

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра комп'ютерної алгебри та дискретної математики

Дипломна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

на тему: «**Степенево-вільні в короткому
інтервалі**»

«Power-free integers in a short interval»

Виконав: студент денної форми навчання
спеціальності 111 Математика

Пуш Ян Ігорович

Керівник: д. ф.-м. наук, проф. Варбанець П. Д. _____

Рецензент: к. ф.-м. наук, доц. Савастру О. В.

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ ____ від _____ 2020 р.

Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № _____

Протокол № ____ від _____ 2020 р.

Оцінка _____ / _____ / _____

Голова ЕК

Одеса

2020

ЗМІСТ

Вступ		3
1	Огляд k-вільних чисел	4
1. 1.	Класична задача	4
1. 2.	k -вільні в арифметичних прогресіях	8
1. 3.	Узагальнена задача k -вільних	13
1. 4.	Випадок поліномів від однієї змінної	15
2	Функція $f^*(n)$	19
3	Постановка задачі	21
4	Позначення та допоміжні результати	23
5	Функція дільників $\hat{d}(n)$	26
6	Функції $f^*(n)$ та $f_0^*(n)$ мультиплікативних розбиттів цілих чисел	28
Висновок		33
Список літератури		34

ВСТУП

Ми досліджуємо число представлень $n = n_1 \dots n_k$, де n_j — сонорні числа, тобто для будь-якого n_j не існує натуральних чисел l та m , таких що $n_j = l^m$, $m \geq 2$. Функція $f(n)$, що підраховує число таких представлень, є мультиплікативним аналогом адитивних розбиттів числа n . Ми побудуємо асимптотичну формулу для підсумовуючої функції для $f(n)$ та дослідимо розподілення значень узагальненої функції дільників $\hat{d}(n)$ (як числа представлень n у вигляді добутку двох сонорних чисел).

ВИСНОВОК

Доведена теорема показує, що задача мультиплікативного розбиття цілих чисел на множині сонорних чисел може бути досліджена методами розв'язання подібної задачі мультиплікативних розбиттів на множині натуральних чисел \mathbb{N} . Також можна припустити, що формула для максимального порядку функції $f_0^*(n)$ буде аналогічною формулі для максимального порядку функції $f^*(n)$.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Brudern, J., Granville, A., Perelli, A., Vaughan, R. C. and Wooley, T. D. On the exponential sum over k -free numbers. *R. Soc. Lond. Philos. Trans. Ser. A Math. Phys. Eng. Sci.* 356 (1998), no. 1738, 739–761.
2. Cohen, E. and Robinson, R. L. On the distribution of the k -free integers in residue classes. *Acta Arith.* 8, (1962/1963) 283–293. errata, *ibid.* 10 (1964/65), 443.
3. Graham, S. W. and Pintz, J. The distribution of r -free numbers. *Acta Math. Hungar.* 53 (1989), no. 1-2, 213–236.
4. Hooley, C. On the power free values of polynomials. *Mathematika* 14 (1967), 21–26.
5. Hooley, C. On power-free numbers and polynomials I. *J. Reine Angew. Math.* 293/294 (1977), 67–85.
6. Hooley, C. On power-free numbers and polynomials II. *J. Reine Angew. Math.* 295 (1977), 1–21. errata *ibid.* 299/300 (1978), 433.
7. Huxley, M. N. and Nair, M. Power free values of polynomials III. *Proc. London Math. Soc.* (3) 41 (1980), no. 1, 66–82.
8. MacMahon, P. A. (1924). Dirichlet series and the theory of partitions. *Proc London math. Soc.*, 22 (2), pp. 401 – 411.
9. Graham S. W., The distribution of square-free numbers, *J. London Math. Soc.*, 24 (1981), 54 – 64.
10. McCurley, K. The distribution of r -free integers in arithmetic progressions. *Topics in analytic number theory* (Austin, Tex., 1982), 304–312, Univ. Texas Press, Austin, TX, 1985.
11. Nair, M. Power free values of polynomials. *Mathematika* 23 (1976), no. 2, 159–183.
12. Nair, M. Power free values of polynomials, II. *Proc. London Math. Soc.* (3) 38 (1979), no. 2, 353–368.
13. Suryanarayana, D. The number and sum of k -free intergers $\leq x$ which are prime to n . *Indian J. Math.* 11 (1969), 131–139.
14. Warlimont, R. On squarefree numbers in arthmetic progressions. *Monatsh.*

- Math. 73 (1969), 433–448.
15. Warlimont, R. (1993). Factorisatio numerorum with constraints. *J. Number Theory*, 45, pp. 186–199.
 16. Broughan, K. (2014). Quadrafree factorization numerorum. *Rocky Mountain J. Math.*, 44 (3), pp. 791 – 807.
 17. Hwang, H. - K. (2000). Distribution of the number of factors in random ordered factorization of integers. *J. Number Theory*, 81, pp. 61 – 92.
 18. Oppenheim, A. (1926). On the arithmetic function. *J. of the London Math. Soc.*, s1-1 (4), pp. 205 – 211.
 19. Oppenheim, A. (1927). On the arithmetic function, II. *J. of the London Math. Soc.*, s1-2 (2), pp. 123 – 130.
 20. Kalman, L. (1931). A factorization numerorum problemajaral. *Matematikai Lapok*, 38, pp. 1 – 15.
 21. Sen, D. N. (1941). A problem on factorisatio numerorum. *Bull. Calcutta Math. Soc.*, 33, pp. 1 – 8.
 22. Canfield, E. R., Erdos, P. & Pomerance, C. (1983). In a problem of Oppenheim concerning Factorizatio Numerorum. *J. Number Theory*, 17, pp. 1–28.
 23. Digital Library of Mathematical Functions (2011). National Institute of Standards and Technology, <http://dimt.nist.gov>.
 24. Ivic, A. (1985). *The Riemann zeta-function. Theory and Applications*, New York – Wiley, 517 p.
 25. Kaniewa, R. (1983). On the multiplicative partition function. *Tsukura J. Math.*, 7(2), pp. 355–365.
 26. Katai, I. & Subbarao, M. B. (2006). On product partitions and asymptotic formulas. *Proc. Of the Intern. Conference on analytic number theory, Bangalore, India. December 13-15, 2003; Mysore: Ramanujan Math. Soc., Ramanujan Math. Soc. Lecture Notice*, 2, pp. 99–114.
 27. Sklar, A. (1952). On the factorization of squarefree integers. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 3, pp. 701–705.
 28. Vaidya, A. M. On the changes of sign of a certain error function connected with k-free integers. *J. Indian Math. Soc. (N.S.)* 32 (1968), 105–111.