{Cov}(x,y)$ як коваріацію між x і y, $\sigma^2(x)$ як дисперсію x, а також використовуючи інші стандартні властивості математичного сподівання та коваріації ($\sigma^2(x) = M(x-M(x))^2$, $M(x \pm y) = M(x) \pm M(y)$, $\mathrm{Cov}(x,y) = M[(x-M(x))(y-M(y))]$, $M(xy) = M(x)M(y)$, $\mathrm{Cov}(x+y,z) = \mathrm{Cov}(x,z) + \mathrm{Cov}(y,z)$), припускаємо, що залишки u_i, $i = \overline{1,T}$ є незалежними та однаково розподіленими, з нульовим середнім значенням та скінченною дисперсією $\sigma^2 < +\infty$.

Далі, припускаючи, що наша регресійна задача є частиною нескінченної послідовності аналогічних задач, де кількість спостережень T та, можливо, кількість параметрів M, прямують до нескінченності, для зручності ми будемо опускати індекс, що вказує на положення нашої задачі в послідовності задач.

У методі корекції гетероскедастичності залишків важливо мати оцінку $\sigma(u_i), i = \overline{1,T}$. Покажемо, що $\hat{\sigma}^2(u_i) = (1-n_{ii})\sigma^2$, де n_{ii} - діагональні елементи матриці N.

Таким чином,

$\hat{y}_c = \sum_K n_{ik} y_k = \sum_K n_{ik}(\hat{y}_k + u_k)$. Тоді
$\sigma^2(\hat{y}_i) = M[\hat{y}_i - M(\hat{y}_i)]^2 = M[\sum_K n_{ik}(\hat{y}_k + u_k) - M(\sum_k n_{ik}(\hat{y_K} + u_k))]^2 =$
$M[\sum_K n_{ik}(\hat{y}_k + u_k) - \sum_K n_{ik}\hat{y}_k]^2 = M[\sum_K n_{ik}u_k]^2 =$
$M[\sum_K n_{ik}^2 u_k^2 + 2\sum_{P=1}^{T}\sum_{j>P} n_{ip}u_p n_{ij}u_j] =$
$M[\sum_K n_{ik}^2 u_k^2] = \sum_K n_{ik}^2 M(u_k^2) = \sum_K n_{ik}^2 \sigma^2 = n_{ii}\sigma^2$
Далі, $\sigma^2(y_i) = \sigma^2(\hat{y}_i + u_i) = M[\hat{y}_i + u_i - M(\hat{y}_i + u_i)]^2 =$
$M[\hat{y}_i + u_i - \hat{y}_i]^2 = M(u_i^2) = \sigma^2$.
Маємо, $\sigma^2(u_i) = \sigma^2(y_i - \hat{y}_i) = \sigma^2(y_i) + \sigma^2(\hat{y}_i) - 2\mathrm{Cov}(y_i, \hat{y}_i)$.
Обчислимо $\mathrm{Cov}(y_i, \hat{y}_i) : \mathrm{Cov}(y_i, \hat{y}_i) = \mathrm{Cov}(\hat{y}_i + u_i, \hat{y}_i)$
$= \mathrm{Cov}(\hat{y}_i, \hat{y}_i) + \mathrm{Cov}(u_i, \hat{y}_i) = \sigma^2(\hat{y}_i) + 0 = \sigma^2(\hat{y}_i)$.
(1.7)

Таким чином, маємо: $\sigma^2(u_i) = \sigma^2(y_i) + \sigma^2(\hat{y}_i) - 2cov(y_i, \hat{y}_i) = \sigma^2(y_i) + \sigma^2(\hat{y}_i) - 2\sigma^2(\hat{y}_i) = \sigma^2(y_i) - \sigma^2(\hat{y}_i) = \sigma^2 - n_{ii}\sigma^2 = \sigma^2(1 - n_{ii})$ (σ^2 - для всіх регресій, а для однієї - u_i^2)

Отже, ми отримали оцінку $\sigma^2(u_i) = u_i^2(1 - n_{ii})$, далі проведемо обчислення оцінки $\sigma(u_i) = \sqrt{u_i^2(1 - n_{ii})}$ і матрицю перетворень T^H.

1.3 Постановка задачі

У даній роботі основною задачею є усунення гетероскедастичності в лінійних трифакторних і двофакторних моделях, побудованих на основі даних соціально-економічних показниках 50 країн світу (Додаток А) та показників виробничо-господарської діяльності 50 підприємств (Додаток Б).

Основні підходи до розв'язання поставленої задачі включають:

- Побудову лінійних регресійних моделей на основі даних.

- Перевірка автокореляції залишків: за допомогою тесту Дарбіна — Уотсона та усунення автокореляції методом Кохрейна — Оркатта.
- Тестування залишків моделей на наявність гетероскедастичності за допомогою тесту Гольдфельда—Квандта.
- Порівняння ефективності нового методу усунення гетероскедастичності з відомим тестом Уайта. [2]

РОЗДІЛ 2

ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

2.1 Тест Уайта

Цей метод аналізу, що базується на оцінці дисперсії похибок регресії, має широке практичне застосування в статистичних дослідженнях. Зокрема, він часто використовується для визначення ступеня гетероскедастичності даних, тобто нерівномірності дисперсії похибок у залежності від значень регресорів. [4]

В рамках даного методу припускається, що дисперсія похибок регресії (σ_t^2) є функцією від спостережуваних значень регресорів (x_t), де t - порядковий номер спостереження, а T - загальна кількість спостережень.

Часто для апроксимації функції $f(x)$ обирають квадратичну форму, оскільки це відображає лінійну залежність середньоквадратичної похибки регресії від значень регресорів.

Зокрема, Уайт запропонував оцінювати вираз за допомогою квадратів залишків

$$u_t^2 = f(x_t) + \varepsilon_t, t = \overline{1, T}, \tag{2.1}$$

де ε_t - випадковий член [1].

Якщо регресія з цими залишками значимо відрізняється від нуля, то можна стверджувати про наявність гетероскедастичності, тобто нерівномірної варіабельності похибок регресії. Такий аналіз є важливим етапом при дослідженні моделей та даних у різних наукових дисциплінах, таких як економіка, соціологія, психологія та інші.[5]

2.2 Класичний метод усунення гетероскедастичності

Розглянемо соціально-економічні показники 50 країн світу: $Y = Y4$ — Приріст населення (% на рік), $X = X4$ — смертність серед малюків (на 1000 чол.).

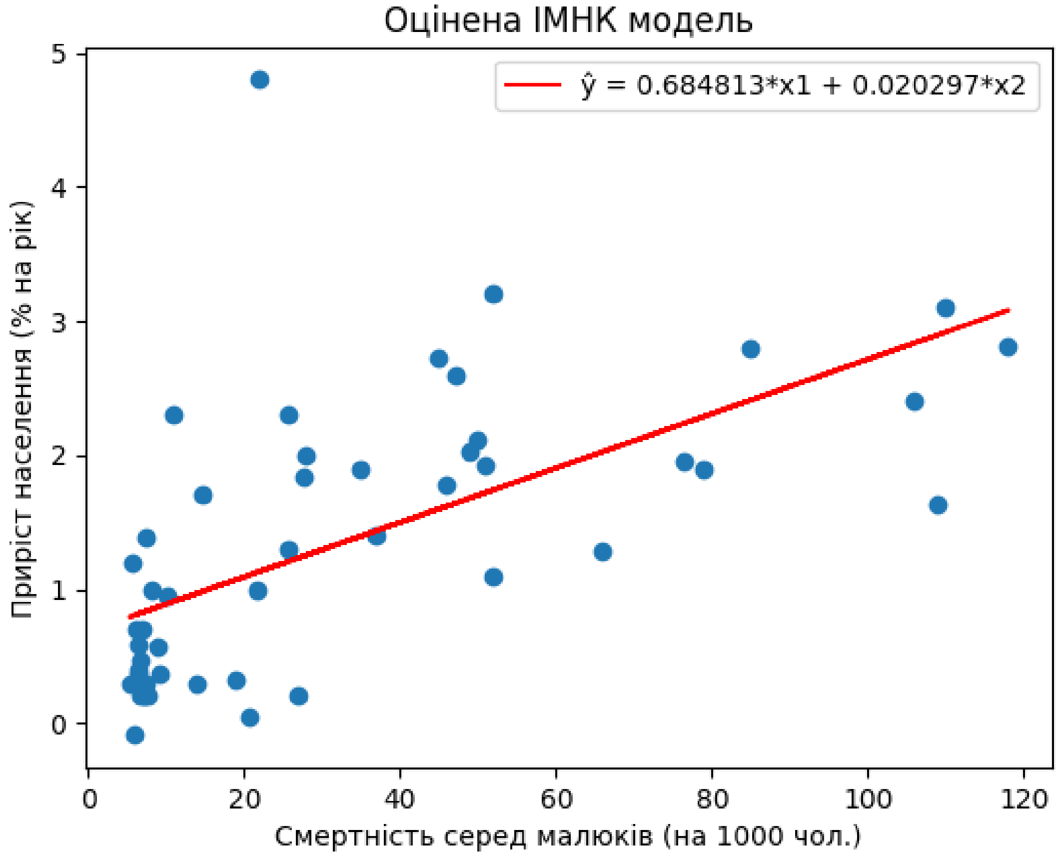

Рис. 2.1. Двофакторна лініна модель

Автокореляція залишків першого порядку відсутня. $F_{\text{ст}} = 2.405 > F_{\text{кр}} = 1.94$, отже з ймовірністю 90% гетероскедастичність залишків існує

Застосовуючи двокроковий метод і припускаючи, що існує залежність виду:

$$u_t^2 = a_1 x_{1t} + a_2 x_{2t} + \varepsilon_t, t = \overline{1, T}, \tag{2.2}$$

де ε_t - випадковий член. Коефіцієнти цієї регресії оцінимо методом 1МНК:

$$u^2 = 0.734613 * x_1 + -0.001653 * x_2 \tag{2.3}$$

Далі, оцінивши, σ_i, будуємо матрицю перетворень і перетворюємо початкові дані. Будуємо регресійну моделі методом 1МНК і розраховуємо $F_{\text{ст}} = 2.794 > F_{\text{кр}}$. Зробивши 10 ітерацій, можемо спостерігати збільшення $F_{\text{ст}} = 3.778$. Отже, гетероскедастичність не усунуто.

2.3 Емпіричне дослідження ефективності нового методу на прикладах побудови регресійних моделей

2.3.1 Приклад двофакторної моделі

Розглянемо соціально-економічні показники 50 країн світу: $Y = Y2$ — тривалість життя жінок (у роках), $X = X4$ — смертність серед малюків (на 1000 чол.).

Побудуємо лінійну регресійну модель методом найменших квадратів:

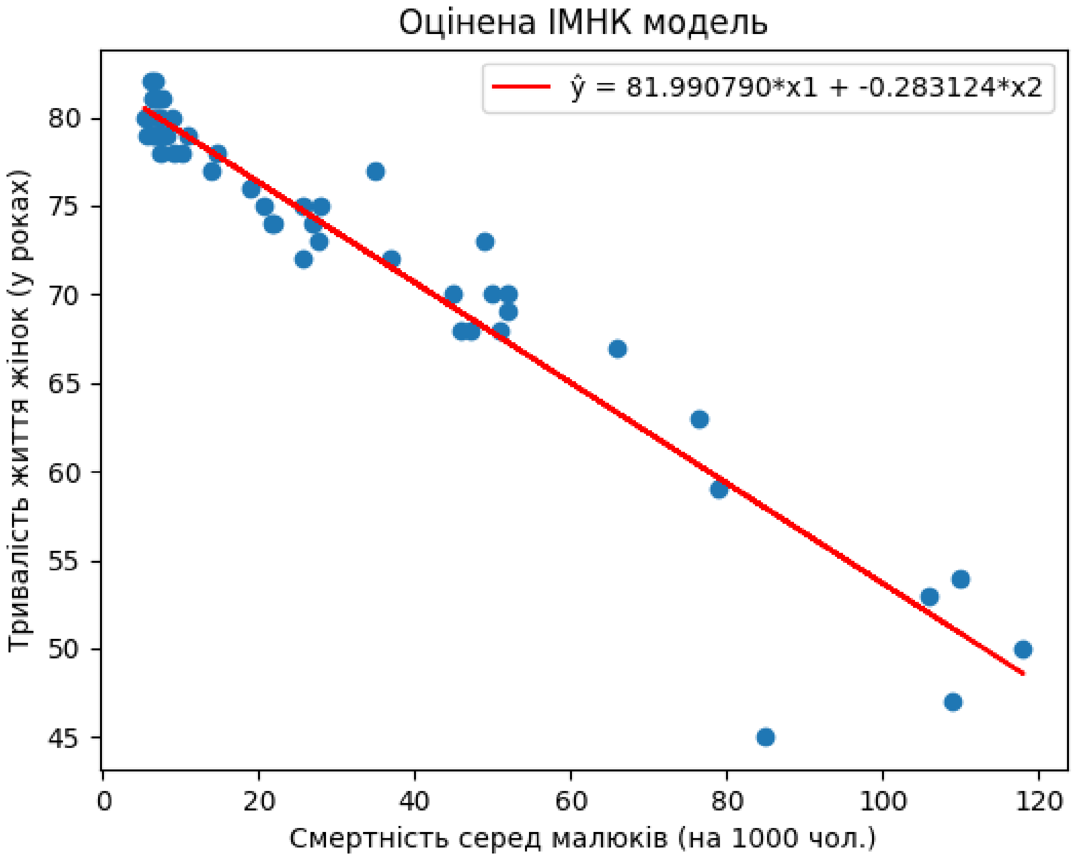

Рис. 2.2. Двофакторна лініна модель

Перевіримо залишки на автокореляцію. Застосуємо Тест Дарбіна — Уотсона [1].

Розраховуємо значення d_{st} за формулою:

$$d_{st} = \frac{\sum_{i=2}^{T} (u_i - u_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{T} u_i^2} \tag{2.4}$$

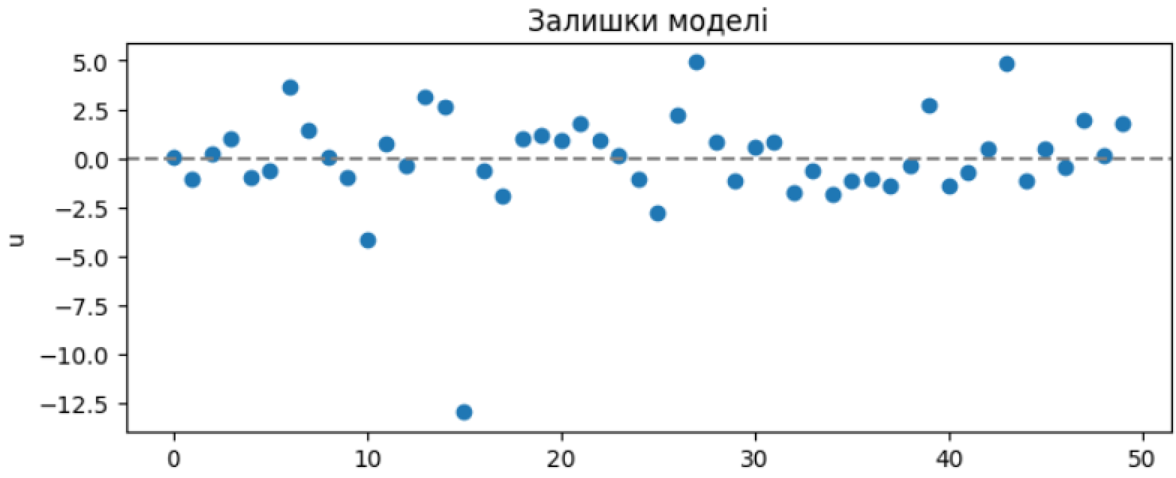

Рис. 2.3. $d_{\text{ст}} = 2.005$. Автокореляція залишків першого порядку відсутня

Тест Гольдфельда – Квандта є статистичним методом для виявлення гетероскедастичності випадкових помилок у регресійній моделі. Він застосовується для аналізу невеликих вибірок та передбачає незалежність та нормальний розподіл випадкових величин. Перевірка нормальності розподілу помилок здійснюється за допомогою відомих методів математичної статистики, таких як критерій хі-квадрат або критерій Колмогорова [6].

$p_{value} = 0.146$, $statistic = 0.158$

Таким чином, на рівні значущості 0.05 ми не можемо відкинути припущення про нормальність розподілу залишків регресійної моделі. Вважаємо, що залишки нормально розподілені.

Тест Гольдфельда Квандта:

$F_{\text{ст}} = 12.203$;

Оскільки $F_{\text{ст}} > F_{\text{кр}} = 1.94$, то гетероскедастичність залишків існує з ймовірністю 90 %.

Для усунення гетероскедастичності застосовуємо метод матриці підгонки. Фінальна Модель, застосована до нових початкових даних після матриці перетворень T, має вигляд: $y = 81.901120 * x_1 + -0.275996 * x_2$

$F_{\text{ст}} = 1.170$; Оскільки $F_{\text{ст}} < F_{\text{кр}}$, то гетероскедастичність залишків тепер відсутня.

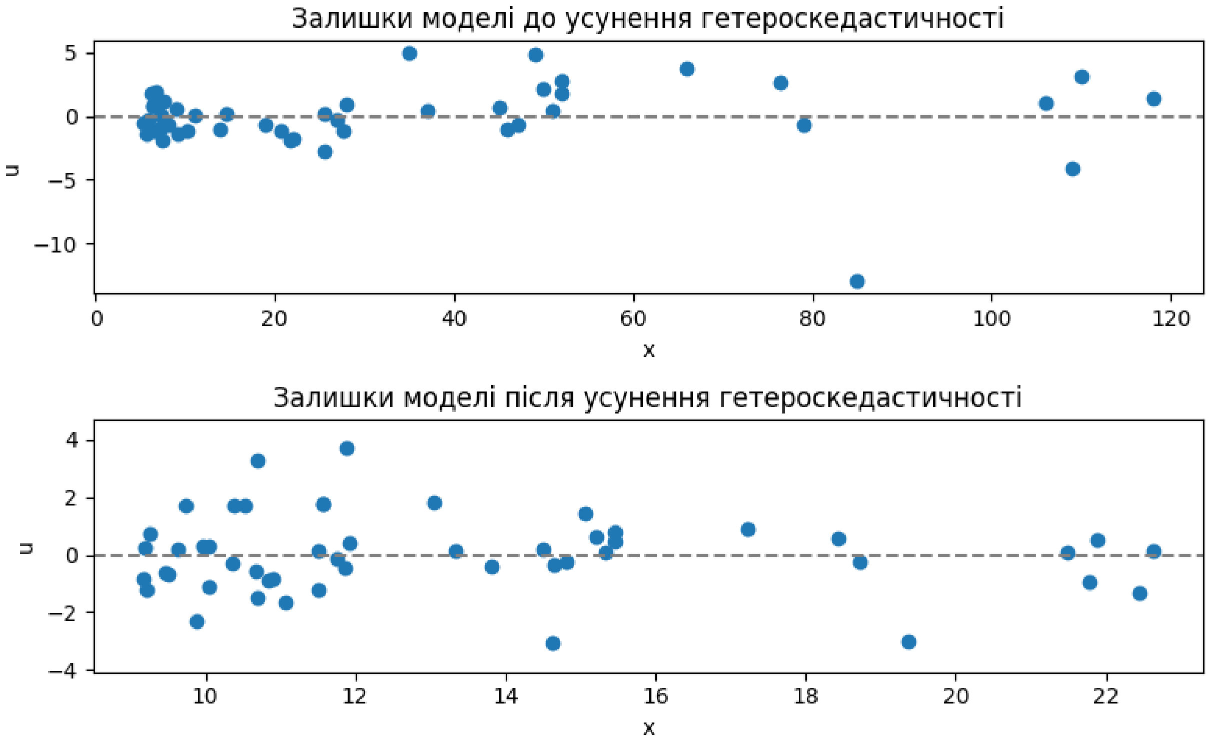

Рис. 2.4. Результат застосування методу матриці підгонки для двофакторної моделі

2.3.2 Приклад трифакторної моделі

Розглянемо показники виробничо-господарської діяльності 50 підприємств: $Y = Y1$ — продуктивність праці, $X1$ — трудомісткість одиниці продукції, $X2$ — питома вага робітників у складі промислово-виробничого персоналу.

Побудуємо лінійну регресійну модель методом найменших квадратів:

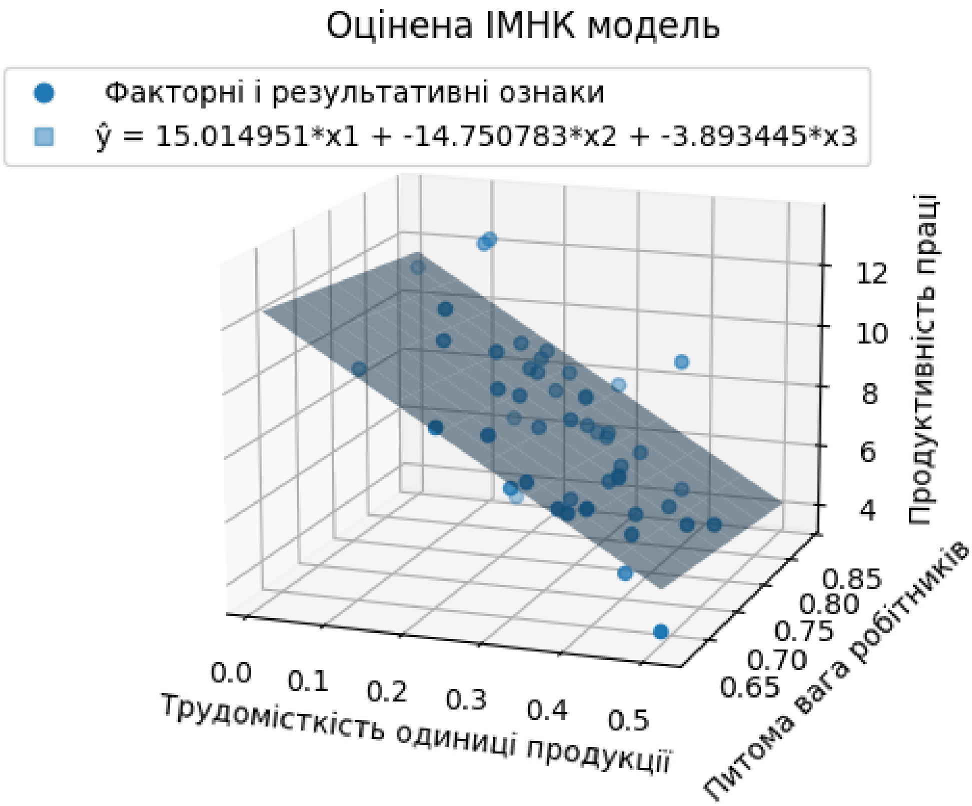

Рис. 2.5. Трифакторна лініна модель

Перевіримо залишки на автокореляцію. Застосуємо Тест Дарбіна — Уотсона. $d_{\text{ст}} = 1.549$ попадає в область невизначеності. Це означає, що немає достатніх підстав для ухвалення рішень про наявність або відсутність автокореляції залишків. Будемо вважати, що автокореляція залишків першого порядку присутня з ймовірністю 90 % й усунемо її методом Кохрейна — Оркатта. В результаті отримуємо:

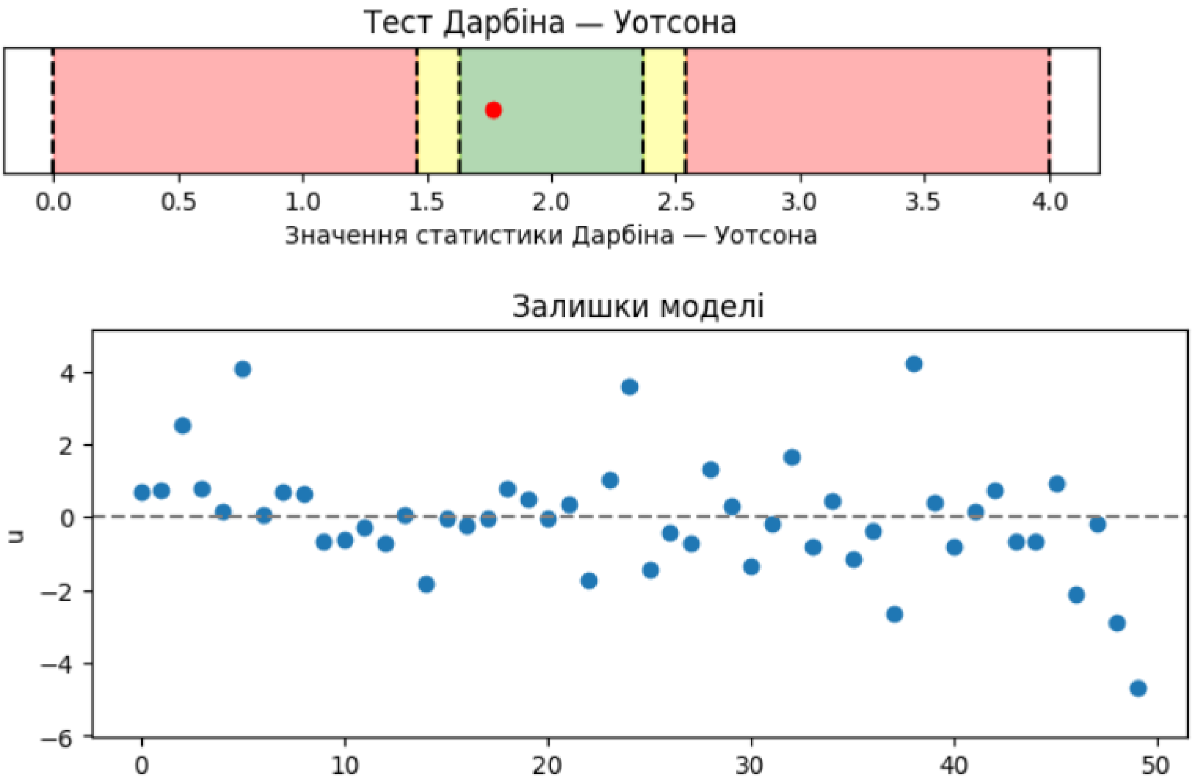

Рис. 2.6. $d_{\text{ст}} = 1.763$. Автокореляція залишків першого порядку відсутня

За результатами критерія Колмогорова вважаємо, що що залишки нормально розподілені: $p_{value} = 0.907$, $statistic = 0.077$

Оскільки невідомо, щодо якої саме змінної може існувати гетероскедастичність залишків, застосовуємо тест Гольдфельда — Квандта, проводячи аналіз послідовно для всіх змінних моделі:

$F_{\text{ст}}^{x_2} = 0.278$, $F_{\text{ст}}^{x_3} = 3.830$

Найбільшу $F_{\text{ст}}$ має змінна x_3. Далі, для усунення гетероскедастичності застосовуємо метод матриці підгонки. Фінальна Модель має вигляд:

$y = 14.944159 * x_1 - 14.579126 * x_2 - 3.864584 * x_3$

$F_{\text{ст}}^{x_3} = 0.822$; Оскільки $F_{\text{ст}}^{x_3} < F_{\text{кр}} = 1.94$, то гетероскедастичність залишків тепер відсутня.

2.4 Порівняння з двокроковим методом Гріна

2.5 Результат

Було проведено аналіз 30 прикладів побудови лінійних регресійних моделей на реальних даних (Додаток В) (посилання на код можна знайти у списку літератури) [8].

В усіх цих прикладах була виявлена гетероскедастичність у початкових моделях. Застосування нового методу усунення гетероскедастичності, який базується на елементах матриці перетворень для оцінки параметрів (σ_t^2) , дозволило успішно усунути гетероскедастичність у всіх цих прикладах.

Однак, важливо відзначити, що двокроковий метод Гріна не завжди справлявся з цим завданням за одну ітерацію. В деяких випадках тест Уайта не точно визначав залежність між залишками та регресорами, що призводило до необхідності додаткових ітерацій та витрат часу на вибір правильного виду залежності.

При аналізі двофакторних моделей було виявлено, що кількість прикладів обмежена, оскільки використання лише двох показників може бути недостатнім для визначення лінійної залежності між змінними. Специфікація моделі не завжди була вдалою, оскільки в деяких випадках залежність між змінними могла бути нелінійною.

У подальших дослідженнях рекомендується приділити більше уваги аналізу та уточненню специфікації моделі, а також розширити обсяг прикладів для аналізу двофакторних моделей з метою отримання більш репрезентативних результатів.

Загалом, практична частина дослідження підтвердила ефективність нового методу усунення гетероскедастичності, підкресливши його переваги порівняно з традиційним підходом.

2.5.1 Приклад

Розглянемо соціально-економічні показники 50 країн світу: $Y = Y4$ — приріст населення (% на рік), $X = X6$ — ВВП на душу населення (у дол. США за купівельною спроможністю валют).

Побудуємо лінійну регресійну модель методом найменших квадратів:

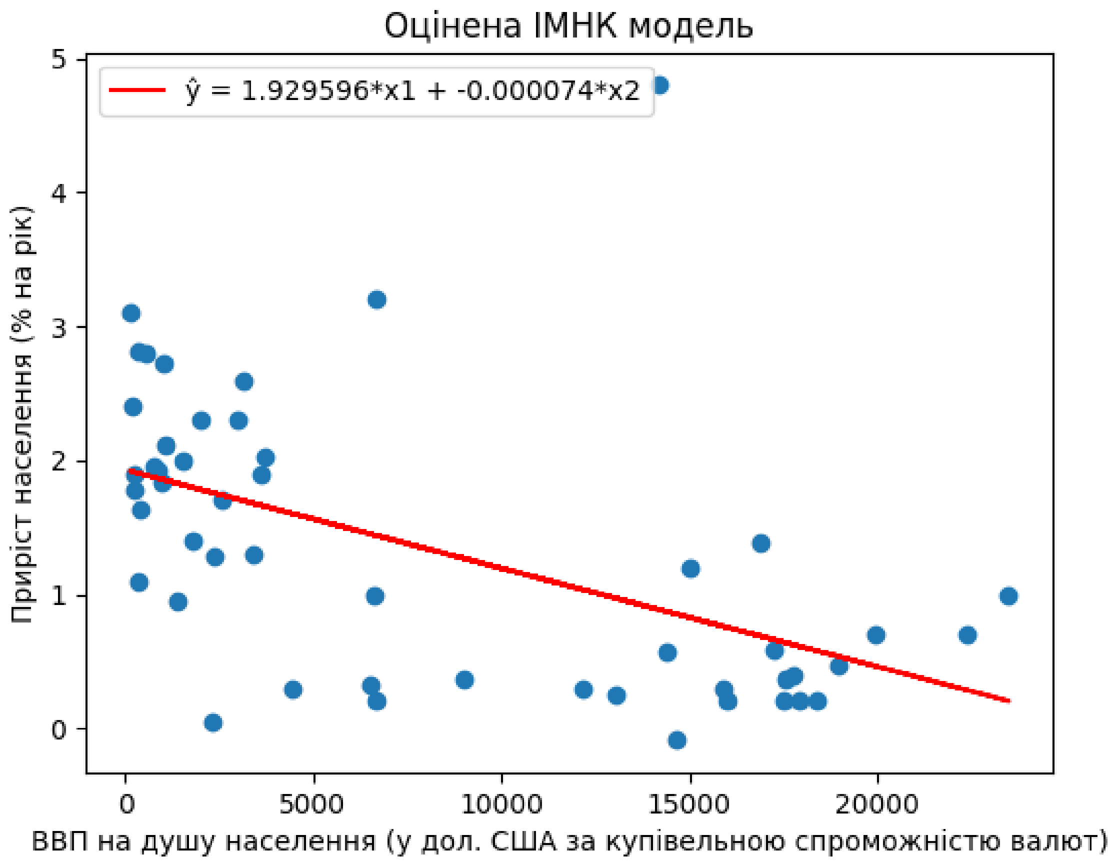

Рис. 2.7. Двофакторна лініна модель

Перевіримо залишки на автокореляцію. Застосуємо Тест Дарбіна — Уотсона: $d_{\text{ст}} = 1.996$. Автокореляція залишків першого порядку відсутня. Залишки нормально розподілені

Тест Гольдфельда Квандта: $F_{\text{ст}} = 2.729$;

Оскільки $F_{\text{ст}} > F_{\text{кр}} = 1.94$, то гетероскедастичність залишків існує з ймовірністю 90 %.

Застосовуючи двокроковий метод і припускаючи, що існує залежність виду:

$$u_t^2 = a_1x_{1t} + a_2x_{2t} + \varepsilon_t, t = \overline{1, T}, \tag{2.5}$$

де ε_t - випадковий член. За дві ітерації гетероскедастичність усунуто і $y = 2.035249 * x_1 - 0.000075 * x_2$, $F_{\text{ст}} = 1.663$.

Тепер застосуємо метод матриці підгонки. Тоді фінальна Модель має вигляд: $y = 1.929615 * x_1 - 0.000079 * x_2$, $F_{\text{ст}} = 0.415$.

Гетероскедастичність усунуто за одну ітерацію.

Отже, новий метод ефективніше усуває гетероскедастичність, забезпечуючи меншу кількість ітерацій.

ВИСНОВКИ

У даній роботі було проведено дослідження методу виявлення та усунення гетероскедастичності у лінійних регресійних моделях. Основна увага приділялася новому методу, який використовує елементи матриці перетворень для оцінки параметрів δ_{u_i}. Цей метод був перевірений на прикладах побудови лінійної регресії для двофакторних та трифакторних моделей.

Після побудови та аналізу 30 моделей було виявлено, що новий метод ефективніше усуває гетероскедастичність, оскільки у ньому не потрібно визначати функцію залежності залишків від регресорів.

Це є важливим результатом, оскільки при використанні класичного двокрокового методу не завжди можна точно визначити формулу функції залишків, що може призвести до тривалого процесу вибору правильного виду залежності та, як наслідок, до менш ефективного усунення гетероскедастичності.

Крім того, метод абезпечує меншу кількість ітерацій у порівнянні з класичним двокроковим методом.

Отримані результати свідчать про те, що новий метод є перспективним інструментом для використання в економетричних дослідженнях та аналітичній роботі з перехресними даними. Він дозволяє підвищити точність оцінок параметрів моделей, що, в свою чергу, сприяє покращенню прогнозних якостей моделей та достовірності висновків. Це відкриває можливості для більш широкого застосування нового методу в інших галузях, де проблема гетероскедастичності є актуальною.

Таким чином, у рамках даного дослідження було запропоновано та емпірично підтверджено ефективність нового методу усунення гетероскедастичності, який має значний потенціал для застосування у практичній економетриці.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. А. Т. Яровий, Є. М. Страхов - Економетрія - Навчально-методичний посібник для студентів математичних та економічних спеціальностей - Освіта України - 2017 - Одеса
2. Економетрика: методичні рекомендації і завдання до самостійної роботи за темою "Проблеми в побудові лінійних множинних регресійних моделей: гетероскедастичність"для студентів усіх спеціальностей першого (бакалаврського) рівня / уклад. І. Л. Лебедєва, А. В. Жуков, С. С. Лебедєв. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2019. – 33 с.
3. М. В. Диха, В. С. Мороз - Економетрія - Навчальний посібник - 2019 - 206 с.
4. Руденко В. М. Математична статистика. Навч. посіб. – К.: Центр учбової літератури, 2012. - 304 с.
5. Пономаренко В. С., Малярець Л. М. Багатовимірний аналіз соціально-економічних систем: навч. посіб. Харків: Вид. ХНЕУ, 2019. 384 с.
6. Прикладна економетрика : навч. посіб. : у двох частинах. П75 Частина 1 : / Л. С. Гур'янова, Т. С. Клебанова, С. В. Прокопович та ін. – Харків : ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2016. – 235 с.
7. Шульгін , О.Я. і Ніколюк , П.К. 2024. Важливість аналізу коефіцієнта регуляризації для розв'язання задач поліноміальної регресії. Прикладні аспекти сучасних міждисциплінарних досліджень. (Січ 2024), 252-254.
8. Посилання на код - `https://www.kaggle.com/code/mikhasx/heteroskedasticity-method`

ДОДАТКИ

Додаток А

Табл. 2.1. Показники діяльності підприємств

№	Y1	Y2	Y3	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X11	X12	X13	X14
1	9,26	204,2	13,26	0,23	0,78	0,4	1,37	1,23	0,23	1,45	26006	167,69	47750	6,4	166,32	10,08	17,72
2	9,38	209,6	10,16	0,24	0,75	0,26	1,49	1,04	0,39	1,3	23935	186,1	50391	7,8	92,88	14,76	18,39
3	12,11	222,6	13,72	0,19	0,68	0,4	1,44	1,8	0,43	1,37	22589	220,45	43149	9,76	158,04	6,48	26,46
4	10,81	236,7	12,85	0,17	0,7	0,5	1,42	0,43	0,18	1,65	21220	169,3	41089	7,9	93,96	21,96	22,37
5	9,35	62	10,63	0,23	0,62	0,4	1,35	0,88	0,15	1,91	7394	39,53	14257	5,35	173,88	11,88	28,13
6	9,87	53,1	9,12	0,43	0,76	0,19	1,39	0,57	0,34	1,68	11586	40,41	22661	9,9	162,3	12,6	17,55
7	8,17	172,1	25,83	0,31	0,73	0,25	1,16	1,72	0,38	1,94	26609	102,96	52509	4,5	88,56	11,52	21,92
8	9,12	56,5	23,39	0,26	0,71	0,44	1,27	1,7	0,09	1,89	7801	37,02	14903	4,88	101,16	8,28	19,52
9	5,88	52,6	14,68	0,49	0,69	0,17	1,16	0,84	0,14	1,94	11587	45,74	25587	3,46	166,32	11,52	23,99
10	6,3	46,6	10,05	0,36	0,73	0,39	1,25	0,6	0,21	2,06	9475	40,07	16821	3,6	140,76	32,4	21,76
11	6,22	53,2	13,99	0,37	0,68	0,33	1,13	0,82	0,42	1,96	10811	45,44	19459	3,56	128,52	11,52	25,68
12	5,49	30,1	9,68	0,43	0,74	0,25	1,1	0,84	0,05	1,02	6371	41,08	12973	5,65	177,84	17,28	18,13
13	6,5	146,4	10,03	0,35	0,66	0,32	1,15	0,67	0,29	1,85	26761	136,14	50907	4,28	114,48	16,2	25,74
14	6,61	18,1	9,13	0,38	0,72	0,02	1,23	1,04	0,48	0,88	4210	42,39	6920	8,85	93,24	13,32	21,21
15	4,32	13,6	5,37	0,42	0,68	0,06	1,39	0,66	0,41	0,62	3557	37,39	5736	8,52	126,72	17,28	22,97
16	7,37	89,8	9,86	0,3	0,77	0,15	1,38	0,86	0,62	1,09	14148	101,78	26705	7,19	91,8	9,72	16,38
17	7,02	62,5	12,62	0,32	0,78	0,08	1,35	0,79	0,56	1,6	9872	47,55	20068	4,82	69,12	16,2	13,21
18	8,25	46,3	5,02	0,25	0,78	0,2	1,42	0,34	1,76	1,53	5975	32,61	11487	5,46	66,24	24,84	14,48
19	8,15	103,5	21,18	0,31	0,81	0,2	1,37	1,6	1,31	1,4	16662	103,25	32029	6,2	67,68	14,76	13,38
20	8,72	73,3	25,17	0,26	0,79	0,3	1,41	1,46	0,45	2,22	9166	38,95	18946	4,25	50,4	7,56	13,69
21	6,64	76,6	19,4	0,37	0,77	0,24	1,35	1,27	0,5	1,32	15118	81,32	28025	5,38	70,56	8,64	16,66
22	8,1	73	21	0,29	0,78	0,1	1,48	1,58	0,77	1,48	11429	67,26	20968	5,88	72	8,64	15,06
23	5,52	32,3	6,57	0,34	0,72	0,11	1,24	0,68	1,2	0,68	6462	59,92	11049	9,27	97,2	9	20,09
24	9,37	199,6	14,19	0,23	0,79	0,47	1,4	0,86	0,21	2,3	24628	107,34	45893	4,36	80,28	14,76	15,98
25	13,17	598,1	15,81	0,17	0,77	0,53	1,45	1,98	0,25	1,37	49727	512,6	99400	10,31	51,48	10,08	18,27
26	6,67	71,2	5,23	0,29	0,8	0,34	1,4	0,33	0,15	1,51	11470	53,81	20719	4,69	105,12	14,76	14,42
27	5,68	90,8	7,99	0,41	0,71	0,2	1,28	0,45	0,66	1,43	19448	80,83	36813	4,16	128,52	10,44	22,76
28	5,22	82,1	17,5	0,41	0,79	0,24	1,33	0,74	0,74	1,82	18963	59,42	33956	3,13	94,68	14,76	15,41
29	10,02	76,2	17,16	0,22	0,76	0,54	1,22	0,03	0,32	2,62	9185	36,96	17016	4,02	85,32	20,52	19,35
30	8,16	119,5	14,54	0,29	0,78	0,4	1,28	0,99	0,89	1,75	17478	91,43	34873	5,23	76,32	14,4	16,83
31	3,78	21,9	6,24	0,51	0,62	0,2	1,47	0,24	0,23	1,54	6265	17,16	11237	2,74	153	24,84	30,53
32	6,48	48,4	12,08	0,36	0,75	0,64	1,27	0,57	0,32	2,25	8810	27,29	17306	3,1	107,64	11,16	17,98
33	10,44	173,5	9,49	0,23	0,71	0,42	1,51	1,22	0,54	1,07	17659	184,33	39250	10,44	90,72	6,48	22,09
34	7,65	74,1	9,28	0,26	0,74	0,27	1,46	0,68	0,75	1,44	10342	58,42	19074	5,65	82,44	9,72	18,29
35	8,77	68,6	11,42	0,27	0,65	0,37	1,27	1	0,16	1,4	8901	59,4	18452	6,67	79,92	3,24	26,05
36	7	60,8	10,31	0,29	0,66	0,38	1,43	0,81	0,24	1,31	8402	49,63	17500	5,91	120,96	6,48	26,2
37	11,06	355,6	8,65	0,01	0,84	0,35	1,5	1,27	0,59	1,12	32625	391,27	7888	11,99	84,6	5,4	17,26
38	9,02	264,8	10,94	0,02	0,74	0,42	1,35	1,14	0,56	1,16	31160	258,62	58947	8,3	85,32	6,12	18,83
39	13,28	526,6	9,87	0,18	0,75	0,32	1,41	1,89	0,63	0,88	46461	75,66	94697	1,63	101,52	8,64	19,7
40	9,27	118,6	6,14	0,25	0,75	0,33	1,47	0,67	1,1	1,07	13833	123,68	29626	8,94	107,64	11,88	16,87
41	6,7	37,1	12,93	0,31	0,79	0,29	1,35	0,96	0,39	1,24	6391	37,21	11688	5,82	85,32	7,92	14,63
42	6,69	57,7	9,78	0,38	0,72	0,3	1,4	0,67	0,73	1,49	11115	53,37	21955	4,8	131,76	10,08	22,17
43	9,42	51,6	13,22	0,24	0,7	0,56	1,2	0,98	0,28	2,03	6555	32,87	12243	5,01	116,64	18,72	22,62
44	7,24	64,7	17,29	0,31	0,66	0,42	1,15	1,16	0,1	1,84	11085	45,63	20193	4,12	138,24	13,68	26,44
45	5,39	48,3	7,11	0,42	0,69	0,26	1,09	0,54	0,68	1,22	9484	48,41	20122	5,1	156,96	16,56	22,26
46	5,61	15	22,49	0,51	0,71	0,16	1,26	1,23	0,87	1,72	3967	13,58	7612	3,49	137,52	14,76	19,13
47	5,59	87,5	12,14	0,31	0,73	0,45	1,36	0,78	0,49	1,75	15283	63,99	27404	4,19	135,72	7,92	18,28
48	6,57	108,4	15,25	0,37	0,65	0,31	1,15	1,16	0,16	1,46	20874	104,55	39648	5,01	155,52	18,36	28,23
49	6,54	267,3	31,34	0,16	0,82	0,08	1,87	4,44	0,85	1,6	19418	222,11	43799	11,44	48,6	8,28	12,39
50	4,23	34,2	11,56	0,18	0,8	0,68	1,17	1,06	0,13	1,47	3351	25,76	6235	7,67	42,84	14,04	11,64

Додаток Б

Табл. 2.2. Соціально-економічні показники країн світу

№	Країна	Y1	Y2	Y3	Y4	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
1	Австралія	74	80	16848	1.38	17800	15	8	7.3	1.9	16848	2.3	85	100	1.38
2	Австрія	73	79	18396	0.2	8000	12	11	6.7	1.5	18396	94	58	99	0.2
3	Аргентина	68	75	3408	1.3	33900	20	9	25.6	2.8	3408	12	86	95	1.3
4	Бангладеш	53	53	202	2.4	125000	35	11	106	4.7	202	800	16	35	2.4
5	Бельгія	73	79	17912	0.2	10100	12	11	7.2	1.7	17912	329	96	99	0.2
6	Білорусь	66	76	6500	0.32	10300	13	11	19	1.88	6500	50	65	99	0.32
7	Бразилія	57	67	2354	1.28	156600	21	9	66	2.7	2354	18	75	81	1.28
8	Буркіна-Фасо	47	50	357	2.81	10000	47	18	118	6.94	357	36	15	18	2.81
9	Велика Британія	74	80	15974	0.2	58400	13	11	7.2	1.83	15974	237	89	99	0.2
10	В'єтнам	63	68	230	1.78	73100	27	8	46	3.33	230	218	20	88	1.78
11	Гаїті	43	47	383	1.63	6500	40	19	109	5.94	383	231	29	53	1.63
12	Гондурас	65	70	1030	2.73	5600	35	6	45	4.9	1030	46	44	73	2.73
13	Гонконг	75	80	14641	-0.09	5800	13	6	5.8	1.4	14641	5494	94	77	-0.09
14	Ефіопія	51	54	122	3.1	55200	45	14	110	6.81	122	47	12	24	3.1
15	Єгипет	60	63	748	1.95	60000	29	9	76.4	3.77	748	57	44	48	1.95
16	Замбія	44	45	573	2.8	9100	46	18	85	6.68	573	11	42	73	2.8
17	Індія	58	59	275	1.9	911600	29	10	79	4.48	275	283	26	52	1.9
18	Ірландія	73	78	12170	0.3	3600	14	9	7.4	1.99	12170	51	57	98	0.3
19	Іспанія	74	81	13047	0.25	39200	11	9	6.9	1.4	13047	77	78	95	0.25
20	Італія	74	81	17500	0.21	58100	11	10	7.6	1.3	17500	188	69	97	0.21
21	Канада	74	81	19904	0.7	29100	14	8	6.8	1.8	19904	2.8	77	97	0.7
22	Китай	67	69	377	1.1	1205200	21	7	52	1.84	377	124	26	78	1.1
23	Колумбія	69	75	1538	2	35600	24	6	28	2.47	1538	31	70	87	2
24	Коста-Рика	76	79	2031	2.3	3300	26	4	11	3.1	2031	64	47	93	2.3
25	Куба	74	78	1382	0.95	11100	17	7	10.2	1.9	1382	99	74	94	0.95
26	Малайзія	66	72	2995	2.3	19500	29	5	25.6	3.51	2995	58	43	78	2.3
27	Марокко	66	70	1062	2.12	28600	29	6	50	3.83	1062	63	46	50	2.12
28	Мексика	69	77	3604	1.9	91800	28	5	35	3.2	3604	46	73	87	1.9
29	Нідерланди	75	81	17245	0.58	15400	13	9	6.3	1.58	17245	366	89	99	0.58
30	Німеччина	73	79	17539	0.36	81200	11	11	6.5	1.47	17539	227	85	99	0.36
31	Нова Зеландія	73	80	14381	0.57	3524	16	8	8.9	2.03	14381	13	84	99	0.57
32	Норвегія	74	81	17755	0.4	4300	13	10	6.3	2	17755	11	75	99	0.4
33	ОАЕ	70	74	14193	4.8	2800	28	3	22	4.5	14193	32	81	68	4.8
34	ПАР	62	68	3128	2.6	43900	34	8	47.1	4.37	3128	35	49	76	2.6
35	Південна Корея	68	74	6627	1	45000	16	6	21.7	1.65	6627	447	72	96	1
36	Північна Корея	67	73	1000	1.83	23100	24	6	27.7	2.4	1000	189	60	99	1.83
37	Польща	69	77	4429	0.3	38600	14	10	13.8	1.94	4429	123	62	99	0.3
38	Португалія	71	78	9000	0.36	10500	12	10	9.2	1.5	9000	108	34	85	0.36
39	Росія	64	74	6680	0.2	149200	13	11	27	1.83	6680	8.8	74	99	0.2
40	Саудівська Аравія	66	70	6651	3.2	18000	38	6	52	6.67	6651	7.7	77	62	3.2
41	Сінгапур	73	79	14990	1.2	2900	16	6	5.7	1.88	14990	4456	100	88	1.2
42	США	73	79	23474	0.99	260800	15	9	8.11	2.06	23474	26	75	97	0.99
43	Таїланд	65	72	1800	1.4	59400	19	6	37	2.1	1800	115	22	93	1.4
44	Туреччина	69	73	3721	2.02	62200	26	6	49	3.21	3721	79	61	81	2.02
45	Україна	65	75	2340	0.05	51800	12	13	20.7	1.82	2340	87	67	97	0.05
46	Філіппіни	63	68	867	1.92	69800	27	7	51	3.35	867	221	43	90	1.92
47	Фінляндія	72	80	15877	0.3	5100	13	10	5.3	1.8	15877	39	60	100	0.3
48	Франція	74	82	18944	0.47	58000	13	9	6.7	1.8	18944	105	73	99	0.47
49	Чилі	71	78	2591	1.7	14000	23	6	14.6	2.5	2591	18	85	93	1.7
50	Швейцарія	75	82	22384	0.7	7000	12	9	6.2	1.6	22384	170	62	99	0.7

Додаток В

Приклади

Примітка: У рамках даного дослідження усі змінні в були перейменовані на x1, x2, x3, ... за порядком їх використання для забезпечення зручності та чіткості у розумінні програмного коду.

Приклади двофакторних моделей

```
Соціально-економічні показники країн світу:

Приклад 1: X = X4, Y = Y2
Оцінена ІМНК модель: ŷ = 81.990790*x1 + -0.283124*x2
Тест Гольдфельда Квандта: Fst = 12.202839846177747
Усуваємо гетероскедастичність:
Фінальна Модель: ŷ = 82.015549*x1 + -0.279636*x2
Тест Гольдфельда Квандта: Fst = 0.772057030691955
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 2: X = X4, Y = Y4
Оцінена ІМНК модель: ŷ = 0.684813*x1 + 0.020297*x2
Тест Гольдфельда Квандта: Fst = 2.405330648149097
Усуваємо гетероскедастичність:
Фінальна Модель: ŷ = 0.655633*x1 + 0.020703*x2
Тест Гольдфельда Квандта: Fst = 1.3763545048556964
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 3: X = X6, Y = Y4
Оцінена ІМНК модель: ŷ = 1.929596*x1 + -0.000074*x2
Тест Гольдфельда Квандта: Fst = 2.7287840158121877
Усуваємо гетероскедастичність:
Фінальна Модель: ŷ = 1.921720*x1 + -0.000078*x2
Тест Гольдфельда Квандта: Fst = 0.7515988031292481
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 4: X = X8, Y = Y4
Оцінена ІМНК модель: ŷ = 2.480777*x1 + -0.018736*x2
Тест Гольдфельда Квандта: Fst = 2.213220450540408
```

Усуваємо гетероскедастичність:

Фінальна Модель: ŷ = 2.582289*x1 + -0.021276*x2

Тест Гольдфельда Квандта: Fst = 0.38841971191016167

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклади трифакторних моделей

Соціально-економічні показники країн світу:

Приклад 5: X = X = X1, X4; Y = Y2

Оцінена IMHK модель: ŷ = 81.942287*x1 + 0.000001*x2 + -0.285280*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.3910180663164788, Fst: X3 12.25627081952989

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: ŷ = 81.932378*x1 + 0.000001*x2 + -0.278737*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.8994495314223468

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 6: X = X1, X6; Y =Y4

Оцінена IMHK модель: ŷ = 1.995411*x1 + -0.000001*x2 + -0.000076*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.4111605856761341, Fst: X3 3.6355241416426596

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: ŷ = 2.025460*x1 + -0.000001*x2 + -0.000081*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.7578612873400804

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 7: X = X1, X8; Y =Y4

Оцінена IMHK модель: ŷ = 2.644073*x1 + -0.000001*x2 + -0.020521*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.2472332274846098, Fst: X3 2.3125629450671283

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: ŷ = 2.833927*x1 + -0.000001*x2 + -0.022784*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 1.2557361899182313

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 8: X = X2, X4; Y =Y2

Оцінена IMHK модель: ŷ = 83.362203*x1 + -0.108007*x2 + -0.253041*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 13.271700967677164, Fst: X3 11.26097730200656

Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:

Фінальна Модель: ŷ = 83.121277*x1 + -0.090219*x2 + -0.254245*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 1.0594471078232892

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 9: X = X3, X4; Y =Y2

Оцінена ІМНК модель: ŷ = 84.810949*x1 + -0.386814*x2 + -0.264062*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 2.532728121809175, Fst: X3 4.397240764456427

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: ŷ = 84.250986*x1 + -0.319975*x2 + -0.262561*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 1.478485607054536

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 10: X = X4, X5; Y =Y2

Оцінена ІМНК модель: ŷ = 83.093196*x1 + -0.252167*x2 + -0.731155*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 11.701290532037772, Fst: X3 10.091403616144914

Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:

Фінальна Модель: ŷ = 83.239065*x1 + -0.250234*x2 + -0.790003*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.8284341864261091

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 11: X = X4, X6; Y =Y2

Оцінена ІМНК модель: ŷ = 81.789462*x1 + -0.280645*x2 + 0.000015*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 12.597787804194427, Fst: X3 0.07997423243138864

Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:

Фінальна Модель: ŷ = 81.649621*x1 + -0.274546*x2 + 0.000021*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.9733227538592787

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 12: X = X4, X6; Y =Y4

Оцінена ІМНК модель: ŷ = 1.056624*x1 + 0.015719*x2 + -0.000028*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 2.110644894728097, Fst: X3 0.4454490272854131

Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:

Фінальна Модель: ŷ = 1.084526*x1 + 0.015256*x2 + -0.000032*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 1.3953608505194361

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 13: X = X4, X7; Y =Y2

Оцінена ІМНК модель: ŷ = 82.075680*x1 + -0.283938*x2 + -0.000187*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 13.297394160215756, Fst: X3 0.16772804123254323

Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:

Фінальна Модель: ŷ = 82.033380*x1 + -0.278477*x2 + -0.000133*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.7382637432601862

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 14: X = X4, X7; Y =Y4
Оцінена ІМНК модель: ŷ = 0.729412*x1 + 0.019869*x2 + -0.000098*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 2.2399964528135277, Fst: X3 0.20473134981658292
Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:
Фінальна Модель: ŷ = 0.744488*x1 + 0.019714*x2 + -0.000164*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 1.4093192419291023
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 15: X = X4, X8; Y = Y2
Оцінена ІМНК модель: ŷ = 80.957073*x1 + -0.275996*x2 + 0.013195*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 12.060958621937232, Fst: X3 0.07555892998027644
Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:
Фінальна Модель: ŷ = 80.743599*x1 + -0.272790*x2 + 0.014457*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.8010754925324051
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 16: X = X4, X8; Y = Y4
Оцінена ІМНК модель: ŷ = 0.470239*x1 + 0.021777*x2 + 0.002739*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 2.3827179356248007, Fst: X3 2.6599601625430123
Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:
Фінальна Модель: ŷ = 0.444967*x1 + 0.022841*x2 + 0.002946*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.9420925310018565
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 17: X = X4, X9; Y = Y2
Оцінена ІМНК модель: ŷ = 88.563075*x1 + -0.320067*x2 + -0.064303*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 9.077737992690553, Fst: X3 0.07317514888609841
Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:
Фінальна Модель: ŷ = 89.455169*x1 + -0.323223*x2 + -0.073317*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 1.2086537072150743
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 18: X = X4, X10; Y = Y2
Оцінена ІМНК модель: ŷ = 82.010469*x1 + -0.282540*x2 + -0.028736*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 12.14079533251699, Fst: X3 15.761402005154363
Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:
Фінальна Модель: ŷ = 82.009148*x1 + -0.280915*x2 + 0.031903*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 1.0795390576059687
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 19: X = X6, X7; Y = Y4

Оцінена IМНК модель: ŷ = 1.941665*x1 + -0.000071*x2 + -0.000093*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 2.8043142039243896, Fst: X3 0.18713417007641953

Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:

Фінальна Модель: ŷ = 1.955072*x1 + -0.000078*x2 + -0.000121*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.8623268976004649

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 20: X = X6, X8; Y = Y4

Оцінена IМНК модель: ŷ = 2.222036*x1 + -0.000061*x2 + -0.006464*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 2.8059987525704706, Fst: X3 4.16176934007988

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: ŷ = 2.231930*x1 + -0.000065*x2 + -0.005915*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.9571180467013329

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 21: X = X7, X8; Y = Y4

Оцінена IМНК модель: ŷ = 2.453551*x1 + -0.000068*x2 + -0.017938*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.17868835970477104, Fst: X3 2.2292953643486295

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: ŷ = 2.470670*x1 + -0.000108*x2 + -0.019262*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 1.0486254914105002

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Показники діяльності підприємств

Приклад 22: X = X1, X2; Y = Y1

Оцінена IМНК модель: ŷ = 14.270461*x1 + -14.354349*x2 + -3.056695*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.27827891817827527, Fst: X3 3.830135303538357

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: ŷ = 14.944159*x1 + -14.579126*x2 + -3.864584*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.8216821853192559

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 23: X = X1, X3; Y = Y1

Оцінена IМНК модель: ŷ = 11.618835*x1 + -13.449801*x2 + 0.432892*x3x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.3089720073268612, Fst: X3 1.995998514571544

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: ŷ = 11.434231*x1 + -13.092053*x2 + 0.761678*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.8711143881821993
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 24: X = X1, X11; Y = Y1
Оцінена ІМНК модель: $\hat{y}$ = 11.556481*x1 + -13.397346*x2 + 0.030104*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.2836509269075906, Fst: X3 4.718631799480196
Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:
Фінальна Модель: $\hat{y}$ = 11.638404*x1 + -13.546642*x2 + 0.022244*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.9231173263568091
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 25: X = X2, X3; Y =Y1
Оцінена ІМНК модель: $\hat{y}$ = 0.965027*x1 + 7.323170*x2 + 4.416554*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 1.645721221397064, Fst: X3 4.131950167990873
Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:
Фінальна Модель: $\hat{y}$ = 0.159101*x1 + 8.248811*x2 + 5.006725*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.8501480240129246
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 26: X = X3, X4; Y = Y1
Оцінена ІМНК модель: $\hat{y}$ = -1.968761*x1 + 6.089063*x2 + 5.837847*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 1.4673541670206185, Fst: X3 2.3566707367792783
Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:
Фінальна Модель: $\hat{y}$ = -3.355014*x1 + 6.638174*x2 + 6.777222*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.663191890392412
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 27: X = X4, X12; Y =Y1
Оцінена ІМНК модель: $\hat{y}$ = 4.819491*x1 + 3.057283*x2 + -0.010768*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 2.895409409967278, Fst: X3 1.128705729014311
Усуваємо гетероскедастичність відносно X2:
Фінальна Модель: $\hat{y}$ = 5.353382*x1 + 2.792530*x2 + -0.013067*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.7948583153560338
Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 28: X = X5, X11; Y = Y1
Оцінена ІМНК модель: $\hat{y}$ = 5.892033*x1 + 0.836312*x2 + 0.164113*x3
Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 1.191849240492132, Fst: X3 2.1022666736769016
Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:
Фінальна Модель: $\hat{y}$ = 5.794425*x1 + 0.818463*x2 + 0.194415*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 1.2563479294420523

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 29: X = X8, X14; Y = Y1

Оцінена IМНК модель: $\hat{y}$ = 6.334917*x1 + 0.000128*x2 + -0.025824*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.9317021678505065, Fst: X3 3.069767372581029

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: $\hat{y}$ = 6.635078*x1 + 0.000135*x2 + -0.049867*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.7340540515153424

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію

Приклад 30: X = X9, X14; Y = Y1

Оцінена IМНК модель: $\hat{y}$ = 6.805624*x1 + 0.012179*x2 + -0.010406*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X2 0.33470652833099396, Fst: X3 2.027023049748644

Усуваємо гетероскедастичність відносно X3:

Фінальна Модель: $\hat{y}$ = 6.909104*x1 + 0.012330*x2 + -0.023861*x3

Тест Гольдфельда Квандта: Fst: X3 0.6155865512070839

Гетероскедастичність усунуто за 1 ітерацію