

УДК 551.577

С. К. Асланов

Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА МЕХАНИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ ЖИДКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рекомендовано до друку науковим семінаром
кафедри теоретичної фізики ОНУ 17.05.2000

Математичний аналіз процесу руйнування поверхні рідини під дією аеродинамічних сил здійснюється з позицій в'язкої гідродинамічної нестійкості. Неперервність профілю швидкостей спряженої течії рідина-газ враховується двобічним граничним моделюванням – за допомогою постійного градієнту всередині граничного шару у газі та тангенціального розриву зовні його. На нелінійній стадії розвитку збурень розв'язок реалізується асимптотичними виразами за параметром в'язкості. На цій основі побудован модельний кількісний аналіз безпосереднього відриву краплинок з поверхневого хвилюутворення на істотно нелінійній стадії розвитку нестійкості. За допомогою законів збереження вдається розрахувати параметри відриву, зокрема, діаметри крапель та досягнути погодження з експериментальними спостереженнями.

Математический анализ процесса поверхностного разрушения жидкости под действием аэродинамических сил осуществляется с позиций вязкой гидродинамической неустойчивости. Непрерывность скоростного профиля сопряженного течения жидкость-газ учитывается двусторонним предельным моделированием – с помощью постоянного градиента внутри пограничного слоя в газе и тангенциального разрыва вне его. На нелинейной стадии развития возмущений решение реализуется асимптотическими представлениями по параметру вязкости. На этой основе построен модельный количественный анализ непосредственного отрыва капели с вершины поверхностного волнообразования на существенно нелинейной стадии развития неустойчивости. С помощью законов сохранения удается рассчитать параметры отрыва, в частности, диаметры капель и достигнуть согласия с экспериментальными наблюдениями.

The calculus of liquid surface destruction process by means of aerodynamic forces on the basis of hydrodynamic instability is realized. The continuity of velocity profile for conjugate flow "liquid-gas" is taking into account by the two-sided limit modeling : the constant gradient into the boundary layer in gas and the tangential jump outside it. The solution for the non-linear stage of disturbances increase is constructed by means of asymptotic expansions in the sense the liquid viscosity parameter. On this base the model quantitative analysis of spontaneous separation of drops from surface wave vertexes for the essential non-linear stage of the instability is realized. The separation parameters, in particular, the drops diameter is calculated by means of the conservation laws and obtained the agreement with experimental observations.

Введение. Обтекание поверхности жидкости газовым потоком всегда сопровождается возникновением на ней волнообразования. При достаточной величине скорости течения газа вдоль границы раздела сред вершины гребней этого волнообразования подвергаются механическому разрушению, разбрызгиваясь в виде мелких капель. То же самое происходит, когда жидкая поверхность испытывает нормальное ускорение, направленное в сторону жидкости. Такие явления имеют место при вибрациях жидкости со свободной поверхностью или при интенсивном обдуве последней газом. Указанные процессы лежат в основе формирования мелкодисперсных аэрозольных струй в результате вторичного дробления крупных первоначальных капель

при их торможении в окружающей атмосфере, а также при формировании взрывающейся аэровзвеси из жидких горючих веществ за счет разгона исходных капель в скоростном потоке за проходящей ударной волной. Обсуждаемый эффект проявляет себя при абляции метеорных тел, подвергающихся интенсивному аэродинамическому торможению в плотных слоях атмосферы, когда возникающая перед ними мощная ударная волна приводит к образованию на наружной поверхности слоя жидкого расплава.

1. Линейный анализ развития возмущения. С целью теоретического объяснения процессов поверхностного разрушения жидкости в применении к указанным выше явлениям нами был использован быстродействующий механизм гидродинамической неустойчивости сопряженного течения жидкость-газ [1–5]. Последняя порождается силами инерции вследствие принудительного ускорения жидкости по нормали к ее поверхности и соответствующими перепадами давления, возникающими в возмущенном состоянии обтекающего газового потока. При этом учитываются стабилизирующие эффекты вязкой диссипации и сил поверхностного натяжения на границе сред. В качестве основного стационарного течения указанных вязких сред принимается совокупность потоков жидкости ($y < 0$) и обтекающего ее газа ($y > 0$) параллельно плоскости их сопряжения (x, z). В системе отсчета, которая связывается с жидкостью, удаленной от поверхности раздела $y = 0$, действует постоянное ускорение величины W в отрицательном направлении оси y . Градиент скорости течения (по глубине) жидкости, увлекаемой газовым потоком под действием вязких сил, будет относительно небольшим из-за относительно малой величины вязкости газа и большой плотности жидкости. Поэтому в интересах упрощения постановки задачи о возмущениях будет целесообразно пренебречь вязкостью газа и указанным градиентом в жидкости, а значит, и ее основным движением всюду в области ($y \leq 0$). Однако, диссипативное влияние ее вязкости на развитие возмущений учесть необходимо, т.е. рассматривать вязкую неустойчивость течения для жидкости и невязкую – для газа, что становится возможным выполнить аналитически, благодаря такому упрощенному подходу.

В то же время, при достаточно больших числах Рейнольдса в основном течении газа формируется тонкий пограничный слой ($0 \leq y \leq \delta$), в котором под влиянием вязких сил создается значительный градиент скорости, быстро убывающий за его пределами ($y > \delta$), где вязкий эффект становится не существенным, а поток можно считать однородным. Поскольку аналитически найти исходный профиль скорости такого сложного течения газа из уравнений Навье-Стокса [6] не представляется возможным, естественно прибегнуть к двустороннему предельному моделированию, которое даст асимптотическое представление истинного профиля внутри и вне погранслоя применительно к явлениям с масштабом соответственно меньшим и большим его толщины δ . В первом случае это будет модель постоянного градиента (ПГ) с линейным профилем нарастания скорости $V_1(y) = V \cdot y/\delta$, отражающая его принципиальную непрерывность на границе жидкость-газ за счет вязкого сопряжения. С другой стороны, модель тангенциального разрыва (ТР), когда поток газа сохраняет постоянное значение V своей скорости вплоть до поверхности жидкости, отразит ограниченность функции распределения: $V_1(y) \leq V$. В результате истинный характер вязкого течения оказывается заключенным в промежутке между этими двумя предельными моделями. Конечно, ПГ-модель будет ужесточать вязкую стабилизацию, сохраняя градиент в основном потоке газа за пределами погранслоя, что сдвинет границу области неустойчивости в сторону длинноволновых возмущений. Напротив, вводя скачок скорости в основное течение, ТР-модель ужесточит дестабилизацию и

тем самым расширит неустойчивость в коротковолновую область. Каждая из моделей включает первоначально неподвижную жидкость ($y < 0$) с плотностью ρ , давлением p , вязкостью μ , поверхностным натяжением σ_i и сопряженный с ней стационарный поток газа ($y > 0$) с плотностью ρ_1 , давлением p_1 и линейным распределением скорости $V_1(y)$ для ПГ-модели, либо с ее постоянной величиной V для ТР-модели.

На начальной стадии развития возмущений анализ гидродинамической неустойчивости такого течения производится на базе линеаризованных систем уравнений в частных производных для динамики вязкой несжимаемой жидкости и идеального газа [6]. Влияние сжимаемости последнего имеет смысл учитывать, главным образом, вне погранслоя, т.е. в ТР-модели. Рассматривается возмущенное состояние, вызванное малым смещением $\varepsilon(x, z, t)$ границы раздела сред ($y = 0$) в виде спектра плоских волн, которые будут различаться лишь углом ψ отклонения волнового вектора от направления основного течения. Отождествляя для каждого случая в отдельности ось x с направлением соответствующего волнового вектора, можно представить периодическое волнообразование на поверхности жидкости в форме: $\varepsilon \sim \exp(iqx - i\omega t)$, где $\lambda = 2\pi/q$ – его линейный масштаб. Тогда решения линеаризованных уравнений для возмущений, убывающих с удалением от границы раздела сред ($y = 0$), будут выражаться следующим образом. Для жидкости ($y < 0$) – это совокупность безвихревой составляющей $\sim \varepsilon \exp(qy)$ и диффузии вихря $\sim \varepsilon \exp\{qy\sqrt{1 - (i\omega/\nu q^2)}\}$, $\nu = \mu/\rho$. Для газа ($y > 0$) – это акустическая составляющая $\sim \varepsilon \exp\{-qy\sqrt{1 - j(\omega/Vq \cos \psi)^2 M^2}\}$, где M – число Маха основного однородного потока, а $j = 0$ для ПГ-модели и $j = 1$ для ТР-модели соответственно. Причем, в первом случае у возмущения давления появляется дополнительный множитель, линейный по y , за счет эпоры скоростей основного течения $V_1(y) \cdot \cos \psi$.

Условиями сопряжения линеаризованных возмущенных состояний на границе жидкость-газ ($y = 0$) служат совпадения нормальных составляющих скоростей сред и самой границы, а также обеих составляющих напряжений в них. Подстановка указанных выше решений дает уравнение

$$\Omega^2 + \gamma E_j (\Omega^2 - ju^2 + iQ_j u \Omega) + 3\beta \Omega + 2\beta^2 (1 - \sqrt{1 + \Omega/\beta}) = \alpha,$$

$$Q_j = 2j + \frac{1}{\delta q} (1 - j), \quad E_j = [1 + jM^2 (i + (\Omega/u))^2 \cos^2 \psi]^{-1/2}, \quad \alpha = 1 - \gamma - \frac{\sigma_i q^2}{\rho W}, \quad (1)$$

$$\Omega = -i\omega(qW)^{-1/2}, \quad \beta = \nu q^{3/2} W^{-1/2}, \quad u = V \cos \psi \sqrt{q/W}, \quad \nu = \mu/\rho, \quad \gamma = \rho_1/\rho.$$

для определения собственного значения ω в рамках предложенных моделей. Последнее находится с помощью двустороннего асимптотического представления по $\beta \ll 1$ и $\beta \gg 1$ соответственно в виде:

$$\Omega_{j0} = \sqrt{\alpha_j} - \frac{3}{2}\beta - \frac{1}{2}i\gamma Q_j u \left(1 - \frac{3}{2}\beta \alpha_j^{-1/2}\right) + O(\beta^{3/2}), \quad \alpha_j = \alpha + j\gamma u^2, \quad (2)$$

$$\Omega_{j\infty} = \frac{\alpha_j}{2\beta} - \frac{i\gamma Q_j u \alpha_j}{4\beta^2} + O(\beta^{-3}). \quad (3)$$

Громоздкие поправки $O(M^2)$ или $O(M^{-1})$ в главных членах ($j = 1$) на сжимаемость газа определяются путем степенных асимптотических разложений и конкретно не приведены, ибо не играют в дальнейшем принципиальной роли. Для случая $W \sim 0$ в (1) используется иное обезразмеривание величин: $\tilde{\Omega} = -i\omega/qV$, $\tilde{\beta} = qv/V$,

$\tilde{\alpha}_j = \tilde{\alpha} + j\gamma$, $\tilde{\alpha} = \alpha \cdot (W/qV^2)$. При этом выражения (1)–(3) полностью сохраняют свой вид, если положить $u \equiv 1$, и исследуются совершенно аналогично.

Определяясь условием $\alpha_j > 0$, неустойчивость $F_0^j(q) = \text{Re}(-i\omega) > 0$ в области

$$q < q_j, \quad q_j = \vartheta_j + \sqrt{\vartheta_j^2 + \frac{\rho W}{\sigma_t}}, \quad \vartheta_j = j \frac{\rho \gamma V^2 \cos^2 \psi}{2\sigma_t}, \quad (4)$$

носит колебательный характер. Чтобы судить об ее диапазоне, необходимо прежде всего выяснить расположение граничных значений q_j по отношению к величине $q_* = (W/v^2)^{1/3}$, отвечающей асимптотическому пределу $\beta_* = 1$. Оценки, выполненные нами [1,2] для процессов разрушения жидкой поверхности, которые указаны в начале настоящей работы, укладываются в неравенство $q_0 < q_* < q_1$ для широкого диапазона реальных физических параметров. В частности, это относится к дроблению капель слабо вязких горючих жидкостей в процессе детонации аэрозолей на их основе. Осредненные по поверхности первичных капель локальные параметры их обтекания набегающим потоком газа используются в качестве типичного примера анализа неустойчивости ($W = (2/\pi)W_0$, где $W_0 \sim 10^8 \text{ см/с}^2$ – ускорение капли, $V \sim 5 \cdot 10^4 \text{ см/с}$, $v \sim 10^{-2} \text{ см}^2/\text{с}$). Условие (4) априори противоречит асимптотике (3): $\beta \gg 1$ ($q \gg q_*$), так что неустойчивое волнообразование для ПГ-модели ($j=0$) возможно лишь в рамках представления (2). Асимптотика (3) также не пригодна для объяснения неустойчивости и в случае ТР-модели ($j=1$), будучи связана с характерным размером $\lambda \sim 1/q \ll 1/q_* \sim 10^{-4} \text{ см}$. Последнее оказывается гораздо меньше толщины погранслоя δ в обтекающей каплю газе, средняя величина которой по сферической поверхности капли оценивается следующим образом: $\delta \approx 2,5(v_1 d_0 / V_0)^{1/2} \sim 10^{-3} \text{ см}$, где $v_1 = \mu_1 / \rho_1 \sim 0,15 \text{ см}^2/\text{с}$, μ_1 – вязкость газа, $d_0 \sim 0,1 \text{ см}$ – типичный диаметр капель детонирующего аэрозоля, $V_0 \sim 10^5 \text{ см/с}$ – скорость набегающего на каплю потока [1,2].

Главную роль в переходе к нелинейной стадии развития неустойчивого волнообразования будут играть возмущения с наибольшим инкрементом нарастания их амплитуды $(F_0^j)_m$, который определит соответствующий масштаб времени $t_m \sim 1/(F_0^j)_m$. Отрыв капелек с гребней волн на жидкой поверхности естественно связать с сочетанием наибольших эффектов действия сил инерции и прироста крутизны волнового профиля $\partial \varepsilon / \partial x$ за время t_m , т.е. $F_1^j(q) = q \cdot \exp[F_0^j / (F_0^j)_m]$. Промежуток значений q , где совмещаются наибольшие величины $F_k^j(q)$, можно считать самым благоприятным в смысле последующего возникновения механического разрушения жидкости посредством отрыва вершин гребней волнообразования, поднимающихся над ее поверхностью. Отсюда в случае ПГ-модели обтекания наиболее вероятна локальная реализация промежутка неустойчивости $q_{m0}^0 < q < q_{m1}^0$, удовлетворяющего для практических параметров необходимому требованию $q \ll q_*$, q_{mk}^j – отвечают максимумам функций F_k^j . Напротив, для ТР-модели $q_{mk}^1 \gg q_*$, так что возрастание F_k^j обеспечит в качестве благоприятного верхний участок допустимого асимптотического интервала $q \ll q_*$. Тогда, учитывая промежуточное положение истинного характера обтекания по отношению к обеим моделям, будем иметь

следующую двустороннюю оценку общего доминантного диапазона: $q_{m0}^0 < q < q_*$, локальную на поверхности капли. Соответствующее осреднение по ней окончательно дает для преимущественного масштаба линеаризованного волнообразования

$$6 \cdot 3 \sqrt{\frac{v^2}{W_0}} < \lambda < 8 \cdot \sqrt{\frac{3\sigma_t}{\rho W_0}} \cdot \left[1 + 4 \sqrt{\frac{64\rho W_0}{3\sigma_t^3}} \right]. \quad (5)$$

Тем более, что нижний предел неравенства заранее завышен из-за отмеченного для ППГ-модели сдвига границы области неустойчивости в длинноволновую сторону.

2. Теория отрыва капель на нелинейной стадии неустойчивости. Тенденция нарастания высоты гребней волнообразования сохранится и на нелинейной стадии их развития за счет действия сил инерции, вызванных местным ускорением W , и разницы в давлениях обтекающего газа на выпуклых и вогнутых участках жидкой поверхности. Это приводит к выталкиванию жидкости из впадин в выпуклости, которые вытягиваются и утоньшаются, а относительно расширяющиеся ямки уплощаются, что нарушает симметричный характер начального линейного волнообразования. Если принять во внимание весь спектр волновых векторов (значений угла ψ) для плоских линейных возмущений, то совокупную картину возмущенного рельефа, образующегося на жидкой поверхности, можно представить в виде системы чередующихся бугорков и впадин на ней.

В качестве упрощенной схематизации этого холмистого рельефа воспользуемся осреднением по плоскости (x, z) , считая форму и высоту (глубину) бугорков (углублений) одинаковой и осесимметричной относительно направления нормали, а их распределение – равномерным. При этом будем абстрагироваться от искривления выступов в сторону течения газа. На нелинейной стадии развития возмущений бугорки быстро поднимаются, вытягиваясь в струйки за счет вытесненной из окружающих лунок жидкости, так что их высота становится гораздо больше образующихся между ними углублений. В связи со сказанным каждую выступающую струйку для объяснения отрыва капельки жидкости с ее конца целесообразно моделировать геометрически простейшим способом в виде верхней части ($y \geq 0$) гиперболоида вращения

$$Y = A[(1/X) - (1/X_1)]; \quad Y = y/\lambda, \quad X = r/\lambda, \quad r = \sqrt{x^2 + z^2}, \quad (6)$$

а соответствующую ямку – с помощью вращения нижней части ($y \leq 0$) той же самой гиперболы около смещенной (на $X = 1/2$) нормали, т.е. расстояние между осями вращения верхней и нижней части модельного гиперболоида составит $\lambda/2$. Длину волны λ сохраним в качестве характерного масштаба принятого выше равномерного распределения осредненно одинаковых струйных вытяжений и подпитывающих их жидкостью углублений на плоскости (x, z) . Конечно, такая модель является всего лишь приближением крайне сложной реальной картины, внося некоторый излом поверхности на дне лунки $X = 1/2$, но обеспечивает конечный объем неограниченно-го по Y жидкого тела. Однако, она дает возможность теоретически оценить необходимые геометрические параметры схематизированного процесса отрыва капель. Введенные в (6) константы A и X_1 будут определены далее с помощью законов сохранения массы и импульса.

Предположение о равномерном распределении вытяжений и углублений на поверхности позволяет считать, что каждая увеличивающаяся лунка в среднем будет эквивалентна по уходящей из нее массе жидкости одной выбрасываемой наружу удлиняющейся струйке. Тогда баланс массы перетекающей жидкости позволяет определить значение X_1 , устанавливающее соотношение между средними параметрами лунки и вытяжения. Интегрально вычисляя на основе (6) объемы соответствующих

тел вращения для полубесконечной струйки и для лунки радиуса $(0,5 - X_1)$, получим следующее уравнение:

$$\ln(2X_1) + 1/(4X_1) - 2X_1 = 0; \quad X_1 = 0,182 \quad (7)$$

с единственным решением на промежутке $[0; 0,5]$. Выталкивание жидкости из окружающих каждую струйку углублений, которое происходит под действием возникающего на рельефе перепада давлений, будет приводить к концентрации энергии в ее приосевой области, создавая тем самым кумулятивный механизм формирования струек.

Это должно порождать интенсивный дополнительный разгон жидкости и вытягивание (утонение) струек. Такое добавочное ускорение ΔW будет действовать в том же направлении, что и силы инерции, вызванные первоначальным ускорением, складываясь естественным образом с его нормальной составляющей W . При отсутствии последней роль W будет играть ускорение жидкости для $y = 0$, достигнутое на нелинейной стадии развития неустойчивости. Вполне понятно, что дополнительное ускорение ΔW должно быть ограничено при $Y \rightarrow \infty$ некоторым значением $(W_1 - W)$ в результате ослабления кумулятивного эффекта вдоль струйки. В качестве простейшей зависимости $\Delta W(Y)$, удовлетворяющей такому требованию, воспользуемся дробно-линейным выражением

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{(\tilde{W} - 1)Y}{a + Y}, \quad \tilde{W} = \frac{W_1}{W} > 1, \quad (8)$$

с подлежащими определению величиной a и значением W_1 суммарного ускорения струйки $(W + \Delta W)$ на бесконечности.

Гидродинамический напор, создаваемый в некотором сечении Y , которое отделяет концевую часть (Y, ∞) ускоряемой струйки жидкости, можно осредненно оценить при помощи суммарного изменения импульса всего предшествующего ее основания $(0, Y)$. Выражающий такое изменение интеграл $I_0(Y) = \rho\pi\lambda^3 \int_0^Y (W + \Delta W) X^2 dY$ находится [8], исходя из (6) и (8).

Именно этот напор служит источником выталкивающей силы для осевого разгона последующей концевой части струйки, оставаясь ограниченным по величине при любом Y . С другой стороны, порождаемому им давлению внутри жидкости будет противодействовать напряжение поверхностного натяжения тонкой струйки σ_t/r , которое возрастает неограниченно вместе с уменьшением ее радиуса. После достижения в некотором сечении $Y_* = Y(X_*)$ равновесия между указанными силовыми эффектами превосходящее действие поверхностного натяжения при $Y > Y_*$ произведет пережатие струйки и отрыв капли жидкости с ее конца. Этот баланс напряжений на поверхности струйки непосредственно перед ее распадом можно, следовательно, оценить условием $I_0(Y_*)/(\pi\lambda X_*^2) = \lambda\sigma_t/X_*$, так что X_* играет роль верхней границы размера отрывного сечения с радиусом r_* . В качестве другого условия служит баланс осредненных по сечению интегральных изменений импульса для масс струйки по обе стороны от этого равновесного сечения $Y = Y_*$, т.е. $\rho\pi\lambda^3 \int_{Y_*}^{\infty} (W + \Delta W) X^2 dY = I_0(Y_*)$.

В результате получаются следующие два уравнения:

$$f_1(\zeta) + \frac{2\zeta}{1-\zeta} \left(a\eta \cdot (\zeta\tilde{W} - 1)f_1(\zeta) + (1-\tilde{W}) \ln[1 + a\eta f_1(\zeta)] \right) = 0, \quad (9)$$

$$a\eta \frac{\zeta f_1(\zeta)}{1-\zeta} - \theta = 0, \quad \text{где} \quad f_1(\zeta) = 1 - \zeta \left(\tilde{W} - \frac{1-\tilde{W}}{1-\zeta} \ln(\zeta) \right), \quad (10)$$

$$\theta = X_*/X_1, \quad \zeta = A/(aX_1); \quad \eta = \rho W X_1 \lambda^2 / (2\sigma_t).$$

для определения модельных характеристик $\theta, \zeta, \tilde{W}, a$. Величина η задается доминантной областью волнообразования (5) из линейной теории, решением (7) и физическими параметрами процесса. Третье уравнение получается из совпадения масс (объемов) отрывающегося участка модельной струйки ($Y_* \leq Y < \infty$) и формирующейся из него сферической капельки с диаметром d , что окончательно записывается в виде

$$(3/4)b^3\zeta a = \theta^2 X_1, \quad b = 2r_*/d. \quad (11)$$

Поскольку концевая часть струйки к моменту отрыва капли приобретает квазцилиндрическую форму, величину b отношения их диаметров можно оценить с позиций построенной нами теории распада тонких цилиндрических струй в результате их неустойчивости [9,10], где найдено: $b \approx 0,53$. При этом оторвавшаяся капелька оказывается на расстоянии $\Delta y \approx 9r_*$ от образующегося конца струйки $y = y_*$ и уносится набегающим потоком газа.

Математическое замыкание задачи определения четырех искомых величин из системы уравнений (9)-(11) целесообразно осуществить прежде всего обязательным требованием минимального значения для введенной модельной характеристики W_1 (или $\tilde{W}$) по любой из трех остальных. В частности, принимая за такой параметр величину a , можно произвести ее однозначный выбор. Тогда после исключения с помощью (10),(11) величин $\theta, \tilde{W}$ из (9) получаем трансцендентное параметрическое уравнение для $\zeta = \zeta(a)$. При этом область определения его решения ограничивается неравенством $a\zeta < 3b^3/(4X_1\eta^2)$, вытекающим из $\tilde{W} > 1$.

Анализ параметрической системы (9)-(11) для рассмотренного нами примера вторичного (поверхностного) дробления капель при детонации аэрозолей из жидких углеводородов ($\rho \approx 0,72 \text{ г/см}^3$, $\sigma_t \approx 272 \text{ эрг/см}^2$) приводит к следующим результатам.

С точностью до главного члена неравенство (5) дает $6 \cdot 10^{-4} \text{ см} < \lambda < 8 \cdot 10^{-3} \text{ см}$. Учитывая сделанное выше замечание об априорном завышении его верхней границы, примем для расчетных оценок в качестве среднего значения: $\lambda \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ см}$, чему отвечает $\eta \approx 1,352$. Тем более, если учесть высокую температуру за ударной волной, то величина σ_t заметно уменьшится. По этим значениям вычислено решение $\zeta(a)$, а из (10),(11) определены $\tilde{W}$ и θ . Минимальное значение $\tilde{W}_{\min} \approx 17,4$ достигается при $a \approx 5$, для которого соответственно найдено: $\zeta \approx 0,018$, $\theta \approx 0,235$ и $A \approx 0,0164$. Тогда по (11) будем иметь $\lambda/d = b/(2\theta X_1) \approx 6,19$ в качестве своей нижней оценки, коль скоро $X_* \approx 0,0428$ играет роль верхнего предела радиуса отрывного сечения струйки. Отсюда для среднего диаметра диспергируемых капелек получаем $d \approx 5 \text{ мкм}$, что вполне согласуется с экспериментально наблюдаемым для спектра размеров вторичных жидких частиц: $(1 \div 10) \text{ мкм}$ в следе за первичной каплей детонирующего аэрозоля. Высота подъема отрывного сечения оценивается снизу величиной $Y_* \approx 0,293$, так что вторичная капелька выбрасывается над исходной поверхностью

первичной в среднем на расстояние $Y_* + 9X_* \approx 0,678$, уносясь набегающим на нее потоком газа. Дополнительное ускорение ΔW в отрывном сечении достигает значения $0,909 \cdot W$, а глубина лунки $Y_0 = Y(1/2) \approx -0,0573$. При чем, $Y'_0 = -4A \approx -0,0656$, так что введенный согласно (6) модельный излом жидкой поверхности на ее дне $(1/2, Y_0)$ составляет угол всего лишь в $7^\circ, 5$. Для отрывного сечения (X_*, Y_*) получается $Y'_* \approx -8,97$, чему соответствует угол наклона поверхности струйки к оси y ее симметрии $\approx 6^\circ$, малость которого свидетельствует о правомерности использования теории распада тонкой цилиндрической струи на отдельные капли [9, 10].

1. Асланов С. К. Кинетика дробления жидких частиц в потоке газа и теория детонации аэрозоля // Доповіді НАН України. – 1997. – № 5. – С. 114–118.
2. Асланов С. К. Кинетика дробления жидких частиц в потоке газа и теория детонации аэрозоля. – К.: 1996. – 42с. (Препр. / НАН Украины. Ин-т геофизики).
3. Aslanov S. Construction of the explosion waves theory for combustible aerosols // Journ. Aerosol Sci. – 1994. – V. 25, Suppl. 1. – P. S44–S45.
4. Aslanov S. On the theory of dispersion of drops in aerosol jet // Journ. Aerosol Sci. – 1996. – V. 27, Suppl. 1. – P. S283–S284.
5. Aslanov S. About kinetics of the surface break-up of the cosmic bodies, decelerating in atmosphere // Journ. Aerosol Sci. – 1997. – V. 28, Suppl. 1. – P. S625–S626.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика – М.: Наука, 1986. – 736 с.
7. Ranger A. A. Shock wave propagation through two-phase medium // Astronaut. Acta. – 1972. – V. 17, № 4–5. – P. 675–683.
8. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: Физматгиз, 1962. – 1100 с.
9. Aslanov S. The theory of drops formation along disintegration of a thin liquid jet // Journ. Aerosol Sci. – 1999. – V. 30, Suppl. 1. – P. S333–S334.
10. Асланов С. К. К теории распада жидкой струи на капли // Журнал техн. физики. РАН. – 1999. – Т. 69, вып. 11. – С. 132–133