

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

КУРС ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

Підручник у шести томах

За загальною редакцією

В. А. Сминтини

Том 4

В. А. СМИНТИНА, Ю. Ф. ВАКСМАН

ОПТИКА

Затверджено
Міністерством освіти і науки України
як підручник для студентів
вищих навчальних закладів.
(Лист № 1/11-11248 від 09.12.2010 р.)

Одеса
«Астропринт»
2012

ББК 22.34я 73
К93
УДК 535(075.8)

Рецензенти:

В. Г. Литовченко, доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України;
І. В. Блонський, доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України;
О. О. Птаченко, доктор фізико-математичних наук, професор

Затверджено Міністерством освіти і науки України як підручник для студентів вищих навчальних закладів. (Лист № 1/11-11248 від 09.12.2010 р.)

Курс загальної фізики : підручник у 6 т. / за загал. ред.
К93 В. А. Сминтини. — Одеса : Астропринт, 2011–2012. — . — ISBN 978–966–190–465–0

Т. 4 : В. А. Сминтина, Ю. Ф. Ваксман. Оптика. — Одеса : Астропринт, 2012. — 276 с.
ISBN 978–966–190–533–6

Підручник є четвертим томом «Курсу загальної фізики». У ньому викладено основи електромагнітної та квантової природи світла. Поряд з класичними питаннями оптики розглянуто її сучасні напрями: оптичні квантові генератори та підсилювачі світла, фізичні основи голографії, нелінійна оптика.

Підручник укладено для студентів фізичних факультетів університетів. Він може бути корисним для викладачів та наукових співробітників, які працюють в області оптики та оптоелектроніки.

ББК 22.34я 73
УДК 535(075.8)

ISBN 978–966–190–465–0 (у 6 т.)
ISBN 978–966–190–533–6 (т. 4)

© Сминтина В. А.,
Ваксман Ю. Ф., 2012

Зміст

<i>Основні позначення</i>	7
<i>Передмова</i>	8
<i>Вступ</i>	9

Розділ I. Властивості електромагнітних хвиль

§ 1. Основні характеристики оптичного діапазону	12
§ 2. Хвильові рівняння для хвиль, що поширюються у вакуумі	12
§ 3. Плоскі і сферичні монохроматичні хвилі	15
§ 4. Структура плоскої електромагнітної хвилі	16
§ 5. Перенесення енергії електромагнітною хвилею	18
§ 6. Тиск світла. Дослід Лебедева	21
§ 7. Суперпозиція електромагнітних хвиль	24
§ 8. Фотометричні поняття і величини	28
<i>Контрольні питання та завдання</i>	33

Розділ II. Немонохроматичне і хаотичне випромінювання

§ 1. Перетворення Фур'є в оптиці	34
§ 2. Класична модель випромінювача. Форма лінії випромінювання	36
§ 3. Форма лінії поглинання	40
§ 4. Розширення спектральних ліній	41
§ 5. Модульовані хвилі	44
§ 6. Хвильові пакети. Групова швидкість	46
§ 7. Хаотичне світло	48
<i>Контрольні питання та завдання</i>	49

Розділ III. Поширення світла в ізотропних середовищах

§ 1. Поширення світла в діелектриках	51
§ 2. Відбивання та заломлення світла на межі між двома діелектриками	52

§ 3. Повне відбивання світла	62
§ 4. Енергетичні співвідношення при заломленні та відбиванні світла	66
§ 5. Поширення світла у провідниках	67
§ 6. Відбивання світла від поверхні провідника	69
§ 7. Електронна теорія дисперсії світла	70
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>75</i>

Розділ IV. Поширення світла в анізотропних середовищах

§ 1. Поляризація електромагнітних хвиль	76
§ 2. Опис анізотропних середовищ	80
§ 3. Розповсюдження плоскої електромагнітної хвилі в анізотропному середовищі	82
§ 4. Хід променів у анізотропному середовищі	84
§ 5. Подвійне заломлення променя	86
§ 6. Обертання площини поляризації	88
§ 7. Штучна анізотропія середовища	90
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>93</i>

Розділ V. Інтерференція світла

§ 1. Суперпозиція когерентних хвиль	94
§ 2. Двопроменева інтерференція, здійснювана поділом амплітуди світлової хвилі	97
§ 3. Двопроменева інтерференція, здійснювана поділом хвильового фронту	100
§ 4. Часова і просторова когерентність світла	105
§ 5. Основи Фур'є-спектроскопії	107
§ 6. Інтерференція в тонких плівках	109
§ 7. Інтерференція поляризованого світла	113
§ 8. Просвітлення оптики	116
§ 9. Інтерференційні дзеркала	118
§ 10. Багатопроменева інтерференція	119
§ 11. Багатопроменеві інтерферометри	125
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>128</i>

Розділ VI. Дифракція світла

§ 1. Принцип Гюйгенса — Френеля	130
§ 2. Метод зон Френеля	132
§ 3. Дифракція Френеля	138
§ 4. Дифракція Фраунгофера на щілині	145
§ 5. Дифракція Фраунгофера на дифракційній ґратці	148
§ 6. Дифракційна ґратка як спектральний прилад	152
§ 7. Дифракція на гармонічних неперервних структурах	156
§ 8. Дифракція світла на просторових ґратках	157
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>159</i>

Розділ VII. Геометрична оптика і найпростіші оптичні прилади

§ 1. Принцип Ферма	160
§ 2. Основні поняття і означення	161
§ 3. Правило знаків	163
§ 4. Заломлення променів сферичною поверхнею	164
§ 5. Рівняння тонкої лінзи	167
§ 6. Аберації оптичних систем	170
§ 7. Діафрагма — найпростіший оптичний прилад	173
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>174</i>

Розділ VIII. Основні поняття Фур'є-оптики

§ 1. Лінза як елемент, який здійснює перетворення Фур'є ...	175
§ 2. Створення лінзою дифракційного зображення предмета ...	177
§ 3. Просторова фільтрація зображень	182
§ 4. Голографія	184
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>197</i>

Розділ IX. Розсіюння світла

§ 1. Природа та типи розсіюння світла	198
§ 2. Релеєвське розсіюння світла та розсіюння Мі	199
§ 3. Розсіюння Мандельштама — Бріллюєна	204
§ 4. Комбінаційне розсіюння	205
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>208</i>

Розділ X. Квантові властивості світла

§ 1. Класичні закони теплового випромінювання	209
§ 2. Гіпотеза Планка. Формула випромінювання Планка	216
§ 3. Світлові кванти. Виведення формули Планка за Ейнштейном	218
§ 4. Фотоелектричний ефект	222
§ 5. Комптонове розсіювання світла	227
§ 6. Люмінесценція	229
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>233</i>

Розділ XI. Оптичні підсилювачі і квантові генератори світла

§ 1. Оптичні підсилювачі	235
§ 2. Оптичні квантові генератори (лазери)	239
§ 3. Лазерне випромінювання	243
§ 4. Характеристики лазерів	248
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>254</i>

Розділ XII. Нелінійна оптика

§ 1. Нелінійна поляризованість середовища	256
§ 2. Оптичне детектування. Генерація гармонік	260
§ 3. Показник заломлення в нелінійній оптиці. Самофокусування світла	263
§ 4. Векторна умова просторового синхронізму. Параметричні генератори світла	265
§ 5. Багатофотонне поглинання	269
<i>Контрольні питання та завдання</i>	<i>270</i>

<i>Література</i>	<i>272</i>
-----------------------------	------------

Предметний покажчик	273
-------------------------------	-----

Основні позначення

B — магнітна індукція;
 c — швидкість світла у вакуумі;
 D — електрична індукція;
 E — напруженість електричного поля;
 e — заряд електрона;
 F — сила;
 H — напруженість магнітного поля;
 h — стала Планка;
 I — інтенсивність світла;
 k — хвильове число (хвильовий вектор);
 n — показник заломлення;
 P — тиск;
 S — густина потоку енергії;
 T — період;
 v — швидкість;
 W — об'ємна густина енергії;
 α — коефіцієнт поглинання;
 ε_0 — електрична стала;
 ε — електрична проникність середовища;
 λ — довжина хвилі;
 μ_0 — магнітна стала;
 μ — магнітна проникність середовища;
 ν — частота;
 Φ — світловий потік;
 ω — циклічна частота.

Передмова

На наш час значний прогрес науки і техніки досягнуто завдяки розвитку сучасної оптики. Успіхи оптики XX століття тісно зв'язані із створенням і розвитком оптичних квантових генераторів (лазерів) та їх впровадженням в практику наукових досліджень. Це призвело до утворення ряду нових наукових та прикладних напрямків розвитку сучасної оптики. Зокрема, створення лазерів дало поштовх для розвитку голографії, що не мислима без когерентних джерел світла. Основними напрямками розвитку голографії як окремої галузі оптики стало вдосконалення методів запису і відтворення об'ємного зображення; розробка пристроїв, що запам'ятовують та відтворюють значний об'єм інформації (голографічна пам'ять); оптична інтерферометрія. Розвиток лазерної техніки стимулював створення нового прикладного напрямку оптики — волоконної оптики. На наш час створені і успішно працюють волоконно-оптичні лінії зв'язку, що мають ряд переваг порівняно з проводовими лініями. Розробка технології потужних та надпотужних лазерів привела до відкриття цілої низки нових оптичних явищ, що виникають як результат взаємодії потужного електромагнітного випромінювання з речовиною. Таким чином, було започатковано ще одну нову галузь сучасної оптики — нелінійну оптику. Одним з найбільш яскравих досягнень нелінійної оптики є розробка фізичних основ та створення параметричних генераторів світла.

Зміст запропонованого авторами підручника відповідає програмі курсу «Загальна фізика» для фізичних спеціальностей університетів. Кожний розділ закінчується контрольними питаннями, що дозволить студентам звернути увагу на основні аспекти розглянутого та закріпити здобуті знання.

Підручник написано на основі курсу «Оптика», що впродовж ряду років читали автори на фізичному факультеті Одеського національного університету імені І. І. Мечникова.

Автори щиро вдячні член-кореспонденту НАН України, доктору фізико-математичних наук, професору Литовченку Володимирі Григоровичу; член-кореспонденту НАН України, доктору фізико-математичних наук, професору Блонському Івану Васильовичу та доктору фізико-математичних наук, професору Птащенко Олександрі Олександровичу за уважне рецензування рукопису та корисні зауваження.

Оптика — це частина фізики, в якій вивчається природа світла, закони його випромінювання, поширення та взаємодії з речовиною. На наш час є дві теорії, що пояснюють природу світла: електромагнітна (хвильова) та квантова. На певних етапах історії розвитку уявлень про природу світла перевага віддавалась одній з них. Це було причиною того, що з точки зору класичної фізики поняття частинки і хвилі не є сумісними. Разом з тим гіпотеза де-Бройля та її подальші експериментальні підтвердження свідчать про те, що світло, як і частинки, має потенційну можливість для прояву як хвильових, так і корпускулярних властивостей. Таким чином, електромагнітна і квантова теорії світла описують певне коло явищ в оптиці і взаємно доповнюють одна одну.

Предметом вивчення в оптиці є світло — електромагнітне випромінювання в інтервалі довжин хвиль від 0,001 до 10^6 нм. Це є оптичний діапазон шкали електромагнітних хвиль. Оптичний діапазон в порядку зростання довжини хвилі включає області рентгенівського, ультрафіолетового, видимого та інфрачервоного випромінювання, межі яких наведено у таблиці.

Таблиця 1

Оптичний діапазон шкали електромагнітних хвиль

Назва діапазону хвиль випромінювання	Межі діапазону	
	за довжинами хвиль, нм	за енергіями, еВ
Рентгенівське	0,0012–12	100– 10^6
Ультрафіолетове	12 — 380	3,2–100
Видиме	380 — 760	1,6–3,2
Інфрачервоне	760 — 10^6	$1,2 \cdot 10^{-3}$ –1,6

Електромагнітне випромінювання в межах оптичного діапазону називають *оптичним*. Оптичне випромінювання одержують збудженням атомів і молекул речовини.

Рентгенівське випромінювання було відкрите у 1895 р. німецьким фізиком В. Рентгеном. Названі ним Х-промені можна було виявити завдяки їх спроможності викликати світіння люмінесцентних екранів, фотохімічній дії на емульсії, втрати заряду на електроскопі внаслідок

іонізації повітря. Слід відмітити, що незалежно від В. Рентгена, першовідкривачем Х-випромінювання є український фізик І. Полуй. Встановлено, що рентгенівське випромінювання легко проникає крізь непрозорі для видимого світла перепони. При цьому проникна здатність зростає з ростом частоти випромінювання. Для одержання рентгенівського випромінювання використовують анодну (рентгенівську) трубку, що містить катод (у вигляді фокусуючої півсфери) та масивний охолоджуваний анод. Між катодом і анодом прикладають напругу в кілька десятків кіловольт. Рентгенівське випромінювання виникає у просторі біля аноду і характеризується суцільним та лінійчатим спектром. Суцільний спектр характерний для так званого *гальмівного випромінювання*, причиною якого є різке зниження кінетичної енергії електронів поблизу аноду. Лінійчатому спектру відповідає *характеристичне випромінювання*, що пов'язане з взаємодією прискорених електронів з атомами аноду.

Ультрафіолетове випромінювання відкрито в 1801 р. німецьким фізиком І. Ріттером та англійським фізиком У. Волластоном. Ультрафіолетове випромінювання можна виявити завдяки його фотохімічній дії на фотоемулсії, а також здатності викликати фотоэффект. Це випромінювання, на відміну від рентгенівського, досить сильно поглинається речовиною, навіть газами. Звичайне скло пропускає світло з довжиною хвилі, що перевищує 360 нм, кварц, фтористий літій — 180 нм, флюорит — 120 нм. Більш короткохвильове ультрафіолетове випромінювання зазнає сильного поглинання навіть у повітрі. Тому спектрографи, що працюють в ультрафіолетовому діапазоні, є вакуумними, а дифракційні ґратки працюють в режимі відбивання світла. Джерелами ультрафіолетового випромінювання є газорозрядні лампи, електричні дуги.

Видна область оптичного діапазону шкали електромагнітних хвиль є самою вузькою (380—760 нм). Видиме випромінювання сприймається оком людини. До того ж це випромінювання можна реєструвати фотографічним методом, а також за допомогою фотоелектричних перетворювачів світла. Джерелом видимого випромінювання є нагріті тіла, газорозрядні лампи, електричні дуги і т. ін. Проте основним джерелом видимого світла на Землі є Сонце. Саме сонячне випромінювання в процесі тривалої еволюції визначило характер спектральної чутливості ока людини. Температура поверхні Сонця становить біля 6000 К. Спектр його випромінювання, як абсолютно чорного тіла, має максимум на довжині хвилі біля 500 нм, що досить близь-

ко до максимуму середньостатистичної спектральної чутливості ока (555 нм). Ультрафіолетове випромінювання Сонця довжиною хвилі менше 300 нм зазнає розсіювання та поглинається в земній атмосфері. Це є причиною короткохвильового спаду спектральної чутливості ока. Зменшення чутливості ока в довгохвильову (інфрачервону) сторону спектру спричиняється зростаючим фоном теплового випромінювання, що стає домінуючим при $\lambda > 700$ нм, та спадом спектральної чутливості світлових рецепторів у сітківці ока.

Інфрачервоне випромінювання було відкрите у 1800 р. В. Гершелем, який спостерігав нагрівання чутливого термоелементу сонячним випромінюванням довжиною хвилі більшою 700 нм. Таким чином, характерною для інфрачервоного випромінювання є його теплова дія. Це випромінювання можна реєструвати за допомогою термочутливих приладів: болометрів, термопар, фоторезисторів і т. ін. Джерелом інфрачервоного випромінювання є нагріті тіла.

Як видно, кожна область оптичного діапазону шкали електромагнітних хвиль має свої характерні особливості. Зі збільшенням частоти випромінювання (рентгенівська, ультрафіолетова області) в більшій мірі виявляються корпускулярні властивості світла. У той же час хвильові властивості світла найбільш яскраво виявляються у видній та інфрачервоній областях спектру.

Розділ І

ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

§ 1. ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИЧНОГО ДІАПАЗОНУ

Оптичний діапазон випромінювання, як і інші, характеризується довжиною електромагнітної хвилі, що визначається як $\lambda = cT$ (c — швидкість світла, T — період коливань) і вимірюється в мікрометрах (мкм), нанометрах (нм) і ангстремах (Å); частотою $\nu = 1/T$, що вимірюється у герцах (Гц); круговою (циклічною) частотою $\omega = 2\pi\nu$ або $\omega = \frac{2\pi}{T}$, одиницею виміру якої є с^{-1} .

Однією з найважливіших характеристик випромінювання є енергія. В межах корпускулярної теорії випромінювання енергія світлового кванту визначається співвідношенням $E = \hbar\omega = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$, де h — стала Планка, $\hbar = h/2\pi$. Для цього співвідношення слід вводити певні обмеження величини ν або λ . Це, по-перше, пов'язано з тим, що при зростанні ν до ∞ енергія кванта прямуватиме також до нескінченності, що фізично неможливо. З іншого боку, згідно з М. Планком існує мінімальне значення енергії кванта випромінювання E_0 , а тому накладаються обмеження і на мінімально можливі значення частоти: $\nu_0 = E_0/h$. Найменша відома частота спостерігається в стоячих електромагнітних хвилях між іоносферою та земною поверхнею (≈ 8 Гц).

§ 2. ХВИЛЬОВІ РІВНЯННЯ ДЛЯ ХВИЛЬ, ЩО ПОШИРЮЮТЬСЯ У ВАКУУМІ

Рівняння Д. Максвелла. Для ізотропного діелектричного середовища рівняння Максвелла, записані в системі СІ, мають вигляд

$$[\nabla \times \vec{E}] = -\mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}, \quad (2.1)$$

$$[\nabla \times \vec{H}] = \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.2)$$

$$(\nabla \cdot \vec{E}) = 0, \quad (2.3)$$

$$(\nabla \cdot \vec{H}) = 0. \quad (2.4)$$

де ∇ — векторний оператор «набла»: $\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — одиничні вектори, спрямовані вздовж координатних осей; $\vec{E}, \vec{H}$ — вектори напруженості електричного і магнітного поля; ϵ, μ — діелектрична та магнітна проникність речовини; ϵ_0, μ_0 — електрична та магнітна стала.

У (2.1) і (2.2) враховано матеріальні рівняння для векторів індукції електричного і магнітного поля: $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$ і $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$.

Хвильові рівняння. Для одержання хвильових рівнянь розглянемо векторний добуток оператора ∇ на ліву і праву частину рівняння (2.1):

$$\nabla \times [\nabla \times \vec{E}] = -\mu_0 \mu \frac{\partial [\nabla \times \vec{H}]}{\partial t}. \quad (2.5)$$

Враховуючи, що $\nabla \times [\nabla \times \vec{E}] = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$, а також рівняння (2.2) і (2.3), одержимо

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}. \quad (2.6)$$

При запису лівої частини рівняння (2.6) враховано, що ∇^2 є оператором Лапласа, який в декартових координатах має вигляд:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Аналогічно, розглянувши векторний добуток оператора ∇ на ліву і праву частину (2.2) з урахуванням (2.1) і (2.4), одержимо хвильове рівняння для вектора напруженості магнітного поля:

$$\Delta \vec{H} = \epsilon_0 \mu_0 \epsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (2.7)$$

Хвильові рівняння (2.6) і (2.7) в вакуумі ($\epsilon, \mu = 1$) матимуть вигляд

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (2.8)$$

$$\Delta \vec{H} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}. \quad (2.9)$$

Враховуючи, що напруженості електричного і магнітного полів є функціями просторових координат і часу, можна впевнитись, що $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$, де c — швидкість світла у вакуумі. Виходячи з цього, хвильові рівняння (2.6), (2.7) записують у вигляді:

$$\Delta \vec{E} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (2.10)$$

$$\Delta \vec{H} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (2.11)$$

У цих рівняннях величина $\epsilon \mu / c^2 = 1/v^2$, де $v = c/\sqrt{\epsilon \mu}$ — швидкість світла в речовині.

Співвідношення Максвелла. Враховуючи, що показник заломлення світла $n = c/v$, одержимо *співвідношення Максвелла*

$$n = \sqrt{\epsilon \mu}. \quad (2.12)$$

Таким чином, *закон Максвелла зв'язує одним співвідношенням три фундаментальні сталі речовини: електричну (ϵ), магнітну (μ) і оптичну (n).*

Форми запису хвильових рівнянь. Хвильові рівняння (2.10) і (2.11) записано у векторній формі. Якщо напрям поширення хвилі збігається з напрямом координатної осі, наприклад OZ, то хвильові рівняння стають скалярними:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial z^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 H}{\partial t^2}. \quad (2.14)$$

При розповсюдженні світла від точкового джерела в ізотропному середовищі зручно використовувати сферичні координати. Враховуючи, що за даних умов поле має аксіальну симетрію, оператор Лапласа не буде залежати від кутових координат, а тому він матиме вигляд

$\Delta E = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (Er)}{\partial r^2}$, де r — відстань від точкового джерела, що прийнято за початок координат. Таким чином, хвильові рівняння у *сферичних координатах* матимуть вигляд:

$$\frac{\partial^2 (Er)}{\partial r^2} = \frac{\epsilon \mu}{c^2} \frac{\partial^2 (Er)}{\partial t^2}, \quad (2.15, a)$$

$$\frac{\partial^2(Hr)}{\partial r^2} = \frac{\epsilon\mu}{c^2} \frac{\partial^2(Hr)}{\partial t^2}. \quad (2.15, б)$$

В рівняннях (2.15, а) і (2.15, б) напруженості електричного та магнітного полів є величинами скалярними, що залежать від r та t .

§ 3. ПЛОСКІ І СФЕРИЧНІ МОНОХРОМАТИЧНІ ХВИЛІ

Плоскі хвилі. Розв'язками хвильових рівнянь (2.10) і (2.11) є гармонічні функції:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_1), \quad (3.1)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_2), \quad (3.2)$$

де $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ — амплітуди коливань векторів $\vec{E}, \vec{H}$; $\vec{k}$ — хвильовий вектор, спрямований в напрямку поширення хвильового фронту, а по абсолютній величині рівний $2\pi/\lambda$; $\vec{r}$ — радіус-вектор, α_1, α_2 — початкові фази хвиль.

Аргумент функції, що описує хвилю, називається **фазою хвилі**. Рівняння поверхні рівної фази (хвильової поверхні): $\omega t - \vec{k}\vec{r} = \text{const}$ визначає в просторі площину, перпендикулярну вектору $\vec{r}$. Тому хвилі, що відповідають співвідношенням (3.1) і (3.2), називають **плоскими**.

Швидкість переміщення поверхні сталої фази називається **фазовою швидкістю** і визначається рівнянням $v = dr/dt = \omega/k$.

Поверхня точок рівної фази називається **хвильовою**. Хвильова поверхня, до якої в даний момент часу доходить світлове збурення, називається **фронтом хвилі**. В даному разі поверхня хвильового фронту є площиною. Тому інакше можна сказати, що **плоскими називають хвилі, в яких фронт є площиною**.

Використовуючи формули Ейлера, можна подати рівняння плоских хвиль (3.1) і (3.2) у комплексній формі:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp \left[i \left(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_1 \right) \right], \quad (3.3)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 \exp \left[i \left(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_2 \right) \right]. \quad (3.4)$$

Сферичні хвилі. Розв'язком рівнянь (2.15, а) і (2.15, б) є функції

$$E = \frac{E_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_1), \quad (3.5)$$

$$H = \frac{H_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_2), \quad (3.6)$$

в яких амплітуди зменшуються обернено пропорційно r .

В даному разі поверхня точок рівної фази, тобто поверхня хвильового фронту є сферичною. Такі хвилі називають **сферичними**. Таким чином, розв'язком хвильових рівнянь, записаних у сферичних координатах, є сферичні хвилі. На відміну від рівнянь (3.3) та (3.4), в рівняннях (3.5) і (3.6) величини напруженостей електричного і магнітного полів є скалярними. Разом з тим рівняння (3.5) і (3.6), як і рівняння (3.3) і (3.4), можуть бути записані в комплексній формі.

Розглянуті розв'язки хвильових рівнянь (3.1–3.6) подано у вигляді гармонічних функцій, що характеризують так звані **монохроматичні хвилі**. *Монохроматичними називають хвилі, в яких напруженості електричного і магнітного полів змінюються за гармонічним законом.*

Слід зауважити, що розв'язком хвильових рівнянь можуть бути і більш складні — немонохроматичні хвилі, які є суперпозицією монохроматичних хвиль.

§ 4. СТРУКТУРА ПЛОСКОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ

Аналізуючи рівняння Д. Максвелла, визначимо структуру плоскої хвилі, для якої вектори напруженості електричного і магнітного поля подано рівняннями (3.3) та (3.4).

Напрямок коливань векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$. Покажемо, що електромагнітна хвиля є *поперечною*, тобто коливання векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ здійснюються в площині, перпендикулярній до напрямку поширення хвилі. Враховуючи (3.3), скалярний добуток $(\nabla \cdot \vec{E})$ можна записати у вигляді

$$(\nabla \cdot \vec{E}) = -i(\vec{k} \cdot \vec{E}). \quad (4.1)$$

Враховуючи (2.3), з рівняння (4.1) одержимо, що $(\vec{k} \cdot \vec{E}) = 0$, тобто вектор $\vec{E}$ розташований перпендикулярно вектору $\vec{k}$.

Аналогічно, враховуючи (3.4), визначимо, що

$$(\nabla \cdot \vec{H}) = -i(\vec{k} \cdot \vec{H}). \quad (4.2)$$

Виходячи з (2.4) та (4.2), одержимо $(\vec{k} \cdot \vec{H}) = 0$, тобто вектор $\vec{H}$ розташований перпендикулярно вектору $\vec{k}$.

Таким чином, вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ розташовані в площині, перпендикулярній вектору $\vec{k}$. Цим самим доказано, що електромагнітні хвилі є поперечними. *Експериментально така властивість електромагнітних хвиль підтверджується їх здатністю до поляризації.*

Розташування векторів $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{k}$. Враховуючи (3.3), векторний добуток $[\nabla \times \vec{E}]$ можна записати у вигляді:

$$[\nabla \times \vec{E}] = -i[\vec{k} \times \vec{E}]. \quad (4.3)$$

З урахуванням цього запису, а також (3.4), рівняння Максвелла (2.1) може бути подано:

$$[\vec{k} \times \vec{E}] = \mu_0 \mu \omega \vec{H}. \quad (4.4)$$

Аналогічно, враховуючи, що для плоскої хвилі

$$[\nabla \times \vec{H}] = -i[\vec{k} \times \vec{H}], \quad (4.5)$$

рівняння Максвелла (2.2) можна подати у вигляді:

$$[\vec{k} \times \vec{H}] = -\epsilon_0 \epsilon \omega \vec{E}. \quad (4.6)$$

Аналізуючи рівняння (4.4) та (4.6) і враховуючи поперечність електромагнітної хвилі, приходимо до висновку про те, що вектори $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{k}$ утворюють *правозвинтову трійку векторів*.

Співвідношення фаз коливань напруженостей електричного і магнітного полів. Для спрощення розглянемо хвилю, що розповсюджується вздовж осі OZ . Враховуючи, що електромагнітні хвилі є поперечними, коливання векторів $\vec{E}$, $\vec{H}$ здійснюються в площині XOY . Виходячи з принципу суперпозиції полів, можна розкласти вектор $\vec{E}$ на дві складові: E_x і E_y та вектор $\vec{H}$ — на складові H_x і H_y . Це буде означати розклад електромагнітної хвилі на дві складові, одна з яких містить компоненти E_x і H_y , а друга — компоненти E_y і H_x .

Розглянемо хвилю, в якій $E = E_x$, $H = H_y$. Для такої хвилі рівняння (4.4) можна записати у вигляді $kE_x = \mu_0 \mu \omega H_y$.

Враховуючи, що $k = \omega/v$ і $v = c/\sqrt{\epsilon \mu}$, одержимо:

$$\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} E_x = \sqrt{\mu_0 \mu} H_y. \quad (4.7)$$

Аналогічно, розглянувши хвилю, в якій $E = E_y$, $H = H_x$, одержимо:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon} E_y = \sqrt{\mu_0 \mu} H_x. \quad (4.8)$$

Маючи на увазі, що в ізотропних діелектричних речовинах ε , μ є величинами дійсними і не залежать від координат, з рівнянь (4.7) та (4.8) можна зробити висновок, що коливання складових E_x і H_y , а також E_y і H_x здійснюються в фазі, а значить, і коливання векторів $\vec{E}$ та $\vec{H}$ є **синфазними** (рис. 1.1). Хвилі, в яких коливання векторів напруженості електричного і магнітного полів здійснюються в фазі, що переміщується у просторі, називають **біжучими**. Тому в рівняннях (3.1–3.6), що описують біжучі хвилі, відпадає необхідність запису початкових фаз α_1 і α_2 .

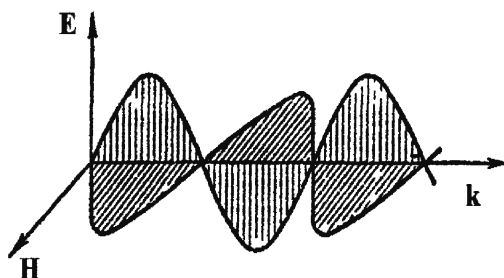


Рис. 1.1. Коливання векторів напруженості електричного (E) і магнітного (H) полів в біжучій хвилі

§ 5. ПЕРЕНЕСЕННЯ ЕНЕРГІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЮ ХВИЛЕЮ

Електромагнітні хвилі переносять енергію. Про це свідчить вплив світлового випромінювання на речовини, який зумовлює підвищення їх температури, виникнення вільних внутрішніх та зовнішніх електронів провідності, фотохімічні перетворення і ін.

Кількісно процес переносу енергії електромагнітною хвилею характеризують поняттями густини потоку енергії ($\vec{S}$) та об'ємної густини енергії (W).

Густина потоку енергії — це вектор Умова — Пойнтінга, напрям якого визначається напрямом переносу енергії світлової хвилі, а величина дорівнює кількості енергії, що переноситься через одиничну площину, розташовану перпендикулярно вектору $\vec{S}$, за одиницю часу.

Враховуючи структуру електромагнітної хвилі, вектор густини потоку енергії можна подати як векторний добуток:

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]. \quad (5.1)$$

Слід мати на увазі, що частота світлової хвилі досить висока (видима область шкали електромагнітних хвиль відповідає частоті 10^{14} c^{-1}), а тому прилади, що реєструють світлове випромінювання, фактично визначають середнє за часом значення енергії, що переноситься електромагнітною хвилею. При цьому інтервал усереднення значно перевищує період світлової хвилі. Для плоскої хвилі з вектором $\vec{E}$, що визначається рівнянням (3.1), враховуючи (4.8), одержимо середнє значення абсолютної величини густини потоку електромагнітної енергії:

$$\langle S \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{\mu_0 \mu}} E_0^2. \quad (5.2)$$

В даному випадку $\langle \cos^2(\omega t - \vec{k}\vec{r}) \rangle = 1/2$, оскільки інтервал усереднення значно більший періоду коливань векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$.

Враховуючи також що $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$, рівняння (5.2) набуде вигляду

$$\langle S \rangle = \frac{c\epsilon_0}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_0^2. \quad (5.3)$$

Звернемо увагу на те, що *густина потоку електромагнітної енергії визначається квадратом амплітуди світлової хвилі.*

Об'ємна густина енергії є скалярною величиною, що визначає кількість енергії в одиниці об'єму. Якщо площу поверхні, на яку падає світло, позначити σ , то хвиля, що розповсюджується зі швидкістю v , за час t переміститься в об'ємі $V = \sigma v t$ (рис. 1.2). Повна кількість енергії в такому об'ємі буде рівна $W_n = S\sigma t$. Значить, об'ємна густина енергії за її означенням $W = W_n/V$, а тому дорівнює

$$W = S/v. \quad (5.4)$$

У вакуумі співвідношення між об'ємною густиною енергії та густиною потоку енергії має вигляд

$$W = S/c. \quad (5.5)$$

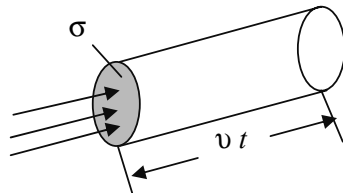


Рис. 1.2. До визначення об'ємної густини енергії

Гауссів пучок світла. На експерименті використовують світловий пучок з певним поперечним перерізом, по якому густина потоку енергії розподілена нерівномірно. Потужність світлової енергії, що проходить через переріз пучка σ перпендикулярно напрямку поширення світла, рівна

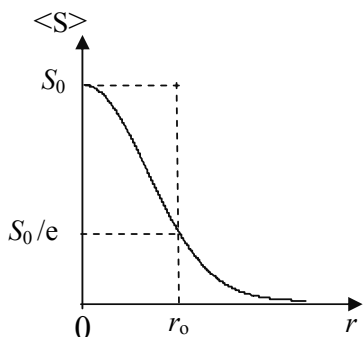


Рис. 1.3. Розподіл середнього значення густини потоку енергії в гауссовім пучку

$$P = \int_{\sigma} \langle S \rangle d\sigma . \quad (5.6)$$

Частіше всього пучок світла має круговий переріз, розподіл густини потоку енергії по якому має аксіальну симетрію і відповідає функції Гаусса (рис. 1.3). Такий пучок світла називають **гауссовим пучком**.

Амплітуди плоских електромагнітних хвиль, що складають цей пучок, розподіляються за законом:

$$E_0(r) = A_0 \exp\left(-\frac{r^2}{2r_0^2}\right), \quad (5.7)$$

де A_0 — стала, що дорівнює амплітуді хвилі в центрі пучка, де $r=0$; r — відстань від центру пучка; r_0 — відстань від центру пучка, на якій амплітуда хвилі зменшується в $\sqrt{e}$ разів.

Враховуючи (5.3) і (5.7), можна записати розподіл середнього значення густини потоку енергії в гауссовім пучку:

$$\langle S \rangle = \frac{c\epsilon_0}{2} A_0^2 \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right) = S_0 \exp\left(-\frac{r^2}{r_0^2}\right), \quad (5.8)$$

де S_0 — середня густина потоку енергії в центрі пучка; r_0 — відстань від центру пучка, на якій густина потоку енергії зменшилась в e разів (див. рис. 1.3).

Потужність світла, що переноситься через переріз гауссового пучка, відповідно (5.6), рівна

$$P = S_0 \int_0^{\infty} 2\pi r \left[\exp\left(-r^2/r_0^2\right) \right] dr, \quad (5.9)$$

де враховано, що для кругового перерізу пучка світла $d\sigma = 2\pi r dr$.

Враховуючи, що середня густина потоку енергії в гауссовім пучку спадає за експоненціальним законом відповідно (5.8), можна обме-

житись радіусом величиною r_0 і вважати, що в межах $r \leq r_0$ величина $\langle S \rangle$ є сталою і рівною густині потоку енергії в середині пучка S_0 . Відповідні значення r_0 і S_0 називають *ефективним радіусом і ефективною густиною потоку енергії світлового пучка*. Виходячи з цього можна подати наближене співвідношення для визначення потужності світла, що проходить через переріз пучка:

$$P = S_0 \pi r_0^2 . \quad (5.10)$$

Зауважимо, що в сучасних лазерах величина S_0 досягає значення 10^{14} Вт/мм².

§ 6. ТИСК СВІТЛА. ДОСЛІД ЛЕБЕДЄВА

На прояв світлового тиску в природі вперше звернув увагу І. Кеплер. Саме цим він пояснював виникнення «хвостів» комет, що відхиляються в напрямку, протилежному від Сонця.

З точки зору квантової теорії світловий тиск є результатом того, що потік фотонів передає поверхні, на яку падає світло, імпульс. З точки зору електромагнітної теорії тиск світла є результатом прояву сил, що діють з боку електричного та магнітного полів на електрони речовини.

Характеристики світлового тиску. Кількісно ефект світлового тиску можна характеризувати *густиною потоку імпульсу* електромагнітної хвилі та звичайним поняттям тиску. *Густина потоку імпульсу електромагнітної хвилі (G) — це імпульс, що передається одиничній площині, розташованій перпендикулярно до напрямку поширення світла*. Ця величина може бути розрахована з рівняння:

$$G = S/c^2 . \quad (6.1)$$

Звичайне поняття світлового тиску (p) визначає цю величину як силу, що діє на одиницю площини перпендикулярно до її поверхні:

$$p = F/\sigma . \quad (6.2)$$

Враховуючи, що повна енергія світлового потоку, що падає перпендикулярно площині σ , може бути записана, з одного боку, як $S\sigma t$, а з іншого — як $F\sigma t$, одержимо співвідношення для сили: $F = S\sigma/\nu$. Використавши це співвідношення, можна подати рівняння (6.2) у вигляді:

$$p = S/\nu = W . \quad (6.3)$$

Для світлового потоку, що розповсюджується у вакуумі, $p = S/c$.

Пояснення світлового тиску з точки зору електромагнітної теорії світла. Розглянемо дію електромагнітної хвилі на площину, розташовану перпендикулярно напрямку її поширення (рис. 1.4).

Для спрощення задачі будемо вважати, що вектори E , H розташовані так, що $E = E_x$, а $H = H_y$. В такому разі світлова хвиля розповсюджується вздовж осі OZ , а напруженості електричного і магнітного поля є величинами скалярними:

$$E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz), \quad (6.4)$$

$$H_y = H_{0y} \cos(\omega t - kz). \quad (6.5)$$

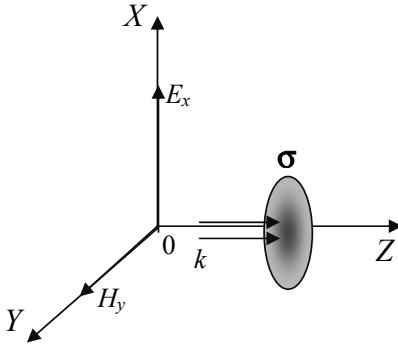


Рис. 1.4. До визначення світлового тиску

Відповідно до електронної теорії Лоренца, атом слід розглядати як систему незалежних гармонічних осциляторів. Осцилятор — це пара зарядів протилежного знаку, з яких позитивний заряд нерухомий, а негативний —

електрон може здійснювати коливання під дією зовнішніх сил. В такому разі сила, з якою діє електричне і магнітне поле на площину σ , може бути подана як сума відповідних сил, що діють на електрон:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m, \quad (6.6)$$

де F_e , F_m — сили, що діють на електрон з боку електричного і магнітного поля відповідно.

Слід враховувати, що електричне поле, напруженість якого характеризується рівнянням (6.4), викликає гармонічні коливання електронів зі швидкістю v_x . Останнє спричиняє дію сили Лоренца на рухомі заряди. Тому рівняння (6.6) можна записати у вигляді:

$$\vec{F} = i\vec{e}E_x + \vec{\chi}e v_x B_y, \quad (6.7)$$

де B_y — індукція магнітного поля.

У даному разі слід розглянути середню за часом силу, оскільки коливання напруженостей електричного і магнітного полів здійснюються з високою частотою. При цьому $\langle E_x \rangle = E_{0x} \langle \cos(\omega t - kx) \rangle = 0$. Враховуючи (4.7), одержимо

$$\langle F \rangle = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \langle v \cdot e E_x \rangle. \quad (6.8)$$

У рівнянні (6.8) $\langle v e E_x \rangle = W_n / t$, де W_n — повна енергія світлового потоку, t — час. Тому величину світлового тиску на поверхню σ , розташовану перпендикулярно осі OZ , подамо у вигляді:

$$p = \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \frac{W_n}{\sigma t}. \quad (6.9)$$

Враховуючи, що $W_n / \sigma t = S$, одержимо

$$p = \frac{S}{c}. \quad (6.10)$$

Взявши до уваги (5.5), величину світлового тиску подамо у вигляді

$$p = W. \quad (6.11)$$

Таким чином, електромагнітна теорія світла пояснює ефект світлового тиску і встановлює його величину рівною об'ємній густині енергії електромагнітної хвилі.

Слід мати на увазі, що при відбиванні світла від певної поверхні об'ємна густина енергії складається з об'ємної густини потоку, що падає (W^n), і відбитого потоку (W^e), тобто

$$p = W^n + W^e = W^n (1 + R), \quad (6.12)$$

де $R = W^e / W^n$ — коефіцієнт відбивання світла.

Тому величина тиску на поверхню, що ідеально відбиває світло ($W^e = W^n$), в два рази більша порівняно з тиском на поверхню, що абсолютно поглинає світло ($W^e = 0$).

Дослід Лебедева. Російський вчений П. М. Лебедев в 1900 р. вперше експериментально встановив ефект світлового тиску. Ним було сконструйовано крутильні терези, в яких на пружній нитці справа і зліва розташовувались тонкі пелюстки, що мали, відповідно, дзеркальну (Д) і абсолютно поглинаючу (П) поверхні (рис. 1.5).

Вся система розташовувалась в камері, де було досягнуто вакуум. Завдяки цьому

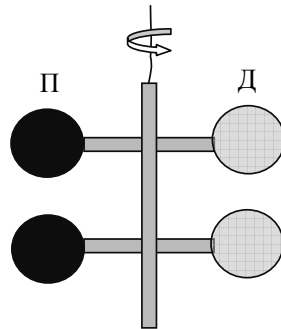


Рис. 1.5. Крутильні терези, що застосовувались в досліді Лебедева

П. М. Лебедєву вдалось звести нанівець сторонні ефекти (газокінетичний та радіометричний), які могли б бути значно суттєвішими порівняно з тиском світла. У дослідях П. М. Лебедєва величина світлового тиску з точністю до 20 % відповідала значенню, одержаному теоретично Д. Максвелом. У 1923 р. німецький вчений В. Герлах досягнув більш високого вакууму, що дозволило йому визначити значення світлового тиску з точністю до 2 %.

§ 7. СУПЕРПОЗИЦІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

Принцип суперпозиції електричного і магнітного полів. За наявності в просторі кількох електромагнітних хвиль стає можливим їх додавання, тобто суперпозиція. Характер результуючої хвилі можна визначити, базуючись на відомому принципі суперпозиції електричних та магнітних полів. Згідно з принципом суперпозиції, результуючі напруженості електричного і магнітного полів розраховуються так: $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$, $\vec{H} = \sum_i \vec{H}_i$, де $\vec{E}_i$, $\vec{H}_i$ — вектори напруженості електричного і магнітного поля i -тої хвилі.

Суперпозиція біжучих плоских монохроматичних хвиль. Розглянути вище плоскі і сферичні хвилі є найбільш простими розв'язками хвильових рівнянь. Разом з тим суперпозиції таких хвиль теж є розв'язками хвильових рівнянь. Виходячи з цього, розглянемо суперпозицію двох монохроматичних біжучих хвиль з однаковою частотою, що розповсюджуються в одному напрямку (скажімо в напрямку осі OZ). Напруженості електричного і магнітного полів будуть мати однакові вирази. Зокрема, напруженості електричних полів таких хвиль можна записати так:

$$E_1 = E_2 = E_0 \cos(\omega t - kz). \quad (7.1)$$

Виходячи з принципу суперпозиції, напруженість електричного поля суми хвиль можна подати у вигляді:

$$E = 2E_0 \cos(\omega t - kz). \quad (7.2)$$

Таким чином, показано, що дві плоскі монохроматичні біжучі хвилі з однаковою частотою, що розповсюджуються в однаковому напрямку, в результаті їх складання утворюють плоску монохроматичну хвилю тієї ж частоти і напрямку поширення поверхні хвильового фронту, що й вихідні хвилі.

Якщо ж складові хвилі мають різні частоти, або різні напрями поширення, то в результаті їх суперпозиції утворюється хвиля, що буде мати властивості, відмінні від властивостей вихідних хвиль.

Хвилі биття. Розглянемо суперпозицію двох монохроматичних хвиль, що мають різні частоти ω_1 і ω_2 та розповсюджуються в однаковому напрямку. Для спрощення будемо вважати, що хвилі розповсюджуються вздовж осі OZ , а вектори $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ розташовуються вздовж координатних осей OX і OY , тобто $E = E_x$, $H = H_y$. Враховуючи, що в біжучих хвилях коливання векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ синфазні, розглянемо суперпозицію таких хвиль для коливання вектора напруженості електричного поля. В прийнятих спрощеннях напруженості електричного поля вихідних хвиль мають вигляд:

$$E_1 = E_0 \cos(\omega_1 t - k_1 z), \quad (7.3)$$

$$E_2 = E_0 \cos(\omega_2 t - k_2 z). \quad (7.4)$$

Вважаємо, що амплітуди хвиль однакові. Суперпозиція полів таких хвиль приведе до результуючого поля напруженості

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2}t - \frac{k_1 - k_2}{2}z\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t - \frac{k_1 + k_2}{2}z\right), \quad (7.5)$$

де використано формулу складання косинусів.

Рівняння (7.5) показує, що результуюче електричне (а відповідно, і магнітне) поле розповсюджується у просторі без затухання в напрямку додатних значень осі OZ з швидкістю v . Хвиля-суперпозиція є біжучою, плоскою, але разом з тим вона не є монохроматичною, оскільки характеризується двома частотами коливань: $(\omega_1 - \omega_2)$ та $(\omega_1 + \omega_2)$. Слід врахувати, що в межах оптичного діапазону завжди $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_1 + \omega_2$. Тому в даному разі суперпозиція хвиль являє собою так звану *хвилю биття*. В такій хвилі мають місце гармонічні коливання високої частоти $(\omega_1 + \omega_2)$ з амплітудою, що здійснює коливання з порівняно низькою частотою биття $(\omega_1 - \omega_2)$.

Стоячі світлові хвилі. Розглянемо суперпозицію двох монохроматичних хвиль однакової частоти, що розповсюджуються назустріч одна одній. Будемо вважати, що їх амплітуди однакові. Таке додавання світлових хвиль можна здійснити при нормальному падінні світла на дзеркальну поверхню. Розташуємо вісь OZ перпендикулярно до дзеркальної поверхні (Д), як показано на рис. 1.6, а.

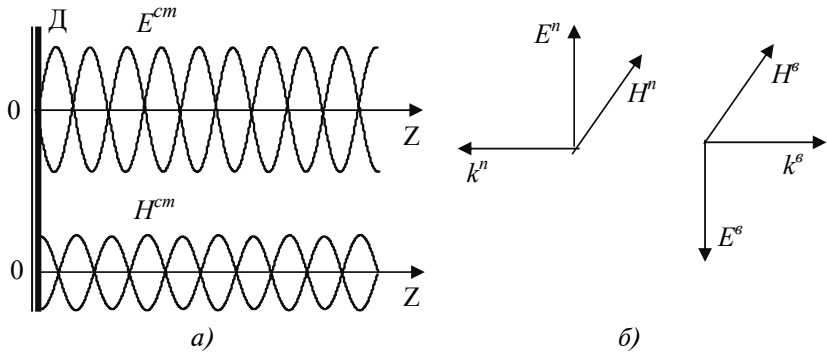


Рис. 1.6. До аналізу стоячих електромагнітних хвиль

В такому разі напруженості електричного і магнітного полів хвиль, що падають і відбиваються, можна подати у вигляді:

$$E^n = E_0 \cos(\omega t + kz), \quad (7.6)$$

$$E^g = E_0 \cos(\omega t - kz + \pi). \quad (7.7)$$

В рівнянні (7.7) враховано, що при відбиванні світла, що падає нормально на межу розділу двох діелектриків, фаза коливань вектора $\vec{E}$ змінюється на π . В подальшому це твердження буде доказано з аналізу формул Френеля. Враховуючи, що вектори $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{k}$ в хвилях, що падають і відбиваються, утворюють правоїгнотову трійку векторів, можна впевнитись, що фаза коливань вектора $\vec{H}$ при вказаних умовах відбивання не змінюється (рис. 1.6, б). Тому співвідношення для напруженостей магнітних полів хвиль, що падають і відбиваються, будуть мати вигляд:

$$H^n = H_0 \cos(\omega t + kz), \quad (7.8)$$

$$H^g = H_0 \cos(\omega t - kz). \quad (7.9)$$

Застосування принципу суперпозиції полів дозволяє, виходячи з рівнянь (7.6) і (7.7) та (7.8) і (7.9) визначити, відповідно, напруженості електричного та магнітного полів сумарної хвилі:

$$E^{cm} = 2E_0 \cos(kz - \pi/2) \cos(\omega t + \pi/2), \quad (7.10)$$

$$H^{cm} = 2H_0 \cos kz \cos \omega t. \quad (7.11)$$

Рівняння (7.10) і (7.11) описують *стоячу світлову хвилю*. Дійсно, величини $2E_0 \cos(kz - \pi/2)$ та $2H_0 \cos(kz)$ характеризують амплітуди коливань напруженостей електричного та магнітного полів. Вони змінюються вздовж осі OZ по гармонічному закону. В точках осі OZ , де $\cos(kz - \pi/2) = 0$, мають місце вузли хвилі електричного поля, а в точках осі OZ , де $\cos(kz - \pi/2) = \pm 1$, — видуги (тобто максимуми напруженості електричного поля). В точках, де $\cos(kz) = 0$, виникають вузли хвилі магнітного поля, а в точках, де $\cos(kz) = \pm 1$, — видуги. Зокрема, при $Z = 0$ спостерігається вузол хвилі електричного поля і видуга хвилі магнітного поля. Відстань між вузлами і видугами складає $\pi/2$, що відповідає різниці ходу в $\lambda/4$. В місцях вузлів хвилі електричного поля розташовуються видуги хвилі магнітного поля, і навпаки (рис. 1.6, а). Наявність вузлів стоячої світлової хвилі означає відсутність потоку енергії через вузли та видуги. Разом з тим з часом енергія стоячої хвилі переміщується між сусідніми вузлами та видугами, перетворюючись з енергії магнітного поля в енергію електричного поля, і навпаки.

Дослід Вінера. Експериментальним підтвердженням наявності стоячих світлових хвиль є досліди німецького вченого О. Вінера (1890 р.). Схема досліду показана на рис. 1.7. Паралельний потік світла спрямовувався нормально на дзеркало (Д). Під малим кутом α до поверхні дзеркала розташовувалась фотоплівка (П). Стоячі світлові хвилі, як результат суперпозиції хвиль, що падають і відбиваються, спричиняють періодично розташовані затемнення (1, 2, 3, 4...) на фотоплівці. Якщо відстані між видугами по нормалі до поверхні дзеркала становлять $\lambda/2$, то в емульсійному шарі, нахиленому до площини дзеркала під малим кутом α , ці відстані становитимуть $d = \lambda/(2\sin \alpha)$, тобто будуть значно більшими порівняно з $\lambda/2$. Останнє дозволило Вінеру спостерігати на фотоплівці періодично розташовані світлі та

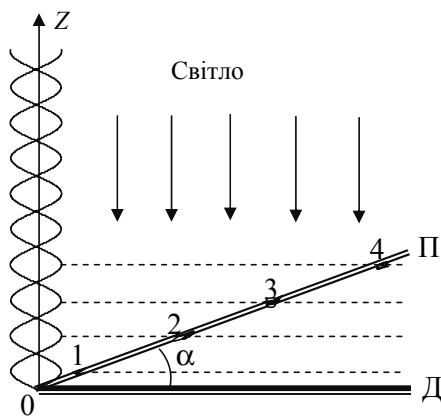


Рис. 1.7. Схема досліду Вінера

темні смуги. Так вперше *експериментально було доказано наявність стоячих світлових хвиль і тим самим підтверджено хвильову природу світла*. Встановлено також, що найближча до точки $Z=0$ темна смуга розташована на відстані $\lambda/4$ вздовж осі OZ . Останнє, враховуючи розглянуту вище структуру стоячої електромагнітної хвилі, вказує на те, що саме *електричне, а не магнітне поле, спричиняє фотохімічну дію світла*. Крім того, дослід Вінера дозволяє розраховувати довжину світлової хвилі за формулою:

$$\lambda = 2d \sin \alpha . \quad (7.12)$$

Для цього необхідно визначити кут нахилу фотоплатівки до площини дзеркала та виміряти відстані між темними смугами, що спричиняються видугами електричного поля стоячої світлової хвилі.

§ 8. ФОТОМЕТРИЧНІ ПОНЯТТЯ І ВЕЛИЧИНИ

Розділ оптики, в якому розглядаються методи вимірювання світлових величин, називають *фотометрією*. Нижче розглянемо величини, що використовують в фотометрії.

Фізичні прилади, як і око людини, в оптичному діапазоні реєструють середнє за часом значення вимірюваних величин. При цьому час реєстрації світлового сигналу значно перевищує період електромагнітної хвилі. Середні значення напруженостей електричного і магнітного полів рівні нулю. Проте середні значення квадратів напруженостей електричного і магнітного полів відмінні від нуля. Це дає можливість реєструвати величини, зв'язані з енергією випромінювання, оскільки енергія випромінювання пропорційна квадрату напруженості поля (5.2). До таких величин відносять густину потоку енергії, об'ємну густину енергії, потужність випромінювання і ін. Величини, основані на реєстрації енергії випромінювання, називають *енергетичними величинами фотометрії*.

Око людини теж реагує на енергію видимого випромінювання. Проте, відчуття світла оком пов'язане не тільки з енергією, а й з довжиною хвилі і деякими іншими характеристиками світла. Так, максимальна чутливість ока припадає на довжину хвилі 555 нм, а спектральна область чутливості ока (видна область світла) розташована в інтервалі довжин хвиль від 400 до 700 нм. У тих випадках, коли випромінювання у видній області спектра сприймається оком, зручні-

ше користуватися не енергетичними величинами, а *фотометричними величинами*, основаними на визначенні еталону сили світла.

Енергетичні величини фотометрії. Визначення енергетичних величин в фотометрії ґрунтується на *потужності випромінювання* як енергії, що випромінюється в одиницю часу:

$$P = \frac{dW}{dt}. \quad (8.1)$$

В рівнянні (8.1) енергія dW , що випромінюється в інтервалі часу dt , і потужність випромінювання P є інтегральними щодо частот характеристиками. *Спектральною густиною потужності випромінювання* називають величину

$$P_\lambda = \frac{dP}{d\lambda}, \quad (8.2)$$

де dP — потужність, що приходить на інтервал довжин хвиль $(\lambda, \lambda + d\lambda)$.

Реальні джерела світла випромінюють через поверхню, що має певну площу. В зв'язку з цим в фотометрії використовують поняття *елементарного випромінювача* — елемента поверхні тіла з площею $d\sigma$ (рис. 1.8).

Енергетична сила світла елементарного випромінювача — це відношення потужності випромінювання dP в елементі тілесного кута $d\Omega$ до величини цього кута:

$$dI = \frac{dP}{d\Omega}. \quad (8.3)$$

Розмірність енергетичної сили світла — Вт/ср.

Спектральна густина енергетичної сили випромінювання визначається аналогічно (8.2):

$$dI_\lambda = \frac{d(dI)}{d\lambda} = \frac{dP_\lambda}{d\Omega}. \quad (8.4)$$

Енергетична сила світла в загальному випадку залежить від напрямку випромінювання світла та площі елементу випромінюючої

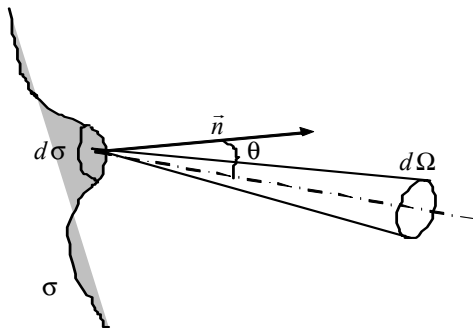


Рис. 1.8. До поняття елементарного випромінювача

поверхні $d\sigma$. Для точкового джерела світла, що рівномірно випромінює у всіх напрямках, енергетична сила світла є величиною сталою $dI = I_0$, а тому потужність випромінювання такого джерела світла

$$P = \int_0^{4\pi} I_0 d\Omega = 4\pi I_0. \quad (8.5)$$

Енергетична яскравість визначається як енергетична потужність світла, що випромінюється з одиниці видимої в даному напрямку поверхні ($d\sigma \cos \theta$) в одиниці тілесного кута:

$$B = \frac{dP}{d\Omega d\sigma \cos \theta}, \quad (8.6)$$

де θ — кут між нормаллю до випромінюючої поверхні та напрямом, в якому орієнтована вісь елемента тілесного кута (див. рис. 1.8). Розмірність енергетичної яскравості Вт/(ср·м²).

У загальному випадку енергетична яскравість, як і енергетична сила світла, залежить від напрямку випромінювання $B(\theta, \varphi)$ та вибору елемента поверхні, що випромінює світло. Кут φ — аксіальний кут. Джерела світла, яскравість яких не залежить від напрямку його випромінювання, називають Ламбертовими.

Енергетична світність визначається як потужність випромінювання у всіх напрямках з одиниці випромінюючої поверхні:

$$M = \frac{dP}{d\sigma}, \quad (8.7)$$

де dP — потужність випромінювання з площі $d\sigma$ в межах тілесного кута 2π .

Розмірність енергетичної світності Вт/м². Спектральна густина енергетичної світності має вигляд

$$M_\lambda = \frac{dP_\lambda}{d\sigma} \quad (8.8)$$

Можна показати, що енергетична світність Ламбертової поверхні зв'язана з її енергетичною яскравістю простим співвідношенням

$$M = \pi B_0, \quad (8.9)$$

де B_0 — яскравість Ламбертового джерела світла.

Енергетична освітленість, на відміну від попередніх величин, характеризує не джерело світла, а освітленість поверхні, на яку падає випромінювання. Енергетична освітленість визначається відношен-

ням потужності випромінювання, що падає на поверхню $d\sigma'$ до площі цієї поверхні:

$$E = \frac{dP}{d\sigma'} . \quad (8.10)$$

Спектральна густина енергетичної освітленості:

$$E_{\lambda} = \frac{dP_{\lambda}}{d\sigma'} . \quad (8.11)$$

Розмірність енергетичної освітленості Вт/м².

Фотометричні величини. Ці величини фотометрії визначаються аналогічно енергетичним. Проте, основною величиною є не потужність випромінювання, а *сила світла*, що вимірюється в канделах (тому часто наведені нижче фотометричні величини називають *світловими*).

Кандела — це сила світла, що випромінюється перпендикулярно до поверхні чорного тіла з площі $1/6 \cdot 10^{-5}$ м² при температурі затвердіння платини, що знаходиться під тиском 101 325 Па.

Світловий потік — це добуток сили світла dI на елемент тілесного кута $d\Omega$, в якому воно випромінюється:

$$d\Phi = dI d\Omega . \quad (8.12)$$

Світловий потік вимірюється в люменах: 1лм=1кд·1ср.

Світловий потік є поняттям, аналогічним потужності випромінювання в енергетичних величинах (див. рівняння (8.3)). Якщо точкове джерело світла випромінює у всіх напрямках, то $\Phi = 4\pi I_0$.

Яскравість — визначається аналогічно енергетичній яскравості:

$$B = \frac{d\Phi}{d\Omega d\sigma \cos\theta} = \frac{dI}{d\sigma \cos\theta} . \quad (8.13)$$

У фотометричних одиницях яскравість вимірюється в нітах: 1нт=1кд/1м².

Світність, аналогічно (8.8), подамо так

$$M = \frac{d\Phi}{d\sigma} , \quad (8.14)$$

де $d\Phi$ — світловий потік, що випромінюється з площі $d\sigma$ в межах тілесного кута 2π . В фотометричних одиницях світність вимірюється в лм/м².

Освітленість аналогічно (8.10) визначається так:

$$E = \frac{d\Phi}{d\sigma} . \quad (8.15)$$

В фотометричних одиницях освітленість вимірюється в люксах: $1 \text{лк} = 1 \text{лм}/1 \text{м}^2$.

Слід зазначити, що для фотометричних величин, аналогічно енергетичним, можна ввести поняття спектральних густин світлового потоку (Φ_λ), яскравості (B_λ), світності (M_λ) і освітленості (E_λ).

Співвідношення між енергетичними і фотометричними величинами.

Такі співвідношення встановлюються між одиницями потужності і світлового потоку (ватом і люменом). Одна й та ж потужність випромінювання в різних інтервалах довжин хвиль викликає різне зорове сприйняття яскравості джерела світла. Якщо довжина хвилі лежить за межами видимої області спектру, то джерело світла залишається невидимим для ока незалежно від його потужності. При певній потужності джерело світла сприймається найбільш яскравим на довжині хвилі 555 нм (область максимальної чутливості ока). Спектральна чутливість ока визначається по відношенню спектральної густини світлового потоку Φ_λ до спектральної потужності випромінювання P_λ за умови однакового зорового відчуття на різних довжинах хвиль:

$$K(\lambda) = \frac{\Phi_\lambda}{P_\lambda}, \quad (8.16)$$

де $K(\lambda)$ — називають функцією відносної спектральної чутливості ока. На практиці зручніше користуватись безрозмірною функцією

$$V(\lambda) = \frac{K(\lambda)}{K_{\max}}, \quad (8.17)$$

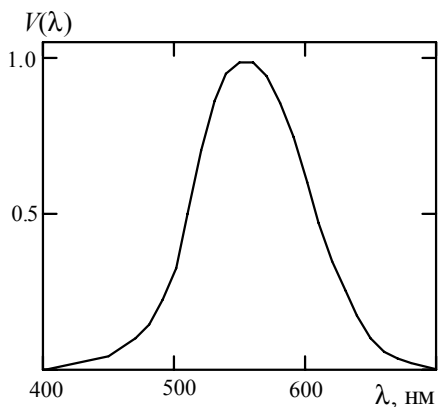


Рис. 1.9. Відносна спектральна чутливість ока

де $K_{\max}$ — максимальна чутливість ока, що припадає на довжину хвилі 555 нм. Спектральна чутливість ока $V(\lambda)$, що показана на рис. 1.9, є середньостатистичною і прийнята в якості стандартної.

Як показали досліді, при довжині хвилі 555 нм світловому потоку в 1 лм відповідає потужність випромінювання в 0,0016 Вт. Величина $A = 0,0016 \text{ Вт/лм}$ називається

мінімальним механічним еквівалентом світла, оскільки при всіх довжинах хвиль, відмінних від 555 нм, потужність, що відповідає світловому потоку в 1 лм, більше, чим 0,0016 Вт. Як видно з (8.16), розмірність $K(\lambda)$ становить лм/Вт. Таким чином, спектральна густина світлового потоку у відповідності з (8.16) і (8.17) визначається формулою

$$\Phi_{\lambda} = K_{\max} V(\lambda) P_{\lambda} = \frac{V(\lambda) P}{A}, \quad (8.18)$$

де враховано, що $K_{\max} = \frac{1}{A}$.

Користуючись співвідношенням (8.18) та функцією відносної спектральної чутливості ока, встановлюють зв'язок між енергетичними і світловими величинами фотометрії.

Контрольні питання та завдання

1. Дайте означення поняттям «хвильова поверхня», «хвильовий фронт».
2. За яких умов фронт світлової хвилі є плоским, сферичним?
3. Порівняйте умови поширення плоского і сферичного фронту випромінювання.
4. Які експерименти доводять поперечність електромагнітних хвиль?
5. Порівняйте означення густини потоку енергії та об'ємної густини енергії. Якою є розмірність цих величин?
6. У чому полягає необхідність усереднення енергії, що переноситься електромагнітною хвилею?
7. Виведіть співвідношення для потужності випромінювання, що переноситься через поперечний переріз гауссового пучка.
8. Дайте пояснення світлового тиску, базуючись на електромагнітній теорії світла.
9. Порівняйте величини світлового тиску на дзеркальну та абсолютно чорну поверхню.
10. Наведіть приклади прояву світлового тиску в природі та в лабораторних умовах.
11. Які сторонні ефекти спричиняють неточність визначення світлового тиску в дослідах Лебедева?
12. Порівняйте властивості стоячої і біжучої електромагнітних хвиль.
13. Наведіть основні висновки з досліду Вінера.

НЕМОНОХРОМАТИЧНЕ І ХАОТИЧНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

У попередньому розділі було розглянуто ряд властивостей монохроматичних хвиль та деякі їх суперпозиції. Слід зауважити, що *світлове випромінювання, що спостерігається в природі, не є монохроматичним*. Навіть лінії, що спостерігають у спектрі випромінювання розріджених газів, мають помітну ширину. У стиснутих газах, рідинах і твердих тілах спектри випромінювання займають ще ширші інтервали частот.

Як буде показано нижче, випромінювання світла окремим атомом є процес згасаючий, а тому електромагнітні хвилі матимуть згасаючу амплітуду, тобто не будуть монохроматичними. Ще більш складним є процес випромінювання світла системою атомів. В такому разі у просторі розповсюджуються хвилі з різними амплітудами і фазами. Суперпозиція хвиль, амплітуди і фази яких хаотично міняються, утворює *хаотичне світло*. Таким чином, реальне світлове випромінювання відповідає поняттю «хаотичне світло».

Разом з тим розглянуті в першому розділі поняття, основані на використанні найбільш простих — плоских монохроматичних хвиль, можна застосувати для дослідження властивостей хаотичного світла, опираючись на відомих перетвореннях Фур'є. Якщо хвиля світлового випромінювання є періодичною, напруженості електричного і магнітного полів можна подати у вигляді ряду Фур'є, складові якого є простими гармонічними функціями. Якщо ж світлова хвиля неперіодична, то її можна описати за допомогою інтегралу Фур'є.

§ 1. ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є В ОПТИЦІ

Наведемо основні співвідношення, що дозволяють застосовувати перетворення Фур'є для дослідження реального світлового випромінювання. Розглянемо два випадки: коли довільна функція $f(t)$ періодична і неперіодична.

Функція $f(t)$ є періодичною, тобто $f(t)=f(t+T)$, де T — період функції.

В такому разі функцію $f(t)$ можна подати у вигляді ряду Фур'є:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)], \quad (1.1)$$

$$\text{де } a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega t) dt; b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega t) dt.$$

Більш зручною для аналізу світлових хвиль є наступна форма запису ряду Фур'є:

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t - \varphi_n), \quad (1.2)$$

$$\text{де } A_0 = a_0; A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \operatorname{tg} \varphi_n = \frac{b_n}{a_n}.$$

В рівнянні (1.2) величини A_n називають спектром амплітуд, а φ_n — спектром фаз.

У рівняннях (1.1) і (1.2) складові ряду Фур'є є гармонічними функціями, що можуть описувати плоскі монохроматичні хвилі. Як відомо, плоскі монохроматичні хвилі можна також подати в комплексній формі (див., наприклад, рівняння (3.3) і (3.4)). В такому разі зручно використати ряд Фур'є у комплексній формі:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(in\omega t), \quad (1.3)$$

$$\text{де } c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \exp(-in\omega t) dt.$$

Для рівняння (1.3) спектри амплітуд і фаз визначаються так:

$$A_n = 2|c_n|; \operatorname{tg} \varphi_n = -\frac{\operatorname{Im} c_n}{\operatorname{Re} c_n}.$$

У рівнянні (1.3) $e^{in\omega t}$ при $n > 0$ є комплексним одиничним вектором, проведеним з початку координат, що з часом обертається в напрямку від осі OX до осі OY . Такий напрямок (обертання проти годинникової стрілки) прийнято за додатний, оскільки він зв'язаний правилом правого гвинта з напрямком осі OZ (рис. 2.1). Комплексний одиничний вектор $e^{-in\omega t}$ здійснює оберти за годинниковою стрілкою, тобто обертається у від'ємному напрямку. *У хвильових процесах комплексним векторам $e^{in\omega t}$ і $e^{-in\omega t}$ відповідають монохроматичні хвилі з лівою і правою круговою поляризацією відповідно.*

Функція $f(t)$ не є періодичною. В такому разі її можна подати у вигляді інтегралу Фур'є:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(i\omega t) d\omega, \quad (1.4)$$

де $F(\omega)$ — Фур'є-образ функції $f(t)$, що може бути записаний так:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(-i\omega t) dt. \quad (1.5)$$

В рівнянні (1.4) інтегрування в області від'ємних частот означає звернення до базових функцій $e^{-i\omega t}$, а інтегрування в області додат-

них частот — звернення до базових функцій $e^{i\omega t}$. Фізичний сенс цих функцій полягає у зверненні до хвиль з правою і лівою круговою поляризацією відповідно (див. рис. 2.1).

В іншій формі, коли функція під інтегралом є дійсною, інтеграл Фур'є можна подати так:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} A(\omega) \cos[\omega t - \varphi(\omega)] d\omega, \quad (1.6)$$

$$\text{де } A(\omega) = 2|F(\omega)|; \quad \text{tg } \varphi(\omega) = -\frac{\text{Im } F(\omega)}{\text{Re } F(\omega)}.$$

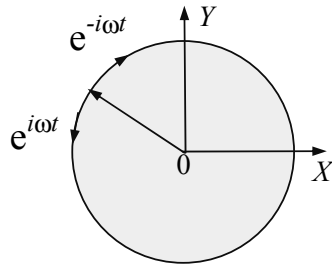


Рис. 2.1. До опису хвиль з правою і лівою круговими поляризаціями

У даному разі, аналогічно (1.2), $A(\omega)$ і $\varphi(\omega)$ називають спектрами амплітуд і фаз. Слід мати на увазі, що спектри амплітуд і фаз є **дискретними** у випадку, коли $f(t)$ є періодичною функцією, і **суцільними** — коли $f(t)$ є неперіодичною функцією.

Враховуючи, що густина потоку енергії електромагнітної хвилі пропорційна квадрату амплітуди, можна сказати, що $A^2(\omega)$ є **спектром випромінювання**, який вимірюється експериментально.

§ 2. КЛАСИЧНА МОДЕЛЬ ВИПРОМІНЮВАЧА. ФОРМА ЛІНІЇ ВИПРОМІНЮВАННЯ

Розглянемо, як здійснюється процес випромінювання світла системою незваємодіючих атомів.

Класична модель випромінювача. З цією метою використаємо так звану класичну електронну теорію випромінювача світла, запропоновану нідерландським фізиком Х. Лоренцом (1900 р.). Згідно з цією

теорією атом слід розглядати як систему гармонічних осциляторів (диполів), що здійснюють коливання. Компонентами таких осциляторів є додатне ядро (або квазіядро, що включає в себе ядро та найближчі до нього електрони) та зовнішній електрон, що слабше зв'язаний з ядром. Саме цей електрон є найбільш чутливим до впливу на атом зовнішніх факторів (зовнішнє електричне поле і т. ін.), і тому його часто називають *оптичним або валентним електроном*. Вважаючи масивний додатний заряд ядра нерухомим, сумістимо з ним початок координат. Позначимо радіус-вектор оптичного електрона $\mathbf{r}$. Будучи виведеним зі стану рівноваги під дією зовнішніх сил, цей електрон здійснює коливання. Як відомо, коливання заряду (електрона) супроводжується випромінюванням електромагнітної хвилі. *В результаті випромінювання енергія осцилятора зменшується, а тому його коливання будуть затухаючими*, тобто їх можна описати рівнянням:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 \exp\left(-\frac{\gamma}{2}t\right) \exp(i\omega_0 t), \quad (2.1)$$

де $\mathbf{r}_0 \exp\left(-\frac{\gamma}{2}t\right) = \mathbf{r}_0(t)$ — затухаюча амплітуда коливання; $\mathbf{r}_0$ — початкова амплітуда при $t=0$; $\gamma = 1/\tau$ — коефіцієнт затухання, обернено пропорційний часові затухання τ , за який амплітуда зменшується в $\sqrt{e}$ разів, а значить, енергія осцилятора зменшується в e разів; ω_0 — власна частота осцилятора.

Напруженість електричного (магнітного) поля хвилі випромінювання буде мати вигляд, аналогічний рівнянню (2.1):

$$E(t) = E_0 \exp\left(-\frac{\gamma}{2}t\right) \exp(i\omega_0 t), \quad (2.2)$$

де $E_0 \exp\left(-\frac{\gamma}{2}t\right) \equiv E_0(t)$ — амплітуда коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі; E_0 — початкова амплітуда при $t=0$.

Таким чином, випромінювання згасаючого осцилятора характеризується функцією $E(t)$, що описує високочастотні коливання з амплітудою, що затухає за експоненціальним законом.

Спектр випромінювання. Спектром випромінювання будемо називати частотну (спектральну) залежність середньої густини потоку енергії $\langle S(\omega) \rangle$. Визначимо спектр випромінювання розрідженого газу, де взаємодією між атомами можна знехтувати. Враховуючи неперіодичність функції $E(t)$, подамо її у вигляді інтегралу Фур'є (1.4):

$$E(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \exp(i\omega t) d\omega. \quad (2.3)$$

В рівнянні (2.3) Фур'є-образ можна визначити, враховуючи (1.5) і (2.2):

$$F(\omega) = E_0 \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{\gamma}{2}t\right) \exp[i(\omega_0 - \omega)t] dt. \quad (2.4)$$

Після інтегрування:

$$F(\omega) = \frac{E_0}{\frac{\gamma}{2} - i(\omega_0 - \omega)}. \quad (2.5)$$

Враховуючи, що спектр амплітуд $A(\omega)$ визначається як подвійний модуль Фур'є-образу, з рівняння (2.5) одержимо:

$$A(\omega) = \frac{2E_0}{\sqrt{\frac{\gamma^2}{4} + (\omega_0 - \omega)^2}}. \quad (2.6)$$

Для визначення залежності $\langle S(\omega) \rangle$ використаємо рівняння (5.3), замінюючи амплітуду монохроматичної хвилі E_0 на спектр амплітуд $A(\omega)$:

$$\langle S(\omega) \rangle = 2c\epsilon_0 \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{E_0^2}{\frac{\gamma^2}{4} + (\omega_0 - \omega)^2}. \quad (2.7)$$

Рівняння (2.7) може бути спрощеним з урахуванням того, що більшість речовин не є магнітними, себто $\mu = 1$. Крім того, у вузькому інтервалі частот випромінювання дисперсією світла можна знехтувати (тобто знехтувати залежністю ϵ від частоти ω). Такі спрощення означають, що $2c\epsilon_0 \sqrt{\epsilon} E_0^2 \equiv S_0$ — стала величина, що не залежить від частоти. З урахуванням наведеного позначення S_0 функція $\langle S(\omega) \rangle$, що описує форму спектру випромінювання системи неваємодіючих атомів, матиме вигляд

$$\langle S(\omega) \rangle = \frac{S_0}{\frac{\gamma^2}{4} + (\omega_0 - \omega)^2}. \quad (2.8)$$

Така функція (рис. 2.2) одержала назву функції Лоренца. Це є симетрична щодо ω_0 функція з максимумом при $\omega = \omega_0$.

Ширина спектру випромінювання. Слід відмітити, що при $|\omega_0 - \omega| = \gamma/2$ значення функції $\langle S(\omega) \rangle$ зменшується вдвоє. Різницю частот, при яких $|\omega_0 - \omega| = \gamma/2$, називають шириною спектру випромінювання ($\delta\omega$). Величина $\delta\omega = 2|\omega_0 - \omega| = \gamma = 1/\tau$. Час затухання осцилятора τ , за який амплітуда коливань напруженості електричного поля зменшується в $\sqrt{e}$ разів, називають *часом затухання*. Ширина спектральної лінії випромінювання і час затухання зв'язані простим співвідношенням:

$$\tau\delta\omega = 1. \quad (2.9)$$

З рівняння (2.9) можна зробити висновок, що чим довшим є час затухання осцилятора, тим більш монохроматичним (з меншою шириною $\delta\omega$) буде його випромінювання. Згадаємо, що в моделі Лоренца затухання осцилятора обумовлено природною втратою його енергії в результаті випромінювання. Тому й *ширину спектру, зумовлену втратою енергії осцилятора в процесі його випромінювання, називають природною шириною спектральної лінії*.

Для нелазерних джерел світла час затухання складає приблизно 10^{-8} с, а це означає, що при $\omega_0 = 10^{14} \text{ с}^{-1}$ відносна ширина спектральної лінії випромінювання $\frac{\delta\omega}{\omega_0} \cong \frac{1}{\tau\omega_0} = 10^{-6}$. Електромагнітні хвилі, яким відповідають такі малі значення відносної ширини спектральної лінії, називають *квазімонохроматичними*. Монохроматичне випромінювання можливе при $\tau \rightarrow \infty$. Час, протягом якого хвилю можна вважати квазімонохроматичною, називають *часом когерентності* ($\tau_{\text{ког}}$). Квазімонохроматичну хвилю можна розглядати як монохроматичну в інтервалі часу меншого часу когерентності.

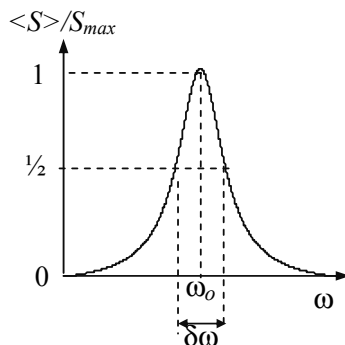


Рис. 2.2. Форма спектральної лінії випромінювання

§ 3. ФОРМА ЛІНІЇ ПОГЛИНАННЯ

Базуючись на розглянутій вище моделі Лоренца, визначимо форму лінії поглинання системи невзаємодіючих осциляторів (розріджений газ). В даному разі на осцилятор діють сили з боку електричного поля світлової хвилі, що падає на речовину. Для даної точки простору, тобто фіксованого значення r , напруженість електричного поля падаючої плоскої монохроматичної хвилі зручно подати так:

$$E(t) = E_0 \exp(i\omega t). \quad (3.1)$$

Під дією електричного поля світлової хвилі осцилятор здійснює вимушені коливання по закону, аналогічному (3.1):

$$r(t) = r_0 \exp(i\omega t), \quad (3.2)$$

де r_0 — амплітуда коливань осцилятора.

Рівняння руху осцилятора має вигляд:

$$mr'' = eE - kr - gr', \quad (3.3)$$

де e , m — заряд і маса електрона; eE — сила, що діє на електрон з боку електричного поля світлової хвилі; kr — зворотна сила, що діє на зміщений осцилятор; gr' — сила, що спричиняє згасання осцилятора в результаті його випромінювання.

Розділивши ліву і праву частини (3.3) на масу електрона, одержимо:

$$r'' = \frac{e}{m} E - \omega_0^2 r - \gamma r', \quad (3.4)$$

де $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ — власна частота коливань осцилятора; $\gamma = g/m$ — коефіцієнт затухання осцилятора.

Враховуючи (3.1) і (3.2), з рівняння (3.4) визначимо амплітуду коливань осцилятора:

$$r_0 = \frac{\frac{e}{m} E_0}{i\gamma\omega + (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (3.5)$$

В даному разі r_0 є величиною комплексною, а тому середнє значення густини потоку енергії, що поглинається в речовині $\langle S^{\text{погл}}(\omega) \rangle$, буде пропорційним добутку r_0 на комплексно спряжену величину r_0^* . Враховуючи (3.5), одержимо

$$r_0 \cdot r_0^* = \frac{\left(\frac{e}{m} E_0\right)^2}{\gamma^2 \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2}. \quad (3.6)$$

Слід мати на увазі, що поглинання світла речовиною буде значним, коли частота електромагнітної хвилі ω , що падає на речовину, наближається до власної частоти коливань осцилятора ω_0 (тобто при резонансі), а тому знаменник в (3.6) можна подати так:

$\gamma^2 \omega^2 + (\omega_0^2 - \omega^2)^2 \cong \gamma^2 \omega_0^2 + (\omega_0 - \omega)^2 \cdot 4\omega_0^2 = 4\omega_0^2 \left[\gamma^2 / 4 + (\omega_0 - \omega)^2 \right]$. Враховуючи це наближення, рівняння (3.6) матиме вигляд

$$r_0 \cdot r_0^* = \frac{\left(\frac{e}{2\omega_0 m} E_0\right)^2}{\frac{\gamma^2}{4} + (\omega_0 - \omega)^2}. \quad (3.7)$$

Таким чином, використовуючи (3.7), можна з точністю до сталої величини $S_0^{пол}$ визначити функцію, що описує форму лінії поглинання:

$$< S^{пол}(\omega) > = \frac{S_0^{пол}}{\frac{\gamma^2}{4} + (\omega_0 - \omega)^2}. \quad (3.8)$$

Рівняння (3.8) показує, що форма лінії поглинання описується функцією Лоренца, яка з точністю до сталої величини співпадає з (2.8). Це означає, що для розріджених газів має місце збіг спектрів поглинання і випромінювання. Інакше кажуть, що *спектри поглинання і випромінювання розріджених газів є резонансними*.

§ 4. РОЗШИРЕННЯ СПЕКТРАЛЬНИХ ЛІНІЙ

Природне розширення спектральних ліній, розглянуте в § 2, виникає в умовах, коли осцилятор (атом) не зазнає в процесі випромінювання дії яких-небудь зовнішніх сил. Але в дійсності завжди є тепловий рух атомів, а також взаємодія між ними. Тому в реальних умовах природна форма лінії випромінювання (або лінії поглинання) майже не спостерігається. Експеримент дає значення ширини спектральної лінії на кілька порядків більше від величини $\delta\omega$, характерної для природного розширення. І тільки за умов відносно низьких температур і

розрідженого газу лінії випромінювання і поглинання мають ширину, близьку до природної.

Взагалі ж фактори, що спричиняють розширення спектральних ліній, можна поділити на дві групи. Одна група факторів, що викликають у випромінюванні кожного атома однакові зміни форми лінії випромінювання, спричиняє так зване *однорідне розширення*. Друга група факторів викликає у випромінюванні окремих атомів різні зміни форми лінії випромінювання. Таке розширення називають *неоднорідним розширенням спектральних ліній*.

Природне розширення спектральних ліній є прикладом їх однорідного розширення. Дійсно, таке розширення визначається тільки часом затухання коливань, який однаковий для всіх атомів системи, тому форма лінії випромінювання сукупності атомів така ж як і лінії випромінювання окремого атома. Як показано в § 2, форма лінії випромінювання в даному разі визначається функцією Лоренца (2.8).

Ударне розширення є ще одним прикладом однорідного розширення спектральних ліній, що спричиняється співударами атомів в процесі їх випромінювання чи поглинання. Так, при кімнатній температурі і нормальному атмосферному тиску інтервал часу між двома послідовними співударами атомів $\tau_{yd} \approx 10^{-11}$ с. Якщо врахувати, що час звичайного випромінювання τ складає 10^{-8} с, то за цей час атом змінює режим випромінювання біля 1000 разів. Після кожного співудару атом випромінює хвилі з однаковою частотою ω_0 , але з різними фазами, що змінюються хаотично. Тому весь процес випромінювання атома розбивається на окремі короткі процеси, що тривають між двома послідовними співударами атомів. В даному разі $\tau/\tau_{yd} \approx 1000$, а тому ширина спектральної лінії, зумовлена ударним розширенням, буде приблизно в 1000 разів більшою від природної ширини.

Оскільки характер співударів атомів є випадковим, то час τ_{yd} між двома послідовними співударами атомів підлягає розподілу Пуассона. Це дозволяє показати, що форма спектральної лінії випромінювання при ударному розширенні є лоренцевою (як і за природного розширення) з шириною $\delta\omega_{yd} = \gamma_{yd} = 1/\tau_{yd}$.

Доплерове розширення спектральних ліній. Найбільш суттєвим фактором, що спричиняє неоднорідне розширення спектральних ліній, є *розширення Допплера*. В даному разі слід звернути увагу на те, що атоми в процесі випромінювання рухаються, тобто вони є рухомими джерелами світла. Завдяки ефекту Допплера, має місце залежність частоти електромагнітної хвилі, випромінюваної атомом, від напрямку

його руху та величини швидкості. В даному разі має значення лише проекція швидкості атому на напрям спостереження (повздовжній ефект Допплера). Враховуючи, що швидкість теплового руху атомів значно менша швидкості світла у вакуумі ($v/c \cong 10^{-5}$), можна подати рівняння для частоти електромагнітної хвилі, що випромінюється різними атомами, так:

$$\omega = \omega_0 (1 \pm v/c), \quad (4.1)$$

де ω_0 — частота хвилі, що випромінюється нерухомим атомом; знак «+» означає наближення, а знак «—» — віддалення джерела світла (атома) від спостерігача.

З рівняння (4.1) видно, що при віддаленні джерела світла частота ω зменшується, тобто спектральні лінії, що реєструються спостерігачем, зміщуються в довгохвильову область. В оптиці таке зміщення називають *червоним зміщенням спектральних ліній*. Слід відзначити, що спектри випромінювання зірок характеризуються наявністю саме червоного зміщення ліній випромінювання, що дає основу для твердження про віддалення галактик.

При наближенні джерел світла до спостерігача має місце збільшення частоти електромагнітної хвилі, тобто виникає *фіолетове зміщення спектральних ліній*. В цілому, коли мова йде про спектр випромінювання системи атомів, слід враховувати їх розподіл за швидкостями. Відомо, що в умовах термодинамічної рівноваги такий розподіл атомів визначається функцією Максвела. Цей розподіл практично не порушиться при випромінюванні атомів в газовому розряді. Виходячи з цього можна показати, що форма спектральної лінії випромінювання при розширенні Допплера буде гауссовою:

$$S(\omega) = S_0 \exp \left[-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right)^2 \right], \quad (4.2)$$

де S_0 — стала величина, що визначає спектральну густину потоку енергії в центрі лінії на частоті ω_0 ; m — маса атома; k — стала Больцмана.

Контур лінії випромінювання (4.2) є симетричним з максимумом на частоті ω_0 . Ширину доплерової лінії ($\delta\omega_d$) визначимо з (4.2) як різницю частот, при яких $S(\omega) = S_0/2$. Враховуючи симетричність спектру, можна визначити $\delta\omega_d = 2(\omega - \omega_0)$, а тому

$$\delta\omega_d = 2\omega_0 \left(\frac{2kT}{mc^2} \ln 2 \right)^{1/2}. \quad (4.3)$$

Як видно з (4.3), $\delta\omega_d$ пропорційна $\sqrt{T}$. Це дає змогу експериментально визначати температуру плазми, базуючись на вимірюванні спектру лінії випромінювання та визначені її ширини.

§ 5. МОДУЛЬОВАНІ ХВИЛІ

Гармонічне коливання, що описує монохроматичну хвилю, характеризується амплітудою, частотою та фазою. Зміна цих параметрів в процесі коливання називається *модуляцією*, а хвилі, що одержують в процесі модуляції, називають модульованими. В залежності від того, який з параметрів коливального процесу підлягає модуляції, розрізняють амплітудну, частотну та фазову модуляції. Можлива також одночасна зміна двох параметрів коливання. У відповідності з цим може мати місце, наприклад, амплітудно-фазова або частотно-фазова модуляція хвилі.

Для хвиль оптичного діапазону найбільш поширеною є амплітудна та амплітудно-фазова модуляція. Тому нижче розглянемо склад спектру світлового випромінювання при амплітудній модуляції монохроматичної електромагнітної хвилі частотою ω_0 .

Коливання напруженості електричного (так само і магнітного) поля з модульованою амплітудою в даній точці простору можна подати в такому вигляді:

$$E(t) = [A + a(t)] \cos \omega_0 t, \quad (5.1)$$

де $a(t)$ — функція амплітудної модуляції хвилі; A , ω_0 — амплітуда і частота хвилі.

Будемо вважати, що амплітуда модуляції значно менша амплітуди власних коливань, тобто $|a(t)| \ll A$.

Амплітудна модуляція гармонічною функцією. Розглянемо випадок, коли $a(t)$ є гармонічною функцією, тобто

$$a(t) = a_0 \cos \Omega t, \quad (5.2)$$

де Ω — частота модуляції, що значно менша частоти світлової хвилі ω_0 ($\Omega \ll \omega_0$). З урахуванням (5.2) рівняння (5.1) матиме вигляд:

$$E(t) = (A + a_0 \cos \Omega t) \cos \omega_0 t. \quad (5.3)$$

Розкривши скобки та використавши формули тригонометричних перетворень для суми і різниці кутів, рівняння (5.3) подамо у вигляді:

$$E(t) = A \cos \omega_0 t + \frac{a_0}{2} \cos(\omega_0 - \Omega) t + \frac{a_0}{2} \cos(\omega_0 + \Omega) t. \quad (5.4)$$

Як видно з (5.4), спектр коливань напруженості електричного поля, а значить, і спектр світлового випромінювання, має три частоти: ω_0 ; $(\omega_0 - \Omega)$ та $(\omega_0 + \Omega)$, серед яких ω_0 — частота — носій, а $\omega_0 \pm \Omega$ — бокові частоти.

Амплітудна модуляція періодичною функцією. Якщо функція $a(t)$ не є гармонічною, але залишається періодичною функцією з періодом $T = 2\pi/\Omega$, то її можна подати як ряд Фур'є (див. рівняння (1.2)) за частотами, кратними Ω :

$$a(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t - \varphi_n). \quad (5.5)$$

З урахуванням (5.5) рівняння (5.1) матиме вигляд:

$$E(t) = \left(A + \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\Omega t - \varphi_n) \right) \cos \omega_0 t. \quad (5.6)$$

Розкривши скобки та використавши формули тригонометричних перетворень подібно тим, що використовувались при запису рівняння (5.4), одержимо ряд

$$E(t) = \left(A + \frac{A_0}{2} \right) \cos \omega_0 t + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos[(\omega_0 - n\Omega) t + \varphi_n] + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} A_n [(\omega_0 + n\Omega) t - \varphi_n], \quad (5.7)$$

в якому присутні частота — носій ω_0 та $2n$ бокових частот: $(\omega_0 \pm n\Omega)$.

Таким чином, спектр модульованої періодичною функцією хвилі складається з ряду ліній бокових частот, розташованих одна від одної на відстані Ω в обидві сторони від основної лінії випромінювання на частоті ω_0 . Відповідний спектр випромінювання є *дискретним*. Крім того, слід враховувати, що величини A_n ряду Фур'є зменшуються з ростом n , а тому висота (інтенсивність) ліній бокових мод (частот) відповідно зменшується при $n \rightarrow \infty$. На практиці ширина спектру випромінювання, що обмежується зменшенням амплітуди в ϵ разів, визначається шириною спектру функції $a(t)$, що модулює світло.

Амплітудна модуляція неперіодичною функцією. Якщо функція $a(t)$ не є періодичною, то її можна подати у вигляді інтегралу Фур'є (див. рівняння (1.4)):

$$a(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\Omega) \cos[\Omega t - \phi(\Omega)] d\Omega. \quad (5.8)$$

У такому разі *спектр модульованої хвилі буде суцільним і розташованим по обидві сторони від частоти ω_0* . Ширина спектру випромінювання, як і в попередньому випадку, буде визначатись шириною спектру функції $a(t)$.

Наведені висновки щодо спектру модульованого випромінювання справедливі в певній точці простору, а також в тому разі, коли швидкість поширення хвиль не залежить від частоти (тобто коли середовище не має дисперсії). В речовинах швидкість поширення світла залежить від частоти, тобто має місце дисперсія світла. Суперпозиція хвиль з різними частотами, що поширюються в дисперсному середовищі, утворює так званий **хвильовий пакет**.

§ 6. ХВИЛЬОВІ ПАКЕТИ. ГРУПОВА ШВИДКІСТЬ

*Суперпозиція двох і більше хвиль з різними частотами, що поширюються у дисперсійному середовищі, називається хвильовим пакетом. Фактично хвильовий пакет є групою хвиль. Швидкість переміщення у просторі хвильового пакету характеризують поняттям **групова швидкість**.*

Групова і фазова швидкість світла. *Груповою швидкістю називають швидкість переміщення максимуму обвідної амплітуди групи хвиль. Тому групова швидкість має сенс швидкості переміщення енергії хвильового пакету у просторі.*

Найбільш простим прикладом хвильового пакету є суперпозиція двох хвиль з частотами ω_1 і ω_2 , що поширюються в однаковому напрямку. В такому разі (див. § 7, розділ 1) напруженість електричного поля суперпозиції хвиль відповідає рівнянню (7.5) розділу 1. Зокрема, амплітудна частина цього рівняння має вигляд:

$$A_E = 2E_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} z\right). \quad (6.1)$$

Тобто амплітуда A_E здійснює коливання з малою частотою $(\omega_1 - \omega_2)$.

Для визначення групової швидкості (u) з рівняння (6.1) виділимо стале значення обвідної амплітуди світлової хвилі:

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} z = \text{const} \quad (6.2)$$

і здійснимо диференціювання (6.2) по t :

$$u = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2}. \quad (6.3)$$

Якщо дисперсія відсутня, то $\omega_1 = ck_1$; $\omega_2 = ck_2$ і з (6.3) одержимо, що $u = c$, тобто групова і фазова швидкості є однаковими. Це також означає, що $A_E = 2E_0 = \text{const}$, тобто обвідна амплітуди є величиною сталою, а значить, суперпозиція хвиль в недисперсному середовищі переміщується аналогічно вихідним монохроматичним хвилям з частотами ω_1 і ω_2 .

При наявності дисперсії групова швидкість відрізняється від фазової. В результаті цього відповідно (6.1) змінюється форма обвідної амплітуди (форма хвильового пакету) в процесі поширення хвилі.

Якщо частоти ω_1 і ω_2 мало відрізняються, то рівняння (7.5) розділу 1 описує так звану хвилю биття, а формула (6.3) матиме вигляд:

$$u = d\omega/dk. \quad (6.4)$$

Таке співвідношення для групової швидкості розповсюджується на хвильовий пакет з безмежним числом хвиль, що мають близькі частоти.

Співвідношення Релея. Враховуючи, що фазова швидкість $v = \frac{\omega}{k}$, рівняння (6.4) можна подати у вигляді

$$u = \frac{d(vk)}{k} = v + k \frac{dv}{dk}. \quad (6.5)$$

Враховуючи, що $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, рівняння (6.5) подамо так:

$$u = v - \lambda \frac{dv}{d\lambda}. \quad (6.6)$$

Рівняння (6.6) називають співвідношенням Релея. (Д. Релей — англійський фізик, вперше в 1885 р. ввів поняття групової швидкості). Використовуючи прості співвідношення: $v = c/n$ та $\lambda = c/v$, де v — частота хвилі, можна, виходячи з (6.6), визначити відносне відхилення групової швидкості від фазової:

$$\left| \frac{v - u}{v} \right| = \frac{v}{n} \frac{dn}{dv}. \quad (6.7)$$

З рівняння (6.7) видно, що у відсутності дисперсії ($\frac{dn}{dv} = 0$) фазова і групова швидкості є однаковими. При нормальній дисперсії ($\frac{dn}{dv} > 0$) фазова швидкість перевищує групову: $(v - u) > 0$. При аномальній дисперсії ($\frac{dn}{dv} < 0$) — фазова швидкість нижча швидкості переносу енергії хвильового пакету: $(v - u) < 0$.

§ 7. ХАОТИЧНЕ СВІТЛО

В класичній моделі випромінювача (див. § 2) розглядалась система не взаємодіючих атомів, кожний з яких випромінює хвилі з амплітудою, що спадає за експоненціальним законом. Частину такої хвилі, обмежену часом, протягом якого амплітуда хвилі зменшується в e разів, називають *цугом хвилі*. Ширина лінії випромінювання в такому разі складає біля 10^8 Гц, а її форма є лоренцевою. Взаємодія атомів один з одним спричиняє ударне розширення спектральних ліній, зумовлене значним скороченням процесу випромінювання. Інакше можна сказати, що відносно довгі цуги хвиль в системі не взаємодіючих атомів розбиваються на значно коротші при співударах випромінюючих атомів. *Суперпозиція цугів хвиль у просторі утворює хаотичне світло*. При цьому очевидно, що амплітуди і фази окремих цугів змінюються хаотично. Тому напруженість електричного поля хаотичного світла в деякій точці простору в момент часу t можна подати так:

$$\vec{E}(t) = \sum_j \vec{E}_{0j} \exp \left\{ i \left[\omega(t - t_j) - \varphi_{0j} \right] \right\} \quad (7.1)$$

де t_j — момент початку випромінювання j -го цуга ($t_j < t$); $\vec{E}_{0j}$, φ_{0j} — амплітуда і початкова фаза j -тої хвилі.

Об'єднаємо початкову фазу з ωt_j і позначимо $\omega t_j + \varphi_{0j} \equiv \varphi_j$. Тоді (7.1) матиме вигляд:

$$\vec{E}(t) = \sum_j \vec{E}_{0j} \exp \left[i(\omega t - \varphi_j) \right] = \exp(i\omega t) \sum_j \vec{E}_{0j} \exp(-i\varphi_j). \quad (7.2)$$

В (7.2) $\sum_j \vec{E}_{0j} \exp(-i\varphi_j)$ означає суму хаотично розташованих (змінюється φ_j) векторів різної довжини (змінюється E_{0j}). Величина j за-

лежить від часу t , а тому суму $\sum \vec{E}_{0j} \exp(-i\phi_j)$ можна подати у вигляді:
 $\sum \vec{E}_{0j} \exp(-i\phi_j) = \vec{a}(t) \exp[-i\phi(t)]$. З урахуванням цього рівняння (7.2) матиме вигляд:

$$\vec{E}(t) = \vec{a}(t) \exp \left\{ i \left[\omega t - \phi(t) \right] \right\}, \quad (7.3)$$

де $a(t)$, $\phi(t)$ — амплітуда і фаза суперпозиції хвиль хаотичного світла в момент часу t . Інакше, $a(t)$ і $\phi(t)$ є, відповідно, довжиною і нахилом сумарного вектора $\vec{E}$ в момент часу t .

Рівняння (7.3) свідчить, що напруженість електричного поля хаотичного світла може бути подана як хвиля, модульована за амплітудою $a(t)$ і фазою $\phi(t)$.

Слід зауважити, що $\langle S(t) \rangle$ визначається величиною $\langle a^2(t) \rangle \neq 0$. Це означає, що при малому часові усереднення функція $\langle S(t) \rangle$ буде мати флуктуаційний характер. Максимальний час, за який функція $\langle S(t) \rangle$ проявляє флуктуаційний характер, називається **часом когерентності** ($\tau_{\text{ког}}$), а відстань, на яку розповсюджується світловий потік за цей час, називається **довжиною когерентності** ($l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$). Якщо час усереднення більший від $\tau_{\text{ког}}$, то $\langle S(t) \rangle = \text{const}$. Зауважимо, що час усереднення на експерименті означає час, за який прилад здатний зареєструвати середнє значення світлового потоку. Такий час називають **часом розділення**. Час розділення кращих приладів складає біля 10^{-9} с, що значно більше від періоду світлової хвилі. Тому при реальних вимірюваннях світлового потоку середнє значення $\langle S(t) \rangle$ є величиною сталою.

Контрольні питання та завдання

1. Чому випромінювання природних джерел світла не є монохроматичним?
2. Що означає термін «хаотичне світло»?
3. Як можна застосувати поняття «монохроматична хвиля» до опису хаотичного світла?
4. У чому полягає класична модель випромінювача?
5. Проведіть аналіз форми спектральної лінії випромінювання системи невзаємодіючих осциляторів.
6. Що є причиною природного розширення спектральних ліній?
7. Аналізуючи форму лінії випромінювання, одержати співвідношення між шириною спектральної лінії і часом випромінювання.

8. У чому полягає сенс часу когерентності?
9. Наведіть основні рівняння, що дозволяють визначити форму спектру поглинання.
10. Порівняйте форму спектральної лінії випромінювання і поглинання розріджених газів.
11. Наведіть приклади однорідного і неоднорідного розширення спектральних ліній.
12. За яких умов ударне розширення спектральної лінії може бути значним?
13. У чому полягає ефект червоного, фіолетового зміщення спектральних ліній?
14. Як форма спектральної лінії випромінювання плазми пов'язана з її температурою?
15. Проведіть аналіз співвідношення Релея для області нормальної і аномальної дисперсії світла.
16. Покажіть, що напруженість електричного поля хаотичного світла можна подати як хвилю, модульовану за амплітудою і фазою.

ПОШИРЕННЯ СВІТЛА В ІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

§ 1. ПОШИРЕННЯ СВІТЛА В ДІЕЛЕКТРИКАХ

Ізотропність властивостей діелектрика означає, що його діелектрична проникність ε не залежить від координат. Можна вважати, що цей параметр не залежить і від часу. У такому разі рівняння Максвелла зберігають свій вигляд, необхідно лише величину ε_0 замінити на ε . Фактично такі зміни торкаються лише рівняння для величини електричного зміщення, яке в Гауссовій системі має вигляд:

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}. \quad (1.1)$$

У системі СІ $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$.

Введення ε замість ε_0 приводить до зміни величини швидкості електромагнітних хвиль:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \frac{c}{n}. \quad (1.2)$$

У (1.2) $\varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0$ — відносна діелектрична проникність, $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c$ — швидкість світла у вакуумі, $n = \sqrt{\varepsilon_r}$ — коефіцієнт заломлення діелектрика відносно вакууму або просто показник заломлення.

Довжина хвилі визначається через швидкість:

$$\lambda = v T = \frac{2\pi v}{\omega}, \quad (1.3)$$

а хвильове число дається виразом

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}. \quad (1.4)$$

При цьому частота залишається незмінною.

Необхідно внести зміни і в співвідношення між $\vec{E}$ та $\vec{B}$. Тобто від

$$\vec{E} = c \vec{B} \quad (1.5)$$

слід перейти до

$$\vec{E} = v \vec{B}. \quad (1.6)$$

У такому разі густина потоку енергії в системі СІ

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}] \quad (1.7)$$

для діелектрика буде представлена у наступному вигляді:

$$S = |\vec{S}| = |\vec{E}| |\vec{H}| = \frac{EB}{\mu_0} = \frac{E^2}{\mu_0 v}. \quad (1.8)$$

Для діелектриків $\frac{1}{\mu_0} = \epsilon v^2$, тому (1.8) приймає вигляд

$$S = v \epsilon E^2, \quad (1.9)$$

виходячи з чого отримаємо середнє за часом значення густини потоку енергії:

$$\langle S \rangle_t = \frac{1}{2} v \epsilon E_0^2, \quad (1.10)$$

де E_0 — амплітуда напруженості електричного поля хвилі.

Після зроблених зауважень залишаються в силі і для ізотропного діелектрика усі закономірності, які були отримані раніше для розподілу густини потоку енергії за перерізом пучка та для потужності потоку енергії.

§ 2. ВІДБИВАННЯ ТА ЗАЛОМЛЕННЯ СВІТЛА НА МЕЖІ МІЖ ДВОМА ДІЕЛЕКТРИКАМИ

Умови на межі. Діелектрики відрізняються один від одного за величиною діелектричної проникності. При взаємодії хвилі з діелектриком її поведінка повністю визначається умовами на межі діелектрика. У випадку відсутності вільних зарядів та струмів провідності умови для векторів, які характеризують хвилю, на межі діелектрика можна записати як:

$$D_{2n} = D_{1n}; \quad B_{2n} = B_{1n}; \quad (2.1)$$

$$E_{2\tau} = E_{1\tau}; \quad H_{2\tau} = H_{1\tau}. \quad (2.2)$$

Індекси n і τ позначають, відповідно, нормальну та тангенціальну компоненти вектора.

Величини, які відносяться до хвиль, що падають, заломлюються та відбиваються, позначатимемо, відповідно, індексами «п», «з» і «в» (рис. 3.1). Параметри, що відносяться до середовища, в якому розповсюджуються хвилі, які падають та відбиваються, позначаються індексом «1», а ті, які характеризують середовище, в якому розповсюджується заломлена хвиля, — індексом «2». Відповідно, діелектричні проникності цих середовищ — ϵ_1 та ϵ_2 .

Запишемо напруженості електричного поля падаючої, відбитої та заломленої хвиль наступним чином:

$$\begin{aligned}\vec{E}_n &= \vec{E}_{n0} \exp[-i(\omega_n t - \vec{k}_n \vec{r})]; \\ \vec{E}_b &= \vec{E}_{b0} \exp[-i(\omega_b t - \vec{k}_b \vec{r})]; \\ \vec{E}_z &= \vec{E}_{z0} \exp[-i(\omega_z t - \vec{k}_z \vec{r})].\end{aligned}\quad (2.3)$$

Хвильові числа пов'язані зі швидкостями розповсюдження хвиль в середовищах:

$$\begin{aligned}k_n &= \frac{\omega_n}{v_n} \\ k_b &= \frac{\omega_b}{v_b} \\ k_z &= \frac{\omega_z}{v_z}\end{aligned}\quad (2.4)$$

У цих рівняннях $v_1^2 = (\epsilon_1 \mu_1)^{-1}$, $v_2^2 = (\epsilon_2 \mu_2)^{-1}$ — швидкості розповсюдження хвиль в першому і другому середовищі.

Закони відбивання та заломлення отримуються як наслідок умов на межі діелектрика (2.1), (2.2) для векторів напруженостей електричних полів (2.3) і відповідних векторів магнітного поля.

Незмінність частоти хвилі при відбиванні та заломленні. Умова на межі для тангенціальної складової напруженості електричного поля має вигляд

$$\left[\vec{E}_{n0} e^{-i(\omega_n t - \vec{k}_n \vec{r})} + \vec{E}_{b0} e^{-i(\omega_b t - \vec{k}_b \vec{r})} \right]_{\vec{\tau}} = \left[\vec{E}_{z0} e^{-i(\omega_z t - \vec{k}_z \vec{r})} \right]_{\vec{\tau}}. \quad (2.5)$$

У цьому випадку початок відліку радіус-вектора довільний. Сам радіус-вектор можна подати у вигляді $\vec{r} = \vec{r}_n + \vec{r}_\tau$ ($\vec{r}_n$ і $\vec{r}_\tau$ — відповідно нормальна до поверхні та тангенціальна складові радіус-вектора).

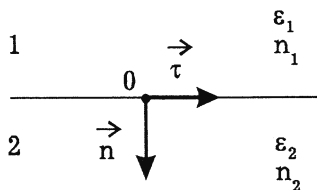


Рис. 3.1. Розташування вектора нормалі $\vec{n}$ та тангенціального вектора $\vec{\tau}$ на межі двох діелектричних середовищ

Зазначимо, що $\vec{r}$ з'єднує початок відліку радіус-вектора по нормалі з відповідною точкою площини розділу, а $\vec{r}_\tau$ лежить в площині розділу, з'єднуючи кінець вектора $\vec{r}_n$ з кінцем вектора $\vec{r}$. З рівності $\vec{k}\vec{r} = \vec{k}_n\vec{r}_n + \vec{k}_\tau\vec{r}_\tau$ ($\vec{k}_n$ і $\vec{k}_\tau$ — нормальна і тангенціальна складові хвильового вектора, відповідно) видно, що при переході від однієї точки поверхні до другої скалярний добуток постійний, а всі зміни значень зводяться до змін $\vec{k}_\tau\vec{r}_\tau$.

Рівність (2.5) може тотожно виконуватись при довільних і незалежних t і $\vec{r}$, тільки якщо

$$\omega_n t = \omega_b t = \omega_3 t ; \quad (2.6)$$

$$\vec{k}_n \vec{r} = \vec{k}_b \vec{r} = \vec{k}_3 \vec{r} . \quad (2.7)$$

З рівняння (2.6) виходить, що

$$\omega_n = \omega_b = \omega_3 . \quad (2.8)$$

Таким чином, частота електромагнітної хвилі при відбиванні та заломленні не змінюється.

Площини падаючого, відбитого та заломленого променів. Напрямок, який характеризується хвильовим вектором $\vec{k}$, називається променем.

Виберемо початок вимірювання вектора в площині розділу середовища так, щоб він був перпендикулярним до вектора $\vec{k}_n$, тобто виконувалась умова

$$\vec{k}_n \vec{r} = 0 . \quad (2.9)$$

З рівняння (2.7) витікає, що

$$\vec{k}_n \vec{r} = \vec{k}_b \vec{r} = \vec{k}_3 \vec{r} = 0 , \quad (2.10)$$

тобто вектори $\vec{k}_b$ і $\vec{k}_3$ також перпендикулярні до $\vec{r}$. Отже, хвильові вектори падаючої, відбитої та заломленої хвилі лежать в одній площині.

Співвідношення між кутами падіння, відбивання та заломлення. Припустимо, що на поверхню діелектрика під деяким кутом падає промінь світла. Розмістимо початок координат в точку падіння променя на поверхні розділу середовищ. Вісь OZ спрямуємо в сторону середовища, в якому розповсюджується заломлений промінь, а площина XZ співпадає з площиною, в якій лежать падаючий, відбитий та заломлений промені (рис. 3.2).

Вектори $\vec{k}_n$, $\vec{k}_b$, $\vec{k}_3$ прикладені до точки O . Для спрощення малюнка вони рознесені від точки O вздовж прямих, які характеризують розповсюдження відповідних хвиль. Одиничний вектор $\vec{n}$ спрямований у друге середовище вздовж нормалі до поверхні розділу. Одиничний вектор $\vec{\tau}$ лежить в площині розділу вздовж осі X .

Кути θ_n , θ_b , θ_3 , які вимірюються від перпендикулярів до поверхні розділу, називаються, відповідно, **кутами падіння, відбивання та заломлення**.

Площина, в якій лежить вектор падаючої хвилі і нормаль до поверхні розділу в точці падіння променя, називається **площиною падіння променя**.

Початок відліку $\vec{r}$ розмістимо в точці O' , яка розташована на осі X системи координат при від'ємних значеннях x . Це означає, що вектор $\vec{r} = r\vec{\tau}$ орієнтований в сторону позитивних значень X . З рис. 3.2 видно, що

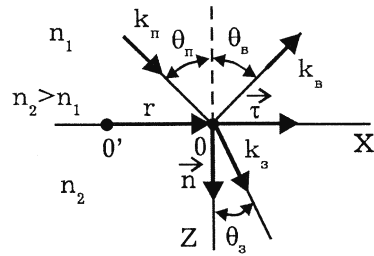


Рис. 3.2. Заломлення світла на межі двох середовищ у випадку, коли $n_1 > n_2$

$$\begin{aligned}\vec{k}_n \vec{r} &= \vec{k}_n r \vec{\tau} = k_n r \sin \theta_n \\ \vec{k}_b \vec{r} &= \vec{k}_b r \vec{\tau} = k_b r \sin \theta_b \\ \vec{k}_3 \vec{r} &= \vec{k}_3 r \vec{\tau} = k_3 r \sin \theta_3.\end{aligned}\quad (2.11)$$

Виходячи з (2.7), відповідно до (2.11) маємо:

$$k_n \sin \theta_n = k_b \sin \theta_b = k_3 \sin \theta_3. \quad (2.12)$$

З врахуванням (2.4) приведені вище співвідношення спростуються до

$$\frac{\sin \theta_n}{v_1} = \frac{\sin \theta_b}{v_1} = \frac{\sin \theta_3}{v_2}. \quad (2.13)$$

Звідси витікає, що

$$\theta_b = \theta_n; \quad (2.14)$$

$$\frac{\sin \theta_n}{\sin \theta_3} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}, \quad (2.15)$$

де n_{21} — показник заломлення другого середовища відносно першого.

Показники заломлення першого і другого середовища відносно вакууму, за визначенням

$$n_1 = \frac{c}{v_1}; \quad n_2 = \frac{c}{v_2}, \quad (2.16)$$

і тому

$$n_{21} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.17)$$

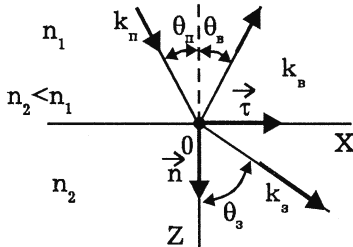


Рис. 3.3. Заломлення світла на межі двох середовищ у випадку, коли $n_1 < n_2$

З рівності (2.14) виходить, що *кут відбивання дорівнює куту падіння*.

Співвідношення (2.15) виражає *закон заломлення Снелліуса: відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення дорівнює показнику заломлення другого середовища відносно першого*.

На рис. 3.2 і 3.3 показано хід променів при $n_2 > n_1$ і $n_2 < n_1$.

З рис. 3.4 видно, що при $n_2 < n_1$ і деякому куті падіння $\theta_n = \theta_{\text{гр}}$, який

називається *граничним кутом*, кут заломлення стає рівним $\frac{\pi}{2}$, тобто заломлений промінь поширюється вздовж поверхні розділу і не має заломлення променю у другому середовищі.

З (2.15) з урахуванням (2.17) маємо:

$$\sin \theta_{\text{гр}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.18)$$

При кутах падіння, більших $\theta_{\text{гр}}$, рівняння (2.15) не має розв'язку в області дійсних значень кутів заломлення θ_s . Тому ситуацію, яка при цьому з'являється, не можна зобразити аналогічно так, як це було зроблено на рис. 3.2 і 3.3. Такий випадок потребує особливого розгляду.

Формули Френеля для випадку, коли вектор $\vec{E}$ перпендикулярний до площини падіння. Нехай $\vec{k}_n^0, \vec{k}_b^0, \vec{k}_s^0$ — оди-

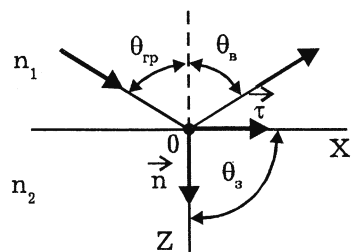


Рис. 3.4. Заломлення світла у випадку, коли кут падіння дорівнює граничному куту

ничні вектори. Тоді хвильові вектори падаючої, відбитої та заломленої хвиль можна представити як $\vec{k}_n = \vec{k}_n^0 k_n$, $\vec{k}_b = \vec{k}_b^0 k_b$, $\vec{k}_3 = \vec{k}_3^0 k_3$.

Припустимо, що вектор $\vec{E}_n$ спрямований від площини малюнка до спостерігача. Тоді $\vec{B}_n$ спрямований, як показано на рис. 3.5.

Напрямки векторів напруженості $\vec{E}_n$ і $\vec{E}_3$ наперед невідомі. Будемо вважати, що вектори $\vec{E}_n$ і $\vec{E}_3$ також спрямовані до спостерігача. Якщо в результаті аналізу буде отримано знак «-», це означатиме, що в дійсності напрямки протилежний.

Умови на межі (2.2) для неперервності тангенціальних складових напруженості електричного і магнітного полів будуть

$$E_n + E_b = E_3; \quad (2.19)$$

$$(\vec{H}_n + \vec{H}_b)\vec{\tau} = \vec{H}_3\vec{\tau}. \quad (2.20)$$

Для подальших перетворень вектор $\vec{H}$ зручно виразити через $\vec{E}$:

$$\vec{H} = \left[\vec{k}_0 \times \frac{\vec{E}}{R_z} \right]. \quad (2.21)$$

У (2.21) $R_z = \sqrt{\mu/\epsilon}$ — хвильовий опір середовища. Хвильовий опір для вакууму $R_z = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377 \text{ Ом}$.

Якщо хвильовий опір для падаючої і відбитої хвилі R_{z1} , а для заломленої — R_{z2} , то граничні умови (2.19), (2.20) можна переписати як

$$\frac{1}{R_{z1}} [E_n (\vec{k}_n^0 \vec{n}) + E_b (\vec{k}_b^0 \vec{n})] = \frac{1}{R_{z2}} E_3 (\vec{k}_3^0 \vec{n}). \quad (2.22)$$

Рівняння (2.19) та (2.22) можна записати у вигляді системи двох рівнянь:

$$1 + \frac{E_b}{E_n} = \frac{E_3}{E_n}; \quad (2.23)$$

$$(\vec{k}_n^0 \vec{n}) + \frac{E_b}{E_n} (\vec{k}_b^0 \vec{n}) = \frac{R_{z1}}{R_{z2}} \frac{E_3}{E_n} (\vec{k}_3^0 \vec{n}) \quad (2.24)$$

відносно невідомих співвідношень E_b/E_n , E_3/E_n .

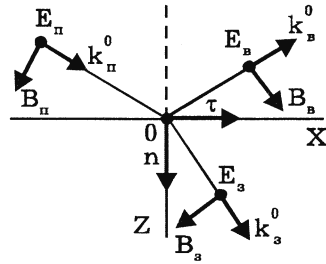


Рис. 3.5. Розташування векторів, що описують хвилю, електричний вектор якої перпендикулярний до площини падіння

Позначимо індексом $\parallel$ компоненти векторів, що лежать в площині падіння, а індексом $\perp$ — ті, що лежать в перпендикулярній площині. Тоді в розглянутому випадку рішення системи (2.23), (2.24) буде:

$$\left(\frac{E_{\text{в}}}{E_{\text{п}}} \right)_{\perp} = \frac{R_{\text{з2}}(\vec{k}_{\text{п}}^0 \vec{n}) - R_{\text{з1}}(\vec{k}_{\text{з}}^0 \vec{n})}{R_{\text{з2}}(\vec{k}_{\text{п}}^0 \vec{n}) + R_{\text{з1}}(\vec{k}_{\text{з}}^0 \vec{n})}; \quad (2.25)$$

$$\left(\frac{E_{\text{з}}}{E_{\text{п}}} \right)_{\perp} = \frac{2R_{\text{з2}}(\vec{k}_{\text{п}}^0 \vec{n})}{R_{\text{з2}}(\vec{k}_{\text{п}}^0 \vec{n}) + R_{\text{з1}}(\vec{k}_{\text{з}}^0 \vec{n})}. \quad (2.26)$$

Оскільки кут падіння дорівнює куту відбивання, то в наведених вище рівняннях $(\vec{k}_{\text{в}}^0 \vec{n}) = -(\vec{k}_{\text{п}}^0 \vec{n})$.

Враховуючи, що $(\vec{k}_{\text{п}}^0 \vec{n}) = \cos \theta_{\text{п}}$ та $(\vec{k}_{\text{з}}^0 \vec{n}) = \cos \theta_{\text{з}}$, і використовуючи співвідношення

$$\frac{R_{\text{з1}}}{R_{\text{з2}}} = \frac{\mu_1 \sin \theta_{\text{п}}}{\mu_2 \sin \theta_{\text{з}}}, \quad (2.27)$$

замість (2.25), (2.26) отримуємо

$$\left(\frac{E_{\text{в}}}{E_{\text{п}}} \right)_{\perp} = \frac{\mu_2 \text{tg} \theta_{\text{з}} - \mu_1 \text{tg} \theta_{\text{п}}}{\mu_2 \text{tg} \theta_{\text{з}} + \mu_1 \text{tg} \theta_{\text{п}}}, \quad (2.28)$$

$$\left(\frac{E_{\text{з}}}{E_{\text{п}}} \right)_{\perp} = \frac{2\mu_2 \text{tg} \theta_{\text{з}}}{\mu_2 \text{tg} \theta_{\text{з}} + \mu_1 \text{tg} \theta_{\text{п}}}. \quad (2.29)$$

Ці формули називаються формулами Френеля для випадку, коли вектор E перпендикулярний до площини падіння.

При нормальному падінні ($\theta_{\text{п}} = 0$), провівши аналогічний розгляд, отримуємо:

$$\left(\frac{E_{\text{в}}}{E_{\text{п}}} \right)_{\perp} = \frac{\mu_2 n_1 - \mu_1 n_2}{\mu_2 n_1 + \mu_1 n_2}; \quad (2.30)$$

$$\left(\frac{E_{\text{з}}}{E_{\text{п}}} \right)_{\perp} = \frac{2\mu_2 n_1}{\mu_2 n_1 + \mu_1 n_2}. \quad (2.31)$$

Для середовищ з однаковими магнітними властивостями по обидві сторони межі розділу ($\mu_1 = \mu_2$) рівняння (2.30) і (2.31) набудуть вигляду

$$\left(\frac{E_{\text{в}}}{E_{\text{п}}} \right)_{\perp} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}; \quad (2.32)$$

$$\left(\frac{E_3}{E_n} \right)_\perp = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}. \quad (2.33)$$

Для випадку, коли $n_1 < n_2$, зміни $(E_b/E_n)_\perp$, $(E_3/E_n)_\perp$ в залежності від кута θ_n відбуваються так, як показано на рис. 3.6 і 3.7.

З рис. 3.6 видно, що $(E_b/E_n)_\perp$ є величина негативна для всіх кутів падіння, тобто вектор E_b має напрям, протилежний тому, що показаний на рис. 3.5. Це значить, що при відбиванні світла від межі середовища з більшим показником заломлення фаза відбитої хвилі змінюється на π . Тобто напруженість електричного поля змінює напрям на протилежний. На рис. 3.7 величина $(E_3/E_n)_\perp$ завжди позитивна. Отже, при заломленні не відбувається зміна фази.

В разі, коли $n_1 > n_2$ при кутах, менших граничного, при відбиванні світла від межі середовища з меншим показником заломлення не відбувається змін фази у вектора E . Заломлена хвиля також не зазнає змін фази.

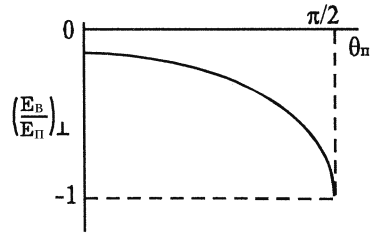


Рис. 3.6. Залежність $\left(\frac{E_b}{E_n} \right)_\perp$ від величини кута падіння для випадку, коли $n_1 > n_2$

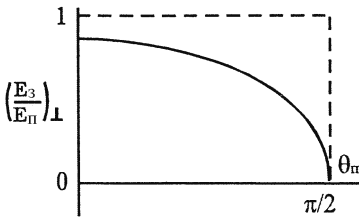


Рис. 3.7. Залежність $\left(\frac{E_3}{E_n} \right)_\perp$ від величини кута падіння для випадку, коли $n_1 < n_2$

Формули Френеля, коли вектор E лежить у площині падіння. Вектори $\vec{B}$ у всіх хвиль вважаються спрямованими від спостерігача за площину рисунка (рис. 3.8). У цьому випадку розглядаються паралельні складові векторів електричного поля E_n . При дійсних кутах заломлення для $n_2 > n_1$ (при $n_2 < n_1$, якщо $\theta_n < \theta_{гр}$) можна отримати аналогічним чином при $\mu_1 = \mu_2$

$$\left(\frac{E_b}{E_n} \right)_\parallel = \frac{tg(\theta_n - \theta_3)}{tg(\theta_n + \theta_3)}; \quad (2.34)$$

$$\left(\frac{E_3}{E_n} \right)_\parallel = \frac{2 \cos \theta_n \sin \theta_3}{\sin(\theta_n + \theta_3) \cos(\theta_n - \theta_3)}. \quad (2.35)$$

Формули Френеля для компонент напруженості електричного поля хвилі, які лежать в площині падіння, представлені рівняннями (2.34) і (2.35). Разом з (2.28) та (2.29) вони дають повний розв'язок задачі про поведінку полів електромагнітної хвилі при відбиванні і заломленні на межі між діелектриками при довільній орієнтації векторів хвилі відносно площини падіння в падаючій хвилі.

Зміни $\left(\frac{E_v}{E_n}\right)_\parallel$ та $\left(\frac{E_s}{E_n}\right)_\parallel$ в залежності від кута падіння θ_n при $n_1 < n_2$ у відповідності до формул (2.34), (2.35) показані на рис. 3.9 і 3.10.

Рис. 3.10 в сукупності з рис. 3.7 показують, що при будь-яких орієнтаціях напруженості електричного

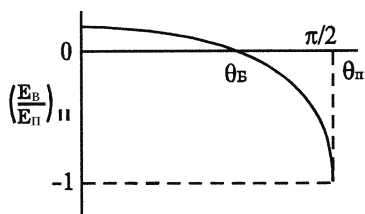


Рис. 3.9. Залежність $\left(\frac{E_s}{E_n}\right)_\perp$ від величини кута падіння для випадку, коли $n_1 < n_2$

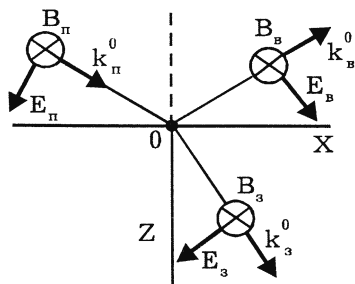


Рис. 3.8. Розташування векторів, що описують хвилю, електричний вектор якої лежить в площині падіння

поля в падаючій хвилі **при заломленні не відбувається зміна фази**. Крім того, видно, що при падінні хвилі дотично до поверхні розділу заломлена хвиля відсутня.

Явище Брюстера. З аналізу ходу променів, які показані на рис. 3.9, можна зробити висновок, що у хвилі, електричний вектор якої лежить в площині падіння, при куті падіння θ_B відбита хвиля повністю відсутня. Це явище називається *явищем Брюстера*. Кут

θ_B знаходиться з формули (2.34) за умови $\left(\frac{E_v}{E_n}\right)_\parallel = 0$, тобто коли знаменник правої частини перетворюється в нескінченність. Таким чином, цей кут може бути знайдений з умови $\theta_B + \theta_{зБ} = \frac{\pi}{2}$, в якій $\theta_{зБ}$ є кутом заломлення, який відповідає умові $\theta_n = \theta_B$. Відповідно до закону Снелліуса $n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin \theta_{зБ} = n_2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_B\right) = n_2 \cos \theta_B$.

Скориставшись лівою і правою частинами цього рівняння, отримемо:

$$\operatorname{tg} \theta_{\text{Б}} = \frac{n_2}{n_1}. \quad (2.36)$$

Останнє рівняння називається *законом Брюстера*, а кут, при якому відсутня відбита хвиля, — *кутом Брюстера*.

З рис. 3.9 видно, що при $\theta_{\text{п}} < \theta_{\text{Б}}$ величина $\left(\frac{E_{\text{в}}}{E_{\text{п}}}\right)_{\parallel}$ позитивна, а при

$\theta_{\text{п}} > \theta_{\text{Б}}$ — негативна. Отже, при переході через кут Брюстера фаза відбитої хвилі стрибком змінюється на π .

Оскільки в хвилі, яка падає під кутом Брюстера, компонента вектора, що лежить в площині падіння, не відбивається, то у відбитій хвилі є лише компонента напруженості електричного поля, перпендикулярна площині падіння, тобто **відбите світло повністю поляризоване**. Таким чином, відбивання під кутом Брюстера є одним із способів отримання лінійно поляризованого світла.

Явище Брюстера обумовлене поперечністю електромагнітних хвиль. Під впливом падаючої хвилі електрони середовища починають коливатись і випромінюють вторинні хвилі, які складаються з первинною. На довжині зміщення відбудеться повна заміна падаючої хвилі хвилею, яка випромінюється електронами середовища, які коливаються. Лінія коливань електронів колінеарна вектору хвилі. При куті Брюстера, коли кут між заломленою і відбитою хвилями повинен складати 90° , електрони середовища, які збурюють заломлену хвилю, коливаються вздовж лінії, паралельної напрямку, в якому повинна розповсюджуватись електромагнітна хвиля. Тому відбита хвиля відсутня.

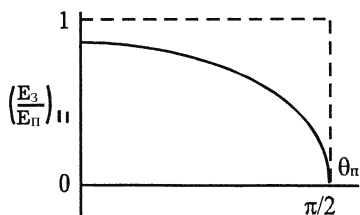


Рис. 3.10. Залежність $\left(\frac{E_{\text{в}}}{E_{\text{п}}}\right)_{\perp}$ від величини кута падіння для випадку, коли $n_1 < n_2$

§ 3. ПОВНЕ ВІДБИВАННЯ СВІТЛА

Із закону заломлення світла виходить, що відношення синуса кута падіння до синуса кута заломлення дорівнює показнику заломлення другого середовища по відношенню до першого. З цього закону ви-

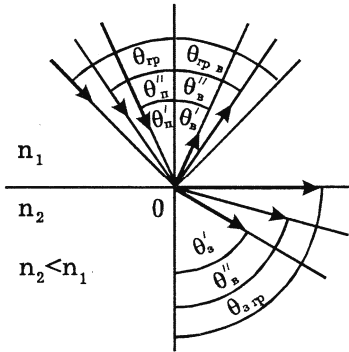


Рис. 3.11. Заломлення променя при переході його з більш густого в менш густе середовище

тікає, що при проходженні світлової хвилі з оптично менш густого середовища в більш густе заломлений промінь наближається до нормалі. І навпаки, коли світло розповсюджується з більш густого середовища в менш густе, заломлений промінь віддаляється від нормалі. У цьому випадку кут заломлення стає більшим від кута падіння (рис. 3.11).

Із збільшенням кута падіння відповідно збільшується і кут заломлення. Оскільки у розглянутому випадку кут заломлення завжди більший від кута падіння, то очевидно, що при деякому точно визначеному для да-

них середовищ куті падіння кут заломлення стане рівним 90° , тобто заломлений промінь буде ковзати по поверхні розділу. Таке значення кута падіння називається граничним ($\theta_{\text{гр}}$). Якщо промінь падає під кутом більшим за граничний, то заломленого променя не буде. У цьому разі відбувається повне внутрішнє відбивання світла від межі розділу.

Елементарні досліди демонструють цей ефект. Наприклад, повне внутрішнє відбивання можна спостерігати в скляних призмах. Для

системи «скло — повітря» $\frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{1.5}$ і $\theta_{\text{гр}} \cong 42^\circ$. Отже, падіння світлових променів на грань призми під кутом 45° відповідає випадку $\theta > \theta_{\text{гр}}$ (рис. 3.12).

Дуже ефективно цей дослід відбувається у випадку так званого «світловоду». Скляний стрижень зігнутий багато разів, але так, що завжди виконується умова $\theta > \theta_{\text{гр}}$. Тому світловий потік після багаторазових відбивань виходить через зріз світловоду, практично не втративши своєї енергії. Цей спосіб транспортування світлового потоку використовується у волоконній оптиці для передачі інформації модульованими світловими сигналами.

Повне внутрішнє відбивання електромагнітних хвиль пояснює рефракцію радіохвиль в іоносфері. Відомо, що на висоті від 100 до 300 км існує іонізований шар, від якого відбиваються хвилі довжиною $\lambda \geq 10$ м. Більш короткі хвилі проходять через нього, що використовується в радіоастрономії. Зі збільшенням висоти відбувається зменшення показника заломлення атмосфери n , який до того ж залежить від частоти. При деякому значенні λ настає повне внутрішнє відбивання електромагнітних хвиль ($\lambda \geq 10$ м), що забезпечує можливість далекої радіопередачі в цьому діапазоні і є природним рубежем між короткими і ультракороткими радіохвилями.

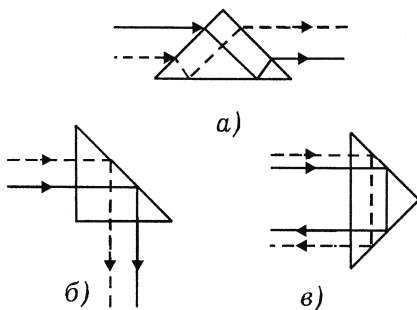


Рис. 3.12. Повне відбивання світла в призмах

Повне внутрішнє відбивання настає при умові $n_1 > n_2$ і $\theta_n > \theta_{\text{гр}}$ (рис. 3.4) або, іншими словами, коли виконується рівняння (2.18):

$$\sin \theta_{\text{гр}} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (3.1)$$

за умови, що $n_2 < n_1$. Його найважливішою фізичною особливістю є відсутність заломленої хвилі.

Рівняння Снелліуса

$$\frac{\sin \theta_n}{\sin \theta_3} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21} \quad (3.2)$$

в цьому випадку не має рішення в області дійсних значень кута заломлення θ_3 . Для аналізу повного відбивання необхідно закони заломлення виразити формулами, які справедливі і для $n_1 > n_2$, $\theta_n > \theta_{\text{гр}}$.

Перш за все врахуємо те, що рівності (2.12):

$k_n \sin \theta_n = k_b \sin \theta_b = k_3 \sin \theta_3$ можуть бути подані у вигляді

$$k_{\text{нт}} = k_{\text{вт}} = k_{\text{зт}}. \quad (3.3)$$

В цьому рівнянні $k_{\text{нт}} = k_n \sin \theta_n$; $k_{\text{вт}} = k_b \sin \theta_b$; $k_{\text{зт}} = k_3 \sin \theta_3$ — тангенціальні компоненти хвильових векторів падаючої, відбитої та заломленої хвиль. Співвідношення між нормальними компонентами хвильових векторів цих хвиль (позитивна нормаль вважається на-

правленою в сторону другого середовища (рис. 3.5)) можна отримати з рівностей

$$k_{\pi}^2 = k_{\pi\tau}^2 + k_{\pi n}^2; \quad k_{\nu}^2 = k_{\nu\tau}^2 + k_{\nu n}^2; \quad k_3^2 = k_{3\tau}^2 + k_{3n}^2. \quad (3.4)$$

В комбінації із співвідношенням (3.3) маємо:

$$k_{\nu n} = -k_{\pi n}; \quad k_{3n}^2 = k_2^2 - k_{\pi\tau}^2, \quad (3.5)$$

де k_2 — модуль хвильового вектора в другому середовищі, знак «—» в першій рівності (3.5) враховує, що відбита хвиля рухається протилежно напрямку нормалі, обраному за позитивний, а заломлена — у напрямку позитивної нормалі.

Приймемо, що k_1 — хвильове число у першому середовищі. Рівності (3.5) при умові (3.3) приймають вигляд

$$k_{3\tau} = k_1 \sin \theta_{\pi}; \quad (3.6)$$

$$k_{3n}^2 = k_2^2 - k_1^2 \sin^2 \theta_{\pi} = k_2^2 \left[1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \sin^2 \theta_{\pi} \right]. \quad (3.7)$$

У цьому вигляді формули справедливі для довільних значень кута падіння θ_{π} і відношення n_1/n_2 . Кут θ_3 визначається із співвідношення

$$k_{3\tau} = k_2 \sin \theta_3, \quad k_{3n} = k_2 \sin \theta_3. \quad (3.8)$$

У тому випадку, коли цей кут має геометричну інтерпретацію, яка показана на рис. 3.2 і 3.7, його зміст зрозумілий — це кут заломлення. При повному відбиванні він не має геометричної інтерпретації, але формули (3.6) і (3.7) залишаються справедливими, а θ_3 , як і раніше, визначається рівністю (3.8).

Підставимо $k_{3\tau}$ та k_{3n} з (3.8) в формули (3.6) та (3.7) і отримаємо закони заломлення:

$$n_1 \sin \theta_{\pi} = n_2 \sin \theta_3, \quad (3.9)$$

$$\cos^2 \theta_3 = 1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \sin^2 \theta_{\pi}. \quad (3.10)$$

Оскільки $\cos^2 \theta_3 = 1 - \sin^2 \theta_3$, то наведені вище два співвідношення повністю між собою узгоджуються.

Співвідношення (3.9) співпадає з законом Снелліуса (2.5). Вираз (3.10) дає змогу знайти $\cos \theta_3$ не тільки у випадку, коли θ_3 має геоме-

тричну інтерпретацію, але і у випадку, якщо така інтерпретація відсутня при повному відбиванні.

Хвиля в другому середовищі. Розмістимо осі координат, як на рис. 3.3. Враховуючи, що $k_{xx} = k_{xz} = k_1 \sin \theta_n$, $k_{zz} = k_{zn}$, а також те, що величина в квадратних дужках в (3.7) від'ємна, отримаємо:

$$k_{zn}^2 = k_{zz}^2 = -k_2^2 \left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \sin^2 \theta_n - 1 \right] = k \left[\left(\frac{\sin^2 \theta_n}{\sin^2 \theta_{\text{гп}}} \right) - 1 \right] = -s^2, \quad (3.11)$$

де s — дійсна величина.

Звідси $k_{zn} = \pm is$, що після підстановки в (2.3) приводить до появи дійсного співмножника $\exp(+sz)$. Отже, загальне рішення для заломленої хвилі складається з двох доданків, один з яких має в собі співмножник $\exp(sz)$, а другий — $\exp(-sz)$. Співмножник $\exp(sz)$ зростає безмежно при $z \rightarrow \infty$, що означає безмежне зростання амплітуди в другому середовищі при віддаленні від межі з першим середовищем. Це суперечить закону збереження енергії, отже, фізично неможливо і повинно бути відкинуте. Залишається доданок з співмножником $\exp(-sz)$, який має вигляд

$$\vec{E}_3 = \vec{E}_{30} \exp(-sz) \exp(-i(\omega t - k_1 x \sin \theta_n)), \quad (3.12)$$

$$\text{де } s = k_2 \left[\frac{n_1}{n_2} \sin^2 \theta_n - 1 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Формула (3.12) описує хвилю, що розповсюджується вздовж поверхні розділу двох середовищ в напрямку додатних значень x . Амплітуда цієї хвилі експоненціально зменшується при віддаленні від межі розділу у друге середовище. Її величина зменшується в e разів на відстані

$$\Delta = \frac{1}{s} = \frac{\lambda_2}{2\pi} \frac{1}{\left[\left(\frac{n_1}{n_2} \right)^2 \sin^2 \theta_n - 1 \right]^{\frac{1}{2}}}. \quad (3.13)$$

Ця відстань називається **глибиною проникнення хвилі у середовище**. У випадку міди, наприклад, вона може сягати до 4 нм.

§ 4. ЕНЕРГЕТИЧНІ СПІВВІДНОШЕННЯ ПРИ ЗАЛОМЛЕННІ ТА ВІДБИВАННІ СВІТЛА

Густина потоків енергії. Середня за період густина потоку енергії плоскої електромагнітної хвилі дається формулою (1.10):

$$\langle S \rangle_t = \frac{1}{2} v \varepsilon E_0^2. \quad (4.1)$$

Дану формулу зручно подати у векторній формі:

$$\vec{S} = \frac{1}{2} v \varepsilon E_0^2 \vec{k}^0, \quad (4.2)$$

де $\vec{k}^0$ — одиничний вектор у напрямку розповсюдження хвилі; знак середнього при $\vec{S}$ для спрощення не показаний. Густина потоку енергії (4.2) можна розкласти на нормальну та тангенціальну до поверхні розділу складові:

$$\vec{S} = \vec{S}_n + \vec{S}_\tau. \quad (4.3)$$

Коефіцієнт відбивання. Коефіцієнтом відбивання називається абсолютне значення відношення нормальних компонент густин потоків енергії у відбитій і падаючій хвилях:

$$\rho = \frac{|\vec{S}_{\text{вл}}|}{|\vec{S}_{\text{пл}}|} = \frac{|\vec{S}_\text{в} \vec{n}|}{|\vec{S}_\text{п} \vec{n}|}. \quad (4.4)$$

Підставляючи (4.2) в (4.4) і приймаючи до уваги, що $|\vec{k}_\text{н}^0 \vec{n}| = |\vec{k}_\text{в}^0 \vec{n}| = \cos \theta_\text{п} = \cos \theta_\text{в}$, отримуємо:

$$\rho = \left| \frac{E_\text{в}}{E_\text{п}} \right|^2. \quad (4.5)$$

При нормальному падінні хвилі на поверхню розділу маємо

$$\rho_\text{норм} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2. \quad (4.6)$$

Оцінимо значення коефіцієнта відбивання при нормальному падінні з повітря на поверхню скла, для якого $n_2/n_1 \cong 1.5$. Формула (4.6) показує, що в цьому разі $\rho_\text{норм.} = 0,04$, тобто відбивається приблизно 4 % падаючої енергії і, отже, 96 % проходить через скло.

Коефіцієнт пропускання. Густина потоку енергії в заломленій хвилі характеризується коефіцієнтом пропускання, який визначається аналогічно (4.4):

$$\tau = \frac{|\vec{S}_3 \vec{n}|}{|\vec{S}_n \vec{n}|}. \quad (4.7)$$

Враховуючи, що

$$k_{\text{пр}} = k_1 \cos \theta_n; \quad k_{\text{пр}} = k_1 \sin \theta_n; \\ k_{\text{зн}} = k_2 \cos \theta_3; \quad k_{\text{зн}} = k_2 \sin \theta_3,$$

і використовуючи формулу (4.2), приведемо вираз (4.7) до вигляду

$$\tau = \frac{R_{z1} \cos \theta_3}{R_{z2} \cos \theta_n} \left| \frac{E_3}{E_n} \right|^2. \quad (4.8)$$

При нормальному падінні коефіцієнт пропускання дорівнює

$$\tau_{\text{норм}} = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2} \quad (4.9)$$

для $\mu_1 = \mu_2$.

Закон збереження енергії. Коефіцієнти відбивання та пропускання задовольняють співвідношенню

$$\rho + \tau = 1. \quad (4.10)$$

§ 5. ПОШИРЕННЯ СВІТЛА У ПРОВІДНИКАХ

Комплексна діелектрична проникність. Формули, які описують розповсюдження світла в діелектриках, можуть бути застосовані і для опису закономірностей поширення світлових хвиль в провідниках. Однак для останнього випадку необхідно діелектричну проникність замінити на комплексну діелектричну проникність:

$$\varepsilon_\omega = \varepsilon + \frac{i\gamma}{\omega}. \quad (5.1)$$

Згадаємо, що $k = \omega/v$, а $v = 1/\sqrt{\varepsilon\mu}$, тоді

$$k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu. \quad (5.2)$$

З врахуванням (5.2) для хвильового числа провідника можна записати:

$$k_\omega^2 = \omega^2 \varepsilon_\omega \mu = \omega^2 \varepsilon \mu + i\omega\gamma\mu. \quad (5.3)$$

Хвильове число k можна представити у вигляді комплексного числа

$$k_{\omega} = k + is \quad (5.4)$$

і переписати рівність (5.3):

$$k^2 + 2iks - s^2 = \omega^2 \epsilon \mu + i\omega \gamma \mu . \quad (5.5)$$

У (5.5) прирівнюємо між собою дійсні члени правої і лівої частин рівняння, прирівнюємо також і уявні члени цих же частин рівняння:

$$k^2 - s^2 = \omega^2 \epsilon \mu ; \quad (5.6)$$

$$2ks = \omega \gamma \mu . \quad (5.7)$$

Ці два рівняння утворюють систему рівнянь з двома невідомими, рішення якої записується у наступному вигляді:

$$k^2 = \frac{\omega^2 \epsilon \mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\epsilon \mu} \right)^2} + 1 \right] ; \quad (5.8)$$

$$s^2 = \frac{\omega^2 \epsilon \mu}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\gamma}{\epsilon \mu} \right)^2} - 1 \right] . \quad (5.9)$$

Глибина проникнення. Поширення світла в провіднику описується так само, як і в діелектрикові, за допомогою плоскої хвилі, але у виразах для векторів поля хвильове число k замінюється на k_{ω} . В такому разі для позитивного напрямку осі z

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(-sz) \exp(-i(\omega t - kz)) ; \quad (5.10)$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \exp(-sz) \exp(-i(\omega t - kz)) , \quad (5.11)$$

де для k_{ω} використовується рівняння (5.4)). Як видно, амплітуда плоскої хвилі в процесі поширення зменшується. Це означає, що процес розповсюдження хвилі супроводжується її поглинанням в провіднику, так що на великих відстанях хвиля практично відсутня. Глибина проникнення визначається співвідношенням

$$\Delta = 1/s . \quad (5.12)$$

Якщо звернутись до розгляду добрих провідників у видимому діапазоні частот, то (5.9) може бути спрощено. Провідність металів приблизно $\gamma \cong 10^7$ См/м, а ϵ можна прийняти рівною ϵ_0 . Отже, для цього випадку

$$\frac{\gamma}{\varepsilon\omega} \approx 2 \cdot 10^2 \gg 1. \quad (5.13)$$

Тоді в (5.9) можна знехтувати одиницею в порівнянні з $\frac{\gamma}{\varepsilon\omega}$ і отримати

$$s = \sqrt{\frac{\omega\gamma\mu}{2}}. \quad (5.14)$$

У такому разі глибина проникнення буде рівною

$$\Delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\gamma\mu}}. \quad (5.15)$$

Для міді $\gamma = 5 \cdot 10^7$ См/м. Якщо $\lambda = 1$ мкм, то глибина проникнення буде складати тисячні долі довжини хвилі — $\Delta \cong 4$ нм. Очевидно, що в даному випадку про поширення світла говорити не має сенсу. У випадках, коли провідність не настільки висока, глибина проникнення світла у товщу провідника може бути значно більшою.

При розповсюдженні електромагнітних хвиль в провідниках частина електромагнітної енергії перетворюється в джоулеве тепло. Це і є *фізичною причиною згасання* електромагнітних хвиль в провідниках. Електрична напруженість хвилі збуджує в провіднику струм провідності, який за законом Джоуля — Ленца нагріває речовину провідника.

§ 6. ВІДБИВАННЯ СВІТЛА ВІД ПОВЕРХНІ ПРОВІДНИКА

Після падіння на поверхню провідника світлова хвиля частково поглинається, а частково відбивається. Найбільш простий випадок — це нормальне падіння хвилі на поверхню, на якому і зосередимо увагу.

Припустимо, що хвиля падає з діелектричного середовища з ε_1 та μ_1 на поверхню провідника, який характеризується параметрами ε_2 і μ_2 . Будемо вважати також, що обидва матеріали немагнітні, а електропровідність провідника γ . В такому разі можна записати співвідношення між амплітудами хвиль як

$$\frac{E_{\text{в0}}}{E_{\text{п0}}} = \frac{1 - \frac{k_{2\omega} \mu_1}{k_1 \mu_2}}{1 + \frac{k_{2\omega} \mu_1}{k_1 \mu_2}}, \quad (6.1)$$

$$\frac{E_{30}}{E_{n0}} = \frac{2}{1 + \frac{k_{2\omega} \mu_1}{k_1 \mu_2}}, \quad (6.2)$$

де $k_1 = n_1 \frac{\omega}{c}$; $k_{2\omega} = k_2 + i s_2$.

Після перетворень коефіцієнт відбивання має вигляд

$$\rho = \left| \frac{E_{30}}{E_{n0}} \right|^2 = \frac{\left(\frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 s_2} - \frac{k_2}{s_2} \right)^2 + 1}{\left(\frac{\mu_2 k_1}{\mu_1 s_2} + \frac{k_2}{s_2} \right)^2 + 1}. \quad (6.3)$$

З (5.8) та (5.9) виходить, що для ідеального провідника $\gamma \rightarrow \infty$ і $s_2 \rightarrow \infty$, отже $k_2/s_2 \rightarrow 1$ та $k_1/s_1 \rightarrow 0$. Таким чином, отримуємо:

$$\rho \rightarrow 1. \quad (6.4)$$

Звідси маємо, що у добрих провідників коефіцієнт відбивання близький до одиниці. З формули (5.15) видно, що чим більша провідність провідника, тим краще він поглинає світло. Разом з тим з (6.4) виходить, що чим краще провідник, тим сильніше він відбиває світло.

§ 7. ЕЛЕКТРОННА ТЕОРІЯ ДИСПЕРСІЇ СВІТЛА

Дисперсією світла називають залежність показника заломлення речовини від частоти (довжини хвилі) електромагнітного випромінювання. Розрізняють нормальну і аномальну дисперсію світла.

Нормальною називають дисперсію, при якій $\frac{dn}{d\omega} > 0$. При аномальній дисперсії $\frac{dn}{d\omega} < 0$.

Класична теорія дисперсії світла. Розглянемо дисперсію світла в розріджених газах, де взаємодією атомів можна знехтувати. В зв'язку з цим, для одержання залежності $n(\omega)$, застосуємо класичну електронну теорію Лоренца (див. розд. 2, § 2). Напруженість електричного поля монохроматичної хвилі подамо у вигляді

$$\vec{E} = \vec{E}'_0 \exp[i(\omega t - \vec{k}\vec{r})], \quad (7.1)$$

де $\vec{E}'_0$ – амплітуда коливань. Під дією світлової хвилі осциляторів розташовуються вздовж напрямку її електричного поля. Будемо

вважати, що довжина хвилі λ значно перевищує розмір осцилятора r , себто $\lambda \gg r$. Це означає, що на відстані r напруженість електричного поля є величиною сталою (тобто можна знехтувати так званою просторовою дисперсією), а тому рівняння для $\vec{E}$ подамо у більш простому вигляді:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(i\omega t), \quad (7.2)$$

де $\vec{E}_0 = \vec{E}'_0 \exp(-ikr)$ за означених умов є величиною сталою.

Відповідно з коливаннями напруженості електричного поля здійснюються і вимушені коливання осциляторів. Закон таких коливань можна подати у вигляді

$$r(t) = r_0 \exp(i\omega t), \quad (7.3)$$

де r_0 — амплітуда коливань осцилятора.

Для пояснення явища дисперсії слід врахувати, що під дією електричного поля світлової хвилі виникає поляризація осциляторів. Вектор поляризації одного осцилятора $\vec{p} = e\vec{r}$. Для N -осциляторів вектор поляризації $\vec{P} = N\vec{p}$. Як відомо, вектор поляризації зв'язаний з вектором $\vec{E}$ співвідношенням

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi_1 \vec{E}, \quad (7.4)$$

де χ_1 — лінійна діелектрична сприйнятливість речовини.

З урахуванням поляризації вектор електричної індукції для ізотропної речовини можна подати так:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (7.5)$$

або, використовуючи (7.4),

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \chi_1) \vec{E}. \quad (7.6)$$

Величину χ_1 можна визначити, використовуючи співвідношення для вектора поляризації: $\vec{P} = Ne\vec{r} = \varepsilon_0 \chi_1 \vec{E}$. Звідки $\chi_1 = \frac{Ne}{\varepsilon_0} \frac{\vec{r}}{\vec{E}}$. Враховуючи (7.2) і (7.3), подамо χ_1 у вигляді

$$\chi_1 = \frac{Ne}{\varepsilon_0} \frac{r_0}{E_0}. \quad (7.7)$$

Використовуючи (7.7), рівняння (7.6) подамо так:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{Ne}{\varepsilon_0} \frac{r_0}{E_0}\right) \vec{E}. \quad (7.8)$$

З рівняння (7.8) можна, враховуючи що $\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$, одержати формулу для відносної діелектричної проникності речовини:

$$\epsilon = \left(1 + \frac{Ne}{\epsilon_0} \frac{r_0}{E_0}\right). \quad (7.9)$$

Відношення $\frac{r_0}{E_0}$ визначимо, аналізуючи рівняння руху електрона (3.3, розд. 2), що входить до складу осцилятора:

$$\frac{r_0}{E_0} = \frac{\frac{e}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (7.10)$$

Для немагнітного середовища ($\mu = 1$) за законом Максвела величину ϵ можна подати так: $\epsilon = (n - i\chi n)^2$, а тому, враховуючи (7.10), рівняння (7.9) набуває вигляду:

$$(n')^2 - 1 = \frac{Ne^2}{m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (7.11)$$

Ліву частину (3.58) можна спростити, враховуючи, що для розріджених газів величина коефіцієнту заломлення близька до 1: $(n')^2 - 1 = (n' - 1)(n' + 1) \cong 2(n' - 1)$. Тому (7.11) подамо у більш простому вигляді:

$$n' = 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}. \quad (7.12)$$

Виділимо в (7.12) дійсну і уявну частини. Для цього (7.12) подамо так:

$$n - i\chi n = 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2) - i\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}. \quad (7.13)$$

Співвідношення для дійсної та уявної частин рівняння (7.13) матиме вигляд:

$$n(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \frac{(\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}, \quad (7.14)$$

$$\chi(\omega)n(\omega) = \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2}. \quad (7.15)$$

Аналіз дисперсійних співвідношень. Проведемо аналіз одержаних дисперсійних співвідношень (7.14) і (7.15) для області прозорості ре-

човини і області сильного поглинання світла. Дисперсійна залежність $n(\omega)$, розрахована згідно з (7.14), показана на рис. 3.13. Як видно, вона має області АВ, CD нормальної дисперсії, де показник заломлення зростає, та область ВС аномальної дисперсії, де показник заломлення спадає при збільшенні частоти світла. Область аномальної дисперсії збігається з положенням смуги поглинання, що виражається залежністю $\chi(\omega)$.

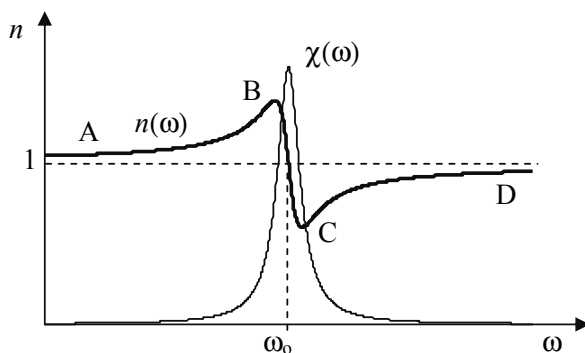


Рис. 3.13. Дисперсійна залежність $n(\omega)$ та спектр затухання $\chi(\omega)$, розраховані згідно з рівняннями (7.14) і (7.15) відповідно

1. Область прозорості ($\omega \gg \omega_0$, $\omega < \omega_0$). Для області прозорості частота світла суттєво відрізняється від власної частоти осциляторів, а тому можна вважати, що згасання світлової хвилі практично відсутнє, себто: $(\omega_0^2 - \omega^2) \gg \gamma^2 \omega^2$. В такому наближенні рівняння (7.14) матиме вигляд:

$$n(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (7.16)$$

З рівняння (7.16) видно, що з ростом частоти при $\omega \gg \omega_0$ величина n збільшується і наближається до величини дещо меншої 1; при $\omega < \omega_0$ величина n зменшується і наближається до величини дещо більшої 1. Це означає, що $\frac{dn}{d\omega} > 1$, тобто в області прозорості має місце нормальна дисперсія світла.

2. Область сильного поглинання світла ($\omega \cong \omega_0$). Фактично це область резонансу, коли частота світла наближується до частоти власних коливань осциляторів. В такому разі поглинання енергії світлової хвилі є значним. З рівняння (7.14) видно, що при $\omega \cong \omega_0$ величина $n = 1$. Це

дозволяє розрахувати залежність $\chi(\omega)$ в області сильного поглинання світла за допомогою рівняння (7.15). Це є симетрична функція Лоренца з максимумом при $\omega = \omega_0$ (рис. 3.13). Залежність $n(\omega)$ розрахована з рівняння (7.14), показує, що в області сильного поглинання має місце аномальна дисперсія світла.

Обмеження класичної теорії дисперсії. Розглянута теорія дисперсії світла має ряд обмежень. По-перше, дослідження дисперсії світла в широкій області частот показують, що наведені на рис. 3.13 залежності якісно повторюються для певних частот, що характерні для даної речовини. Це пояснюється тим, що атоми речовини характеризуються рядом дискретних значень власних частот, на яких виникає сильне поглинання світла. Стосовно розглянутої теорії дисперсії це означає, що осцилятори необхідно характеризувати не однією власною частотою ω_0 , а рядом власних частот ω_{oi} . Виходячи з цього, рівняння (7.14) набуде вигляду

$$n(\omega) = 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0} \sum_i f_i \frac{(\omega_{oi}^2 - \omega^2)}{(\omega_{oi}^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}, \quad (7.17)$$

де f_i — «сила осцилятора» — доля осциляторів з власною частотою ω_{oi} .

По-друге, теорія Лоренца не враховує можливу взаємодію атомів (осциляторів) речовини. Насправді на оптичний електрон атома діє не тільки електричне поле світлової хвилі, а й електричне поле найближчого оточення атомів (молекул), що виникає в результаті їх поляризації. Зокрема, напруженість електричного поля, що діє на електрон в *ізотропному середовищі*, можна подати так:

$$\vec{E}' = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{3\epsilon_0}, \quad (7.18)$$

де $\vec{E}$ — напруженість електричного поля світлової хвилі, $\vec{P}$ — вектор поляризації середовища.

Якщо в рівнянні руху (3.3, розд. II) замінити E на E' , то для області прозорості можна одержати співвідношення

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} = \frac{Ne^2}{3m\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}, \quad (7.19)$$

що одержало назву *формули Лоренц — Лорентца* (Людвіг Лоренц — датський фізик і Хендрик Лорентц — нідерландський фізик незалежно один від одного одержали наведену формулу).

З рівнянь (7.14) і (7.19) видно, що показник заломлення речовини, крім частотної залежності (дисперсії), має також залежність від густини речовини (ρ). Ця залежність виражається через наявність в правій частині рівнянь величини N -кількості атомів речовини в одиниці об'єму. *Залежність коефіцієнта заломлення від густини речовини називають рефракцією світла*. Зокрема, величину $\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho}$ — називають *питомою рефракцією світла*. Як видно з (7.19), при певній частоті питома рефракція світла є величиною сталою для даної речовини.

Контрольні питання та завдання

1. У чому полягає класична теорія дисперсії світла?
2. Проведіть аналіз дисперсійних співвідношень для області прозорості.
3. Проведіть аналіз дисперсійних співвідношень для області сильного поглинання світла.
4. У чому полягає обмеженість класичної теорії дисперсії?
5. Користуючись формулами Френеля, визначити співвідношення між фазами хвиль при відбиванні і заломленні світла на межі поділу двох діелектриків з показниками заломлення $n_1 > n_2$.
6. За яких умов має місце повне внутрішнє відбивання світла?
7. Наведіть приклади застосування явища повного внутрішнього відбивання світла.
8. Який фізичний сенс має коефіцієнт відбивання світла? Яка його розмірність?
9. Який фізичний сенс має дійсна і уявна частина комплексного показника заломлення?
10. Оцініть глибину проникнення світла в провідник.

Розділ IV

ПОШИРЕННЯ СВІТЛА В АНІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩАХ

§ 1. ПОЛЯРИЗАЦІЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

Неполяризоване (природне) світло має однакову інтенсивність I у всіх напрямках та не залежить від різниці фаз між взаємно перпендикулярними x та y проекціями напруженості електричного поля ($I = \text{const}$).

Світловий *пучок*, у якому присутні усі напрями коливань векторів з однаковою амплітудою у площині, перпендикулярній до променя, називається **неполяризованим**. Якщо електричний вектор хвилі коливається в одній площині, то відповідне світло буде **плоско поляризоване або лінійно поляризоване**. У цьому випадку напрям коливань електричного вектора в будь-якій площині простору не змінюється з часом. Тому в процесі розповсюдження хвиль вектор $\vec{E}$ лежить в одній і тій же площині, паралельній напрямку розповсюдження хвиль. Площина, в якій лежать електричний вектор і промінь, називається **площиною поляризації**. У деяких випадках коливання електричного вектора мають переважний напрям, що свідчить про часткову поляризацію світла. Світло, в якому за один період коливань електричного вектора його кінець описує еліпс в площині, перпендикулярній до напрямку поширення, називається **еліптично поляризованим**. Випадком еліптично поляризованого світла є світло, поляризоване по колу. У цьому разі кінець електричного вектора описує коло.

Для поздовжніх хвиль усі напрямки, перпендикулярні до лінії розповсюдження хвиль, еквівалентні. У випадку поперечних хвиль такі напрямки не будуть еквівалентні. Оскільки електромагнітні хвилі є поперечними, то їх властивості залежать від орієнтації векторів $\vec{B}$ та $\vec{E}$, яка характеризується поняттям поляризації.

Розглянемо суперпозицію двох лінійно поляризованих хвиль, які мають однакову частоту. Припустимо, що вони розповсюджуються в одному напрямку. Для визначеності будемо вважати, що коливання першої хвилі лежить в площині xz , а другої хвилі — в площині yz (рис. 4.1). За таких припущень можна записати:

$$E_{1x}(z, t) = E_{10} \sin(\omega t - kz); \quad E_{1y} = E_{1z} = 0; \quad (1.1)$$

$$E_{2y}(z, t) = E_{20} \sin(\omega t - kz + \delta); \quad E_{2x} = E_{2z} = 0, \quad (1.2)$$

де δ — різниця фаз між коливаннями.

Дослідимо напруженість електричного поля сумарної хвилі $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ в площині, перпендикулярній напрямку розповсюдження хвилі при фіксованому значенні z . З часом кінець вектора $\vec{E}$ описує в проекції xy замкнену криву. Для того щоб знайти рівняння цієї кривої, перепишемо рівняння (1.2) у наступному вигляді:

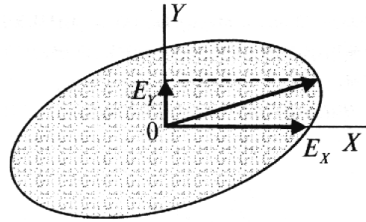


Рис. 4.1. До розгляду суперпозиції двох лінійно поляризованих хвиль

$$E_y = E_{20} \sin(\omega t - kz) \cos \delta + E_{20} \cos(\omega t - kz) \sin \delta$$

і за допомогою (1.1) виключимо з цієї рівності $\sin(\omega t - kz)$ і $\cos(\omega t - kz)$:

$$E_y = E_{20} \frac{E_x}{E_{10}} \cos \delta + E_{20} \sin \delta \sqrt{1 - \frac{E_x^2}{E_{10}^2}}. \quad (1.3)$$

Припустимо, що амплітуди E_{10} та E_{20} додатні числа. Після нескладних перетворень та перегрупування членів отримаємо наступне рівняння:

$$\frac{E_x^2}{E_{10}^2} + \frac{E_y^2}{E_{20}^2} - 2 \frac{E_x}{E_{10}} \frac{E_y}{E_{20}} \cos \delta = \sin^2 \delta. \quad (1.4)$$

Оскільки $\cos \delta$ та $\sin \delta$ можуть приймати значення, рівні ± 1 ; 0, то розглянемо декілька випадків, що описуються цим рівнянням.

Еліптична та кругова поляризація. У випадку, коли $\cos \delta = 0$, а $\sin \delta = 1$, рівняння (1.4) приймає вигляд

$$\frac{E_x^2}{E_{10}^2} + \frac{E_y^2}{E_{20}^2} = 1. \quad (1.5)$$

При $E_{10} \neq E_{20}$ рівняння (1.5) описує еліпс з центром у початку координат і осями, спрямованими вздовж осей системи координат. Півосі еліпса (рис. 4.2) E_{10} (по x) та E_{20} (по y).

Умова $\cos \delta = 0$ виконується при

$$\delta = \frac{\pi}{2} + n\pi, \quad (1.6)$$

де $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

За цієї умови рівняння (1.1) та (1.2) приймають вигляд ($z = 0$)

$$E_x = E_{10} \sin \omega t; \quad (1.7)$$

$$E_y = E_{20} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2} + n\pi) = (-1)^{n+1} E_{20} \cos \omega t. \quad (1.8)$$

З останнього рівняння видно, що кінець вектора $\vec{E}$ повертається за стрілкою годинника при непарному n і проти стрілки годинника при парному n . У першому випадку має місце **право еліптично поляризована хвиля**, а у другому випадку спостерігається **ліво еліптично поляризована хвиля**. У даному випадку спо-

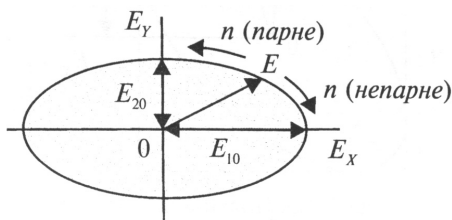


Рис. 4.2. Обертання вектора $\vec{E}$ в право і ліво еліптично поляризованих хвилях

стереження за обертанням вектора $\vec{E}$ ведеться з боку, в який рухається хвиля, а вісь z на рис. 4.2 спрямована у бік читача.

При $E_{10} = E_{20}$ еліпс стає колом. Відповідна хвиля називається **поляризованою по колу**, або хвилею з циркулярною поляризацією.

Якщо $\cos \delta \neq 0$, то рівняння (1.4) також описує еліпс, однак його

головні осі не співпадають з осями координат. З рівнянь (1.1) та (1.2) випливає, що максимальні і мінімальні значення E_y і E_x дорівнюють, відповідно, $\pm E_{20}$ і $\pm E_{10}$. Завдяки цьому еліпс вписується в прямокутник зі сторонами $2E_{10}$ і $2E_{20}$ з центром у початку координат (рис. 4.3).

Орієнтація еліпса і його параметри залежать від δ . Зокрема, для $\cos \delta = 0$ отримуємо еліптично поляризовану хвилю навіть при $E_{10} = E_{20}$. Напрямок обертання сумарного вектора визначається значенням δ .

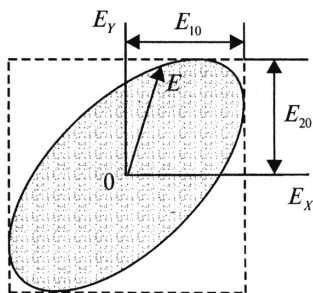


Рис. 4.3. До означення еліптично поляризованої хвилі

Вироджений випадок еліптичної поляризації. При $\cos \delta = \pm 1$ та $\sin \delta = 0$ співвідношення (1.4) перетворюється у рівність

$$\frac{E_x^2}{E_{10}^2} + \frac{E_y^2}{E_{20}^2} \mp 2 \frac{E_x}{E_{10}} \frac{E_y}{E_{20}} = \left(\frac{E_x}{E_{10}} \mp \frac{E_y}{E_{20}} \right)^2 = 0, \quad (1.9)$$

яка при $\cos \delta = +1$ та $\cos \delta = -1$, відповідно, описує прямі

$$\frac{E_x}{E_{10}} - \frac{E_y}{E_{20}} = 0; \quad (1.9, a)$$

$$\frac{E_x}{E_{10}} + \frac{E_y}{E_{20}} = 0. \quad (1.9, б)$$

Кінець сумарного вектора рухається по відповідній прямій (рис. 4.4, а, б). Отримуємо *лінійно поляризовану* хвилю, яка є граничним випадком еліптично поляризованої хвилі (див. рис. 4.3) при рівності 0 однієї з півосей еліпса. При $\cos \delta = +1$ лінійні коливання сумарного вектора відбуваються у першому і третьому, а при $\cos \delta = -1$ — у другому і четвертому квадрантах.

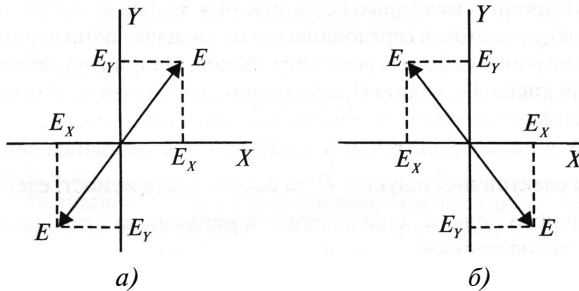


Рис. 4.4. До означення лінійно поляризованої хвилі

Число незалежних поляризацій. Викладене показує, що електромагнітна хвиля з будь-якою поляризацією може бути представлена у вигляді двох лінійно поляризованих хвиль. Площини коливань електричного вектора цих хвиль взаємно перпендикулярні. В даному випадку електромагнітні хвилі мають дві незалежні поляризації.

§ 2. ОПИС АНІЗОТРОПНИХ СЕРЕДОВИЩ

Середовище, фізичні властивості якого залежать від напрямку, називається **анізотропним**. **Оптичною анізотропією** називається залежність оптичних властивостей середовища від напрямку. Вона обумовлена залежністю діелектричних або магнітних властивостей середовища від напрямку. Зазвичай тіла, анізотропні по відношенню до якоїсь властивості, є анізотропними і до інших властивостей.

Повна анізотропія середовища складається як з анізотропії молекул та атомів, що входять до його складу, так і з анізотропії їх взаємного розташування. Однак анізотропія молекул та атомів середовища ще не визначає однозначно анізотропію самого середовища загалом. Наприклад, молекули кисню O_2 , водню H_2 анізотропні, але ці гази не демонструють електричну та, відповідно, оптичну анізотропії.

У випадку електрично ізотропного середовища вектор електричної індукції $\vec{D}$ та вектор напруженості електричного поля $\vec{E}$ співпадають за напрямком і в Гауссовій системі одиниць пов'язані співвідношенням

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad (2.1)$$

де ϵ — скалярна величина (діелектрична проникність). Цей вираз зберігає силу також і для анізотропних середовищ. Однак у разі анізотропних середовищ діелектрична проникність вже не є скалярною величиною.

Анізотропія діелектричних середовищ означає, що залежність поляризованості середовища від напруженості електричного поля не може бути охарактеризована лише скалярною величиною діелектричної проникності. Анізотропне середовище характеризується тензором діелектричної проникності другого рангу:

$$\epsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{vmatrix}. \quad (2.2)$$

З урахуванням (2.2) кожна складова вектора електричної індукції записується через усі три складові вектора напруженості електричного поля:

$$\begin{aligned}
D_x &= \varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xy} E_y + \varepsilon_{xz} E_z; \\
D_y &= \varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y + \varepsilon_{yz} E_z; \\
D_z &= \varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z.
\end{aligned}
\tag{2.3}$$

Останній вираз можна записати у вигляді

$$D_i = \sum_j \varepsilon_{ij} E_j, \tag{2.4}$$

де індекси i, j приймають значення x, y, z .

Як видно з (2.4), співвідношення між векторами електричної індукції та напруженості електричного поля залишається лінійним і в анізотропному середовищі. Тому в таких середовищах повинен залишатися справедливим принцип суперпозиції.

Магнітна проникність μ як в ізотропних, так і в анізотропних середовищах дорівнює одиниці. Завдяки цьому вектори магнітної індукції та напруженості магнітного поля в обох середовищах співпадають за напрямком.

За таких умов тензор діелектричної проникності (2.2) симетричний. Це означає, що $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$, $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx}$, $\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy}$. В такому випадку з дев'яти його компонент тільки шість є незалежними.

У будь-якому анізотропному середовищі існують три напрямки, для яких вектор електричної індукції є паралельним вектору напруженості електричного поля. Такі напрямки називаються **головними осями** тензора діелектричної проникності.

Симетричний тензор ε_{ij} можна привести до головних осей x, y, z , фіксованих по відношенню до кристала. Тоді

$$\begin{aligned}
D_x &= \varepsilon_x E_x; \\
D_y &= \varepsilon_y E_y; \\
D_z &= \varepsilon_z E_z.
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

Обрана таким чином система координат називається системою **головних діелектричних осей**. Величини $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ називаються **головними значеннями діелектричної проникності** середовища.

При $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$ маємо ізотропну матерію. У випадку одновісних кристалів дві з трьох головних діелектричних осей співпадають. Наприклад, $\varepsilon_x = \varepsilon_y \neq \varepsilon_z$.

Система рівнянь (2.5) свідчить про те, що тензор діелектричної проникності може бути приведений до вигляду

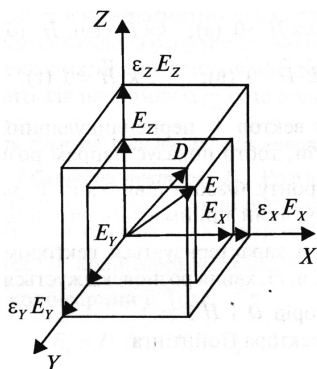


Рис. 4.5. Неколінеарність векторів $\vec{E}$ і $\vec{D}$ в анізотропних середовищах

$$\varepsilon_{ij} = \begin{vmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix}. \quad (2.6)$$

Така операція називається діагоналізацією матриці.

З (2.5) витікає неколінеарність векторів $\vec{E}$ і $\vec{D}$ в анізотропних середовищах (рис. 4.5). Якщо складові вектора $\vec{E}$ вздовж головних осей помножити на нерівні між собою ε_x , ε_y , ε_z , то отримаємо компоненти вектора $\vec{D}_x = \varepsilon_x E_x$, $\vec{D}_y = \varepsilon_y E_y$, $\vec{D}_z = \varepsilon_z E_z$. Звідси очевидно, що вектор $\vec{D}$ не співпадає за напрямком з вектором $\vec{E}$ (рис. 4.5).

§ 3. РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ПЛОСКОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ХВИЛІ В АНІЗОТРОПНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Плоска електромагнітна хвиля в анізотропному середовищі представляється за допомогою чотирьох векторів її поля:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \vec{E}_0 \exp(-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})); \quad \vec{D} = \vec{D}_0 \exp(-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})); \\ \vec{B} &= \vec{B}_0 \exp(-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})); \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \exp(-i(\omega t - \vec{k}\vec{r})). \end{aligned} \quad (3.1)$$

Якщо підставити ці рівняння в рівняння Максвелла, то отримаємо, що

$$\begin{aligned} [\vec{H} \times \vec{k}] &= \omega \vec{D}; \quad (\text{а}) \quad [\vec{k} \times \vec{E}] = \omega \mu_0 \vec{H}; \quad (\text{б}) \\ (\vec{k} \cdot \vec{D}) &= 0; \quad (\text{в}) \quad (\vec{k} \cdot \vec{H}) = 0. \quad (\text{г}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

Хвильовий вектор $\vec{k}$ перпендикулярний до поверхні однакової фази, тобто показує напрям розповсюдження хвильового фронту. Фазова швидкість $\bar{v}$ має напрям по цьому вектору, який приймається за напрям розповсюдження хвилі і характеризується вектором $\vec{n} = \vec{k}/k$. Як видно з (3.2, в, г), хвиля розповсюджується перпендикулярно до векторів $\vec{D}$ і $\vec{H}$.

Вираз для вектора Умова — Пойнтінга

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}] \quad (3.3)$$

показує, що потік енергії перпендикулярний до векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$. Напрямок потоку енергії у хвилі називається **променем**. У загальному випадку напрям променю не співпадає з напрямком розповсюдження хвилі.

Одиничний вектор у напрямку променя позначається як $\vec{\tau} = \vec{S}/S$. Енергія електромагнітної хвилі розповсюджується з груповою швидкістю. Тому групова швидкість $\vec{v}_g$ співпадає за напрямком з $\vec{\tau}$. *Групова швидкість* дорівнює променевої швидкості, і вони є швидкістю розповсюдження потоку енергії. *Фазова швидкість* дорівнює швидкості руху хвилі.

Оскільки в анізотропному середовищі вектори $\vec{E}$ і $\vec{D}$ не колінеарні, напрямки розповсюдження хвилі і променю не співпадають, то групова і фазова швидкості не співпадають за напрямком. В цьому полягає перша важлива особливість поширення електромагнітних хвиль в анізотропному середовищі. Друга важлива особливість полягає у тому, що швидкість електромагнітних хвиль в анізотропному середовищі залежить від напрямку їх руху та поляризованості.

Залежність фазової швидкості від напрямку розповсюдження хвилі і коливань вектора $\vec{D}$. Розглянемо хвилю, що поширюється в додатному напрямку осі z , яка є однією з головних осей тензора ϵ_{ij} діелектричної проникності. Якщо вектор $\vec{D}$ колінеарний x ($D_x \neq 0, D_y = 0, D_z = 0$), то вектор $\vec{H}$ колінеарний y . Тоді

$$E_z = D_x / \epsilon_x; E_y = E_z = 0, \quad (3.4)$$

а рівняння (3.2, а і б) приймають вигляд

$$kH_y = \omega D_x \text{ (а)}, \quad kE_x = \omega \mu_0 H_y \text{ (б)}. \quad (3.5)$$

Перемножимо між собою, відповідно, ліві і праві частини рівностей (3.5, а і б) і отримаємо

$$k^2 E_x H_y = \omega^2 \mu_0 \epsilon_x H_y, \quad (3.6)$$

де $D_x = \epsilon_x E_x$. Таким чином,

$$k^2 = \omega^2 \epsilon_x \mu_0, \quad (3.7)$$

а фазова швидкість хвилі

$$v_x = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_x \mu_0}}. \quad (3.8)$$

Індекс x у фазовій швидкості означає, що вона є швидкістю хвилі, вектори $\vec{D}$ і $\vec{E}$ якої колінеарні осі x .

Якщо вектори $\vec{D}$ і $\vec{E}$ колінеарні осі y , то, аналогічно до (3.8),

$$v_y = \frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_y \mu_0}}. \quad (3.9)$$

Оскільки у загальному випадку $\epsilon_x \neq \epsilon_y$, то фазові швидкості різні для цих двох напрямків коливань вектора $\vec{E}$. Отже, у напрямку осі z можуть поширюватись лише хвилі, вектори $\vec{D}$ та $\vec{E}$ яких коливаються паралельно осі x або осі y .

§ 4. ХІД ПРОМЕНІВ У АНІЗОТРОПНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Якщо одиничний вектор в напрямку $\vec{E}$ позначити $\vec{l} = \vec{E}/E$, то зв'язок між променевою v_r і фазовою v_i швидкостями матиме вигляд

$$\frac{1}{v_r} = \sum_i l_i^2 / v_i^2, \quad (4.1)$$

де $i = x, y, z$.

З врахуванням формул (3.8) та (3.9) очевидно, що променева швидкість, як і фазова, залежить від напрямку.

Для аналізу ходу променів за допомогою еліпсоїду променевих швидкостей використовуємо еліпсоїд, зображений на рис. 4.6.

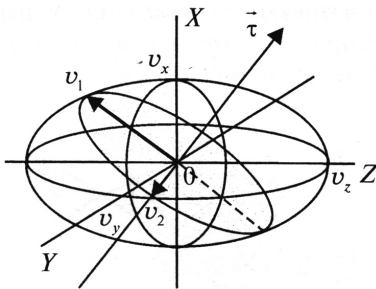


Рис. 4.6. Променевий еліпсоїд і променеві швидкості

Такий еліпсоїд описується рівнянням

$$\frac{x^2}{v_x^2} + \frac{y^2}{v_y^2} + \frac{z^2}{v_z^2} = 1, \quad (4.2)$$

де v_x, v_y, v_z — головні променеві швидкості. Напрямок променю задається одиничним вектором $\vec{l}$. Через центр променевого еліпсоїда проведемо площину, яка перпендикулярна до вектора $\vec{l}$. В перерізі еліпсоїда, зробленого цією площи-

ною, утворюється еліпс (рис. 4.6), головні півосі якого v_1 і v_2 . Вектор $\vec{E}$ світлової хвилі, що поширюється вздовж променя, може коливатись тільки паралельно головним півосям цього еліпса. Зазначені головні півосі відповідають груповим (променевим) швидкостям і дорівнюють v_1 і v_2 . Таким чином, в довільному напрямку $\vec{\tau}$ можливе розповсюдження лише двох лінійно поляризованих хвиль з різними променевими (груповими) швидкостями.

Якщо переріз еліпсоїда вироджується в коло, то $v_1 = v_2$ і будь-який радіус кола є головною піввіссю. У цьому разі вектор $\vec{E}$ може коливатись у будь-якому напрямку, перпендикулярному $\vec{\tau}$.

Оптична вісь. У напрямку, перпендикулярному круговому перерізу еліпсоїда променевих швидкостей, усім променям відповідає одна і та ж променева швидкість. Вектори хвиль $\vec{E}$ можуть коливатись у будь-якому напрямку кругового перерізу. Це значить, що для цих променів анізотропія середовища не проявляється, і середовище веде себе як ізотропне. *Напрямок, перпендикулярний круговому перерізу, називається оптичною віссю анізотропного середовища.*

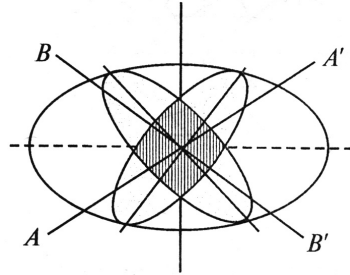


Рис. 4.7. Променевий еліпсоїд і головні оптичні осі кристала

Двовісні та одновісні кристали. В аналітичній геометрії доводиться, що еліпсоїд з трьома різними головними осями має два кругових перерізи (рис. 4.7). Отже, якщо у еліпсоїда променевих швидкостей усі головні швидкості v_x, v_y, v_z різні, то відповідне середовище має дві оптичні осі AA' та BB' . Зазвичай анізотропія спостерігається у кристалах. Тому говорять про оптичні осі кристала. Кристали з двома осями називаються **двовісними**. У двовісних кристалах є два напрямки, вздовж яких не відбувається подвійного заломлення променя.

Якщо в еліпсоїді променевих швидкостей дві головні швидкості рівні між собою, то він є еліпсоїдом обертання навколо третьої осі, яка співпадає з віссю обертання. Такі кристали називаються **одновісними**. У одновісних кристалів є лише один напрямок, вздовж якого не спостерігається подвійного заломлення променя.

Інколи у еліпсоїда променевих швидкостей всі головні швидкості рівні. Тоді він перетворюється у сферу. У такому випадку всі напрямки еквівалентні, і відповідний кристал ізотропний.

§ 5. ПОДВІЙНЕ ЗАЛОМЛЕННЯ ПРОМЕНЯ

Звичайний та незвичайний промені. Через промінь L , направлений під кутом до оптичної осі (рис. 4.8), і оптичну вісь можна провести площину, яка називається *головною*. На рис. 4.8 вона співпадає з площиною рисунка.

У променя, вектор $\vec{E}_0$ якого направлений перпендикулярно головній площині, швидкість не залежить від напрямку. Його швидкість дорівнює променевій швидкості, спрямованій колінеарно оптичній осі.

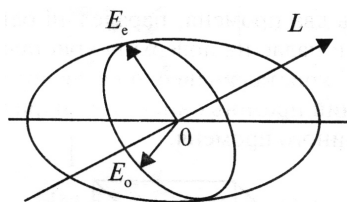


Рис. 4.8. До пояснення понять «звичайний» і «незвичайний» промені

Такий промінь називається **звичайним (ординарним)**. Параметри, що його характеризують, позначають з індексом «о», наприклад, v_o , $n_o = c/v_o$.

Промінь називають **незвичайним (екстраординарним)**, якщо вектор його $\vec{E}_e$ лежить в головній площині. Швидкість такого променя залежить від напрямку, оскільки відповідна головна вісь еліпсоїда в перерізі еліпсоїда змінюється зі зміною напрямку

променя. Відповідні характеристики незвичайного променя позначають з індексом «е», наприклад, v_e , n_e .

Розрізняють *додатні та від'ємні кристали*: у додатних кристалів $v_o > v_e$, у від'ємних кристалів $v_o < v_e$.

Фізичний наслідок подвійного заломлення променя. У середині кристала можливе поширення лише двох променів з різними променевими швидкостями. Тому заломлення променя на поверхні кристала призводить до виникнення двох променів всередині кристала. Розподіл променя, який входить у кристал, на два називається **подвійним заломленням** променя.

У 1670 р. Е. Бартоліні встановив, що при проходженні променя світла через кристал ісландського шпату з кристала виходять два променя, паралельні один одному та променю, який падає на поверхню

кристала (рис. 4.9). При обертанні кристала навколо падаючого променя, як осі, незвичайний промінь описує циліндричну поверхню навколо звичайного променя.

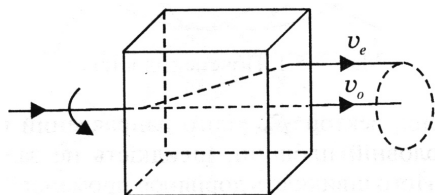


Рис. 4.9. Хід променів у кристалі ісландського шпату

кристала паралельно його оптичній осі, необхідно визначити амплітуди коливань в звичайному та незвичайному променях. Їх величини відповідають закону Малюса. Якщо кут β — кут між лінією коливань вектора $\vec{E}$ і оптичною віссю (рис. 4.10), I — інтенсивність падаючого променя, то інтенсивності звичайного і незвичайного променів визначаються наступним чином:

$$I_o = I \sin^2 \beta; \quad I_e = I \cos^2 \beta. \quad (5.1)$$

Звідси випливає, що електричний вектор падаючої хвилі можна представити як суму його складових, перпендикулярної та паралельної оптичній осі, які є електричними векторами звичайної та незвичайної хвиль.

Поляризація світла при подвійному заломленні променя. Звичайний і незвичайний промені мають лінійну поляризацію у взаємно перпендикулярних площинах. Тому подвійне заломлення світла може бути використане для отримання поляризованих променів. Для цього необхідно розвести один від одного звичайний і незвичайний промені або ліквідувати один з них шляхом поглинання.

Полярійд. Розглянемо кристалічну пластинку з оптичною віссю, паралельною поверхні кристала. При падінні променя по нормалі до поверхні (рис. 4.11) в кристалі без просторового розділення створюються два промені: в звичайному промені вектор $\vec{E}$ перпендикуляр-

Після проходження через кристал звичайного та незвичайного променів вони є лінійно поляризовані у взаємно перпендикулярних площинах та мають однакові інтенсивності.

Закон Малюса. При аналізі нормального падіння променя на пластинку, вирізану з кри-

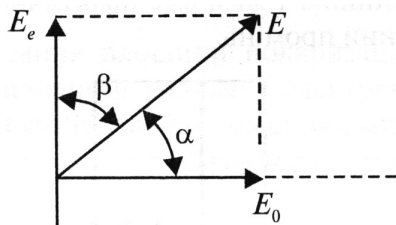


Рис. 4.10. До пояснення закону Малюса

ний оптичний осі (крапки), а в незвичайному — паралельний оптичний осі (стрілки). Якщо на виході з кристалічної пластинки один з променів сильно поглинається, то з пластини вийде лінійно поляризоване світло. Така пластинка називається *поляроїдом*. Добрим поляроїдом є турмалін. Кристал турмаліну товщиною 1 мкм вже практично повністю поглинає звичайний промінь.

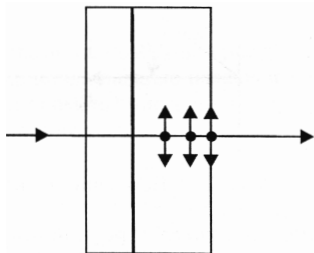


Рис. 4.11. Поляризація світла при проходженні через кристалічну пластинку з оптичною віссю, паралельною поверхні кристала

Якщо поляроїд використовується для поляризації світла, то його називають *поляризатором*. Коли його вживають для аналізу поляризованого світла, він є *аналізатором*.

Комбінація кристалів, що дає поляризоване світло, називається поляризаційною, або двоякозаломлюючою призмою. Коли на виході призми є лише один промінь, призму називають *поляризаційною*. Після проходження світла через двоякозаломлюючу призму на її виході присутні обидва промені.

Поліхроїзм. Поглинання звичайного і незвичайного променів в кристалі залежить не лише від довжини хвилі, але й від напрямку її розповсюдження. Тому в результаті проходження білого світла виникає забарвлення кристала, яке залежить від напрямку поширення світла. Таке явище називається поліхроїзмом.

§ 6. ОБЕРТАННЯ ПЛОЩИНИ ПОЛЯРИЗАЦІЇ

Явище обертання площини поляризації проявляється в повороті площини коливань електричного вектора хвилі на деякий кут після проходження світла через певну речовину. Такі речовини називаються природно оптично активними.

Класичним прикладом оптично активних кристалічних тіл є кристалічний кварц. При проходженні лінійно поляризованого променя вздовж оптичної осі кварцової пластинки спостерігається поворот площини поляризації. Розділення променя на два при нормальному падінні його на пластинку, вирізану перпендикулярно до оптичної осі, не відбувається.

Кут обертання площини поляризації пропорційний товщині оптично активного шару (пластинки). *Обертальна здатність* твердих тіл характеризується величиною кута, на який повертається площина поляризації світла певної довжини хвилі при проходженні пластинки товщиною 1 мм. Якщо φ — кут повороту площини поляризації, а d — товщина пластинки, то

$$\varphi = \alpha d, \quad (6.1)$$

α — обертальна здатність, вимірюється в радіанах на метр в СІ. Обертальна здатність кварцу для червоного світла $\alpha = 15^\circ/\text{мм}$, зеленого — $\alpha = 27^\circ/\text{мм}$, фіолетового — $\alpha = 51^\circ/\text{мм}$. Тобто кварц має значну величину обертальної здатності, що залежить від довжини хвилі.

Напрямок повороту площини поляризації може бути змінений на зворотний при розповсюдженні світла у зворотному напрямку. Його можна визначити за правилом гвинта. Експериментально встановлено, що існують дві модифікації кварцу — право обертаюча та ліво обертаюча. Якщо кристал обертає площину поляризації, то в нього завжди існують обидві модифікації, і в цьому випадку

$$|\alpha_+| = |\alpha_-|. \quad (6.2)$$

Для оптично активних рідин Ж. Біо встановив *закон*, згідно з яким кут повороту площини поляризації прямо пропорційний товщині шару рідини і концентрації q оптично активної речовини, що знаходиться в рідині:

$$\varphi = \alpha Cl, \quad (6.3)$$

де коефіцієнт α — стала обертання, C — концентрація розчину, l — довжина шляху у розчині.

Аморфні тіла також здатні обертати площину поляризації.

Здатність кристалічних тіл обертати площину поляризації обумовлена особливостями їх кристалічної структури або структури їх молекул. Залежність обертання площини поляризації від концентрації оптично активних рідин свідчить про молекулярну природу їх оптичної активності.

Оптична ізомерія. Правий і лівий кристали мають однаковий склад, але різну форму — вони є дзеркальним відображенням один одного. Ніякими просторовими переміщеннями неможливо сумістити предмет з його дзеркальним відображенням. Тому праві і ліві кристали існують в природі роздільно один від одного. Такі кристали є ізомерами.

Обертання площини поляризації в магнітному полі. Ефект Фарадея.

Якщо між полюсами магніту помістити досліджувану речовину і пропустити через неї плоскополяризоване світло вздовж напрямку магнітного поля, то відбувається обертання площини поляризації. Такий експеримент уперше здійснив М. Фарадей, який показав, що деякі оптично пасивні матеріали у магнітному полі стають оптично активними. Це явище називають *ефектом Фарадея*.

Кут повороту площини поляризації φ пропорційний довжині шляху променя в речовині l і напруженості магнітного поля H :

$$\varphi = V H_{\parallel} l, \quad (6.4)$$

де V — стала Верде, яка залежить від частоти світла і температури, $H_{\parallel}$ — проекція вектора $\vec{H}$ на напрям поширення світла.

§ 7. ШТУЧНА АНІЗОТРОПІЯ СЕРЕДОВИЩА

Більшість ізотропних тіл при дії на них зовнішніх факторів стають анізотропними. Формування таких властивостей обумовлено перегрупованням до упорядкованого стану анізотропних елементів речовини, які можуть бути розташовані хаотично до дії зовнішнього збурення. Ці властивості можуть бути також результатом утворення анізотропних елементів, які в незбуреній системі були ізотропними.

Анізотропія при деформаціях (фотопружність). Явище подвійного заломлення променів при механічній деформації відкрив Т. Зеебек. Таке явище спостерігається при деформації стиску або розтягу. Напрямок осі штучної анізотропії кристала збігається при цьому з напрямком деформації.

У разі механічної деформації оптично ізотропне тіло набуває властивостей одновісного кристала, вісь якого паралельна напрямку деформації. Експериментально встановлений зв'язок між показниками заломлення звичайної та незвичайної хвиль у напрямку, перпендикулярному оптичній осі, виглядає так:

$$n_e - n_o = b\sigma, \quad (7.1)$$

де σ — напруження, викликане деформацією, b — стала, до якої входять параметри, що характеризують властивості тіла, $n_e - n_o$ може бути більше за 0, або менш за 0, в залежності від довжини хвилі.

При спостереженні прозорого тіла на просвіт у схрещених поляроїдах деформоване тіло виглядає забарвленим. Ступінь забарвлення залежить від сили деформації. Тому по розподілу забарвлення можна слідкувати за розподілом деформацій в тілі.

Анізотропія, створена електричним полем. Поява анізотропії в електричному полі була виявлена Д. Керром у 1875 році. У наш час *явище Керра* добре досліджене і широко застосовується у техніці. Цей ефект спостерігається не лише в твердих тілах, але і в рідинах та газах.

Оптично ізотропне тіло в електричному полі набуває властивостей одновісного кристала (рис. 4.12). Це відбувається наступним чином. Між двома схрещеними поляризаторами P_1 та P_2 розміщують конденсатор К. Між пластинами конденсатора ставлять кювету з рідким нітробензолом — речовиною, яка найбільш чутлива до цього ефекту. У відсутності електричного поля анізотропні молекули нітробензолу орієнтовані хаотично, і тіло веде себе як ізотропне. В таких умовах світло через систему не проходить. При подачі напруги на конденсатор відбувається поляризація молекул нітробензолу, і вони вишиковуються відповідно до напрямку вектора напруженості електричного поля. В результаті створюється анізотропія речовини з переважним напрямком (оптичною віссю) вздовж електричного поля, і тіло стає оптично анізотропним як одновісний кристал, який пропускає світло вздовж напрямку вектора напруженості електричного вектора. Світло, що проходить через нітробензол, є еліптично поляризоване, і на екрані Е можна спостерігати переріз ковчеза з нітробензолом.

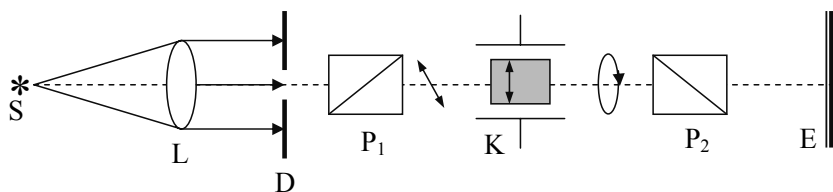


Рис. 4.12. Схема досліду для спостереження анізотропії, створеної електричним полем

Експериментально встановлено, що якщо напрям поширення світла перпендикулярний до оптичної осі, то

$$n_e - n_o = k\lambda E^2, \quad (7.2)$$

де k — стала Керра, λ — довжина хвилі.

Оскільки в (7.2) напруженість електричного поля у другому ступені, то очевидно, що при зміні напрямку $\vec{E}$ на зворотний властивості тіла не змінюються. У такому разі тіло дійсно веде себе як одновісний кристал.

Ефект Керра обумовлений властивостями молекул, отже, посилюється з ростом їх концентрації. Поява ефекту Керра викликана двома фізичними причинами. По-перше, неполярні молекули в електричному полі можуть набувати дипольного моменту у напрямку поля. В такому разі сама молекула переорієнтовується так, щоб її дипольний момент був паралельним напрямку електричного поля. При цьому досягається найбільше значення поляризованості. По-друге, полярні молекули у зовнішньому електричному полі орієнтуються своїм постійним моментом у напрямку вектора напруженості цього поля.

Найбільш важливою особливістю ефекту Керра, яка обумовлює його широке практичне застосування, є надзвичайно мала інерційність. Схема, зображена на рис. 4.12, є оптичним затвором і називається *коміркою Керра*. Безпосередні досліди показали, що час спрацьовування такого оптичного затвору не перевищує 10^{-9} – 10^{-10} с. Застосування таких затворів призвело до створення наносекундної техніки ($1 \text{ нс} = 10^{-9} \text{ с}$) і надвеликих потужностей світлових потоків у лазерах. Якщо якусь систему за допомогою комірки Керра змусити висвітлитися за час 10^{-8} с при енергії імпульсу світла 10 Дж, то потужність імпульсу складає 1 ГВт. Такі гігантські імпульси мають нові фізичні властивості і відіграють надзвичайно велику роль в нелінійній оптиці та в різних технічних задачах.

Подвійне заломлення променів у магнітному полі. Створення анізотропії оптичних властивостей речовини магнітним полем називається *явищем Коттона — Мутона*. У разі відсутності зовнішнього магнітного поля молекули в речовині розміщуються хаотично, чим обумовлена статистична ізотропія матеріалу. Якщо таку речовину помістити в сильне магнітне поле, направлене перпендикулярно до напрямку поширення світла, то відбувається напрямлена орієнтація власних магнітних моментів анізотропних молекул у цьому полі, що спричиняє анізотропію речовини в цілому і, як наслідок, подвійне заломлення променів. Така речовина поводить себе як одновісний кристал, оптична вісь якого паралельна вектору індукції магнітного поля $\vec{B}$. Різниця показників заломлення речовини у цьому випадку

$$n_e - n_o = c\lambda B^2, \quad (7.3)$$

де c — стала, λ — довжина хвилі.

Ефект Коттона — Мутона принципово відрізняється від ефекту Фарадея, тому що його величина квадратично залежить від напруженості магнітного поля.

Ефект Покеельса. Якщо до ізотропного кристалу, через який проходить промінь світла, прикласти електричне поле, то, як результат, буде спостерігатись подвійне заломлення цього променя. Причому

$$n_e - n_o \propto E. \quad (7.4)$$

Це явище називається ефектом Покеельса. Напруженість поля, яка необхідна для випадку ефекту Покеельса, у 10 разів менше від напруженості поля, яка необхідна для спостереження ефекту Керра. Це надає відчутну перевагу ефекту Покеельса у сфері практичного застосування. Більшість модуляторів світла створені на основі ефекту Покеельса.

Ефект Покеельса принципово відрізняється від ефекту Керра тим, що в (7.4) $n_e - n_o$ залежить від E лінійно, а не квадратично, як це має місце в (7.2).

Якщо вектор напруженості електричного поля паралельний оптичній вісі кристала, то має місце **подовжній ефект Покеельса**, коли вектор напруженості електричного поля перпендикулярний до оптичної вісі кристала, то спостерігається **поперечний ефект**.

Контрольні питання та завдання

1. У чому полягають особливості поширення світлової хвилі в анізотропному середовищі порівняно з ізотропним?
2. Які фактори впливають на фазові швидкості поширення хвиль в анізотропному середовищі?
3. Дайте означення поняттю «оптична вісь кристала».
4. За яких умов можна спостерігати подвійне променезаломлення в анізотропному кристалі?
5. Порівняйте властивості звичайного і незвичайного променів.
6. У чому полягає закон Малюса? Наведіть схему дослідження закону Малюса.
7. Які фактори впливають на кут обертання площини поляризації оптично активним середовищем?
8. У чому полягає явище фотопружності? Наведіть та поясніть схему досліду, що демонструє це явище.
9. Наведіть схему, що дозволяє здійснювати модуляцію світлового потоку електричним сигналом певної частоти.

Розділ V

ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛА

§ 1. СУПЕРПОЗИЦІЯ КОГЕРЕНТНИХ ХВИЛЬ

Суперпозиція двох довільних хвиль. Розглянемо суперпозицію двох хвиль, що розповсюджуються від джерел світла S_1 і S_2 в напрямку довільно вибраної точки A на екрані E (рис. 5.1, а).

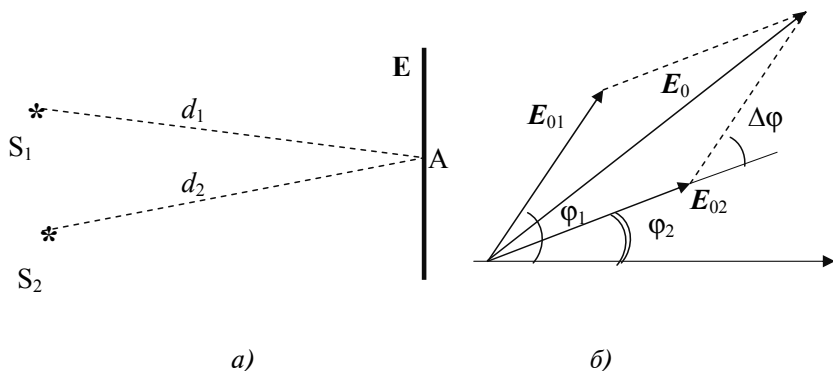


Рис. 5.1. До визначення суперпозиції довільних хвиль

Коливання напруженості електричного поля цих хвиль можна подати рівняннями

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_{01} \cos \varphi_1, \quad (1.1)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_{02} \cos \varphi_2, \quad (1.2)$$

де $\vec{E}_{01}$ і $\vec{E}_{02}$ — амплітуди коливань, φ_1 , φ_2 — фази коливань в т. A , що розташована на відстанях d_1 , d_2 від джерел світла. Будемо вважати, що відстань між джерелами світла S_1 і S_2 є значно меншою порівняно з їх відстанню до точки A . В такому разі площини векторів $\vec{E}$, $\vec{H}$ обох хвиль співпадають. Напруженість електричного поля хвилі, що утворюється внаслідок суперпозиції двох хвиль в т. A , визначимо, користуючись векторною діаграмою (рис. 5.1, б). Довжини векторів $\vec{E}_{01}$ і $\vec{E}_{02}$ мають сенс амплітуд відповідних хвиль, а нахил (кути φ_1 , φ_2) — їх

фаз. Використовуючи теорему косинусів, визначимо амплітуду хвилі в т. А:

$$E_0^2 = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\cos\Delta\varphi, \quad (1.3)$$

де $\Delta\varphi$ — різниця фаз коливань векторів $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$, що визначається так:

$$\operatorname{tg} \Delta\varphi = \frac{E_{01}\sin\varphi_1 + E_{02}\sin\varphi_2}{E_{01}\cos\varphi_1 + E_{02}\cos\varphi_2}. \quad (1.4)$$

Якщо процеси випромінювання електромагнітних хвиль джерелами світла S_1 і S_2 є незалежними, то різниця їх фаз буде функцією часу. Враховуючи велику частоту електромагнітних коливань, для визначення амплітуди суперпозиції хвиль необхідно здійснити усереднення виразу (1.3) за часом. Враховуючи, що амплітуди хвиль $\vec{E}_{01}$ і $\vec{E}_{02}$ є сталими величинами, одержимо

$$\langle E_0^2 \rangle = E_{01}^2 + E_{02}^2 + 2E_{01}E_{02}\langle \cos(\Delta\varphi) \rangle. \quad (1.5)$$

Враховуючи, що інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди світлової хвилі, рівняння (1.5) подамо так:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\langle \cos(\Delta\varphi) \rangle, \quad (1.6)$$

де I_1, I_2 — інтенсивність світла, що розповсюджується від джерел S_1, S_2 .

Як видно з (1.6), результуюча інтенсивність світла залежить не тільки від I_1 і I_2 , а й від результату усереднення $\cos(\Delta\varphi)$. Щодо $\langle \cos(\Delta\varphi) \rangle$ можна розглянути два випадки.

1. Припустимо, що різниця фаз $\Delta\varphi$ змінюється з часом хаотично, тобто $\langle \cos(\Delta\varphi) \rangle = 0$. Це означає, що результуюча інтенсивність світла визначається простим складанням інтенсивностей світла, що надходить від джерел S_1, S_2 :

$$I = I_1 + I_2. \quad (1.7)$$

Таке складання інтенсивностей світла має місце в тому випадку, коли хвилі, що визначаються рівняннями (1.1) і (1.2), не є монохроматичними.

2. Припустимо, що різниця фаз $\Delta\varphi$ є сталою величиною.

В такому разі $\langle \cos(\Delta\varphi) \rangle = \text{const}$, а тому інтенсивність світла в точці А становить

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}\cos(\Delta\varphi). \quad (1.8)$$

Хвилі, в яких різниця фаз є сталою величиною, називають **когерентними**. Повністю когерентними є лише монохроматичні хвилі з однаковою частотою. Суперпозиція когерентних хвиль приводить до інтерференції.

Інтерференцією називають зміну середньої густини потоку енергії, що виникає при суперпозиції електромагнітних хвиль. Характер зміни середньої густини потоку енергії визначається рівнянням (1.8). Величину $2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\varphi)$ називають **інтерференційною складовою**. Саме вона визначає відхилення інтенсивності світлового потоку (а значить, і густини енергії) від її середнього значення $I = I_1 + I_2$.

Розглянемо суперпозицію когерентних хвиль. Напруженості електричних полів таких хвиль подамо у вигляді

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1\right), \quad (1.9, a)$$

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_0 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2\right). \quad (1.9, б)$$

Порівнюючи (1.9, а) і (1.9, б), подамо різницю фаз цих хвиль:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(d_2 - d_1). \quad (1.10)$$

В рівнянні (1.10) величину $d_2 - d_1 \equiv \Delta$ називають **різницею ходу** когерентних хвиль. Величину $\Delta^* \equiv n\Delta$ називають **оптичною різницею ходу**.

Розподіл інтенсивності світла на екрані будемо називати **інтерференційною картиною**. Аналізуючи рівняння (1.8), можна встановити умови максимуму ($\cos\Delta\varphi = 1$) і мінімуму ($\cos\Delta\varphi = -1$) інтерференційної картини. З урахуванням (1.10) визначимо різницю ходу, що відповідає умові максимуму:

$$\Delta_{\max} = m\lambda \quad (1.11)$$

і мінімуму інтерференції

$$\Delta_{\min} = (2m + 1)\frac{\lambda}{2}, \quad (1.12)$$

де m — порядок інтерференції (ціле число, що набуває значень 0, 1, 2, 3, ...).

За умовою (1.11) максимальна інтенсивність світла $I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$ більша від середньої величини $I = I_1 + I_2$. Проте це не озна-

чає порушення закону збереження енергії. Справа в тому, що в області, де спостерігають мінімум інтерференційної картини (умова (1.12)), інтенсивність світла менша його середнього значення: $I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$. Таким чином, в результаті інтерференції здійснюється перерозподіл енергії світлового потоку у просторі (на екрані спостерігають чергування темних і світлих смуг — інтерференційних максимумів і мінімумів).

Кількісною характеристикою інтерференційної картини є **функція видимості** (іноді називають **контрастністю**), що визначається відношенням

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (1.13)$$

де $I_{\max}$, $I_{\min}$ — інтенсивність світла в максимумі і в мінімумі інтерференційної картини відповідно. При рівномірній освітленості екрана $I_{\max} - I_{\min} = 0$ і функція видимості $V=0$. В такому разі хвилі *не є когерентними*, тобто інтерференція не спостерігається. При $0 < V < 1$ хвилі є *частково когерентними* і на екрані спостерігають максимумами і мінімумами освітленості, тобто має місце інтерференція. При $V=1$ хвилі є *повністю когерентними*, а контрастність інтерференційної картини максимальна. Слід зауважити, що поняття когерентності можна застосовувати як до хвиль, так і до джерел світла, що їх випромінюють. Реальні джерела світла не є монохроматичними, тому суперпозиція хвиль, що надходять від них, не приводить до інтерференції. Для одержання когерентних хвиль використовують методи, основані на поділі амплітуди або фронту хвилі, що поширюється від одного і того ж джерела світла.

§ 2. ДВОПРОМЕНЕВА ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ, ЗДІЙСНЮВАНА ПОДІЛОМ АМПЛІТУДИ СВІТЛОВОЇ ХВИЛІ

Для поділу амплітуди світлової хвилі використовують напівпрозору платівку.

Розглянемо інтерферометр Майкельсона (рис. 5.2), в якому когерентні хвилі утворюються за даним методом.

Пучок світла від джерела S в межах кута θ (апертури інтерференції) спрямовується на напівпрозору платівку Π_1 , покриту тонким шаром срібла, і розділяється нею на два світлових потоки (хвилі) 1 і 2. Хвилі

1 і 2 утворено від однієї і тієї ж вихідної хвилі, а тому вони є когерентними. Перша хвиля падає на дзеркало D_1 , а друга — на дзеркало D_2 . Після відбивання від дзеркал обидві хвилі накладаються у просторі під платівкою. Результат інтерференції можна спостерігати на екрані E , або ж за допомогою окуляру. Оскільки хвиля 1 проходить платівку Π_1 три рази, а хвиля 2 — один раз, то на шляху хвилі 2 розташовують платівку Π_2 , таку ж як і Π_1 , але без відбиваючого шару.

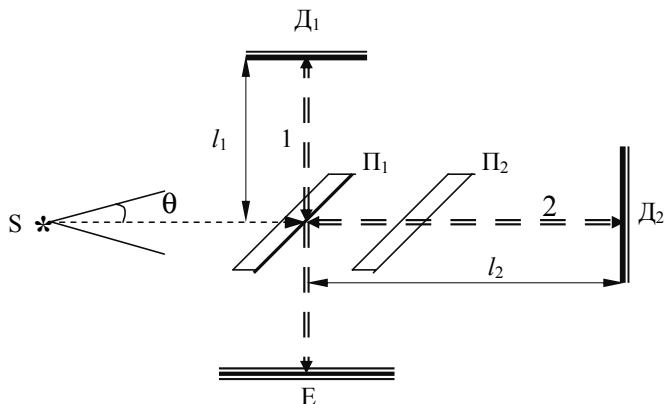


Рис. 5.2. Схема інтерферометра Майкельсона

Таким чином, різницю ходу, що виникає між когерентними хвилями 1 і 2, можна подати у вигляді

$$\Delta = 2(l_1 - l_2) \cos \theta, \quad (2.1)$$

де l_1, l_2 — плечі інтерферометра (плече інтерферометра — відстань від платівки до дзеркала). При фіксованих положеннях дзеркал величини l_1 і l_2 є сталими, а тому результат інтерференції буде залежати лише від $\cos \theta$. Це означає, що за умови аксіальної симетрії пучка світла на екрані будуть спостерігатись інтерференційні екстремуми у вигляді кілець. Кожному інтерференційному кільцю відповідають певні значення кута θ , за яких виконуються умови утворення максимумів і мінімумів. Зокрема, умову утворення інтерференційних максимумів можна подати так:

$$2(l_1 - l_2) \cos \theta = m\lambda. \quad (2.2)$$

З рівняння (2.2) зрозуміло, що більшому порядку інтерференції m відповідає менший кут θ , а значить, інтерференційні кільця меншо-

го радіусу. В центрі такої інтерференційної картини розташовується кільце, що відповідає максимальному порядку інтерференції.

Інтерферометри на основі поділу амплітуди світлової хвилі. Метод поділу амплітуди світлової хвилі використовується в інтерферометрах Майкельсона, Маха — Цендера, Тваймана — Гріна і ін. Ці інтерферометри відрізняються лише розташуванням оптичних елементів, що дозволяє краще виконувати певні практичні задачі. Зокрема, інтерферометр Майкельсона (рис. 5.2) часто використовують як Фур'є спектрограф.

Інтерферометр Маха — Цендера (рис. 5.3) дозволяє вивчати фізичні процеси, що приводять до зміни показника заломлення. Напівпрозора платівка Π_1 поділяє промінь світла від джерела S на дві частини (промені 1 і 2). Після відбивання від дзеркал D_1 і D_2 промені знову сполучаються напівпрозорою платівкою Π_2 в результаті часткового відбивання і проходження через неї.

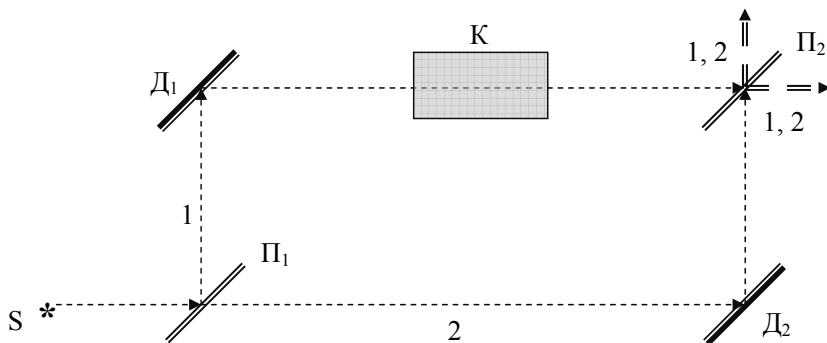


Рис. 5.3. Інтерферометр Маха — Цендера

Якщо на шляху променя 1 помістити кювету K з речовиною, показник заломлення якої відрізняється від показника заломлення повітря, то інтерференційна картина зміститься. Знаючи довжину кювети і величину зміщення інтерференційної картини, можна розрахувати показник заломлення досліджуваної речовини.

Інтерферометр Тваймана — Гріна використовується для контролю однорідності прозорих оптичних елементів (лінз, платівок, призм і т. ін.) та шорсткостей поверхонь, що здатні відбивати світло. Схема інтерферометра для дослідження якості призм показана на рис. 5.4.

Від точкового монохроматичного джерела світла S , розташованого в фокусі лінзи L_1 , утворюється плоска монохроматична хвиля (тобто

паралельний пучок світла), що поділяється платівкою Π на дві частини. Після відбивання від дзеркал D_1 і D_2 вони сполучаються платівкою Π і фокусуються лінзою L_2 на екран E . Якщо досліджувана призма (Пр) є однорідною, то різниця ходу когерентних променів зберігається сталою по всьому перерізу пучка світла. Це означає, що на екрані будемо спостерігати круглу пляму, що має рівномірну освітленість. Якщо ж рівномірність освітлення порушується, то це свідчить про оптичну неоднорідність призми.

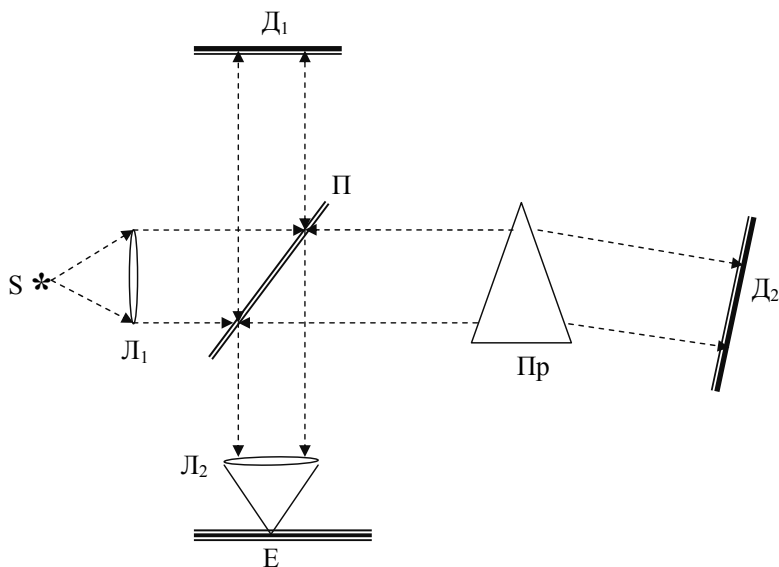


Рис. 5.4. Інтерферометр Тваймана — Гріна

§ 3. ДВОПРОМЕНЕВА ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ, ЗДІЙСНЮВАНА ПОДІЛОМ ХВИЛЬОВОГО ФРОНТУ

Метод одержання когерентних хвиль поділом хвильового фронту оснований на тому, що фронт світлової хвилі є поверхнею точок рівної фази. За допомогою непрозорого екрану з двома малими отворами можна утворити два когерентних джерела світла. Відповідна схема спостереження інтерференції світла була запропонована Т. Юнгом і одержала назву інтерференційної схеми Юнга.

Інтерференційна схема Юнга. На цій схемі (рис. 5.5) S — точкове джерело світла; S_1, S_2 — отвори в непрозорому екрані E_1 , що є когерентними джерелами світла; E_2 — екран для спостереження інтерференції. Якщо отвори S_1, S_2 мають форму щілин, то на екрані E_2 спостерігають паралельні світлі і темні інтерференційні смуги. Визначимо розподіл інтенсивності світла при інтерференції за схемою Юнга. Для цього розглянемо рис. 5.6.

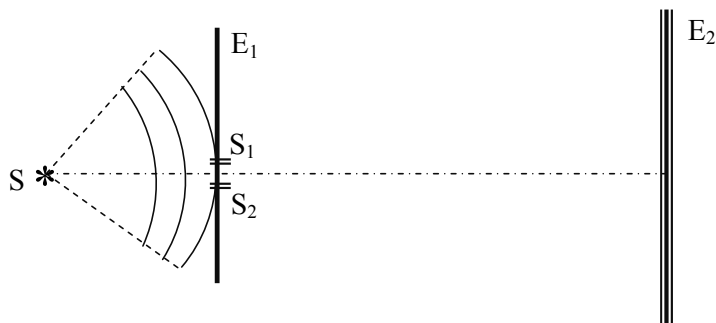


Рис. 5.5. Інтерференційна схема Юнга

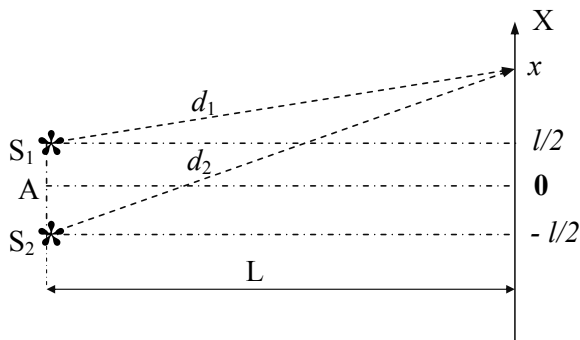


Рис. 5.6. До розрахунку інтерференційної схеми Юнга

Будемо вважати, що відстань l між когерентними джерелами S_1 і S_2 значно менша їх відстані L до екрану. Вісь відліку OX на екрані E_2 паралельна лінії S_1S_2 і має початок в т. O , розташований на перпендикулярі OA , що проходить через середину (т. A) відрізка S_1S_2 . Відстані d_1 і d_2 , що проходять хвилі від когерентних джерел світла до довільної точки з координатою x на екрані, становлять

$$d_1^2 = L^2 + (x - l/2)^2, \quad (3.1 \text{ а})$$

$$d_2^2 = L^2 + (x + l/2)^2. \quad (3.1 \text{ б})$$

Різниця лівих і правих частин рівнянь (3.1 б) і (3.1 а) утворює рівняння

$$(d_2^2 - d_1^2) = 2lx. \quad (3.2)$$

З іншого боку, $d_2^2 - d_1^2 = (d_2 - d_1)(d_1 + d_2)$, де $d_2 - d_1 = \Delta$ — різниця ходу когерентних хвиль; $d_1 + d_2 \cong 2L$, враховуючи, що $L \gg l$. Тому (3.2) можна подати так:

$$L\Delta = lx. \quad (3.3)$$

Значить, в довільній точці x різниця ходу між когерентними хвилями становить

$$\Delta = \frac{l}{L}x. \quad (3.4)$$

Враховуючи (1.8), (1.10) і (3.4), встановимо розподіл інтенсивності світла при інтерференції за схемою Юнга:

$$I(x) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda} \frac{l}{L}x\right), \quad (3.5)$$

де $I_0 \equiv I_1 = I_2$ — інтенсивності світла, випромінюваного когерентними джерелами.

За допомогою рівняння (3.4) визначимо координати максимумів інтерференції, враховуючи, що $\Delta_{\max} = m\lambda$:

$$x_{\max} = \frac{L}{l}m\lambda. \quad (3.6)$$

З рівняння (3.6) видно, що положення інтерференційного максимуму залежить від довжини хвилі. Тому при освітленні інтерферометра білим світлом в області максимумів інтерференції утворюється різнобарвний спектр випромінювання. Це означає, що *явище інтерференції світла може бути застосовано у спектроскопії*.

Відстань вздовж координатної осі OX між двома найближчими максимумами (чи мінімумами) називають *шириною інтерференційної картини*: $\delta x = x_{\max}^{m+1} - x_{\max}^m$. Використовуючи рівняння (3.6), одержимо

$$\delta x = \frac{L}{l}\lambda. \quad (3.7)$$

Враховуючи, що для видимої області електромагнітних хвиль величина λ складає десятки долі мікрометра, ширина інтерференцій-

ної картини може бути значною лише за умови, коли відношення $L/l \gg 1$. До того ж величина δx залежить від довжини хвилі. Наприклад, ширина інтерференційної картини в червоному світлі більша, ніж в фіолетовому.

Інтерферометри на основі поділу хвильового фронту. Інтерференційна схема Юнга започатковує цілий ряд схем, основаних на поділі фронту світлової хвилі. Найбільш поширеними є інтерференційні схеми з бідзеркалами і біпризмами Френеля, білінзами Біє; інтерферометри Лінніка, Релея і ін.

У схемі з бідзеркалом Френеля (рис. 5.7) два плоских дзеркала розташовані під кутом близьким до 180° одне до одного (кут φ малий).

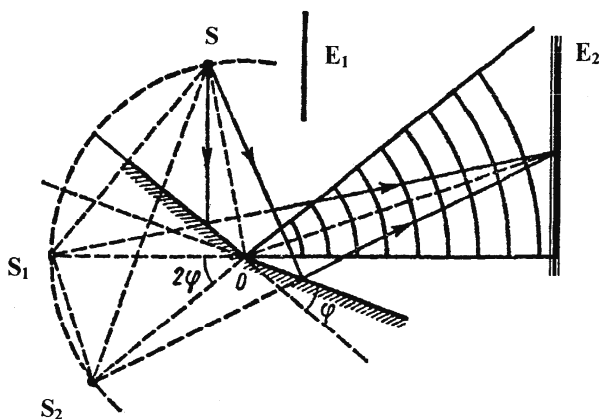


Рис. 5.7. Інтерференційна схема з бідзеркалом Френеля

Хвильовий фронт світла від джерела S за допомогою цих дзеркал розбивається на дві частини. В області перекриття вони утворюють інтерференційну картину. Уявні зображення S_1 і S_2 джерела світла S в дзеркалах виконують роль когерентних джерел світла (вони є віртуальними когерентними джерелами світла). Завдяки малому значенню кута φ забезпечується невелика відстань між когерентними джерелами світла, що зумовлює значну ширину інтерференційної картини. Непрозорий екран E_1 не допускає прямого падіння світла від джерела S на екран E_2 . В методі бідзеркала Френеля джерело S є освітленою вузькою щілиною, паралельною лінії перетину дзеркал, що проходить через точку O . Тому інтерференційні максимуми і мінімуми є паралельними прямими смугами.

У схемі з біпризмою Френеля (рис. 5.8) застосовано дві склеєні призми Π з малими кутами заломлення α .

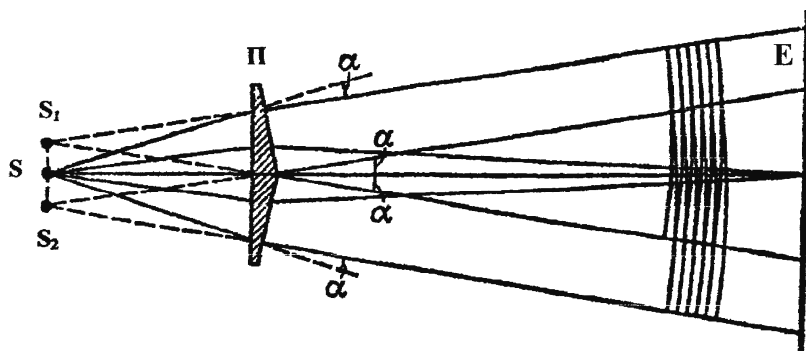


Рис. 5.8. Інтерференційна схема з біпризмою Френеля

Хвильовий фронт світла від джерела S за допомогою призми поділяється на дві частини. Когерентні промені перекриваються у просторі за призмами, утворюючи інтерференційну картину. Роль віртуальних когерентних джерел в даному разі виконують точки S_1 і S_2 .

У схемі з білінзою Бйє (рис. 5.9) використовується опукла лінза, розрізана по діаметру. Половинки лінзи знаходяться на малій відстані одна від одної. Проміжок між половинками лінзи закривається непрозорим екраном E . Когерентними джерелами світла S_1 і S_2 є дійсні зображення джерела S в півлінзах.

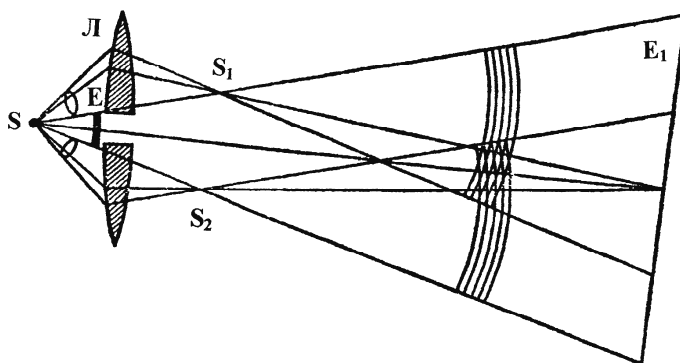


Рис. 5.9. Інтерференційна схема з білінзою Бйє

У схемі Лінніка (рис. 5.10) попереду точкового джерела світла S розташовано напівпрозорий екран E_1 з невеликим отвором в центрі S_1 . Напівпрозорий екран E_1 , частково пропускаючи світло, не змінює форми фронту хвилі. Отвір S_1 є другим джерелом вторинних когерентних хвиль. На екрані E_2 спостерігається інтерференційна картина у вигляді концентричних кілець.

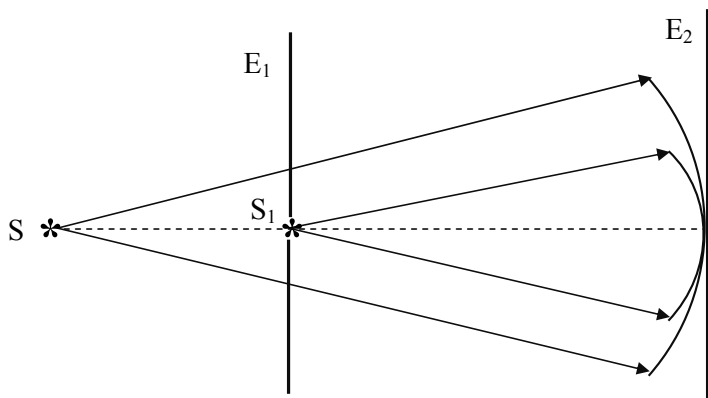


Рис. 5.10. Інтерференційна схема Лінніка

§ 4. ЧАСОВА І ПРОСТОРОВА КОГЕРЕНТНІСТЬ СВІТЛА

Реальні джерела світла не є монохроматичними, а тому й хвилі, утворені поділом амплітуди чи фронту на дві складові, не є в повній мірі когерентними. Ступінь когерентності визначається функцією видимості (див. рівняння (1.13)). Розглянемо, за яких умов немонохроматичні хвилі здатні до інтерференції.

Умови когерентності немонохроматичного світла. Якщо збільшувати різницю ходу Δ , що утворюється в інтерферометрі, то можна помітити розмивання інтерференційних смуг. Таке явище можна пояснити двома способами, кожен з яких оснований на тому, що реальне випромінювання не є монохроматичним.

По-перше, хвилю немонохроматичного випромінювання можна обмежити у просторі певною довжиною (*довжиною когерентності* $l_{\text{ког}}$), в межах якої її можна вважати монохроматичною. Таку частину хвилі називають *цугом*. Основуючись на такому наближенні, можна

вважати, що при інтерференції у просторі складаються два когерентних пучки, різниця ходу між якими не повинна перевищувати довжину когерентності (інакше пучки будуть просторово розділені). Тому інтерференція має місце за умови, коли $\Delta < l_{\text{ког}}$. Довжину когерентності можна подати через час когерентності: $\tau_{\text{ког}} = l_{\text{ког}}/c$. Таким чином, одержимо *умову часової когерентності*, за якої можна спостерігати чітку інтерференційну картину:

$$\Delta < c\tau_{\text{ког}}. \quad (4.1)$$

По-друге, немонахроматичне випромінювання можна розглянути в певному діапазоні довжин хвиль від λ до $\lambda + \Delta\lambda$. Інтерференційні максимуми, утворені на довжині хвилі λ і $\lambda + \Delta\lambda$, будуть зміщені один відносно одного на величину, що залежить від $\Delta\lambda$ (див. рівняння (3.6)). Максимуму m -го порядку на довжині хвилі $\lambda + \Delta\lambda$ буде відповідати більша різниця ходу порівняно з максимумом на довжині хвилі λ (див. рівняння (1.11)). Якщо ж максимум m -го порядку на довжині хвилі $\lambda + \Delta\lambda$ співпадає з мінімумом $(m+1)$ порядку на довжині хвилі λ , тобто

$$m(\lambda + \Delta\lambda) = (2m+1)\frac{\lambda}{2}, \quad (4.2)$$

то інтерференційні смуги будуть розмитими (освітленість екрану стане практично рівномірною). З рівняння (4.2) одержимо умову інтерференції щодо максимальної ширини спектрального інтервалу:

$$\Delta\lambda < \frac{\lambda}{2m}. \quad (4.3)$$

Співвідношення (4.3) називають *умовою монахроматичності*. Умова монахроматичності, як і умова часової когерентності, є наслідком немонахроматичності реальних світлових хвиль. Для монахроматичних хвиль ($\Delta\lambda=0$, $\tau_{\text{ког}} \rightarrow \infty$) таких обмежень немає.

Просторова когерентність світла. Реальні джерела світла, як правило, не є точковими. В зв'язку з цим спостереження чіткої інтерференційної картини стає можливим лише завдяки виконанню певних умов щодо розмірів джерела світла. Протяжне джерело світла АВ (рис. 5.11) розглянемо як суперпозицію некогерентних точкових джерел, що випромінюють світло в межах кута θ (апертури інтерференції).

Інтерференційна картина від протяжного джерела світла є результатом суперпозиції інтерференційних картин, утворених від кожного з точкових джерел світла. Якщо протяжність джерела світла становить

l , то максимальна різниця ходу між хвилями, що випромінюються точковими джерелами, становить $BC = l \sin \theta$. Якщо ця величина сягає $\lambda/2$, то інтерференційні максимуми, утворювані точковим джерелом світла В, співпадуть з інтерференційними мінімумами, утворюваними точковим джерелом світла А. Це означає, що за таких умов освітленість екрану стає рівномірною, тобто інтерференційна картина розмивається. На практиці прийнято вважати, що чітка інтерференційна картина від протяжного джерела світла спостерігається за умови, коли

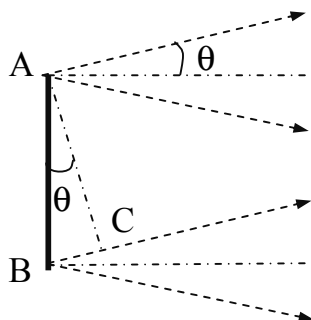


Рис. 5.11. До пояснення просторової когерентності

$$l \sin \theta < \lambda/4. \quad (4.4)$$

Співвідношення (4.4) називають *умовою просторової когерентності*. Як видно з (4.4), протяжність джерела світла може бути збільшена за рахунок малої апертури пучка світла, або ж використанням довгохвильового випромінювання.

§ 5. ОСНОВИ ФУР'Є-СПЕКТРОСКОПІЇ

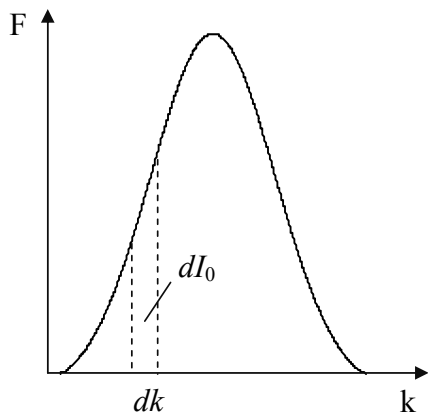


Рис. 5.12. Спектр немонохроматичного випромінювання

Як показано в § 3, явище інтерференції може бути застосовано в спектроскопії для визначення спектру випромінювання немонохроматичного світла. Припустимо, що функція $F(k)$ є спектром немонохроматичного випромінювання джерела світла (рис. 5.12), що досліджується за допомогою інтерферометра.

В даному разі $k = 2\pi/\lambda$ — хвильове число. Розглянемо вузький інтервал значень хвильового числа від k до $k+dk$, в

межах якої функцію $F(k)$ можна вважати сталою величиною. Враховуючи (1.8), інтенсивність світла для даного інтервалу хвильового числа подамо так:

$$dI = dI_0(1 + \cos kx), \quad (5.1)$$

де dI_0 — інтенсивність джерела світла в інтервалі $(k, k+dk)$ за умови, що в рівнянні (1.8) $I_1 = I_2 = \frac{1}{2}dI_0$; x — різниця ходу когерентних хвиль.

Подамо інтенсивність джерела світла в інтервалі $(k, k+dk)$ в такій формі:

$$dI_0 = \frac{1}{2\pi} F(k)dk. \quad (5.2)$$

Основаючись на рівняннях (5.1) і (5.2), інтегральну інтенсивність світла можна записати так:

$$I(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} F(k)(1 + \cos kx)dk. \quad (5.3)$$

З рівняння (5.3) видно, що інтенсивність світла, що зазнає інтерференції, є функцією різниці ходу x . При $x=0$ величина

$$I(0) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k)dk, \text{ а тому (5.3) набуде вигляду:}$$

$$I(x) = \frac{1}{2}I(0) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} F(k)\cos kxdk. \quad (5.4)$$

Величину

$$f(x) \equiv I(x) - \frac{1}{2}I(0), \quad (5.5)$$

що характеризує залежність інтенсивності світла від різниці ходу x , називають *інтерферограмою*. З урахуванням (5.5), рівняння (5.4) набуде вигляду

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} F(k)\cos kxdk. \quad (5.6)$$

Функція $f(x)$ в рівнянні (5.6) подана як інтеграл Фур'є для дійсних $F(k)$. Фур'є образом функції $f(x)$ є $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos kx dx$, а тому обернене щодо (5.6) перетворення Фур'є має вигляд:

$$F(k) = 2 \left| \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\cos kx dx \right| = 4 \int_0^{\infty} f(x)\cos kx dx. \quad (5.7)$$

Рівняння (5.7) дозволяє розрахувати спектр випромінювання немонохроматичного джерела світла. Спочатку на експерименті вимірюють залежність інтенсивності світла від різниці ходу когерентних хвиль, тобто одержують функцію $I(x)$. Для цього використовують інтерферометр, конструкція якого дозволяє плавно змінювати різницю ходу x та реєструвати інтенсивність світла при інтерференції (такі інтерферометри називають *Фур'є-спектрометрами*). Далі, згідно з (5.5), розраховують інтерферограму $f(x)$ і, використовуючи (5.7), проводять розрахунок форми спектру випромінювання $F(k)$. Розглянутий метод застосовується для визначення форми спектральних ліній випромінювання, коли діапазон довжин хвиль $\Delta\lambda$ досить малий.

§ 6. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ В ТОНКИХ ПЛІВКАХ

Світлова хвиля, що падає на поверхню плівки, розділяється на дві когерентні хвилі: відбиту і заломлену. В подальшому накладання відповідних хвиль приводить до інтерференції світла.

Інтерференція плоскої хвилі на плоско-паралельній плівці. Розглянемо інтерференцію паралельного пучка світла на плоско-паралельній плівці товщиною d з показником заломлення n (рис. 5.13). Промінь 1 падає на плівку під кутом α в т. О. Після заломлення під кутом β він зазнає відбивання в т. А на межі розділу плівка–повітря і виходить з плівки в т. О' (промінь 1'). В точці О утворюється також відбитий під кутом α промінь 2, когерентний променю 1'. Відповідні хвилі (1' і 2) можна вважати утвореними точкою О на поверхні плоского

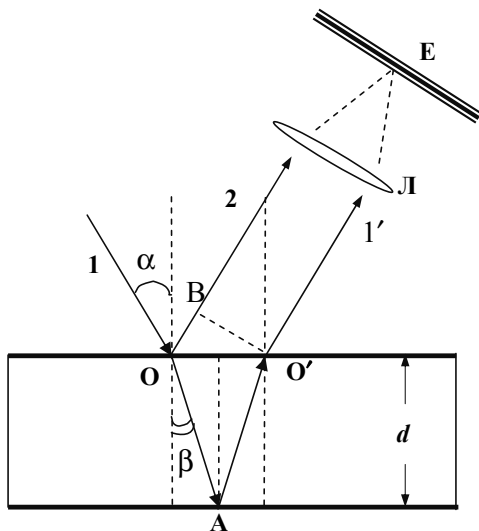


Рис. 5.13. Хід променів при інтерференції плоскої хвилі в плоско-паралельній платівці

хвильового фронту хвилі, що падає. Оскільки промені 1' і 2 є паралельними, то інтерференційна картина локалізована у нескінченності. Для спостереження інтерференційної картини використовують збирну лінзу Л, в фокусі якої розташовується екран Е. Результат інтерференції буде залежати від різниці ходу хвиль 1' і 2. До того ж врахуємо, що хвиля 2 при відбиванні в точці О змінює свою фазу на π , тобто виникає додаткова різниця ходу $\lambda_0/2$ (λ_0 — довжина світлової хвилі у вакуумі рівна довжині хвилі в повітрі). В той же час відбивання світла на межі розділу плівка–повітря (т. А) не зумовлює зміни фази світлової хвилі. Цей висновок можна зробити, аналізуючи формули Френеля. Таким чином, *оптична різниця ходу* між когерентними хвилями 1' і 2 становить

$$\Delta^* = 2nOA - BO \pm \frac{\lambda_0}{2}. \quad (6.1)$$

Визначивши величини ОА і ВО через d , α , β і скориставшись законом заломлення світла, подамо рівняння (6.1) у вигляді

$$\Delta^* = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} \pm \frac{\lambda_0}{2}, \quad (6.2 \text{ а})$$

або в термінах кута заломлення:

$$\Delta^* = 2dncos\beta \pm \frac{\lambda_0}{2}. \quad (6.2 \text{ б})$$

Враховуючи (1.11) і (6.2 а), одержимо умову утворення максимуму інтерференції в тонких плівках:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2m + 1)\frac{\lambda_0}{2}. \quad (6.3)$$

Умова утворення мінімуму інтерференції відповідно (1.12) набуде вигляду:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = m\lambda_0. \quad (6.4)$$

З рівнянь (6.3) і (6.4) видно, що умови утворення інтерференційних екстремумів залежать від товщини плівки (d), її матеріалу (n), кута падіння світла (α) та довжини світлової хвилі (λ_0). Враховуючи, що для нелазерних джерел світла порядок двопрменевої інтерференції не високий ($m < 10$), з рівняння (6.3) чи (6.4) можна показати, що товщина плівки повинна мати порядок довжини хвилі. Використання лазерних джерел світла дозволяє спостерігати ін-

терференційну картину високих порядків на платівках товщиною в кілька мм.

Інтерференційні лінії рівної товщини. Умови утворення інтерференційних максимумів (6.3) і (6.4) можна застосувати і для плівок змінної товщини. На рис. 5.14 показано хід променів при інтерференції паралельного пучка світла в оптичному клині з малим кутом θ при вершині.

Положення інтерференційних максимумів буде визначатись товщиною плівки d_i , що повинна відповідати умові максимуму (6.3):

$$2d_i \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}. \quad (6.5)$$

Інтерференційна картина, на відміну від попередньої схеми, буде локалізована поблизу поверхні клина і матиме вигляд смуг, паралельних його ребру. На рис. 5.14 точка С є точкою локалізації інтерференційної картини, утвореної променями 1' і 2. Утворені інтерференційні лінії називають лініями рівної товщини (кожній світлій лінії відповідає певне значення d_i , що задовольняє умові максимуму інтерференції). Ще одним прикладом утворення інтерференційних ліній рівної товщини є так звані кільця Ньютона (рис. 5.15). В даному разі плівкою змінної товщини є повітряний проміжок між лінзою Л та плоско-паралельною платівкою П.

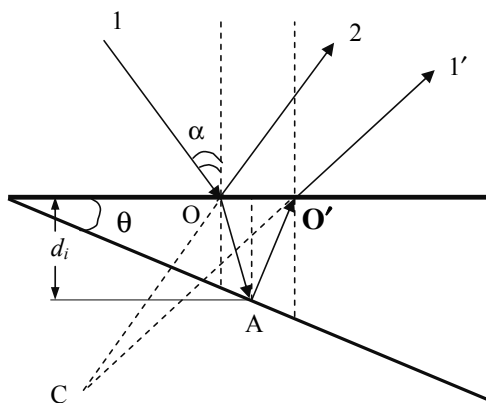


Рис. 5.14. Хід променів при інтерференції плоскої хвилі в оптичному клині

Інтерференційні лінії рівного нахилу. Розглянемо інтерференцію світла, що падає на плоско-паралельну плівку від точкового джерела S (рис. 5.16).

В такому разі положення інтерференційних максимумів залежить від кута падіння α_i , що повинен відповідати умові максимуму (6.3):

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_i} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}. \quad (6.6)$$

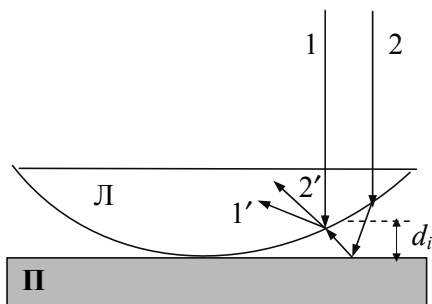


Рис. 5.15. Схема спостереження кілець Ньютона

Враховуючи аксіальну симетрію пучка світла, що падає на плівку, можна зробити висновок, що інтерференційні лінії, в залежності від напрямку спостереження, будуть мати форму, що описується конічними перерізами. Кожне кільце відповідає куту α_r , за якого виконуються умови максимуму чи мінімуму. Тому такі інтерференційні лінії називають лініями рівного нахилу. Як

видно з рис. 5.16, когерентні промені $1'$ і $1''$ розповсюджуються паралельно один одному (інтерференційна картина локалізована у безмежності). Для спостереження інтерференційної картини необхідно за допомогою лінзи $Л$ зібрати паралельний пучок світла на екрані $Е$, тобто локалізувати інтерференційну картину у площині екрану.

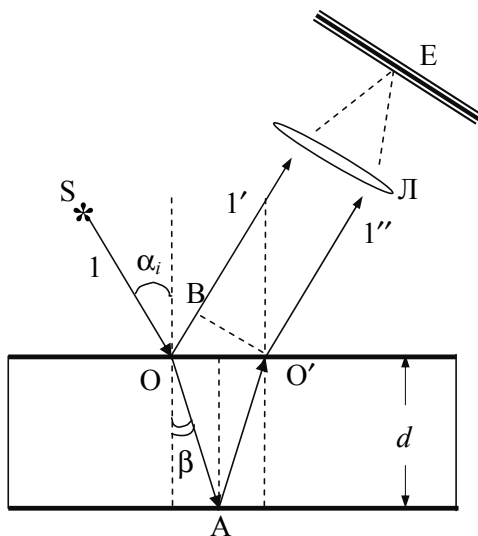


Рис. 5.16. Хід променів при інтерференції сферичної хвилі в плоско-паралельній платівці

§ 7. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ ПОЛЯРИЗОВАНОГО СВІТЛА

Для спостереження інтерференції поляризованого світла можна скористатись схемою, поданою на рис. 5.17.

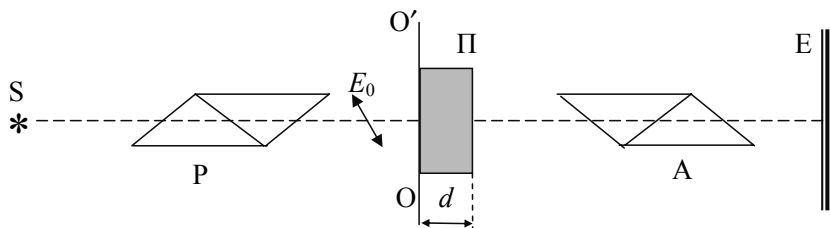


Рис. 5.17. Схема досліду, що дозволяє спостерігати інтерференцію поляризованого світла

Випромінювання природного джерела світла S проходить через поляризатор P ; плоско-паралельну плівку Π товщиною d , вирізану з одновісного кристалу; аналізатор A . Розподіл інтенсивності випромінювання в межах поперечного перерізу пучка світла спостерігають на екрані E . На рис. 5.18 наведено розташування осей пропускання поляризатора (OP), аналізатора (OA), оптичної осі платівки (OO') та напрямку OO'' , перпендикулярного до OO' .

Вісь пропускання поляризатора (аналізатора) — це напрямок, в якому здійснюються коливання електричного вектора пропущеного світла. Кут між віссю пропускання поляризатора та оптичною віссю платівки позначимо α . Кут між осями пропускання поляризатора і аналізатора — β . Світло, що виходить з поляризатора, є лінійно поляризованим з амплітудою вектора напруженості електричного поля $\vec{E}_0$.

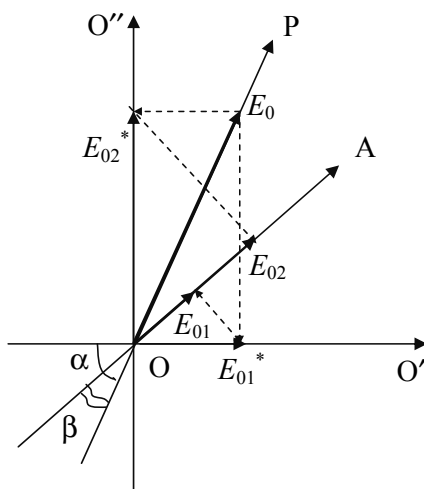


Рис. 5.18. Векторна діаграма до схеми, показаної на рис. 5.17

Коливання $\vec{E}_0$ здійснюються вздовж осі ОР. В анізотропній платівці електромагнітна хвиля поділяється на дві складові. Амплітуди цих складових визначимо як проекції вектора $\vec{E}_0$ на напрямки осей ОО': $\vec{E}_{01}^* = \vec{E}_0 \cos \alpha$ і проекцію на напрямки осей ОО'': $\vec{E}_{02}^* = \vec{E}_0 \sin \alpha$. Різниця фаз цих хвиль, набутих в кристалічній платівці товщиною d , складає

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d(n_o - n_e). \quad (7.1)$$

Для визначення амплітуд світлових хвиль, що виходять з аналізатору, необхідно спроектувати їх вектори амплітуд $\vec{E}_{01}^*$ і $\vec{E}_{02}^*$ на напрямки осей пропускання ОА. Таким чином, одержимо співвідношення для амплітуд векторів напруженості електричного поля першої і другої хвиль:

$$\vec{E}_{01} = \vec{E}_{01}^* \cos(\alpha - \beta) = \vec{E}_0 \cos \alpha \cos(\alpha - \beta), \quad (7.2)$$

$$\vec{E}_{02} = \vec{E}_{02}^* \sin(\alpha - \beta) = \vec{E}_0 \sin \alpha \sin(\alpha - \beta). \quad (7.3)$$

Обидві лінійно-поляризовані хвилі є когерентними (як утворені від однієї і тієї ж хвилі) і мають різницю фаз, що визначається рівнянням (7.1). Таким чином, на екрані Е, розташованому за аналізатором, спостерігається інтерференція поляризованих хвиль. Інтенсивність світла, що зазнає інтерференції, згідно з (1.8), можна подати так:

$$I = I_0 [\cos^2 \alpha \cos^2(\alpha - \beta) + \sin^2 \alpha \sin^2(\alpha - \beta) + 2 \sin \alpha \cos \alpha \sin(\alpha - \beta) \cos(\alpha - \beta) \cos \Delta\varphi], \quad (7.4)$$

де враховано, що інтенсивність світла пропорційна квадратові амплітуди напруженості електричного поля: $I_0 \propto E_0^2$.

Застосовуючи формули тригонометричних перетворень, подамо (7.4) у вигляді

$$I = I_0 \left[\cos^2 \beta - \sin 2\alpha \sin 2(\alpha - \beta) \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \right]. \quad (7.5)$$

Проведемо аналіз (7.5) щодо певних значень кутів α , β .

1. Покладемо $\beta = 0$. Це означає, що *осі пропускання поляризатора і аналізатора паралельні*. В такому разі рівняння (7.5) набуде вигляду:

$$I_1 = I_0 \left[1 - \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \right]. \quad (7.6)$$

При $2\alpha = m\pi$ інтенсивність світла $I_1 = I_0$ не залежить від $\Delta\phi$, тобто екран має рівномірне біле освітлення. При $2\alpha = (2m+1)\pi/2$ інтенсивність світла

$$I_1 = I_0 \cos^2 \frac{\Delta\phi}{2} \quad (7.7)$$

залежить від різниці ходу, тобто має місце інтерференція.

Таким чином, повертаючи кристалічну платівку навколо осі світлового променя (тим самим змінюючи кут α), будемо спостерігати на екрані чергування білого світла, коли $2\alpha = m\pi$, та кольорової інтерференційної картини, коли $2\alpha = (2m+1)\pi/2$. Умова максимуму згідно з (7.7) означає, що $\Delta\phi/2 = m\pi$. Враховуючи (7.1), одержимо значення довжини хвилі λ_1 , за якої утворюється максимум інтерференції при $\beta=0$:

$$\lambda_1 = \frac{d(n_o - n_e)}{m}. \quad (7.8)$$

2. Покладемо $\beta = \pi/2$, тобто осі пропускання поляризатора і аналізатора взаємно перпендикулярні. В такому разі рівняння (7.5) матиме вигляд

$$I_2 = I_0 \sin^2 2\alpha \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2}. \quad (7.9)$$

При $2\alpha = m\pi$ інтенсивність світла $I_2 = 0$, тобто на екрані спостерігаємо темну пляму (інтерференції немає). При $2\alpha = (2m+1)\pi/2$ інтенсивність світла

$$I_2 = I_0 \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2} \quad (7.10)$$

залежить від різниці фаз $\Delta\phi$, тобто має місце інтерференція.

Таким чином, повертаючи кристалічну платівку навколо осі світлового променя, будемо спостерігати на екрані чергування темного поля, коли $2\alpha = m\pi$, та кольорової інтерференційної картини, коли $2\alpha = (2m+1)\pi/2$. Умова максимуму згідно з (7.10) означає, що $\Delta\phi/2 = (2m+1)\pi/2$. Враховуючи (7.1), одержимо довжину хвилі λ_2 , за якої маємо максимум інтерференції при $\beta=\pi/2$:

$$\lambda_2 = \frac{2d(n_o - n_e)}{(2m+1)}. \quad (7.11)$$

Порівнюючи (7.8) і (7.11), можна зробити висновок, що колір інтерференційних максимумів залежить від кута β , тобто від розташу-

вання осей пропускання поляризатора і аналізатора. Змінюючи кут β обертанням осі пропускання аналізатора (при незмінному положенні поляризатора і платівки), можна спостерігати зміну кольорів інтерференційної картини.

§ 8. ПРОСВІТЛЕННЯ ОПТИКИ

При проходженні світла через оптичну систему значна частина потоку втрачається внаслідок його відбивання на поверхнях розділу різних середовищ. Наприклад, при нормальному падінні світла на межу розділу повітря–скло відбивається 4 % світлового потоку. Для зменшення втрат, що виникають внаслідок відбивання світла, використовують явище інтерференції в тонких плівках, що наносять на поверхню оптичних елементів. В результаті цього оптична система стає більш

прозорою, тобто досягається так зване *просвітлення оптики*.

Для просвітлення оптичного елементу (лінзи, платівки і т. ін.) на його поверхню наносять тонку прозору плівку (просвітлюючий шар) з коефіцієнтом заломлення n_x , завдяки якій виникає інтерференція відбитого світла (рис. 5.19).

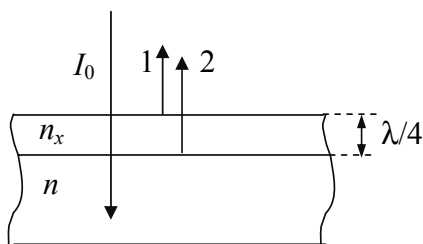


Рис. 5.19. Інтерференція світла у просвітлюючому шарі

Когерентними будуть хвилі 1 і 2, відбиті від верхньої та

нижньої поверхні просвітлюючого шару. Якщо ці хвилі в результаті інтерференції погасять одна одну, тобто буде створено умову мінімуму інтерференції, то весь світловий потік пройде без втрат в середовище з коефіцієнтом заломлення n . З рівняння (1.8) зрозуміло, що повне гасіння когерентних хвиль ($I_{\min} = 0$) стає можливим, коли інтенсивність когерентних потоків однакова, тобто $I_1 = I_2 = I_0/2$ і рівняння (1.8) набуває вигляду

$$I = I_0(1 + \cos \Delta\varphi), \quad (8.1)$$

та за виконання умови мінімуму інтерференції ($\cos \Delta\varphi = -1$).

Інтенсивності когерентних світлових потоків I_1 і I_2 можна подати через коефіцієнти відбивання світла, нехтуючи його поглинанням

у просвітлюючому шарі: $I_1 = I_0 R_1$ та $I_2 = I_0 R_2$, де I_0 — інтенсивність світла, що падає на просвітлюючий шар. Для повного гасіння відбитого світла необхідно, щоб коефіцієнти відбивання R_1 і R_2 були рівними. При нормальному падінні світла на межу розділу двох діелектриків коефіцієнти відбивання можна подати так:

$$R_1 = \frac{(n_x - 1)^2}{(n_x + 1)^2}, \quad (8.2)$$

$$R_2 = \frac{(n/n_x - 1)^2}{(n/n_x + 1)^2}. \quad (8.3)$$

За умови, що $R_1 = R_2$, рівняння (8.2) і (8.3) приводять до співвідношення

$$n_x = \sqrt{n}. \quad (8.4)$$

Враховуючи, що $n_x < n$, відбивання світла на верхній та нижній площинах просвітлюючого шару утворює різницю ходу в $\lambda/2 + \lambda/2 = \lambda$. Таким чином, повна зміна фази когерентних хвиль, що виникає внаслідок відбивання, становить 2π , тобто не впливає на умову утворення мінімуму інтерференції. Мінімальну товщину плівки, за якої буде досягнуто повне гасіння відбитого світла, можна визначити з умови мінімуму (1.12) при $m=0$:

$$\Delta_{\min}^* = 2dn_x = \lambda_0/2. \quad (8.5)$$

З рівняння (8.5) мінімальна товщина просвітлюючого шару становить

$$d = \lambda_0/(4n_x) = \lambda/4. \quad (8.6)$$

Величина d в (8.6) є мінімальною ($m=0$), що дозволяє знехтувати поглинанням світла в просвітлюючому шарі.

Розглянутий метод зменшення втрат світлового потоку внаслідок відбивання називають **просвітленням оптики**. Вперше методику просвітлення оптичних деталей запропонував український оптик О. Смакула. Просвітлюючий шар повинен мати показник заломлення і товщину, що задовольняють рівнянням (8.4) і (8.6) відповідно. Слід звернути увагу, що товщина просвітлюючого шару розраховується для певної довжини хвилі. Тому *ефект просвітлення буде селективним щодо довжини світлової хвилі*. Наприклад, просвітлюючі шари об'єктивів фотоапаратів розраховано на зелену область спектру. Тому поверхня об'єктиву помітно відбиває червону і фіолетову складові білого світла.

§ 9. ІНТЕРФЕРЕНЦІЙНІ ДЗЕРКАЛА

Явище інтерференції в тонких плівках може бути застосовано для побудови дзеркал, що мають селективне щодо довжини хвилі відбивання світла. На відміну від попередньої задачі, в даному разі необхідно забезпечити умову максимуму інтерференції відбитого світла. Розглянемо структуру інтерференційного дзеркала, показану на рис. 5.20.

Шар товщиною $\lambda/4 = \lambda_0/(4n_x)$ з показником заломлення n_x розділяє оптичні середовища з показниками заломлення n_1 і n_2 . Можна

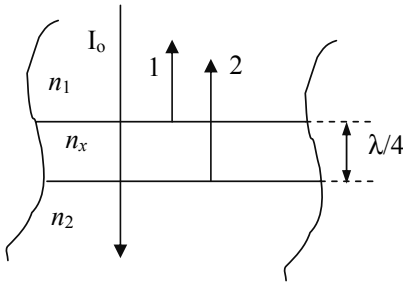


Рис. 5.20. Інтерференція світла у інтерференційному дзеркалі

впевнитись, що при $n_x < n_1, n_2$ або $n_x > n_1, n_2$, когерентні хвилі 1 і 2, сполучаючись, будуть підсилюватись (тобто коефіцієнт відбивання такої системи буде збільшуватись). Дійсно, оптична різниця ходу хвиль 1 і 2 буде складатись з різниці ходу $\lambda_0/2$, набутої внаслідок різних умов відбивання на верхній і нижній поверхнях середнього шару, та різниці ходу $2dn_x$ ($d = \lambda_0/(4n_x)$ — товщина середнього шару), набутої при

проходженні хвилі 2 в середньому шарі. Таким чином, повна оптична різниця ходу когерентних хвиль 1 і 2 складає λ_0 , що відповідає умові утворення інтерференційного максимуму.

Коефіцієнт відбивання світла інтерференційним дзеркалом можна розрахувати, використавши рівняння (1.8) за умови максимуму інтерференції ($\cos \Delta\varphi = 1$):

$$I_{\max} = I_0(R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2}), \quad (9.1)$$

де: $I_1 = I_0 R_1$; $I_2 = I_0 R_2$; I_0 — інтенсивність світла, що падає на середній шар; R_1, R_2 — коефіцієнти відбивання світла від верхньої і нижньої поверхні розділу середнього шару. Коефіцієнт відбивання дзеркала

визначимо як відношення $\frac{I_{\max}}{I_0} \equiv R$, а тому з (9.1) одержимо

$$R = R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2}. \quad (9.2)$$

Наприклад, для структури з $n_1=1$, $n_x=2,0$, $n_2=1,5$ величина $R \approx 0,20$. Суттєве збільшення коефіцієнта відбивання досягається за рахунок

нанесення на поверхню оптичного елементу великої кількості (більше 10) тонких шарів, що спричиняють багатопроменеву інтерференцію. В результаті коефіцієнт відбивання може досягти 0.99. Такі структури утворюють наступним чином. На скло наносять певну кількість діелектричних шарів з різними показниками заломлення, але з однаковою товщиною $\lambda/4$. Ці шари наносять так, що б між двома шарами з більшим показником заломлення розташовувався шар з меншим показником заломлення. В такому разі всі відбиті хвилі будуть в фазі, а тому при інтерференції будуть підсилюватись.

На відміну від металічних, *діелектричні дзеркала є селективним щодо довжини хвилі* (товщина шарів розраховується для певної довжини хвилі). Саме тому інтерференційні дзеркала використовуються в лазерній техніці (дзеркала резонаторів), люмінесцентних мікроскопах і інших оптичних приладах.

§ 10. БАГАТОПРОМЕНЕВА ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ

Багатопроменева інтерференція спостерігається при накладенні більш ніж двох когерентних хвиль (звичайно, кількість когерентних хвиль при багатопроменевій інтерференції значно більша десяти). Розглянемо інтерференцію світла в плоско-паралельній платівці товщиною d , великі поверхні якої (верхня і нижня) здатні частково відбивати світло. Завдяки цьому, на відміну від попередньої задачі (див. § 6), кожний промінь точкового джерела світла, що падає на платівку під певним кутом α , зазнає *багаторазового* відбивання (рис. 5.21).

Хвилі 1, 2, 3..., що виходять через верхню площину платівки, є когерентними і утворюють інтерференційну картину у відбитому світлі. Хвилі 1', 2', 3'..., що виходять через нижню площину платівки, теж когерентні і утворюють інтерференційну картину у пропущеному світлі.

Розподіл інтенсивності інтерферованого світла. Визначимо розподіл інтенсивностей відбитого та пропущеного через платівку світла, враховуючи багатопроменеву інтерференцію.

Для визначення інтенсивностей відбитого та заломленого світла скористаємося поняттями амплітудних коефіцієнтів відбивання та пропускання світла. *Амплітудним коефіцієнтом відбивання* світла є відношення амплітуди відбитої хвилі до амплітуди хвилі, що падає:

$\rho = E_0^{\text{в}} / E_0$. Амплітудним коефіцієнтом пропускання є відношенням амплітуди хвилі, пропущеної через межу розділу двох середовищ, до амплітуди хвилі, що падає: $\tau = E_0^{\text{пр}} / E_0$. Будемо вважати платівку прозорою, тобто знехтуємо поглинанням світла в її об'ємі. В такому разі

$$R + T = 1, \quad (10.1)$$

де коефіцієнт відбивання $R = \rho^2$, а коефіцієнт пропускання $T = \tau^2$.

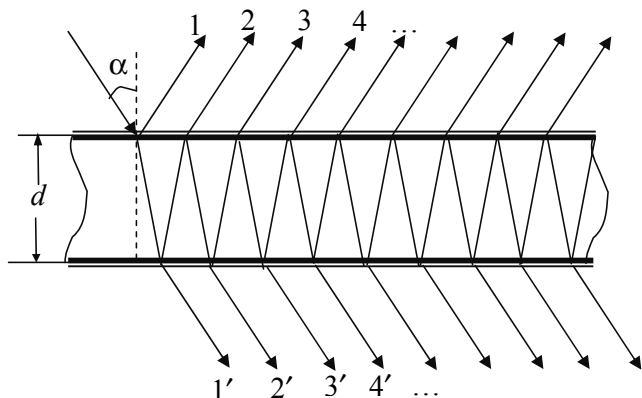


Рис. 5.21. Утворення когерентних променів при багатопроменевої інтерференції світла в плоско-паралельній платівці

Напруженість електричного поля i -ї хвилі, що утворюється у відбитому світлі, можна подати так:

$$E_i^{\text{в}} = E_{0i}^{\text{в}} \exp[i(\omega t - kr + \delta_i)], \quad (10.2)$$

де $E_{0i}^{\text{в}}$ — амплітуда i -ї хвилі у відбитому світлі; δ_i — різниця ходу i -ї хвилі у відбитому світлі та хвилі, що падає, з амплітудою E_0 .

Аналогічно, напруженість електричного поля j -тої хвилі, що утворена в пропущеному світлі,

$$E_j^{\text{пр}} = E_{0j}^{\text{пр}} \exp[i(\omega t - kr + \delta_j)], \quad (10.3)$$

де $E_{0j}^{\text{пр}}$ — амплітуда j -ї хвилі у пропущеному світлі; δ_j — різниця ходу j -ї хвилі у пропущеному світлі та хвилі, що падає з амплітудою E_0 .

Будемо враховувати, що при кожному відбиванні світла його амплітуда зменшується в $1/\rho$ разів (тобто при кожному відбиванні амплітуду хвилі падаючого світла слід множити на ρ), а при кожно-

му пропусканні світла через межу розділу — зменшується в $1/\tau$ разів (тобто при кожному переході світла через межу розділу слід амплітуду хвилі помножити на τ). Таким чином, амплітуди світлових хвиль 1, 2, 3, ... будуть відповідно рівними $E_0\rho, E_0\tau^2\rho, E_0\tau^2\rho^3, E_0\tau^2\rho^5, \dots$, а амплітуди хвиль 1', 2', 3', ... — відповідно, рівними $E_0\tau^2, E_0\tau^2\rho^2, E_0\tau^2\rho^4, \dots$

Різниця фаз δ між найближчими когерентними хвилями (наприклад, хвилями 1 і 2) складає $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta^*$. Різниця фаз між N -тою та першою когерентними хвилями становить $(N-1)\delta$, за умови, що початкова фаза першої хвилі рівна 0. Виходячи з цього, напруженості електричних полів світлових хвиль, що проходять через платівку, подамо так:

$$\begin{aligned} E_1^{\text{np}} &= E_0 \tau^2 \exp[i(\omega t - kr)] \\ E_2^{\text{np}} &= E_0 \tau^2 \rho^2 \exp(i\delta) \exp[i(\omega t - kr)] \\ E_3^{\text{np}} &= E_0 \tau^2 \rho^4 \exp(2i\delta) \exp[i(\omega t - kr)] \\ &\dots\dots\dots \\ E_N^{\text{np}} &= E_0 \tau^2 \rho^{2(N-1)} \exp[(N-1)i\delta] \exp[i(\omega t - kr)]. \end{aligned}$$

В даному разі N є кількість когерентних хвиль при багатопроменевій інтерференції. Сума їх амплітуд складає

$$\begin{aligned} E_0^{\text{np}} &= E_0 \tau^2 + E_0 \tau^2 \rho^2 \exp(i\delta) + E_0 \tau^2 \rho^4 \exp(2i\delta) + \dots \\ &+ E_0 \tau^2 \rho^{2(N-1)} \exp[(N-1)i\delta]. \end{aligned} \quad (10.4)$$

Рівняння (10.4) подамо так:

$$\frac{E_0^{\text{np}}}{E_0} = \tau^2 (1 + \rho^2 \exp(i\delta) + \rho^4 \exp(2i\delta) + \dots + \rho^{2(N-1)} \exp[(N-1)i\delta]). \quad (10.5)$$

В рівнянні (10.5) маємо суму членів спадної геометричної прогресії $a_N = a_1 q^{N-1}$, де $a_1 = 1$; $q = \rho^2 \exp(i\delta)$. Враховуючи, що сума N -членів геометричної прогресії визначається як $S_N = \frac{1-q^N}{1-q}$, рівняння (10.5) подамо так:

$$\frac{E_0^{\text{np}}}{E_0} = \tau^2 \frac{1 - \rho^{2N} \exp(iN\delta)}{1 - \rho^2 \exp(i\delta)}. \quad (10.6)$$

При багатопроменевій інтерференції $N \rightarrow \infty$, а тому $\rho^{2N} \exp(iN\delta) \ll 1$ (згадаємо, що $\rho < 1$). Тому рівняння (10.6) можна спростити:

$$\frac{E_0^{\text{np}}}{E_0} = \frac{\tau^2}{1 - \rho^2 \exp(i\delta)} = \frac{T}{1 - R \exp(i\delta)}. \quad (10.7)$$

Здійснимо перехід від співвідношення амплітуд (10.7) пропущеної і падаючої хвиль до співвідношення відповідних інтенсивностей. Для цього врахуємо, що E_0^{np}/E_0 є величиною комплексною, а тому співвідношення інтенсивностей слід подати так: $\frac{I^{\text{np}}}{I_0} = \left(\frac{E_0^{\text{np}}}{E_0} \right) \left(\frac{E_0^{\text{np}}}{E_0} \right)^*$, де I_0 — інтенсивність світла, що падає на платівку; $\left(E_0^{\text{np}}/E_0 \right)^*$ — величина комплексно спряжена з $\left(E_0^{\text{np}}/E_0 \right)$. Таким чином, розподіл інтенсивності пропущеного світла набуде вигляду

$$\begin{aligned} \frac{I^{\text{np}}}{I_0} &= \frac{T^2}{[(1 - R \exp(i\delta)][1 - R \exp(-i\delta)]} = \\ &= \frac{T^2}{(1 + R^2) - R[\exp(i\delta) + \exp(-i\delta)]}. \end{aligned} \quad (10.8)$$

Скориставшись тим, що $[\exp(i\delta) + \exp(-i\delta)] = 2 \cos \delta$ і $\cos \delta = 1 - 2 \sin^2 \frac{\delta}{2}$, рівняння (10.8) після простих алгебраїчних перетворень подамо так:

$$\frac{I^{\text{np}}}{I_0} = \frac{1}{1 + \frac{4R \sin^2(\delta/2)}{(1 - R)^2}}. \quad (10.9)$$

При запису (10.9) використано також рівняння (10.1).

Одержимо розподіл інтенсивності відбитого світла. Для цього рівняння (10.1), основувшись на визначеннях коефіцієнтів пропускання і відбивання, подамо так:

$$\frac{I^{\text{в}}}{I_0} + \frac{I^{\text{np}}}{I_0} = 1. \quad (10.10)$$

Використовуючи (10.9) і (10.10), одержимо розподіл інтенсивності відбитого світла:

$$\frac{I^{\text{в}}}{I_0} = \frac{4R \sin^2(\delta/2)}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\delta/2)}. \quad (10.11)$$

Рівняння (10.9) та (10.11), що встановлюють розподіл інтенсивності пропущеного і відбитого світла, називають *формулами Ейрі*. Проведемо аналіз формул Ейрі.

Умови утворення інтерференційних екстремумів. Максимум інтерференції пропущеного світла означає, що $(I^{\text{пр}}/I_0)_{\text{max}} = 1$. Як видно з (10.9), це досягається, коли $\sin^2 \frac{\delta_{\text{max}}}{2} = 0$ (інакше кажучи, $\frac{\delta_{\text{max}}}{2} = m\pi$). Оптичну різницю ходу двох найближчих когерентних хвиль, враховуючи (6.2 б), можна подати так:

$$\Delta^* = 2dn\cos\beta, \quad (10.12)$$

де враховано, що умови відбивання світла на верхній і нижній площинах платівки однакові, тобто відсутня складова $\pm \frac{\lambda}{2}$.

З урахуванням (10.12), умова інтерференційного максимуму набуде вигляду:

$$2dn\cos\beta = m\lambda. \quad (10.13)$$

З (10.13) одержимо формулу для розрахунку порядку інтерференційної картини:

$$m = \frac{2dn\cos\beta}{\lambda}. \quad (10.14)$$

В центрі інтерференційної картини ($\cos\beta = 1$) спостерігають світле інтерференційне кільце з максимальним порядком $m_{\text{max}} = 2dn/\lambda$. Наприклад, для скляної платівки товщиною 1мм при $\lambda = 0.5$ мкм максимальний порядок багатопроменевої інтерференції складає 6000, що значно перевищує максимальний порядок двопробевої інтерференції від звичайних джерел світла.

Умова мінімуму досягається, коли в (10.9) величина $\sin^2(\delta_{\text{min}}/2) = 1$, тобто $\delta_{\text{min}} = (2m+1)\pi$. В такому разі

$$\left(\frac{I^{\text{пр}}}{I_0}\right)_{\text{min}} = \frac{(1-R)^2}{(1+R)^2}. \quad (10.15)$$

Як видно з (10.15), при наближенні значення коефіцієнту відбивання до 1 величина $\left(\frac{I^{\text{пр}}}{I_0}\right)_{\text{min}}$ зменшується до 0. Це означає, що функція видимості наближається до 1, тобто має місце повна когерентність хвиль.

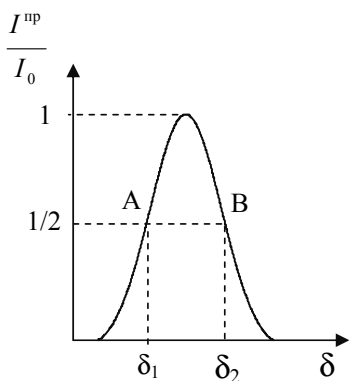


Рис. 5.22. Залежність інтенсивності пропущеного світла від різниці фаз при багатопроменовій інтерференції

Ширина інтерференційних максимумів. На рис. 5.22 наведено залежність відносної інтенсивності пропущеного світла $\left(\frac{I^{\text{np}}}{I_0}\right)$ від різниці фаз в області m -го інтерференційного максимуму.

Ширина інтерференційної картини визначається як різниця $\delta_2 - \delta_1 \equiv \delta^*$, де величини δ_1 і δ_2 визначено на рівні $1/2$ від максимального значення $\left(\frac{I^{\text{np}}}{I_0}\right)$. Для максимуму m -го порядку δ_1 і δ_2 можна подати так: $\delta_1 = 2m\pi - \delta^*/2$; $\delta_2 = 2m\pi + \delta^*/2$. В точках А, В (на рівні половини висоти) має місце співвідношення

$$\frac{\left(I^{\text{np}} / I_0\right)_{\max}}{\left(I^{\text{np}} / I_0\right)_{1/2}} = 2, \quad (10.16)$$

$$\text{де } \left(\frac{I^{\text{np}}}{I_0}\right)_{\max} = 1, \quad \left(\frac{I^{\text{np}}}{I_0}\right)_{1/2} = \frac{1}{1 + \frac{4R \sin^2(2m\pi \pm \delta^*/2)}{(1-R)^2}}.$$

З рівняння (10.16), приймаючи $\sin^2 \delta^*/2 \cong (\delta^*/2)^2$, після нескладних алгебраїчних перетворювань одержимо вираз для ширини інтерференційних максимумів:

$$\delta^* = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}. \quad (10.17)$$

З (10.17) видно, що при наближенні R до 1 смуги інтерференційних максимумів звужуються. Разом з тим відстань між найближчими максимумами (ширина інтерференційної картини) складає 2π . Відношення ширини інтерференційної картини до ширини інтерференційних максимумів називають чіткістю (F) інтерференційної картини, тобто $F = 2\pi/\delta^*$. Враховуючи (10.17), одержимо формулу чіткості інтерференційної картини:

$$F = \frac{\pi\sqrt{R}}{(1-R)} . \quad (10.18)$$

За умови високого коефіцієнту відбивання ($R \rightarrow 1$) чіткість інтерференційної картини зростає. Таким чином, інтерференційна картина у пропущеному світлі являє собою вузькі світлі кільця максимумів розділені відносно широкими темними кільцями мінімумів.

Аналізуючи формулу Ейрі (10.11), можна показати, що інтерференційна картина відбитого світла являє собою широкі світлі кільця, що розділяються вузькими темними кільцями. Таким чином, інтерференційні картини відбитого і пропущеного світла доповнюють одна одну.

Слід зауважити, що інтерференційні кільця, що спостерігаються як у відбитому, так і в пропущеному світлі, є інтерференційними лініями рівного нахилу (кожній лінії відповідає певний кут падіння α , що задовольняє умови утворення інтерференційних екстремумів).

§ 11. БАГАТОПРОМЕНЕВІ ІНТЕРФЕРОМЕТРИ

В багатопроточених інтерферометрах використовують товсті ($d \gg \lambda$) платівки, що дозволяє здійснювати інтерференцію високих порядків. В зв'язку з цим, для одержання інтерференційних смуг необхідно використовувати майже монохроматичне світло (див. умову монохроматичності (4.3)). В інтерференційній спектроскопії, де багатопроточена інтерференція використовується для вивчення спектрів, світло, що не має достатньої монохроматичності, попередньо монохроматизують за допомогою призмового чи дифракційного спектрометра. Методами інтерференційної спектроскопії вивчають структуру тонких спектральних ліній. Розглянемо спектральні характеристики багатопроточеного інтерферометру.

Область вільної дисперсії. Це максимально допустимий інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda$, за якого інтерференційні максимуми m -го порядку на довжині хвилі λ співпадають з максимумами $(m+1)$ -го порядку на довжині хвилі $(\lambda + \Delta\lambda)$. Збіг інтерференційних максимумів означає рівність різниць ходу відповідних хвиль, тобто $(m+1)\lambda = m(\lambda + \Delta\lambda)$, що дозволяє кількісно встановити величину ділянки вільної дисперсії:

$$\Delta\lambda = \lambda/m . \quad (11.1)$$

За умови, що $m = m_{\max}$, область вільної дисперсії буде мінімальною. Використовуючи (10.14), одержимо $\Delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda^2}{2dn}$. Наприклад, при $d=5$ мм, $\lambda=500$ нм, $n=1,5$ величина $\Delta\lambda_{\min} \approx 0,02$ нм.

Роздільна здатність. Позначимо найменшу відстань між близько розташованими спектральними лініями, за якої вони сприймаються як дві окремі лінії, як $\Delta\lambda$. Кількісно роздільна здатність визначається як відношення $\lambda/\Delta\lambda$, де вважаємо, що одна з ліній має максимум на довжині хвилі λ , а інша — $\lambda+\Delta\lambda$. Згідно з *критерієм Релея*, дві спектральні лінії з однаковими інтенсивностями і однаковими симетричними контурами сприймаються (на експерименті) роздільно, якщо максимум однієї лінії (λ) співпадає з положенням мінімуму іншої ($\lambda+\Delta\lambda$) і навпаки. При виконанні

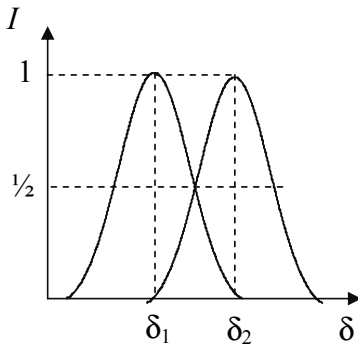


Рис. 5.23. Застосування критерію Релея щодо ліній багатопророменевої інтерференції

цієї умови інтенсивність провалу між максимумами становить 80 % інтенсивності кожної з ліній, що достатньо для їх роздільного спостереження. Релеїв критерій щодо багатопророменевої інтерференції зручніше застосувати до спектральних ліній, поданих у вигляді залежності інтенсивності інтерференційних ліній від різниці фаз δ (рис. 5.23).

В такому разі мінімальна відстань між лініями $\delta_2 - \delta_1 \equiv \Delta\delta$ рівна ширині δ^* інтерференційного максимуму. З іншого боку, величина $\Delta\delta$ визначається як різниця фаз між інтерференційними максимумами, що утворюються на довжинах хвиль λ і $\lambda+\Delta\lambda$. Враховуючи (10.12), різницю фаз можна подати у вигляді

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0}(2dn\cos\beta) = \frac{2\pi}{\lambda}(2d\cos\beta). \quad (11.2)$$

Шляхом варіації (11.2) по λ визначимо величину:

$$\Delta\delta = \frac{2\pi}{\lambda^2}(2d\cos\beta)\Delta\lambda. \quad (11.3)$$

Враховуючи, що $\Delta\delta = \delta^*$, з рівнянь (10.17) і (11.3) одержимо роздільну здатність інтерферометра:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{2\pi d\sqrt{R}}{\lambda(1-R)} \quad (11.4)$$

за умови, що $\beta=\pi/2$.

Величина роздільної здатності зростає при $R \rightarrow 1$. Проте роздільна здатність має значну залежність від точності визначення відстані d між поверхнями інтерферометра, що відбивають світло.

Еталон Фабрі — Пери. Інтерферометри з фіксованим значенням d називають еталонами. Одним з найбільш поширених багатопробіжних інтерферометрів є *еталон Фабрі — Пери*. Він складається з двох скляних чи кварцових платівок Π_1 і Π_2 , між якими знаходиться повітря (рис. 5.24).

Плоскі поверхні платівок повернуті одна до одної, ретельно шліфовані та покриті шарами з високим коефіцієнтом відбивання (срібло, алюміній, багат шарові діелектричні покриття). Відступ внутрішніх поверхонь від ідеальної площини не перевищує $0,01\lambda$, а коефіцієнт відбивання сягає $0,95-0,98$. Паралельність дзеркальних поверхонь досягається розташуванням між платівками кільця К

з інвару чи плавленого кварцу, що має незначний коефіцієнт теплового розширення. Інтерферометр, в якому використано такі кільця, є еталоном Фабрі — Пери. Зовнішні поверхні платівок складають деякий кут з внутрішніми. Це необхідно, щоб світло,

відбите від зовнішньої поверхні, не заважало спостереженню інтерференційної картини. Таким чином, інтерферометр Фабрі — Пери слід розглядати як плоско-паралельну платівку, на якій мають місце багаторазові відбивання світлових променів з наступною їх інтерференцією. Інтерференційна картина складається з концентричних кілець, що є лініями рівного нахилу.

Сферичні інтерферометри Фабрі — Пери мають не плоскі, а вгнуті сферичні дзеркала однакового або різного радіуса. Дзеркала розта-

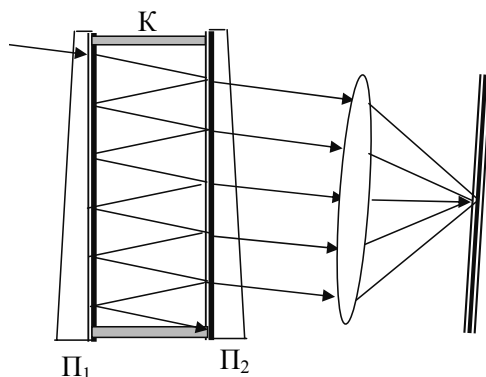


Рис. 5.24. Схема інтерферометру Фабрі — Пери

шовуються так, щоб фокуси їх співпадали. Сферичні інтерферометри найшли широке застосування в якості резонаторів газових лазерів.

Платівка Люмера — Герке. Ще одним прикладом багатопромених інтерферометрів є *платівка Люмера — Герке* (рис. 5.25). Це плоско-паралельна платівка Π з дуже однорідного скла чи плавленого кварцу товщиною від 3 до 10 мм завдовжки 30 см. Світлові промені вводять через скошений край платівки. Напрямок падіння зовнішніх променів підбирають так, щоб в об'ємі платівки кут падіння α на межу скло-повітря був близьким до граничного кута повного відбивання (в такому разі $R \rightarrow 1$). Промені світла зазнають багаторазового відбивання від верхньої і нижньої площин платівки і виходять з майже однаковими інтенсивностями. Звичайно одержують від 10 до 15 когерентних променів. В платівці Люмера — Герке спостерігають інтерференційні смуги рівного нахилу.

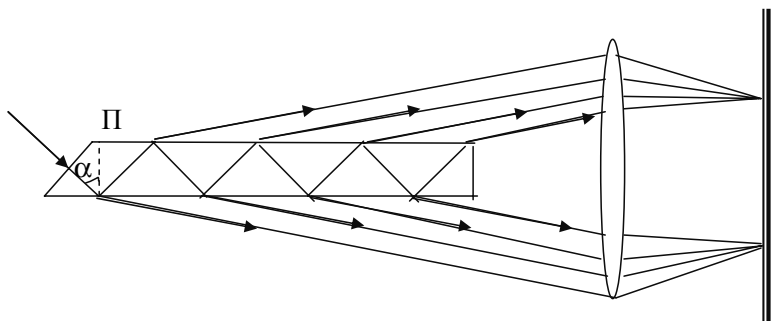


Рис. 5.25. Багатопроменева інтерференція в платівці Люмера — Герке

Контрольні питання та завдання

1. Порівняйте, чим відрізняється суперпозиція довільних і когерентних хвиль?
2. Виведіть умови утворення інтерференційних екстремумів.
3. Чому окремі джерела світла не можуть бути когерентними?
4. Який вигляд має інтерференційна картина в інтерферометрі Майкельсона за умови, що пучок світла є паралельним?
5. Виведіть співвідношення, що дозволяє розрахувати показник заломлення досліджуваної речовини в інтерферометрі Маха — Цендера за відомими значеннями довжини кювети та величини зміщення інтерференційних смуг.

6. Покажіть хід променів в інтерферометрі Тваймана — Гріна при дослідженні оптичної однорідності опуклої лінзи.
7. Які умови є найбільш сприятливими для спостереження інтерференції за схемою Юнга?
8. За яких умов можна спостерігати інтерференцію немонохроматичного світла?
9. У чому полягає сенс умови просторової когерентності?
10. Поясніть принцип Фур'є спектроскопії.
11. Покажіть хід променів при інтерференції світла в оптичному клині. Де локалізована інтерференційна картина?
12. Поясніть зміну кольорів інтерференційної картини при інтерференції поляризованого світла.
13. Поясніть принцип дії просвітлюючих шарів.
14. У чому полягає відмінність інтерференційних дзеркал від металічних?
15. Чим відрізняється інтерференційна картина, одержана при багатопроменевої інтерференції, від двопроменевої інтерференції?
16. Які фактори визначають роздільну здатність багатопроменевих інтерферометрів?

Розділ VI

ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

§ 1. ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА — ФРЕНЕЛЯ

Означення дифракції світла. Дифракцією називають відхилення від прямолінійного поширення світла за умови, що воно не зв'язане з відбиванням, заломленням або його поширенням у середовищах з неперервно змінним показником заломлення. Якщо в середовищі містяться найдрібніші частинки речовини або показник заломлення помітно змінюється на відстанях порядку довжини хвилі, то має місце розсіяння світла. В такому разі термін «дифракція» не використовується.

Кут між попереднім напрямком променя світла і дифрагованим променем називають *кутом дифракції*. *Задача дифракції* полягає у визначенні залежності інтенсивності світла від кута його дифракції.

Принцип Гюйгенса — Френеля. Згідно з принципом Гюйгенса, кожна точка хвильового збурення (хвильового фронту) є джерелом сферичних хвиль. Такі хвилі називають *вторинними*. Обвідна вторинних хвиль дозволяє визначити наступне положення хвильового фронту. Це, зокрема, дозволяє здійснювати побудови ходу світлових променів в анізотропних середовищах. Проте, принцип Гюйгенса не дозволяє розв'язати дифракційну задачу. Френель доповнив принцип Гюйгенса вказівкою на те, що *вторинні хвилі є когерентними*, а тому вони інтерферують у просторі. Згідно з Френелем, точкові джерела світла $S_1, S_2, \dots$ можна замінити замкнутою поверхнею σ (рис. 6.1).

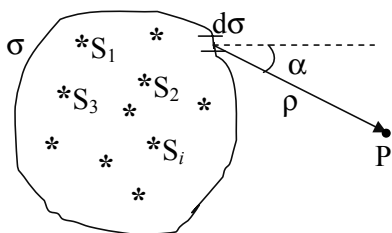


Рис. 6.1. До пояснення принципу Гюйгенса — Френеля

можна замінити замкнутою поверхнею σ (рис. 6.1).

Кожну точку такої поверхні слід розглядати як джерело вторинних когерентних хвиль, що поширюються у просторі. Електричне поле світлового випромінювання, що виникає в результаті інтерференції у просторі за поверхнею σ , співпадає з полем реальних джерел світла. Відмінність

поверхні σ від реальної поверхні джерела світла полягає в тому, що вона є абсолютно прозорою для випромінювання. З цієї точки зору хвиля, що відділяється від джерела світла, в подальшому не залежить від його наявності. До того ж стає зрозумілою відсутність зворотної хвилі (хвилі, що поширюється у напрямку, зворотному щодо напрямку поширення фронту). Вторинні хвилі, що поширюються від хвильового фронту вперед, попадають у вільний від збурень простір. Вони інтерферують тільки одна з одною. Вторинні хвилі, що рухаються назад (у зворотному напрямку), попадають у простір, де уже є хвильове збурення прямої хвилі. При інтерференції ці хвилі гасять одна одну. Тому після проходження хвилі простір за нею залишається незбудженим, тобто виникає ситуація, коли кажуть, що зворотної хвилі немає.

Математичний вираз принципу Гюйгенса — Френеля. Припустимо, що джерела світла є монохроматичними і мають однакову частоту ω . Згідно з Френелем кожний елемент площі $d\sigma$ поверхні σ випромінює вторинну сферичну хвилю. Напруженість електричного поля в точці спостереження P (рис. 6.1) визначається як суперпозиція вторинних хвиль у вигляді інтегралу

$$\int_{\sigma} \frac{ad\sigma}{\rho} \exp[i(\omega t - k\rho)], \quad (1.1)$$

де $ad\sigma/\rho$ — є амплітудою вторинних хвиль; a — стала величина, аналогічна E_0 в рівнянні сферичних хвиль, віднесена до одиниці площі поверхні σ ; ρ — відстань від елементу площі $d\sigma$ до точки спостереження P .

Френель припустив, що амплітуда вторинних хвиль пропорційна амплітуді первинних хвиль (E_{01}), що надходять до елементу площі $d\sigma$, а також площі самого елементу $d\sigma$. До того ж амплітуда вторинних хвиль є функцією $K(\alpha)$ кута α між нормаллю до фронту первинної хвилі і напрямком в точку спостереження P (рис. 6.1). При поширенні вторинної хвилі у напрямку нормалі ($\alpha=0$) її амплітуда максимальна, а по дотичній ($\alpha=\pi/2$) — рівна нулю ($K(\alpha)=0$). При $\alpha>\pi/2$ амплітуда вторинних хвиль рівна 0, оскільки зворотна хвиля відсутня. Інакше кажучи, збурення, що виникає в т. P , викликане дією тільки тої половини сферичного фронту, що обернена до точки спостереження. Конкретний вираз функції $K(\alpha)$ не був відомий Френелеві. Незважаючи на це, він зумів одержати ряд правильних розв'язків дифракційних задач, використовуючи наближені методи розрахунку, які ми й розглянемо в подальшому.

§ 2. МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ

Суперпозиція хвиль, що надходять з сферичної поверхні. Розглянемо дифракційну задачу, пов'язану з поширенням у просторі сферичної хвильової поверхні (рис. 6.2).

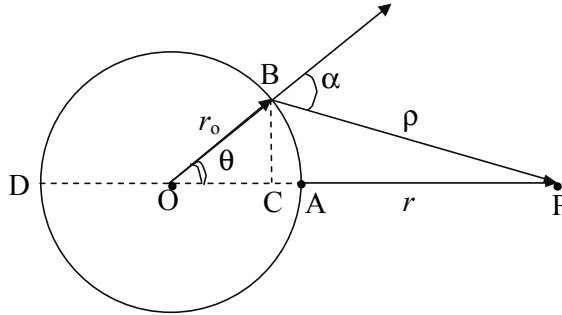


Рис. 6.2. До розв'язку дифракційної задачі, пов'язаної з поширенням у просторі сферичної хвильової поверхні

Напруженість електричного поля сферичної хвилі для більшої зручності подамо у такому вигляді:

$$E_1 = \frac{1}{r_0} \exp[i(\omega t - kr_0)], \quad (2.1)$$

де індекс 1 при E підкреслює, що мова йде про напруженість електричного поля первинної хвилі; r_0 — радіус сферичного хвильового фронту. В рівнянні (2.1) прийнято, що стала величина E_0 дорівнює 1, а початкова фаза $\alpha_1 = 0$. Згідно з гіпотезою Френеля, величину коефіцієнта a в рівнянні (1.1) визначає функція $K(\alpha)$ та амплітуда первинної хвилі, що, відповідно (2.1), рівна $E_{01} \equiv \frac{\exp(-ikr_0)}{r_0}$. Таким чином, $a \equiv K(\alpha) \frac{\exp(-ikr_0)}{r_0}$ і рівняння (1.1) набуде вигляду:

$$E = \int_{\sigma} \frac{K(\alpha)}{r_0 \rho} \exp[i(\omega t - kr_0 - k\rho)] d\sigma. \quad (2.2)$$

В подальшому елемент площі $d\sigma$ уявимо у вигляді площі кільця, що вирізається з сферичного хвильового фронту двома безмежно близькими концентричними сферами з центрами в точці спостереження P. В такому разі $d\sigma = 2\pi r_0^2 \sin\theta d\theta$. В рівнянні (2.2) здійснимо перехід від

змінної σ до ρ , що являє собою відстань від точки Р до кільцевого елементу $d\sigma$ поверхні сферичного хвильового фронту. Виходячи з позначень рис. 6.2, можна записати $\rho^2 = r_0^2 + (r_0 + r)^2 - 2r_0(r_0 + r)\cos\theta$, де r — найкоротша відстань АР від точки спостереження до поверхні сферичного хвильового фронту. Виконавши диференціювання виразу для ρ^2 при сталих значеннях r_0 і r , визначимо співвідношення $\sin\theta d\theta = \frac{\rho d\rho}{r_0(r_0 + r)}$, а потім і елемент площі $d\sigma = \frac{2\pi r_0 \rho d\rho}{(r_0 + r)}$. Таким чином, рівняння (2.2) набуде вигляду:

$$E = \frac{2\pi}{r_0 + r} \exp[i(\omega t - kr_0)] \int_r^{r_{\max}} K(\rho) \exp(-ik\rho) d\rho, \quad (2.3)$$

де попередня функція $K(\alpha)$ розглядається як функція нової змінної ρ .

Точне обчислення інтегралу в (2.3) неможливе без знання функції $K(\rho)$. Проте Френель запропонував *метод зон*, що дозволяє здійснити наближене обчислення такого інтегралу.

Зони Френеля. Опишемо концентричні сфери з центром в т. Р (рис. 6.3) таким чином, щоб їх радіуси складали $r, r + \frac{\lambda}{2}, r + 2\frac{\lambda}{2}, r + 3\frac{\lambda}{2}, \dots$. Такі сфери розділять хвильовий фронт на кільцеві області, що одержали назву *зон Френеля*.

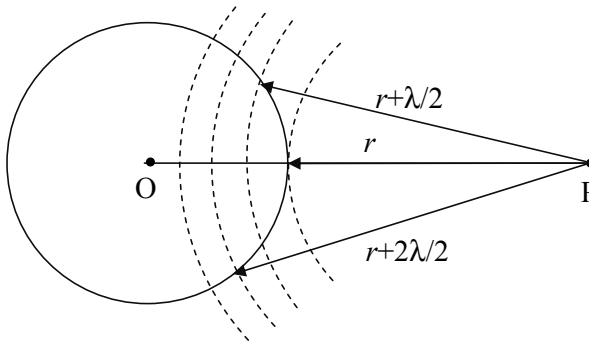


Рис. 6.3. Утворення зон Френеля на сферичній хвильовій поверхні

Використовуючи одержану раніше формулу елементу площі $d\sigma = \frac{2\pi r_0 \rho d\rho}{(r_0 + r)}$, та враховуючи, що при такому поділі сферичного

фронту $d\rho = \lambda/2$, одержимо, що *утворювані зони Френеля мають однакові площі*: $\frac{\pi r_0 r \lambda}{(r_0 + r)}$. Враховуючи мале значення довжини хвилі порівняно з параметром r , величина ρ , а значить, і функція $K(\rho)$, можуть вважатись сталими в межах однієї зони Френеля. В такому наближенні інтеграл в рівнянні (2.3) для n -тої зони Френеля подамо так:

$$K_n \int_{r+(n-1)\lambda/2}^{r+n\lambda/2} \exp(-ik\rho) d\rho = (-1)^{n+1} \frac{2K_n}{ik} \exp(-ik\rho), \quad (2.4)$$

де K_n — середнє значення функції $K(\rho)$ для n -тої зони Френеля. Якщо N загальне число зон, від яких надходять вторинні хвилі в точку спостереження P , то рівняння (2.3) для напруженості електричного поля суперпозиції хвиль в т. P можна подати у вигляді знакозмінної суми:

$$E = E_1 - E_2 + E_3 - \dots + E_N, \quad (2.5)$$

де непарні складові є додатними, а парні — від'ємними. Враховуючи (2.3) і (2.4), загальний член ряду (2.5) подамо так:

$$E_n = (-1)^{n+1} \frac{4\pi K_n}{ik(r_0 + r)} \exp[i(\omega t - kr_0 - kr)]. \quad (2.6)$$

Слід підкреслити дві найбільш суттєві особливості суперпозиції вторинних хвиль в точці спостереження, поданої рівнянням (2.5). По-перше, найближчі складові суми (2.5) є протилежними за знаками, це означає, що *коливання напруженості електричного поля вторинних хвиль, що надходять від сусідніх зон Френеля, здійснюються в протифазі*. Цей результат витікає з самого методу побудови зон Френеля, коли значення ρ для кожної наступної зони обиралось більшим від попереднього на $\lambda/2$, тобто коливання хвиль, що надходять від кожної наступної зони, запізнюються щодо попередньої на $\lambda/2$. По-друге, *абсолютні значення множників K_n , а значить, і членів суми (2.5), поступово зменшуються з ростом номеру зони n* .

В рівнянні (2.5) номер зони n набуває значень від 1 до N . Якщо ж n набуватиме значень від 2 до $N+1$, то сума в (2.5) буде такою ж, але знаки складових ряду стануть протилежними, оскільки в (2.4) множник $(-1)^{n+1}$ слід замінити на $(-1)^n$:

$$E = E_2 - E_3 + \dots - E_N + E_{N+1}. \quad (2.7)$$

Склавши ліві і праві частини рівнянь (2.5) і (2.7), одержимо

$$E = \frac{1}{2}(E_1 + E_{N+1}). \quad (2.8)$$

Враховуючи поступове зменшення абсолютної величини членів ряду (2.6), можна вважати $E_{N+1} \cong E_N$ і (2.8) подати так:

$$E = \frac{1}{2}(E_1 + E_N). \quad (2.9)$$

Таким чином, *хвильове збурення, що утворюється N -першими зонами Френеля в точці спостереження P , дорівнює половині від суми збурень, що утворюють крайні зони.*

В 1882 р. Г. Кірхгоф показав, що принцип Гюйгенса — Френеля витікає з хвильових рівнянь оптики. Згідно з його теорією $K(\alpha) = (1 + \cos \alpha)/\lambda$. Це означає, що коефіцієнт нахилу $K(\alpha) = 0$ не при $\alpha = \pi/2$, як це припускав О. Френель, а при $\alpha = \pi$. Тому відпадає необхідність враховувати дію тільки тої половини сферичного фронту, що обернена до точки спостереження P .

При визначенні збурення в довільній т. P , що утворюється від повністю відкритого сферичного хвильового фронту, останній (N -тій) зоні Френеля відповідає значення $E_N = 0$ (див. (2.6)), а тому рівняння (2.9) спрощується:

$$E = \frac{1}{2} E_1 = \frac{2\pi K_1}{ik(r_0 + r)} \exp \left\{ i \left[\omega t - k(r_0 + r) \right] \right\}. \quad (2.10)$$

Таким чином, *при вільному поширенні світлової хвилі у просторі (коли поверхня хвильового фронту не обмежується ніякими перепонами) напруженість електричного поля в довільно обраній точці спостереження P складає половину значення напруженості поля, викликаной дією тільки першої зони Френеля.*

Фаза коливань вторинних хвиль. При вільному поширенні сферичної хвилі напруженість електричного поля в довільно обраній точці спостереження P (рис. 6.2) можна подати, опираючись на рівняння (2.1):

$$E = \frac{1}{r_0 + r} \exp \left\{ i \left[\omega t - k(r_0 + r) \right] \right\}. \quad (2.11)$$

Порівнюючи (2.11) з (2.10), знайдемо

$$K_1 = \frac{ik}{2\pi} = \frac{k}{2\pi} \exp(i\pi/2). \quad (2.12)$$

Таким чином, множник K_1 , а також всі інші множники $K_2, K_3, \dots$ є уявними величинами. Це означає, що *вторинні хвилі (хвилі Гюйгенса)*

випереджають за фазою коливання електричного поля в точках хвильового фронту на величину $\pi/2$.

Метод графічного складання амплітуд. Висновки, одержані при розгляді методу зон Френеля, можуть бути одержані за допомогою графічного опису гармонічних коливань, що відповідають електромагнітним хвилям. Як відомо, кожне гармонічне коливання можна описати за допомогою вектора амплітуди, що утворює з напрямом коливань ОХ деякий кут, рівний фазі коливань. Довжина вектора амплітуди дорівнює амплітуді коливань. Скористаємося такою методою для визначення результуючої амплітуди коливань вектора E в даній точці простору. Для цього розділимо кожну з зон Френеля на певну кількість елементарних зон (наприклад, шість). Довжини векторів, що відповідають окремим, рівним за площею елементарним зонам, поступово зменшуються внаслідок збільшення кута α . Кожний вектор повернутий відносно попереднього на невеликий кут, що дорівнює різниці фаз між відповідними коливаннями. Оскільки в межах однієї зони Френеля фаза коливань змінюється на π , то при поділі на 6 частин кожний наступний вектор утворює з попереднім кут $\pi/6$. Для кожної зони Френеля характеризується сумою шести векторів (рис. 6.4, а).

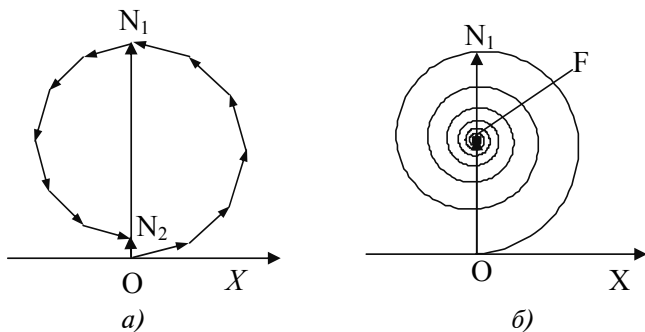


Рис. 6.4. Графічне складання амплітуд

Амплітуда світлової хвилі, що надходить від першої зони Френеля, визначається вектором ON_1 , другої — ON_2 і т. д. Довжини цих векторів, як і елементарних векторів, поступово зменшуються. Якщо ж кожну зону Френеля розбити на велику кількість елементарних зон, то ламані лінії на рис. 6.4, а перейдуть в плавні дуги, і в результаті можна одержати спіраль з фокусом в т. F (рис. 6.4, б). На цій спіралі

дія першої зони Френеля визначається вектором ON_1 , а всього відкритого хвильового фронту — вектором OF , що вдвоє коротший від ON_1 . Як видно з рис. 6.4, б, результуючий вектор OF складає з напрямом коливань на поверхні хвильового фронту (напрямом OX) кут $\pi/2$. Це відповідає зробленому вище висновку про випередження фази вторинних хвиль Гойгенса порівняно з коливаннями на поверхні хвильового фронту на величину $\pi/2$.

Метода графічного складення амплітуд дозволяє також якісно визначити амплітуду і фазу результуючого електричного поля, коли на шляху світлової хвилі розташована непрозора перепона, що обмежує кількість діючих зон Френеля.

Основні результати складення амплітуд. Методи зон Френеля та графічного складення амплітуд дозволяють зробити ряд важливих висновків.

1. При повністю відкритому хвильовому фронті результуюча інтенсивність світла (нагадаємо, що вона пропорційна квадрату амплітуди світлової хвилі) в довільній точці спостереження складає $1/4$ інтенсивності світла, випромінюваного першою зоною Френеля (оскільки $E = E_1/2$, див. рівняння (2.10)).

2. Якщо обмежити дію сферичного хвильового фронту непрозорим екраном з отвором, що вміщує лише першу зону Френеля, то інтенсивність світла в точці спостереження буде в 4 рази більшою порівняно з повністю відкритим хвильовим фронтом (оскільки $E = E_1$, див. рівняння (2.5)).

3. Якщо закрити всі парні зони Френеля (в рівнянні (2.5) відповідні складові є від'ємними), то інтенсивність світла в точці спостереження суттєво збільшиться. Дійсно, в такому разі рівняння (2.5) набуде вигляду $E = E_1 + E_3 + E_5 \dots$, де всі складові будуть додатними.

Зонна платівка. Якщо за допомогою спеціального екрану, що одержав назву зональної платівки, змінити фази всіх парних зон Френеля на протилежні (тобто на величину π), то в рівнянні (2.5) всі складові стануть додатними. Це означає, що в точці спостереження буде сконцентровано максимальну світлову енергію. Для досягнення такого ефекту Вуд виготовив зональну платівку, в якій оптична товщина парних і непарних зон Френеля відрізнялась на $\lambda/2$.

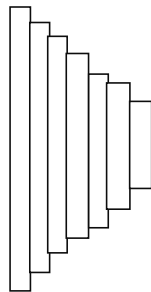


Рис. 6.5. Структура східчастої зональної платівки

Для цього скляна платівка покривалась тонким шаром лаку, на якому відповідним чином гравіювались кільцеві зони Френеля. Використовуючи прозорий матеріал, можна утворити східчасту зональну платівку (рис. 6.5).

Товщина сходинок повинна бути такою, щоб фаза коливань кожної наступної зони змінювалась на π щодо попередньої. Східчасті зональні платівки концентрують світлове випромінювання подібно збирним лінзам. Тому часто зональні платівки називають плоскими лінзами.

§ 3. ДИФРАКЦІЯ ФРЕНЕЛЯ

Явище дифракції прийнято класифікувати в залежності від відстані джерела світла та точки спостереження до перепони, розташованої на шляху світла. Якщо така відстань є безмежно великою, то має місце дифракція в паралельних променях (плоский хвильовий фронт), яку називають *дифракцією Фраунгофера*. При малих відстанях має місце *дифракція Френеля* в непаралельних променях (хвильовий фронт сферичний). Розглянемо типові задачі дифракції Френеля.

Дифракція світла на круглому отворі. Розглянемо дифракцію світла на круглому отворі, розташованому в непрозорому екрані E_1 (рис. 6.6).

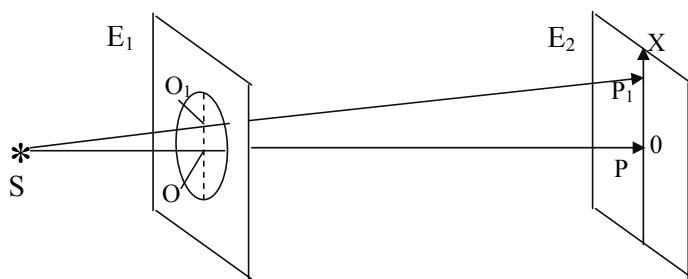


Рис. 6.6. Дифракція світла на круглому отворі

В даному разі використовується точкове джерело світла S . Дифракційна картина спостерігається на екрані E_2 . Розв'язок дифракційної задачі за методом зон Френеля потребує введення наступних припущень. По-перше, частина фронту світлової хвилі, що закривається

непрозорою частиною екрану E_1 , не спричиняє виникнення електричного поля в точці спостереження. По-друге, отвір на екрані E_1 ніяк не впливає на проходження світла. Такі припущення означають, що інтегрування в (2.3) повинно здійснюватись виключно *в межах площі круглого отвору*. Слід також зауважити, що наведені припущення щодо взаємодії світла з перепорою будуть використовуватись у всіх подальших задачах дифракції.

Розглянемо картину розподілу інтенсивності дифрагованого світла на екрані E_2 . Для цього проведемо допоміжну поверхню так, щоб вона співпала з поверхнею екрану E_1 , а в області отвору — з фронтом хвилі. Визначимо напруженість електричного поля (i , відповідно, інтенсивність світла) в центрі дифракційної картини в точці Р, розташованій на лінії, що проходить через джерело світла і центр отвору О. Для цього розіб'ємо фронт хвилі в межах отвору на зони Френеля. В залежності від розміру отвору та довжини хвилі число зон, що впливають на збурення електричного поля в точці спостереження Р, може бути парним або непарним. З рівняння (2.5) зрозуміло, що при парному числі зон в т. Р спостерігається мінімум (рис. 6.7, а), а при непарному числі зон — максимум інтенсивності світла (рис. 6.7, б).

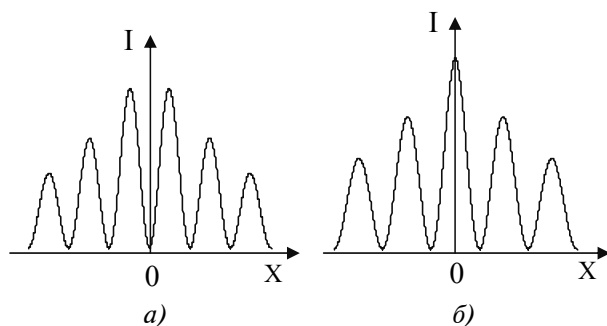


Рис. 6.7. Розподіл інтенсивності світла, дифрагованого від круглого отвору

До того ж, як видно з аналізу додавання векторів амплітуд, максимальна інтенсивність світла в т. Р спостерігається, коли в межах отвору розташована лише перша зона Френеля, а мінімальна — коли дві зони Френеля. Таким чином, поступово збільшуючи діаметр отвору, можна спостерігати чергування максимумів і мінімумів в центрі дифракційної картини. Для аналізу результуючої інтенсив-

ності світла в іншій точці екрану E_2 (наприклад, точці P_1) необхідно розбити фронт хвилі на зони Френеля з центром в точці O_1 , що знаходиться на прямій SP_1 . В такому випадку деякі зони Френеля будуть частково закритими. Тому інтенсивність світла в т. P_1 буде визначатись як числом зон, що вміщуються в межах отвору, так і величиною їх часткового перекриття. Зокрема, при віддаленні точки O_1 від центру отвору (рис. 6.7) інтенсивність відповідних максимумів буде зменшуватись. Враховуючи симетрію променів відносно центральної лінії SP , на екрані E_2 будемо спостерігати дифракційну картину у вигляді концентричних світлих (максимумів) і темних (мінімумів) кілець з центром у точці P . Зауважимо, що число максимумів і мінімумів залежить від монохроматичності світлового випромінювання. Зокрема, в немонохроматичному світлі число екстремумів дифракційної картини значно зменшується.

Дифракція світла на круглій перепоні. Між джерелом світла і екраном для спостереження E_2 знаходиться непрозора перепона Π у вигляді круга, площина якого перпендикулярна центральній лінії SP (рис. 6.8).



Рис. 6.8. Схема досліду з дифракції світла на круглій перепоні

Розіб'ємо фронт світлової хвилі в місці розташування перепони на зони Френеля. Нехай перепона закриває m -зон Френеля. В такому разі сумарна амплітуда в точці спостереження P визначається половиною суми діючих зон Френеля. Це означає, що необхідно здійснити складення амплітуд починаючи з $m+1$ зони, а тому напруженість електричного поля в т. P , згідно (2.10), буде рівна $E_{m+1}/2$. Таким чином при дифракції на круглій перепоні в центрі екрану (в т. P) спостерігається світла пляма. Далі навкруги т. P розташовуються дифракційні мінімуми і максимуми у вигляді концентричних темних і світлих кілець. Світла пляма, що виникає в області геометричної тіні непрозорої перепони, одержала назву *плями Пуассона*, який на основі теорії

Френеля вперше передбачив це явище. Слід зауважити, що яскравість плями Пуассона зростає при зменшенні розмірів перепони.

Дифракція на прямолінійному краю непрозорого екрану. Світло від точкового джерела S (рис. 6.9) падає на непрозорий екран E_1 , що має прямолінійний край вздовж осі OY (перпендикулярній площині рисунка).

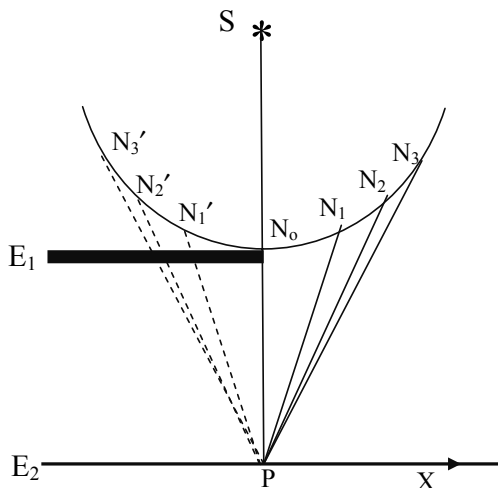


Рис. 6.9. Утворення зон Шустера при дифракції світла на прямолінійному краю непрозорого екрану в разі, коли точка спостереження P розташована під краєм екрану E_1

Припустимо, що екран E_1 є нескінченним вздовж напрямку осі OY . Спостереження світлового потоку здійснюються на екрані E_2 , розташованого паралельно першому екрану. Вісь OX розташуємо перпендикулярно прямолінійному краю екрану E_1 . В схемі, поданій на рис. 6.9, хвильовий фронт обмежений прямолінійним краєм екрану E_1 , що й спричиняє дифракцію світла. Для аналізу дифракційної картини необхідно, як і в попередніх задачах, здійснити поділ хвильового фронту на зони. Проте в даному разі метод утворення зон буде дещо іншим: фронт хвилі буде поділятися за допомогою **площин**, що проходять через точку P і точки $N_1, N_2, N_3, \dots$ паралельно ребру екрану, так щоб задовольнялась вимога $N_1P - N_0P = N_2P - N_1P = N_3P - N_2P = \dots = \lambda/2$. Лініями перетину цими площинами площини рисунку є $N_0P, N_1P, N_2P, \dots$ Такий поділ хвильового фронту в певній мірі подібний до поділу по-

верхні Землі меридіанами. Проте, на відміну від поділу меридіанами, в утворюваних зонах, що називають зонами Шустера, величини $N_0 N_1 > N_1 N_2 > N_2 N_3 \dots$. Тому площі зон будуть зменшуватись в міру їх віддалення від центральної точки N_0 сферичного фронту. Розрахунки показують, що відношення площ цих зон до площі першої зони становлять $1 : 0,41 : 0,32 : 0,27 : 0,23 : 0,22 \dots$. Видно, що площі перших зон зменшуються швидко, а потім, починаючи з п'ятої, таке зменшення стає незначним. Збурення в точці Р, викликане хвильовим фронтом в межах утворених зон, буде зменшуватись в міру збільшення номеру зони. Для визначення розподілу інтенсивності світла на екрані E_2 скористаємося методом графічного складення амплітуд. На відміну від попередніх задач, де площі зон Френеля були однаковими, аналогічна побудова дає більш складну спіраль, що має дві симетричні щодо початку координат частини (рис. 6.10).

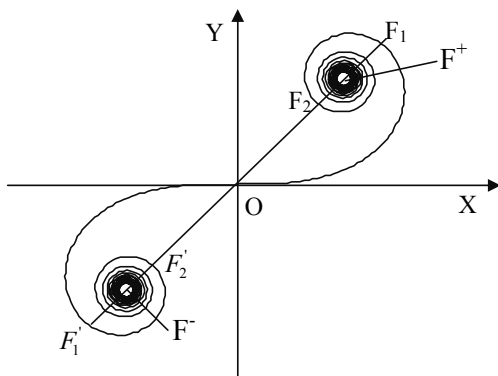


Рис. 6.10. Спіраль Корню

Кожна з цих частин спочатку похила, що викликано різким зменшенням площі перших зон Шустера, а потім переходить в спіраль, подібну показаній на рис. 6.4. Права частина спіралі характеризує відкриту праву частину хвильового фронту. Аналогічно правій частині, але з протилежним знаком, утворюється і ліва частина спіралі, що характеризує ліву щодо точки N_0 частину хвильового фронту (на рис. 6.9 це закриті зони Френеля $N_0 N_1'$, $N_1' N_2'$, $N_2' N_3', \dots$). Точки F^+ і F^- , які є асимптотами спіралі, називають полюсами. Утворену спіраль (рис. 6.10) називають *спіраллю Корню*. Аналітичний розрахунок спіралі Корню здійснюється за допомогою інтегралів Френеля:

$X(S) = \int_0^S \cos\left(\frac{\pi s^2}{2}\right) ds$, $Y(S) = \int_0^S \sin\left(\frac{\pi s^2}{2}\right) ds$, де параметр S є довжиною дуги спіралі, що відраховується від початку координат O . Симетричність правої і лівої частин спіралі Корню пояснюється симетричністю розташування правої і лівої частин хвильового фронту щодо точки N_0 . Точка O на спіралі є точкою перегину.

В точці P , розташованій на прямій SN_0 під краєм екрану E_1 , результуюча амплітуда буде визначатись світловим збуренням, що спричиняється правою частиною світлового фронту (ліва частина закрита),

а тому $E_{0P} = \sum_{i=0}^{\infty} E_{0i}$, де E_{0i} — амплітуда i -тої зони Френеля, а підсумування ведемо за числом всіх діючих з правої сторони зон. Результуюча амплітуда в такому разі визначається довжиною вектора OF^+ і складає половину амплітуди F^+F^- , яка відповідає повністю відкритому хвильовому фронту (якщо екрану E_1 немає). Таким чином, інтенсивність світла, пропорційна квадратові амплітуди напруженості електричного поля, в точці P складає $1/4 I_0$ (I_0 — інтенсивність світла в т. P у відсутності екрану E_1).

Розташуємо точку спостереження правіше від центру екрану E_2 в точці P_1 (рис. 6.11). Точка поділу хвильового фронту N_0 розташована

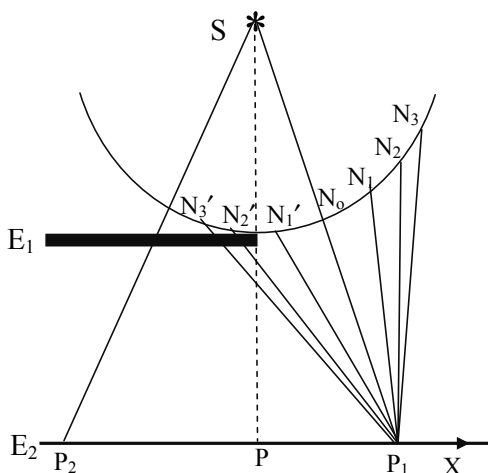


Рис. 6.11. Утворення зон Шустера при дифракції світла на прямолінійному краєві непрозорого екрану в разі, коли точки спостереження P_1 і P_2 не розташовані під краєм екрану E_1

на прямій SP_1 і зміщена вправо від краю екрану E_1 . Тому результуюча амплітуда в т. P_1 буде визначатись світловим збуренням, що спричиняється повністю відкритою правою і частково відкритою лівою поверхнями хвильового фронту:

$E_{0P_1} = \sum_{i=0}^{\infty} E_{0i} + \sum_{j=0}^n E_{0j}$, де E_{0j} — амплітуда j -тої відкритої з лівої сторони зони Френеля, n — число відкритих з лівої сторони зон Френеля. Зрозуміло, що амплітуда E_{0P_1} буде залежати від числа відкритих з лівої сторони зон Френеля.

При переміщенні т. P_1 вправо число діючих зон Френеля з правої сторони залишається безмежним, а з лівої — збільшується. Останнє означає переміщення по спіралі Корню вліво від точки 0. Наприклад, якщо з лівої сторони хвильового фронту відкрита одна зона Френеля, то $E_{0P_1} = OF^+ + OF_1' = F^+F^- + F^-F_1'$ (див. рис. 6.10). Тому на екрані E_2 в т. P_1 спостерігаємо максимум інтенсивності світла, що визначається квадратом величини F^+F_1' . Якщо з лівої сторони хвильового фронту відкрито дві зони Френеля, то $E_{0P_1} = OF^+ + OF_2' = F^+F^- - F^-F_2'$ і в точці P_1 спостерігаємо мінімум інтенсивності світла. В міру віддалення точки спостереження вправо інтенсивність дифракційних максимумів буде зменшуватись (рис. 6.12). При $n \rightarrow \infty$ (т. P_1 безмежно віддаляється вправо від краю екрану E_1) ліва частина спіралі Корню повністю відкривається і амплітуда E_{0P_1} наближається до F^+F^- , тобто інтенсивність світла стає рівною I_0 , як і при відсутності екрану E_1 .

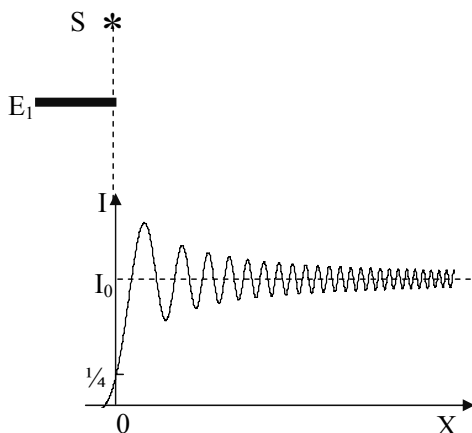


Рис. 6.12. Розподіл інтенсивності світла, дифрагovanого від прямолінійного краю непрозорого екрану

Розташуємо точку спостереження лівіше від центру екрана E_2 в точці P_2 (рис. 6.11). Точка поділу хвильового фронту N_0 розташована на прямій SP_2 і буде зміщена вліво від краю екрану E_1 . Тому результуюча амплітуда в т. P_2 буде визначатись світловим збуренням, що спричиняється лише частково відкритою правою частиною хвильового фронту: $E_{0P_2} = \sum_{i=m}^{\infty} E_{0i}$, де m — номер першої відкритої справа зони Френеля. Переміщенню т. P_2 вліво відповідає переміщення по спіралі Корню вправо від т. 0. Наприклад, коли закрита перша зона Френеля правої половини хвильового фронту, то амплітуда $E_{0P_2} = F^+ F_1$, коли закрито дві зони — $E_{0P_2} = F^+ F_2$ і т. д. Враховуючи, що величини $F^+ F_1, F^+ F_2, F^+ F_3, \dots$ поступово зменшуються, можна зробити висновок, що при віддаленні точки спостереження в область тіні екрану E_1 інтенсивність світла плавно зменшується до нуля (рис. 6.12). Це означає, що межа розділу світло — тінь розмивається.

§ 4. ДИФРАКЦІЯ ФРАУНГОФЕРА НА ЩІЛИНІ

Щілиною називають прямокутний отвір, що має незначну ширину і практично нескінченну довжину. В дійсності прямокутний отвір шириною 0,01–0,04 мм і довжиною в кілька міліметрів є щілиною. Для дослідження дифракції розглянемо схему, подану на рис. 6.13. В даному разі фронт світлової хвилі є плоским. Для спрощення приймемо, що світло падає нормально площині екрану E_1 , що містить щілину АВ. Паралельний пучок світла при проходженні через щілину дифрагує під різними кутами φ . Лінза Л збирає паралельні пучки світла і фокусує їх в площині екрану E_2 . Промені, що не зазнають дифракції, фокусуються в точці Р, яку приймемо за початок відліку кута дифракції.

Розподіл інтенсивності дифрагованого світла. Для визначення розподілу інтенсивності дифрагованого світла від кута дифракції φ застосуємо аналітичний метод розрахунку. Для цього розіб'ємо фронт хвилі в межах площини щілини на паралельні смуги рівної ширини. Це означає, що амплітуди світлових хвиль, що надходять від таких смуг хвильового фронту, будуть однаковими. Однаковими будуть і фази відповідних хвиль (всі смуги знаходяться в площині хвильового фронту). Ширину кожної смуги (елементарної смуги) позначимо через dx . Виділимо елементарну смугу, розташовану на відстані x (АВ₁)

від лівого краю щілини (рис. 6.13). На рис. 6.13 наведено хід променів, що дифрагують під довільним кутом φ . Ці промені, порівняно з тими, що не зазнають дифракції ($\varphi=0$), мають різницю фаз $B_1C_1 = \Delta = x \sin \varphi$. Враховуючи, що лінза не вносить додаткової різниці ходу, розподіл фази хвиль в точці P_φ буде таким, як і в площині АС. Тому збурення довільною смугою хвильового фронту dx в площині АС, а значить, і в т. P_φ на екрані E_2 , описується рівнянням

$$dE_\varphi = \frac{E_0}{a} \cos(\omega t - k\Delta) dx, \quad (4.1)$$

де E_0 — амплітуда падаючої хвилі на всій ширині щілини, a — ширина щілини.

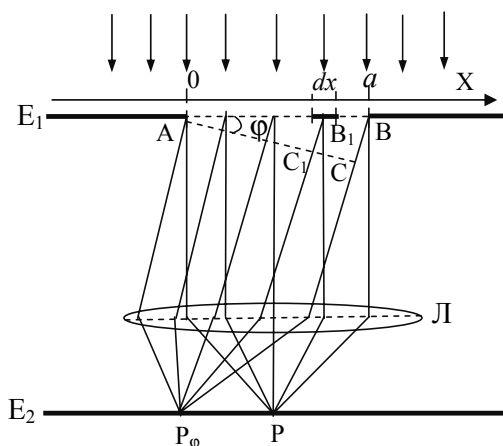


Рис. 6.13. Дифракція плоскої хвилі на щілині

Хвилі, що надходять від елементарних смуг хвильового фронту АВ, є когерентними, а тому задача визначення результуючої амплітуди в точці P_φ є інтерференційною задачею. Це означає, що необхідно визначити суперпозицію хвиль в точці P_φ , враховуючи їх амплітуди і фази. Для цього проведемо інтегрування виразу (4.1) по всій ширині щілини:

$$E_\varphi = \frac{E_0}{a} \int_0^a \cos(\omega t - kx \sin \varphi) dx = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}} \cos\left(\omega t - \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}\right). \quad (4.2)$$

З рівняння (4.2) виділимо амплітуду світлової хвилі в т. P_φ :

$$E_{0\varphi} = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}\right)}{\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}} \equiv E_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}, \quad (4.3)$$

де $\alpha \equiv \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}$. Враховуючи, що інтенсивність світла пропорційна квадрату амплітуди світлової хвилі, з рівняння (4.3) одержимо розподіл інтенсивності дифрагованого світла:

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 \alpha}{\alpha^2}, \quad (4.4)$$

де I_0 — інтенсивність світла, що надходить від усієї щілини в напрямку первинного потоку ($\varphi=0$). На рис. 6.14 подано розподіл інтенсивності дифрагованого світла за рівнянням (4.4) в залежності від величини $a \sin \varphi$, яка є різницею ходу світлових хвиль, що дифрагують від протилежних сторін щілини.

Аналіз дифракційної картини. Розглянемо умови утворення дифракційних екстремумів. При $\alpha=0$ спостерігається центральний максимум світлового потоку, що не зазнає дифракції. Наступні максимуми є дифракційними ($\varphi \neq 0$) і спостерігаються при $\alpha = (2m+1)\pi/2$ ($m=1, 2, 3\dots$). Враховуючи прийняте для α позначення, умову утворення дифракційних максимумів можна подати так:

$$a \sin \varphi = (2m+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (4.5)$$

Слід відзначити, що *інтенсивність дифракційних максимумів швидко спадає з ростом їх порядку*. Якщо прийняти інтенсивність центрального максимуму за одиницю, то інтенсивності максимумів порядку 1, 2, 3... будуть співвідноситись як 1 : 0,047 : 0,008 : 0,005 ... Таким

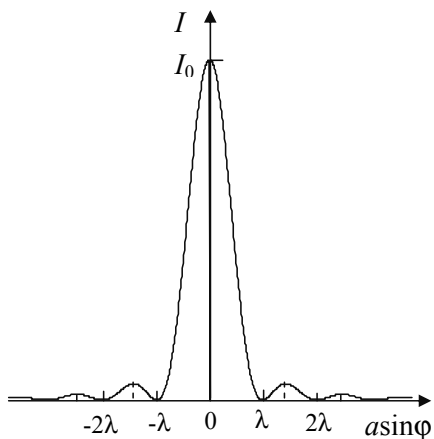


Рис. 6.14. Розподіл інтенсивності світла, дифрагованого від щілини

чином, при дифракції від щілини основна частина світлового потоку сконцентрована в центральному максимумі.

При $\alpha = m\pi$ утворюються мінімуми дифракційної картини. Враховуючи позначення величини α , одержимо умову утворення мінімумів в термінах різниці ходу дифрагованих хвиль: $a \sin \varphi = m\lambda$.

Аналізуючи умови утворення дифракційних екстремумів, легко помітити, що величина кута дифракції φ залежить від відношення λ/a . Для того щоб кути дифракції мали значення, достатні для спостереження, необхідно, щоб *ширина щілини була величиною порядку довжини хвилі*. Збільшення ширини щілини приводить до наближення дифракційних максимумів і мінімумів до центрального максимуму за рахунок зменшення кута дифракції.

Дифракція немонохроматичного світла. Розглянемо, як зміниться дифракційна картина при освітленні щілини немонохроматичним світлом. Для цього слід звернути увагу на те, що умови утворення дифракційних екстремумів залежать від довжини хвилі. Зокрема, при збільшенні довжини хвилі кут дифракції зростає, що означає зміщення максимумів і мінімумів відносно центру дифракційної картини. Зазначимо, що центральний максимум ($\varphi=0$) таких змін не зазнає, тому що його положення не залежить від довжини хвилі. Область центрального максимуму є білою при освітленні білим світлом. Дифракційні максимуми ($m=1, 2, 3\dots$) розпливаються і набувають забарвлення (від фіолетового до червоного при освітленні білим світлом). Проте при дифракції від однієї щілини роздільна здатність є досить малою, а тому зазначене чергування кольорів в області максимумів практично не спостерігають.

§ 5. ДИФРАКЦІЯ ФРАУНГОФЕРА НА ДИФРАКЦІЙНІЙ ҐРАТЦІ

Дифракційна ґратка утворюється з періодично розташованих щілин, паралельних одна одній. Позначимо період дифракційної ґратки $l=a+b$, де a — ширина щілини, b — ширина непрозорого проміжку між щілинами. Враховуючи, що величина l не залежить від зовнішніх факторів, період ґратки часто називають *сталюю ґратку*.

Розподіл інтенсивності дифрагованого світла. Припустимо, що паралельний пучок світла падає нормально на площину ґратки (рис. 6.15).

Дифракційна картина від ґратки є результатом дифракції світла від кожної щілини та наступної інтерференції хвиль від N щілин. Та-

ким чином, *результатом дифракції світла від ґратки є багатопроменева інтерференція*. Тому для визначення розподілу інтенсивності світла від кута дифракції необхідно розглянути суперпозицію N когерентних хвиль, що надходять від кожної щілини. Хвилі, дифраговані під довільним кутом φ від однієї щілини, мають однакову амплітуду $E_{0\varphi}$, що визначається рівнянням (4.3). Різниця фаз хвиль, дифрагованих від сусідніх щілин, складає $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} l \sin \varphi$, де $l \equiv AB$, а $l \sin \varphi \equiv BC$ (див. рис. 6.15). Здійснимо графічне складання амплітуд світлових хвиль, дифрагованих від N щілин (рис. 6.16). При цьому враховуємо, що амплітуди хвиль однакові (тобто довжини векторів однакові), а фази кожної наступної хвилі відрізняються від попередньої на величину δ (тобто нахил векторів змінюється на δ).

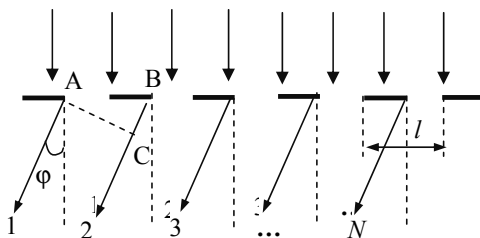


Рис. 6.15. Дифракція плоскої хвилі на дифракційній ґратці

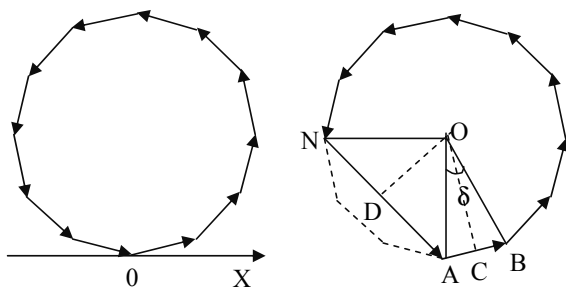


Рис. 6.16. Графічне складання амплітуд хвиль, дифрагованих від N щілин ґратки

Якщо різниця фаз хвиль, дифрагованих від першої і N -тої щілин, буде рівна 2π (тобто $N\delta = 2\pi$), то має місце мінімум дифракції. При цьому ламана крива суми векторів є замкнутою (рис. 6.16, а). Якщо

ж умова мінімуму не виконується, то сума векторів не є замкнутою (рис. 6.16, б), а довжина вектора NA дорівнює амплітуді хвилі $E'_{0\varphi}$, дифрагованої від ґратки під кутом φ . Основуючись на геометричних розрахунках, можна подати співвідношення для амплітуди дифрагованого світла так: $E'_{0\varphi} = 2OA \sin\left(\frac{N\delta - 2\pi n}{2}\right) = \frac{AB}{\sin \delta/2} \sin\left(\frac{N\delta - 2\pi n}{2}\right)$, де n — це число повних обертів, що здійснює ламана крива при підсумуванні векторів. Враховуючи, що довжина вектора AB є амплітудою $E_{0\varphi}$ світлової хвилі, дифрагованої від однієї щілини, та співвідношення для різниці фаз δ , одержимо рівняння, що визначає амплітуду світла дифрагованого від ґратки:

$$E'_{0\varphi} = E_{0\varphi} \frac{\sin[(\pi N l \sin \varphi)/\lambda]}{\sin[(\pi l \sin \varphi)/\lambda]}. \quad (5.1 \text{ а})$$

Використовуючи рівняння (5.1 а), визначимо інтенсивність дифрагованого від ґратки світла (квадрат амплітуди світлової хвилі пропорційний інтенсивності світла):

$$I'_{\varphi} = I_{\varphi} \frac{\sin^2[(\pi N l \sin \varphi)/\lambda]}{\sin^2[(\pi l \sin \varphi)/\lambda]}, \quad (5.1 \text{ б})$$

де I_{φ} — інтенсивність світла, дифрагованого під кутом φ від однієї щілини, що визначається рівнянням (4.4).

Екстремуми дифракційної картини. Проведемо спочатку аналіз основної функції рівняння (5.1 б), що визначає положення дифракційних екстремумів:

$$F(\varphi) \equiv \frac{\sin^2[(\pi N l \sin \varphi)/\lambda]}{\sin^2[(\pi l \sin \varphi)/\lambda]}. \quad (5.2)$$

Як видно з рівняння (5.2), функція $F(\varphi)$ набуває мінімуму за умови $(\pi N l \sin \varphi)/\lambda = m\pi$. Інакше умову мінімуму можна подати в термінах різниці ходу хвиль, що надходять від двох сусідніх щілин ґратки:

$$l \sin \varphi = m\lambda / N. \quad (5.3)$$

Максимум інтенсивності дифрагованого від ґратки світла досягається за двох умов. Якщо $(\pi l \sin \varphi)/\lambda = m\pi$, то мають місце *головні максимуми*. Умову утворення головних максимумів подамо у вигляді

$$l \sin \varphi = m\lambda. \quad (5.4)$$

Якщо ж $(\pi N l \sin \varphi) / \lambda = (2m + 1) \frac{\pi}{2}$, то мають місце так звані *додаткові максимуми* (їх інтенсивність значно менша порівняно з основними). Умову утворення додаткових максимумів подамо так:

$$l \sin \varphi = (2m + 1) \lambda / (2N). \quad (5.5)$$

Одержані умови утворення дифракційних екстремумів можуть зазнавати змін з урахуванням функції I_φ (див. рівняння (4.4)). Так, якщо певні максимуми функції F співпадають з мінімумами функції I_φ , то в результаті цього такі максимуми зникають.

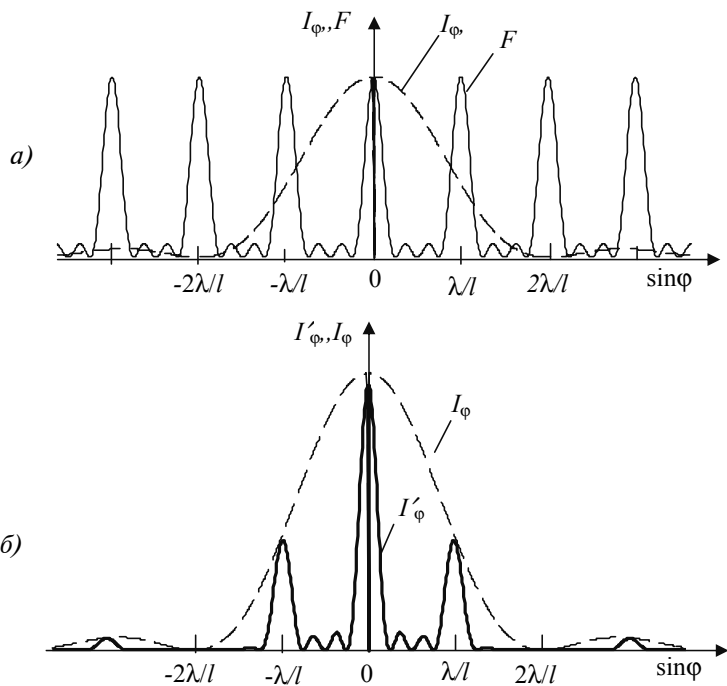


Рис. 6.17. Залежності функцій F , I_φ , I'_φ від кута дифракції для ґратки з $N=4$, $l=2a$

На рис. 6.17, а наведено графіки функцій I_φ , $F(\varphi)$, розрахованих для $N=4$, $l=2a$. В даному разі максимуми функції $F(\varphi)$ порядку $m=2, 4, \dots$ попадають в мінімуми функції I_φ . Це призводить до того, що дифракційна картина від даної ґратки не має максимумів парного

порядку. До того ж, як видно з рис. 6.17, б, інтенсивність дифракційних максимумів функції I' різко спадає при збільшенні кута дифракції у відповідності з функцією I_ϕ . Між двома головними максимумами спостерігається $(N-2)$ додаткових максимуми та $(N-1)$ мінімуми.

При освітленні дифракційної ґратки монохроматичним світлом в максимумах не нульового порядку спостерігається *розкладання світла в спектр*. Це викликано залежністю положення дифракційних максимумів від довжини хвилі (рівняння (5.4)). Центральний максимум нульового порядку є «білим», оскільки його положення не залежить від довжини хвилі.

§ 6. ДИФРАКЦІЙНА ГРАТКА ЯК СПЕКТРАЛЬНИЙ ПРИЛАД

Аналіз дифракційної картини, одержаної від ґратки, свідчить про можливість розкладання в спектр монохроматичного випромінювання в області дифракційних максимумів. Це означає, що дифракційні ґратки можуть бути застосованими як спектральні прилади (дифракційні спектрографи, спектрометри тощо). Ґратки, що не утворюють додаткової різниці фаз при проходженні через них світла, називають *амплітудними*. В амплітудних ґратках чергування плоских прозорих і непрозорих ділянок призводить до зміни лише амплітуди хвилі вздовж напрямку, перпендикулярного штрихам (щілинам) ґратки. Проте, як видно з попереднього розгляду (див. § 5), основна енергія світлового випромінювання, що проходить через амплітудну ґратку, сконцентрована в нульовому максимумі ($\phi=0$), де розкладу в спектр не виникає.

Фазові дифракційні ґратки. Для перерозподілу енергії в область дифракційних максимумів ($m=1, 2, 3, \dots$) використовують *фазові ґратки*. В фазових ґратках в межах щілини змінюється певним чином фаза світлової хвилі. Це спричиняє зміщення центрального максимуму в область, де кут дифракції $\phi \neq 0$. Наприклад, розглянемо ґратку, у якої профіль ділянок, де знаходяться оптичні щілини, має форму призми (рис. 6.18, а).

Кут при вершині призми позначимо α , а коефіцієнт заломлення призми n . Хід променів при нормальному падінні світла на площину ґратки та кути дифракції $\phi=0$ показано на рис. 6.18, а. Видно, що напрям поширення світла в області центрального максимуму складає величину ϕ_0 , що відмінна від нуля. Дійсно, використовуючи закони заломлення світла для поверхні розділу АВ і АС в межах профільо-

ваної щілини, одержимо два рівняння: $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$ і $\frac{\sin \gamma}{\sin \varphi_0} = \frac{1}{n}$ (позначення кутів див. на рис. 6.18, б). Враховуючи, що $\gamma = \alpha - \beta$, та мале значення кутів α, β, γ , наведені рівняння можна подати так: $\alpha/\beta = n$ і $(\alpha - \beta)/\varphi_0 = 1/n$, що дозволяє визначити кут, під яким спостерігається центральний максимум при дифракції на профільованій ґратці:

$$\varphi_0 = \alpha(n - 1). \quad (6.1)$$

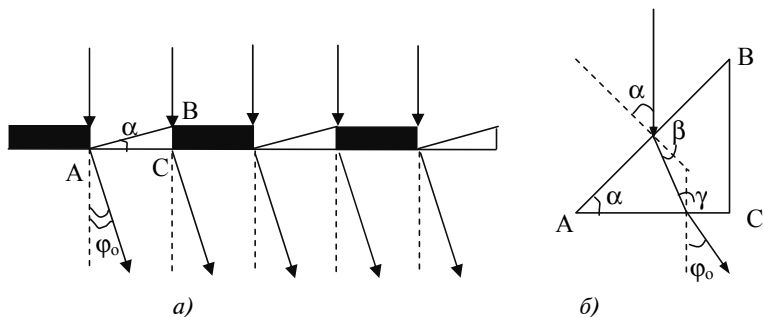


Рис. 6.18. Дифракція світла у профільованій фазовій ґратці

Таким чином, при розрахунку дифракційної картини фазової ґратки в рівнянні (4.3) слід замінити кут φ на $\varphi + \varphi_0$. Це приведе до зміщення центрального максимуму залежності $I_\varphi(\varphi)$ дифракційної картини від щілини. В той же час умови екстремумів функції $F(\varphi)$ в (5.3) не зміняться. В результаті це призводить до перерозподілу енергії світлового випромінювання на користь дифракційних максимумів певного порядку. На рис. 6.19 наведено розподіл інтенсивності дифрагованого світла I'_φ в розглянутій фазовій ґратці, що вносить додаткове зміщення центрального максимуму на $\varphi_0 = 0,005\pi$. Пунктирною лінією показано розподіл інтенсивності світла, дифрагованого від профільованої щілини. Як видно, невелике зміщення центрального максимуму у профільованій ґратці спричиняє до значного підвищення інтенсивності світла в максимумі першого порядку і зменшення інтенсивності світла у центрі дифракційної картини.

Фазові ґратки можуть працювати в режимі відбивання чи пропускання світла. ґратки, що мають високий коефіцієнт відбивання, практично є фазовими (вони не призводять до зміни амплітуди). ґратки, в яких світлова хвиля одночасно зазнає зміни фази і амплітуди, називають **амплітудно-фазовими**.

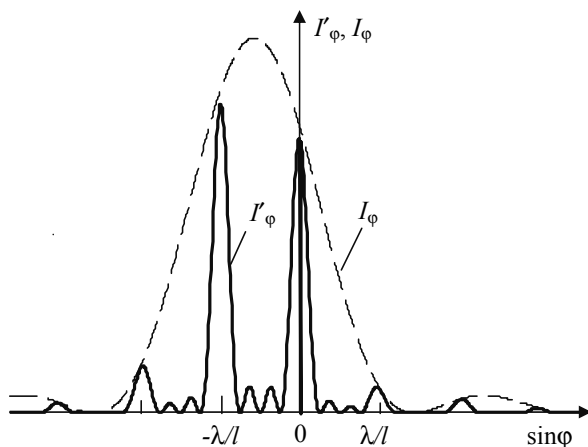


Рис. 6.19. Розподіл інтенсивності світла, дифрагovanого у профільованій ґратці, показаний на рис. 6.18

Основні характеристики дифракційної ґратки як спектрального приладу. При освітленні ґратки немонохроматичним світлом довжиною хвилі в інтервалі від λ до $\lambda + \Delta\lambda$ максимумами m -го і $m+1$ -го порядку можуть перекривати один одного. З умови утворення головних максимумів (5.4) видно, що кут дифракції зростає при збільшенні довжини хвилі. Тому інтервал довжин хвиль $\Delta\lambda$, при якому максимум m -го порядку для довжини хвилі $\lambda + \Delta\lambda$ співпадає з максимумом $m+1$ -го порядку для довжини хвилі λ , визначиться за умови $m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda$. Звідси одержимо просте співвідношення

$$\Delta\lambda = \lambda/m. \quad (6.2)$$

Величина $\Delta\lambda$, що визначається рівнянням (6.2), є **область вільної дисперсії** дифракційної ґратки. Як видно з (6.2), зі збільшенням порядку дифракції зменшується область вільної дисперсії. В межах даного порядку дифракції величина $\Delta\lambda$ для фіолетового випромінювання менша, ніж для червоного. Слід зауважити, що порядок дифракції m є невеликим (звичайно $m < 5$), а тому область вільної дисперсії в дифракційних спектральних приладах значно ширша, ніж, наприклад, в багатопромених інтерференційних спектральних приладах.

Роздільна здатність дифракційної ґратки, як і інших спектральних приладів, визначається відношенням $\lambda/\Delta\lambda$. Для дифракційних спектральних приладів критерій Релея означає, що максимум дифракції

$m+1$ -го порядку на довжині хвилі λ співпадає з найближчим мінімумом m -го порядку на довжині хвилі $\lambda + \Delta\lambda$. В термінах різниці ходу це означає, що

$$l \sin \varphi = m(\lambda + \Delta\lambda) = m\lambda + \lambda/N, \quad (6.3)$$

де λ/N — відстань від основного максимуму m -го порядку (де $l \sin \varphi = m\lambda$) до найближчого до нього мінімуму. З рівняння (6.3) одержимо роздільну здатність дифракційної ґратки:

$$\lambda/\Delta\lambda = mN. \quad (6.4)$$

Як видно з (6.4), роздільна здатність залежить від числа щілин (штрихів) ґратки N і порядку дифракції. Максимальне значення порядку дифракції одержимо з (5.4) за умови, що $\sin \varphi = 1$: $m_{\max} = l/\lambda$. Виходячи з цього, максимальне значення роздільної здатності

$$(\lambda/\Delta\lambda)_{\max} = lN/\lambda = L/\lambda, \quad (6.5)$$

де L — ширина дифракційної ґратки. Таким чином, максимальна роздільна здатність дифракційного спектрального приладу визначається числом довжин хвиль, що розміщуються на ширині ґратки.

Кутова дисперсія дифракційного спектрографа — це кутова відстань між напрямками до двох спектральних ліній, що відрізняються за довжиною хвилі на 1 нм. Якщо двом лініям, що відрізняються за довжиною хвилі на $\delta\lambda$, відповідає різниця кутів дифракції $\delta\varphi$, то кутова дисперсія визначається рівнянням $D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$. Величина D звичайно виражається в рад/нм. Здійснивши диференціювання рівняння (5.4) по величинах φ , λ , одержимо $l \cos \varphi \delta\varphi = m \delta\lambda$. Тому кутову дисперсію дифракційної ґратки можна подати так:

$$D = \frac{m}{l \cos \varphi}. \quad (6.6)$$

Таким чином, кутова дисперсія ґратки тим більша, чим менший її період і більший порядок дифракційного максимуму, в якому спостерігають спектр випромінювання.

Похиле падіння світла на дифракційну ґратку. Розглянемо особливості дифракції світла на ґратці в умовах, коли паралельний пучок світла падає під деяким кутом $\theta \neq 0$ (див. рис. 6.20).

Внаслідок дифракції кут ψ , під яким світло виходить з ґратки, є відмінним від кута падіння θ . Кут дифракції $\varphi = \theta - \psi$. Різниця ходу двох когерентних хвиль, що поширюються від найближчих еквіва-

лентних точок ґратки, становить $O_1A - OB = l(\sin\theta - \sin\psi)$, а тому умова утворення головних дифракційних максимумів згідно з (5.4) набуде вигляду:

$$l(\sin\theta - \sin\psi) = m\lambda. \quad (6.7)$$

Припустимо, що кут дифракції φ є малим, а тому $(\theta + \psi) \approx 2\theta$. Тоді $\sin\theta - \sin\psi = 2\sin\frac{\theta - \psi}{2}\cos\frac{\theta + \psi}{2} \approx \varphi\cos\theta$. В даному наближенні умова максимуму (6.7) набуває вигляду

$$\varphi l \cos\theta = m\lambda. \quad (6.8)$$

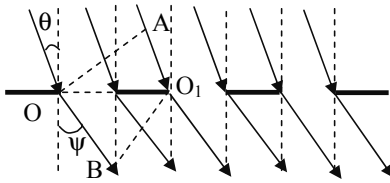


Рис. 6.20. Похиле падіння світла на дифракційну ґратку

Порівнюючи (5.4) і (6.8), можна зробити висновок, що у випадку похилого падіння світла на дифракційну ґратку її період становить $l\cos\theta$, тобто зменшується в порівнянні з нормальним падінням світла на площину ґратки. Тому при збільшенні кута падіння кут дифракції зростає.

§ 7. ДИФРАКЦІЯ НА ГАРМОНІЧНИХ НЕПЕРЕРВНИХ СТРУКТУРАХ

Дифракційна ґратка є періодичною структурою. В найпростіших ґратках амплітудний коефіцієнт пропускання τ рівний 1 в межах щілини і 0 в непрозорих проміжках між щілинами. В фазових ґратках розподіл величини τ вздовж напрямку OX , перпендикулярного щілинам ґратки, є більш складним. Зокрема, якщо залежність $\tau(x)$ є гармонічною функцією, то таку структуру називають **гармонічно неперервною**. Розглянемо дифракцію світла на амплітудно-фазовій ґратці, що є платівкою, амплітудний коефіцієнт пропускання якої змінюється за гармонічним законом:

$$\tau(x) = \frac{E_0^{np}}{E_0} = \frac{1}{2\pi} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \right], \quad (7.1)$$

де l — період ґратки, x — довільна координата в напрямку осі OX , вздовж якої ґратка є безмежною, E_0, E_0^{np} — амплітуди хвиль, що падають і проходять через ґратку в одиничному інтервалі Δx відповідно.

Враховуючи (7.1), амплітуду світлової хвилі, дифрагрованої під кутом дифракції φ з елементу ґратки dx з координатою x , подамо так:

$$dE_{0\varphi} = E_0^{\text{np}} \exp(-ik\Delta) dx = \frac{E_0}{2\pi} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi x}{l}\right) \right] \exp(-ikx \sin \varphi) dx, \quad (7.2)$$

де $\Delta = x \sin \varphi$ — різниця ходу хвиль, дифрагованих в точці, розташованій на початку координат ($x=0$) і довільній точці з координатою x .

Використовуючи формулу Ейлера: $\cos \frac{2\pi x}{l} = \frac{1}{2} \left(e^{i\frac{2\pi x}{l}} + e^{-i\frac{2\pi x}{l}} \right)$, після інтегрування (7.2) одержимо співвідношення для амплітуди світлової хвилі, дифрагваної на гармонічно неперервній структурі:

$$E_{0\varphi} = \frac{E_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ikx \sin \varphi) dx + \frac{E_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[i \left(\frac{2\pi}{l} - k \sin \varphi \right) x \right] dx + \\ + \frac{E_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[-i \left(\frac{2\pi}{l} + k \sin \varphi \right) x \right] dx.$$

Кожну з складових даного рівняння можна записати в термінах δ -функції:

$$E_{0\varphi} = E_0 \delta(k \sin \varphi) + \frac{E_0}{2} \delta \left(\frac{2\pi}{l} - k \sin \varphi \right) + \frac{E_0}{2} \delta \left(\frac{2\pi}{l} + k \sin \varphi \right). \quad (7.3)$$

Рівняння (7.3) має не нульові розв'язки за умови $k \sin \varphi = 0$; $\left(\frac{2\pi}{l} \pm k \sin \varphi \right) = 0$. Враховуючи, що $k = 2\pi/\lambda$, ці умови можна подати так: $\varphi = 0$; $\sin \varphi = \pm \lambda/l$. Це означає, що *дифракційна картина, утворена гармонічною неперервною ґраткою, має два максимуми — нульового ($\varphi = 0$) і першого ($\sin \varphi = \pm \lambda/l$) порядку*. Максимуми більш високих порядків гасяться.

§ 8. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА НА ПРОСТОРОВИХ ҐРАТКАХ

Вище було розглянуто дифракцію світла від плоскої *одномірної ґратки*, штрихи якої наносяться перпендикулярно до деякої прямої лінії OX . Якщо штрихи ґратки наносяться перпендикулярно до двох координатних осей OX і OY , то таку ґратку називають *двовимірною*. *Просторові ґратки* мають три напрямки осей OX , OY , OZ , перпендикулярно до яких розташовуються штрихи. Такі ґратки характеризують-

ся трьома значеннями періоду відносно напрямків кожної з осей. *Природні кристали фактично є просторовими ґратками.* Дійсно, атоми кристалу регулярно повторюються в трьох вимірах. Відомо, що кут дифракції є значним, коли стала ґратки має той же порядок величини, що й довжина хвилі. Для природних кристалів цій умові краще всього відповідають хвилі рентгенівського діапазону. Німецький вчений М. Лауе в 1912 р. вперше експериментально спостерігав дифракцію рентгенівського випромінювання на кристалах. Це відкриття привело до розробки нового методу дослідження структури речовини — *рентгеноструктурного аналізу.*

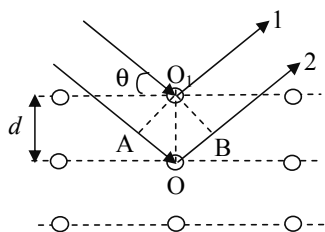


Рис. 6.21. Дифракція світла на просторовій ґратці

Формула Вульфа — Бреґа. Паралельний пучок монохроматичного рентгенівського випромінювання падає під кутом ковзання θ до площини розташування атомів (рис. 6.21).

Хвилі, дифраговані від паралельних площин, що розташовані на відстанях d одна від одної, є когерентними і інтерферують у просторі. Визначимо кут ковзання θ , за якого спостерігаються максимуми дифракції від кристалічної

просторової ґратки. Для цього спочатку визначимо умову максимуму дифракції хвиль від однієї площини, а потім від множини паралельних площин. Згідно з принципом Гюйгенса, підсилення хвиль, дифрагованих на певній атомній площині, виникає за умови, коли кут падіння дорівнює куту відбивання (кут ковзання спадного променя дорівнює куту ковзання відбитого променя). Лише в такому випадку хвилі будуть поширюватися в однаковій фазі і в результаті інтерференції підсилюють одна одну. Для підсилення хвиль 1 і 2, що дифрагують від різних паралельних площин (рис. 6.21), різниця ходу $\Delta = OA + OB$ повинна становити ціле число довжин хвиль:

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad (8.1)$$

де $m = 1, 2, 3, \dots$ — порядок дифракційного максимуму. Формула (8.1) була одержана російським кристалографом Ю. В. Вульфом і англійськими фізиками Бреґами і відома під назвою формули Вульфа — Бреґа.

Слід відзначити, що *при довільному куті ковзання дифракція на просторовій ґратці взагалі не спостерігається.* Напрямок кута ковзання,

що задовольняє умову (8.1) залежить від міжплощинної відстані d і довжини хвилі λ . Якщо довжина хвилі рентгенівського випромінювання задана, то за допомогою формули Вульфа — Брега можна, аналізуючи лауеграму (так називають дифракційну картину рентгенівського випромінювання, одержану за методом Лауе), визначити θ , m і розрахувати міжплощинну відстань d . Таку задачу розв'язує *рентгеноструктурний аналіз*. Якщо ж кристалічна структура відома (тобто відоме значення d), то, визначаючи θ , m , можна обчислити довжину хвилі λ рентгенівського випромінювання. Таку задачу розв'язує *рентгеноспектроскопія*.

Контрольні питання та завдання

1. Дайте означення дифракції світла. Чим відрізняється дифракція від розсіювання світла?
2. Покажіть, що площі зон Френеля на рис. 6.3 є однаковими.
3. Поясніть принцип дії зональної платівки.
4. Поясніть утворення дифракційних екстремумів при дифракції Френеля на круглому отворі.
5. Як впливають розміри непрозорої перепони на яскравість плями Пуассона? Опишіть досліди, що демонструють утворення плями Пуассона.
6. Поясніть розподіл інтенсивності дифрагованого світла при дифракції на прямолінійному краю непрозорого екрану.
7. Які фактори впливають на розподіл інтенсивності світла, дифрагованого від щілини?
8. Поясніть, яким чином у фазових ґратках досягається перерозподіл енергії на користь дифракційних максимумів?
9. Порівняйте, як змінюється область вільної дисперсії ґратки в її першому і четвертому порядку?
10. Які фактори визначають максимальну роздільну здатність дифракційної ґратки?
11. Порівняйте область вільної дисперсії дифракційної ґратки і інтерферометра Фабрі — Перо.
12. За яких умов має сенс здійснювати похиле падіння світла на дифракційну ґратку?
13. Які особливості має дифракційна картина, утворена гармонічно-неперервною структурою?
14. Визначте умови утворення дифракційних максимумів при дифракції на просторовій ґратці.

ГЕОМЕТРИЧНА ОПТИКА І НАЙПРОСТІШІ ОПТИЧНІ ПРИЛАДИ

§ 1. ПРИНЦИП ФЕРМА

Ще з давніх часів відомі деякі основні закони променевої (геометричної) оптики: прямолінійне *розповсюдження* світла в однорідному середовищі, поширення його через межу двох прозорих середовищ, яке описується законом заломлення світла, а також відбиття його від плоскої дзеркальної поверхні, що відповідає закону відбиття. Однак світло *розповсюджується* не тільки в однорідних середовищах, але і в таких, де показник заломлення змінюється хаотично і неперервно. Як в такому разі можуть бути описані властивості розповсюдження світла? А чи існує така закономірність, яка б описувала розповсюдження світла у всіх приведених вище випадках? Таке питання поставив вперше Ферма і в 1630 році дав на нього відповідь. Він запропонував загальний принцип, який пояснює поведінку світла в середовищах зі змінним показником заломлення.

Відповідно до принципу Ферма *світловий промінь поширюється від однієї точки до другої по шляху, для проходження якого необхідно затратити найменший час*.

Наступні дослідження показали, що принцип Ферма в такому вигляді не виконується щонайменше для увігнутих поверхонь. В сучасній інтерпретації принцип Ферма формулюється таким чином: *час, потрібний для подолання світлом шляху вздовж променя, відрізняється тільки на величину другого порядку мализни від часу, необхідного для проходження довільного сусіднього шляху*.

Якщо знехтувати скінченністю довжини хвилі (тобто покласти, що $\lambda \rightarrow 0$), то можна вважати поширення світла в однорідному середовищі прямолінійним і користуватись поняттям світлового променя. Таке наближення лежить в основі променевої (геометричної) оптики. Під променями в геометричній оптиці розуміють лінії, вздовж яких переноситься світлова енергія.

Промінь можна уявити собі як безмежно тонкий пучок світла, що виходить з отвору безмежно малого розміру. В однорідному ізотропно-

му середовищі світлові промені являють собою прямі лінії, які перпендикулярні хвильовим поверхням.

Можна також стверджувати, що *промінь — це така лінія, дотична до якої у кожній точці співпадає з напрямком поширення хвилі.*

У променевій оптиці, в якій напрямки поширення світла зображуються променями, зручно користуватися не хвильовими властивостями світла, а променевими. Тому дуже важливим є зв'язок між хвильовою та променевою оптикою. Такий зв'язок здійснюється за допомогою принципу Ферма, який в однаковій мірі виконується як для хвильової, так і для променевої оптики.

Перехід від хвильової до променевої оптики здійснюється завдяки введенню поняття про світловий промінь.

§ 2. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ОЗНАЧЕННЯ

Оптичні зображення предметів, які розглядаються у фізиці та техніці, можуть бути створені за допомогою спеціальних *оптичних систем*. Переважна більшість оптичних систем складається з лінз та дзеркал, які мають сферичну поверхню.

Якщо центри кривизни вказаних поверхонь лежать на одній прямій, то оптична система називається **коаксіальною**.

Предмети, з яких складається оптична система, називаються елементами оптичної системи. Пряма лінія, на якій лежать центри кривизни усіх елементів оптичної системи, називається **головною оптичною віссю**.

Поверхні елементів оптичної системи можуть бути плоскими (тобто $R = \infty$) або мати скінченний радіус кривизни R .

В оптичних системах часто використовуються сферичні та циліндричні поверхні. Циліндрична поверхня являє собою одну із різновидностей сферичної поверхні. В одному із її перерізів маємо поверхню з радіусом кривизни R , а в другому перерізі отримуємо $r = \infty$.

Різноманітні несферичні поверхні тіл обертання (еліпсоїди, гіперболоїди, параболоїди обертання) використовуються для виправлення похибки оптичних систем (аберацій). Наприклад, дволінзовий конденсор з однією несферичною поверхнею кращий за шестилінзовий сферичний. Однак застосування елементів з несферичними поверхнями суттєво стримується технологічними складнощами виготовлення таких поверхонь. І все ж таки в окулярній оптиці широко застосо-

вуються поверхні тора, в рефлекторах використовують параболічні поверхні, а еліпсоїди обертання корисні при виготовленні конденсорів та рефлекторів.

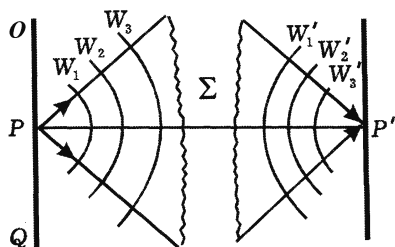


Рис. 7.1. Утворення зображення предмета за допомогою оптичної системи

Одним із основних призначень оптичних систем є створення оптичного зображення предметів. Розглянемо схематично утворення зображення предмета OPQ за допомогою оптичної системи Σ (рис. 7.1). Світло, що виходить з дуже малого за розмірами елемента поверхні предмета P , можна уявити собі як поширення сферичних хвиль, які виходять з центру P і мають послідовні положення фронту $W_1, W_2, W_3, \dots$

Оптична система Σ двояко впливає на цю хвилю. По-перше, змінює форму хвилі, а по-друге — обмежує її фронт.

Зміна форми пов'язана з фокусуючою дією системи, завдяки якій хвиля, що виходить з елемента P , більш-менш точно збирається у вигляді елемента зображення P' . Обмеження фронту хвилі обумовлене дифракцією, яка накладає принципові обмеження на якість оптичних зображень.

Якщо сферична хвиля виходить з точки P і потім, пройшовши оптичну систему, збирається в точці P' , то говорять, що точки P і P' *спряжені* або що точка P' є *ідеальним зображенням* точки P .

В тому випадку, коли промені виходять з однієї точки або збираються в одній точці, пучок називають *гомоцентричним*. Зображення, утворене гомоцентричними пучками, називають *стигматичним*.

В реальних оптичних системах зображення точкового джерела не є точковим. Точка зображується у вигляді кружка, який називається *кружком розсіяння*. Говорять, що реальні зображення астигматичні. Якість оптичних систем визначається розміром кружків розсіяння, тобто ступенем астигматичності.

Нульові або параксіальні промені проходять нескінченно близько до оптичної осі або під дуже малими кутами до неї. При цьому синуси і тангенси кутів, що утворюються променями з оптичною віссю, можна замінювати один одним і, крім того, їх можна замінювати значеннями кутів у радіанах. Частина променів, у межах якої можна ско-

ристатись такою заміною, називається нульовою або параксіальною ділянкою.

Промінь, що проходить вздовж оптичної осі системи, проходить усі її поверхні без заломлення.

§ 3. ПРАВИЛО ЗНАКІВ

В оптиці введено поняття, що позитивним напрямком поширення світла є напрямок зліва направо. При цьому вхідна поверхня зображується зліва, а вихідна — справа (рис. 7.2, а).

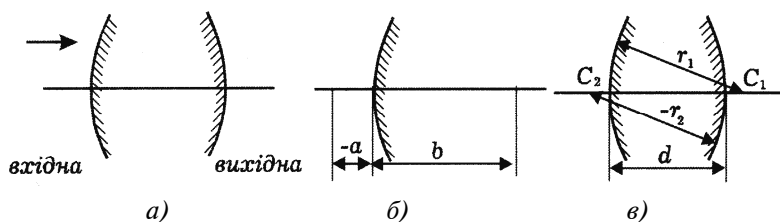


Рис. 7.2. До пояснення правила знаків

Лінійні відрізки вздовж осі вважаються додатними, якщо напрямок їх, відрахований від оптичної системи, збігається з напрямком поширення світла, і від'ємним, якщо вони направлені в протилежний бік (рис. 7.2, б). Радіус кривизни r_1 вважається додатним, якщо центр кривизни розташований справа від поверхні, і від'ємним ($-r_2$), якщо центр кривизни розташований зліва від поверхні (рис. 7.2, в).

Товщина лінзи і ширина повітряних проміжків d між заломлюючими поверхнями завжди вважаються додатними (рис. 7.2, в).

Розміри предметів і їх зображень l_1 і l_2 , а також висоти h_1 та h_2 перетинів променів на поверхнях вважаються додатними, якщо розташовані над оптичною віссю, і від'ємними в разі розташування під віссю (рис. 7.3, а, б).

Кут, створений променем з оптичною віссю, вважається додатним, якщо для суміщення осі з променем вісь треба повернути за годинниковою стрілкою, а від'ємним, якщо вісь треба повернути проти годинникової стрілки (рис. 7.4, а).

Кути між променями і нормаллю до поверхні в точці падіння променя i та i' приймаються додатними, якщо для суміщення нор-

малі з променем її треба повернути за годинниковою стрілкою, і від'ємними, якщо нормаль потрібно повертати проти годинникової стрілки (рис. 7.4, б).

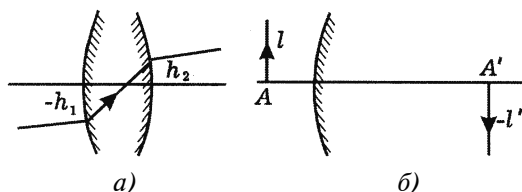


Рис. 7.3. Правила знаків щодо розмірів предмета і зображення

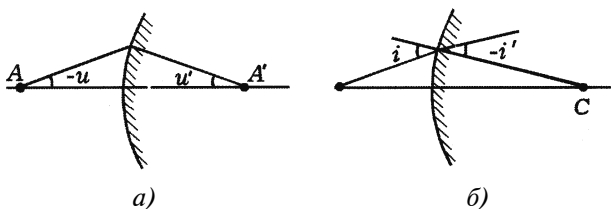


Рис. 7.4. Правила знаків щодо кутів

§ 4. ЗАЛОМЛЕННЯ ПРОМЕНІВ СФЕРИЧНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Припустимо, що сферична поверхня O (рис. 7.5) розділяє два оптичні середовища з показниками заломлення n_1 і n_2 . Нехай A — точковий предмет, A' — його зображення. За початкові дані беремо відстань s предмета від сферичної поверхні вздовж осі і кут u , який характеризує падіння променя на сферичну поверхню в точку M . Параметри системи — кривизна сферичної поверхні і показник заломлення розділених цією поверхнею середовищ. Необхідно знайти положення зображення і кут, який утворюється променем з віссю після заломлення на сферичній поверхні.

З рис. 7.5 виходить, що

$$q = r - s, \quad (4.1)$$

а з трикутника AMC за формулою синусів маємо

$$-\frac{r}{\sin u} = \frac{q}{\sin(180 + i)}, \quad (4.2)$$

або

$$\sin i = \frac{q \cdot \sin u}{r}. \quad (4.3)$$

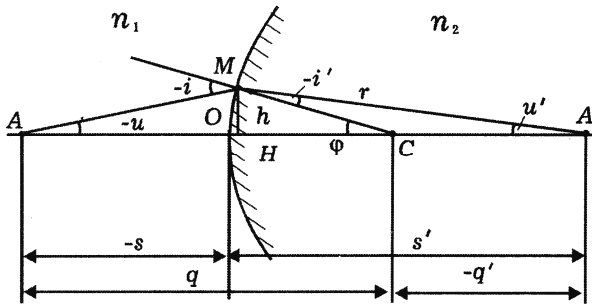


Рис. 7.5. Заломлення променів сферичною поверхнею

З трикутника AMC також видно, що $-i = \phi - u$, а з трикутника CMA' $\phi = u' - i'$. Звідси

$$u' = u + i' - i. \quad (4.4)$$

З трикутника CMA' маємо

$$q' = \frac{r \sin i'}{\sin u'}, \quad (4.5)$$

а також

$$s' = r - q'. \quad (4.6)$$

Висоту променя на поверхні можна знайти з трикутника MHC :

$$h = r \sin(u' - i'). \quad (4.7)$$

Якщо вважати, що промінь є нульовим, то з (4.3) і (4.5) випливає:

$$\frac{q_1 \sin u}{\sin i} = \frac{q' \sin u'}{\sin i'}. \quad (4.8)$$

Можна зробити заміну

$$\sin u = \frac{h}{s} \text{ і } \sin u' = \frac{h}{s'}.$$

Скориставшись (4.1), (4.6) та законом заломлення, дістанемо

$$\frac{n_1(r-s)}{s} = \frac{n_2(r-s')}{s'}. \quad (4.9)$$

Якщо розділити обидві частини рівняння (4.9) на r , то

$$n_1 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{r} \right) = n_2 \left(\frac{1}{s'} - \frac{1}{r'} \right), \quad (4.10)$$

або

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n_2 - n_1}{r}. \quad (4.11)$$

Рівняння (4.10) називається рівнянням *нульового інваріанту Аббе*, а рівняння (4.11) — рівнянням нульового променя.

Співвідношення (4.11) дає змогу дістати формули для задньої f' та передньої f фокусних відстаней сферичної поверхні. Задня фокусна відстань відповідає значенню s' при $s = -\infty$, а передня — значенню s при $s' = \infty$.

Отже,

$$f' = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1}; \quad (4.12)$$

$$f = -\frac{n_1 r}{n_2 - n_1}. \quad (4.13)$$

З (4.12) і (4.13) випливає співвідношення

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n_2}{n_1}. \quad (4.14)$$

Цю залежність можна узагальнити на довільну кількість заломлюючих поверхонь, тобто на всю оптичну систему. Виявляється, що для оптичної системи, яка перебуває в однорідному середовищі, обидві фокусні відстані однакові за абсолютною величиною і протилежні за знаком.

Знайдемо співвідношення між кутами u і u' для нульового променя (рис. 7.5). Закон заломлення в цьому випадку можна записати так: $n_1 i = n_2 i'$.

Підставимо замість кутів i та i' їхні значення, виражені через інші кути: $i = u - \varphi$ і $i = u' - \varphi$. Тоді

$$n_1 (u - \varphi) = n_2 (u' - \varphi). \quad (4.15)$$

Зробимо заміну в (4.15) $\varphi = \frac{h}{r}$ і після простих перетворень отримаємо:

$$u' = u \frac{n_1}{n_2} + \frac{h(n_2 - n_1)}{n_2 r}. \quad (4.16)$$

Це співвідношення називається *рівнянням кутів нульового променя*.

§ 5. РІВНЯННЯ ТОНКОЇ ЛІНЗИ

Дві сферичні заломлюючі поверхні утворюють оптичну лінзу. Така лінза може бути тонкою і товстою. Перша характеризується тим, що її оптичні характеристики не залежать від відстані між сферичними поверхнями, тоді як для товстої лінзи така залежність існує. Розглянемо теорію лише тонкої лінзи.

Звернемось до рис. 7.6. Коефіцієнт заломлення лінзи позначимо n . Коефіцієнт заломлення середовищ справа і зліва, відповідно, n_1 і n_2 .

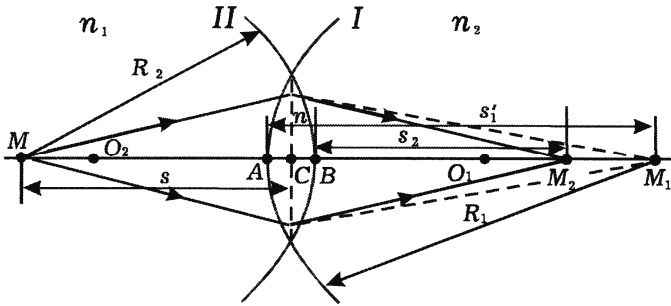


Рис. 7.6. До побудови ходу променів у тонкій лінзі

Побудуємо зображення точки M , що лежить на головній оптичній осі на відстані s від лінзи. Побудову точки s виконаємо таким чином. Побудуємо спочатку зображення точки за допомогою однієї поверхні. Потім, розглядаючи це зображення як джерело, побудуємо його зображення за допомогою другої поверхні. Скористуємось правилом, відповідно до якого промені, які йдуть паралельно даній оптичній осі, після заломлення в лінзі перетнуться в одній точці, яка лежить на фокальній площині.

Побудова показує, що зображення точки M за допомогою першої сферичної поверхні, яка розмежовує середовища з показниками заломлення n_1 (зліва) та n_2 (справа), знаходиться на відстані $M_1A = s'_1$ від цієї поверхні. Тоді, відповідно до формули сферичної поверхні (для першої поверхні у нашому випадку),

$$\frac{n_1}{s} - \frac{n}{s'_1} = \frac{(n_1 - n)}{r_1}. \quad (5.1)$$

Тепер побудуємо зображення точки M_1 за допомогою другої заломлюючої поверхні, яка розмежовує середовища з показниками

заломлення n_1 (зліва) та n_2 (справа). Таким зображенням є точка M_2 , розташована на відстані s_2 від цієї поверхні. В цьому випадку маємо

$$\frac{n_1}{s'_1} - \frac{n_2}{s_2} = \frac{(n - n_2)}{r_2}. \quad (5.2)$$

Звичайно з обох боків лінзи знаходиться одне і те ж середовище, тому $n_1 = n_2$. Тоді, складаючи (5.1) та (5.2), отримуємо:

$$\frac{1}{s_2} - \frac{1}{s} = (N - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad (5.3)$$

де N — відносний показник заломлення (показник заломлення матеріалу лінзи відносно середовища).

Формула (5.3) є формулою тонкої лінзи і справедлива як для випуклих, так і для увігнутих лінз при довільному положенні точки M_1 . При $s = -\infty$

$$s_2 = f_2 = \frac{1}{(N - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}. \quad (5.4)$$

При $s_2 = \infty$

$$s = f = -\frac{1}{(N - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}. \quad (5.5)$$

Як видно, $f_1 = -f_2$, тобто фокусні відстані лінзи, оточеної з двох боків одним і тим же середовищем, рівні. Знак мінус показує, що фокуси розташовані по різні сторони від лінзи.

Використовуючи формули (5.3)–(5.5), слід пам'ятати, що величини справа від лінзи додатні, а зліва — від'ємні.

Площини, які проходять через фокуси лінзи і перпендикулярні головній оптичній осі, називаються фокальними площинами лінзи.

Побудова зображення в тонкій лінзі. Вищесказане дозволяє легко визначити хід променів, необхідних для побудови зображення в тонкій лінзі:

1) промінь, який падає паралельно оптичній осі лінзи, після заломлення перетинає дану вісь по другу сторону лінзи в точці, розташованій на відстані f від неї;

2) промінь, який падає на лінзу і проходить через її фокус, виходить з лінзи паралельно її оптичній осі;

3) промінь, що проходить через оптичний центр лінзи, не змінює свого напрямку.

Вище ми побудували зображення точки за допомогою тонкої лінзи. Побудуємо зараз зображення відрізка A_1B_1 довжиною y_1 (рис. 7.7) в тонкій лінзі.

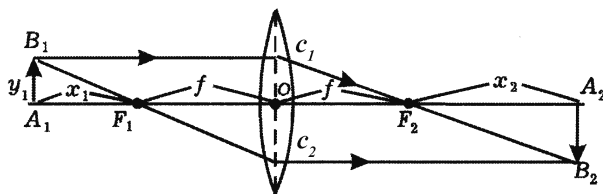


Рис. 7.7. Побудова зображення предмета за допомогою тонкої лінзи

Для виконання такого завдання необхідно побудувати зображення точки B_1 . При побудові будемо користуватись променями, напрямки яких після заломлення в лінзі відомі. Зображенням відрізка A_1B_1 у лінзі буде відрізок A_2B_2 . Відстань предмета і його зображення від фокусів F_1 і F_2 , відповідно, позначимо x_1 і x_2 .

Відношення $\beta = y_1 / y_2$ називається *лінійним збільшенням лінзи*. Від'ємним значенням β відповідає дійсне зображення, а додатним — уявне зображення.

Формула лінзи без обмеження на її товщину. Користуючись рис. 7.7, з трикутників $A_1B_1F_1$ і F_1OC_2 , а також C_1OF_2 і $A_2F_2B_2$, маємо

$$y_1 / x_1 = y_2 / f \text{ і } y_2 / x_2 = y_1 / f.$$

Визначаючи збільшення y_2 / y_1 в обох випадках, отримаємо

$$\beta = y_2 / y_1 = f / x_1 = x_2 / f. \quad (5.6)$$

Вираз (5.6) визначає збільшення лінзи через фокусну відстань. З нього маємо

$$x_1 x_2 = f^2. \quad (5.7)$$

Площина предмета A_1B_1 і площина його зображення A_2B_2 називаються *спряженими* стосовно до тонкої лінзи. Спряжені площини називаються *головними*, якщо їм відповідає $\beta = 1$, тобто зображення отримується прямим і в натуральну величину.

Точки перетину головних площин з головною оптичною віссю називаються *головними точками лінзи*.

Для тонкої лінзи головні площини зливаються в одну, яка проходить через оптичний центр і перпендикулярна до головної оптичної осі. Отже, для тонкої лінзи обидві головні точки суміщені з її оптичним центром.

Підсумовуючи, приходимо до висновку, що тонка лінза характеризується двома фокусами (переднім і заднім), двома фокальними площинами, однією головною точкою, суміщеною з оптичним центром лінзи, і однією головною площиною.

Головна і фокальна площини являють собою *кардинальні елементи* оптичної системи.

§ 6. АБЕРАЦІЇ ОПТИЧНИХ СИСТЕМ

Джерела аберацій. У визначенні поняття «зображення» є вимога того, щоб всі промені, що виходять з точки предмета, сходились в одній і тій же точці в площині зображення і щоб всі точки предмета відображались з однаковим збільшенням в одній і тій же площині.

Для параксіальних променів умова відображення без спотворень виконана з великою точністю, але не абсолютно. Іншими словами, параксіальне наближення описує параксіальні промені наближено, хоча й з великою точністю. Тому отримана в параксіальному наближенні ідеальна картина зображень в дійсності не реалізується.

Відхилення фактичного зображення від ідеального називають *абераціями*. Для параксіальних променів аберації малі, і ними нехтують. Якщо ж промені не параксіальні, то аберації стають значними і сильно спотворюють зображення.

Перше джерело аберацій полягає в тому, що лінзи, обмежені сферичними поверхнями, заломлюють промені не зовсім так, як це приймається в параксіальному наближенні. Наприклад, фокуси для променів, падаючих на лінзу на різних відстанях від осі лінзи, різні і т. д. Такі аберації мають, як бачимо, геометричне походження.

Друге джерело аберацій пов'язане з дисперсією світла. Оскільки коефіцієнт заломлення залежить від частоти $n = n(\omega)$, то і інші характеристики залежать від частоти. Наприклад, $f = f(\omega) = f'(\omega)$. Тому промені, які відповідають випромінюванню різних частот і виходять з однієї точки предмета, не сходяться в одній точці площини зображення навіть тоді, коли промені, які відповідають кожній частоті, здійснюють ідеальне зображення предмета. Такі аберації називаються *хроматичними*.

Сферична аберація. У випадку тонкої лінзи параксіальний пучок, що виходить з точки S , після заломлення у лінзі перетинає оптичну вісь в одній точці. Якщо ж пучок світла, який виходить з джерела S , складає більший кут з головною оптичною віссю, то промені, які утворюють різні кути, перетинають оптичну вісь не в одній точці, а в різних точках. Наприклад, точки S_1 , S_2 , S_3 (рис. 7.8).

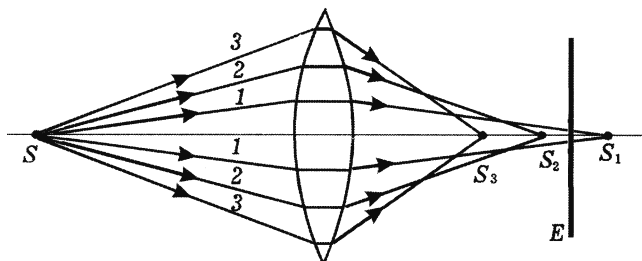


Рис. 7.8. До пояснення сферичної аберації

Промені, найбільш віддалені від центра лінзи, заломлюються і перетинають головну оптичну вісь на порівняно малих відстанях від центра лінзи. Якщо екран E , розміщений перпендикулярно головній оптичній осі, переміщувати вліво від S_1 до S_2 , то замість стигматичного точкового зображення отримується розпливчата пляма. Така помилка, пов'язана зі сферичністю заломлюючих поверхонь, називається *сферичною аберацією*.

Для кількісної характеристики сферичної аберації вводиться поняття *поздовжньої аберації*, яка рівна лінійній відстані точки перетину крайніх променів (промені 3 на рис. 7.8) і центральних променів (промені 1) пучка з головною оптичною віссю (S_1 , S_3).

Лінійна аберація залежить від матеріалу лінзи, від кривизни поверхонь. Поздовжні аберації лінз, які збирають та розсіюють, протилежні по знаку. Це дозволяє, комбінуючи такі лінзи, зменшити сферичну аберацію.

Хроматична аберація. Завдяки явищу дисперсії (залежності показника заломлення від довжини хвилі) для даної лінзи фокуси для різних довжин хвиль (різних кольорів) будуть зміщені один відносно одного (рис. 7.9).

Позначимо F_{ϕ} — фокус для фіолетових променів, а F_{ψ} — фокус для червоних променів. В результаті того, що положення на головній оптичній осі вказаних фокусів не співпадає, зображення білої плями

виглядає кольоровим. Чергування кольорів залежить від положення екрана спостереження, а відповідні спотворення називаються *хроматичною аберациєю*. Хроматична аберация, подібно сферичній, кількісно характеризується *поздовжньою хроматичною аберациєю* (відрізок $F_\phi F_\chi$ на рис. 7.9).

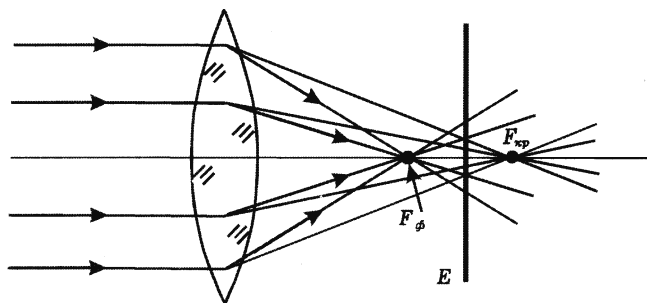


Рис. 7.9. До пояснення хроматичної аберации

Для мінімізації хроматичної аберации використовують комбінацію лінз, які збирають та розсіюють, і, таким чином, отримують ахроматичну оптичну систему. При фотографуванні ахроматична система підбирається так, щоб співпадали фокуси для $\lambda=434$ нм і $\lambda=589$ нм. Це пов'язано з тим, що найбільший вплив на фотопластинку мають саме ці кольори.

Дисторсія зображення. Коли промені, що беруть участь в побудові зображення, складають досить великі кути з головною оптичною віссю, то збільшення системи залежить від кута між пучком і головною оптичною віссю. Внаслідок того, що відношення тангенсів кутів поля зору і поля зображення не являють собою постійну величину для точок по всьому полю зображення, то, наприклад, квадрат зображається в спотвореному вигляді — у вигляді подушки, бочки або ще більш складної фігури. Такі недоліки зображення називаються *дисторсією*. Оптична система, вільна від дисторсії, називається *ортоскопічною*.

Кома. Промені, які ідуть від точкового об'єкта, що лежить поза оптичною віссю системи, створюють у площині зображення у двох взаємно перпендикулярних напрямках складну несиметричну пляму розсіяння, яка нагадує комету з хвостом. Тому подібна аберация називається *комою*.

§ 7. ДІАФРАГМА — НАЙПРОСТІШИЙ ОПТИЧНИЙ ПРИЛАД

Для отримання задовільного зображення в оптичній системі необхідно використовувати пучки з обмеженою шириною. Це пов'язано з тим, що, по-перше, параксіальне наближення обмежує допустиму ширину пучків. По-друге, при необхідній ширині пучка навіть ідеальна (позбавлена похибок) система не дає зображення в площині зображення.

Обмеження перерізу світлових пучків називається *діафрагмуванням*. Воно здійснюється за допомогою діафрагми.

Основні поняття, пов'язані з діафрагмуванням. Ширина пучків, які проходять через діафрагмовану систему, різна для різних точок предмета. Для точок предмета, що лежать на осі оптичної системи, діафрагмування характеризується *апертурною діафрагмою, вхідною і вихідною зіницями*.

Апертурною називається діафрагма D_1D_2 , яка здійснює максимальне обмеження пучка, що виходить з точки предмета, яка лежить на оптичній осі системи (рис. 7.10).

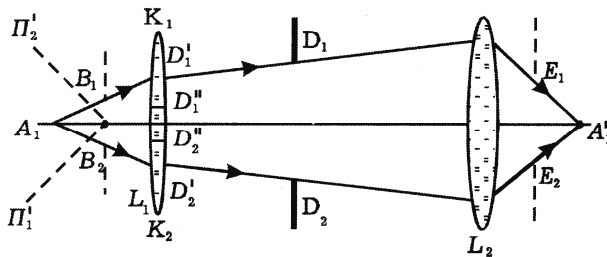


Рис. 7.10. Діафрагмування пучка світла в оптичній системі

Якби оправа лінзи L_1 закривала кільцеві області K_1D_1' і K_2D_2' , то апертурною діафрагмою, як і раніше, була б діафрагма D_1D_2 . Якби оправа лінзи L_1 закривала її кільцеві області K_1D_1'' і K_2D_2'' , то апертурною діафрагмою була б діафрагма $D_1''D_2''$, а не D_1D_2 .

Вхідною зіницею називається зображення апертурної діафрагми, яке здійснюється тією частиною оптичної системи, що знаходиться перед нею (B_1B_2 на рис. 7.10). Якщо апертурна діафрагма розташована перед першою лінзою або створена оправою першої лінзи, то вхідна зіниця співпадає з апертурною діафрагмою.

Вихідною зіницею називається зображення апертурної діафрагми, здійснюване тією частиною оптичної системи, яка знаходиться після

діафрагми (E_1E_2 на рис. 7.10). Можна також сказати, що вихідна зіниця — це зображення вхідної зіниці, здійснюване всією системою. Якщо апертурна діафрагма розташована за системою, то вихідна зіниця співпадає з апертурною діафрагмою.

Розглянемо промені, які розповсюджуються від точок, що лежать поза віссю. Пройшовши через вхідну зіницю, вони можуть частково або повністю затримуватись на їх шляху різними частинами оптичної системи. Внаслідок цього зображення відповідних точок може бути послаблене чи навіть відсутнє.

Поле зору називається найбільша область $P'_1P'_2$ в площині предмета, точки якої зображаються оптичною системою без помітного послаблення. Поле зору обмежується діафрагмою поля зору.

Для знаходження *діафрагми поля зору* будується зображення кожної із діафрагм системи, здійснюване частиною оптичної системи перед діафрагмою. Те із зображень діафрагми, яке із центра вхідної зіниці видно під найбільшим кутом (*кут зору*), називається *діафрагмою поля зору*. Аналогічно відносно вихідної зіниці визначається діафрагма поля зору зі сторони зображення.

Контрольні питання та завдання

1. У чому полягає принцип Ферма?
2. Дайте означення поняттю «промінь».
3. Які пучки називають гомоцентричними?
4. Які лінзи можна називати тонкими?
5. Де розташовані головні точки і площини тонкої лінзи?
6. Які фактори спричиняють аберації оптичних систем?
7. Як можна уникнути прояву хроматичної аберації?
8. Навіщо в оптичних системах розташовують діафрагми?
9. Що розуміють під апертурою оптичної системи?
10. Дайте означення поняттям «вхідна зіниця», «вихідна зіниця».

Розділ VIII

ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ФУР'Є-ОПТИКИ

§ 1. ЛІНЗА ЯК ЕЛЕМЕНТ, ЯКИЙ ЗДІЙСНЮЄ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

Фазові перетворення, здійснювані тонкою лінзою. Розглянемо деяку лінзу (рис. 8.1). Тонкою називається лінза, у якій можна вважати однаковими координати променю, який входить в лінзу, і променю, який виходить з неї. Показник заломлення матеріалу лінзи n .

Площини, перпендикулярні до осі z і дотичні до лівої і правої поверхонь лінзи, будемо називати, відповідно, лівою і правою площинами. Координати точок в цих площинах будемо позначати (x', y') , тому що за умовою тонкої лінзи промінь світла завжди з'єднує ці точки. Довжину променю в лінзі, який характеризується координатами (x', y') , позначимо $\Delta(x', y')$, а максимальну товщину лінзи позначимо через Δ_0 .

Повна зміна фази хвилі при проходженні шляху від лівої до правої площини дорівнює

$$\delta(x', y') = kn\Delta(x', y') + k[\Delta_0 - \Delta(x', y')] = k\Delta_0 + k(n-1)\Delta(x', y'), \quad (1.1)$$

де $\Delta(x', y')$ — функція товщини лінзи.

Величина

$$\tau(x', y') = e^{i\delta(x', y')} = e^{ik\Delta_0} e^{ik(n-1)\Delta(x', y')} \quad (1.2)$$

є коефіцієнтом пропускання лінзи. Для лінзи він чисто фазовий, оскільки поглинанням світла в ній можна знехтувати.

В геометричній оптиці як основне використовувалось поняття променю. Задача полягала у з'ясуванні впливу різних факторів на промінь світла. Цей вплив зводився до зміни напрямку променю під дією цих факторів.

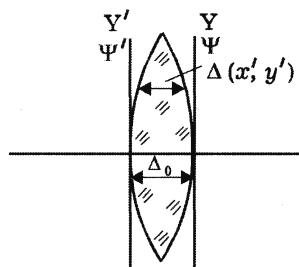


Рис. 8.1. Характерні позначення тонкої лінзи. Пояснення в тексті

У Фур'є-оптиці як основне використовується поняття хвилі. Задача полягає в тому, щоб з'ясувати вплив різних факторів на хвильовий фронт, фазу і амплітуду хвилі.

Такий підхід є більш загальним, ніж підхід в геометричній оптиці. Тому що якщо знаємо поведінку хвильових фронтів, то завжди можна з'ясувати не тільки характеристики відповідних променів, але і інші властивості випромінювання. Такі, наприклад, як розподіл амплітуд.

Перш за все розглянемо проходження електромагнітної хвилі через тонку лінзу. Амплітуда $\Psi'(x', y')$ хвилі на вході в лінзу на лівій площині і амплітуда на виході з лінзи на правій площині пов'язані співвідношенням

$$\Psi'(x', y') = \tau(x', y') \Psi'(x', y'). \quad (1.3)$$

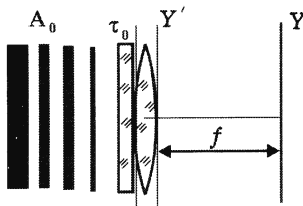


Рис. 8.2. До пояснення фазових перетворень у тонкій лінзі

Лінза як елемент, який здійснює перетворення Фур'є. Розмістимо предмет з амплітудним коефіцієнтом пропускання $\tau_0(x', y')$ безпосередньо перед лінзою (рис. 8.2) і направимо на нього плоску монохроматичну хвилю.

На передній площині перед лінзою створюється світлове поле

$$A_0 \tau_0(x', y') = \Psi'(x', y')$$

(A_0 — амплітуда плоскої хвилі). Скінченний розмір апертури лінзи враховується функцією зиніці, яка визначається умовою:

$$P(x', y') = 1 \text{ в межах апертури лінзи,}$$

$$P(x', y') = 0 \text{ за апертурою лінзи.}$$

Світлове поле, яке створюється на виході лінзи, на основі (1.3) описується функцією

$$\Psi(x', y') = \exp(ikn\Delta_0) \Psi'(x', y') P(x', y') \exp\left[-\frac{ik(x'^2 + y'^2)}{2f}\right], \quad (1.4)$$

де Δ_0 — товщина лінзи.

Тоді в дифракційній картині розподіл амплітуд в фокальній площині буде

$$\varphi(x', y') = \frac{k}{2\pi i} \frac{\exp[i(kf + kn\Delta_0)]}{f} \exp\left[\frac{ik(x'^2 + y'^2)}{2f}\right] \times$$

$$\times \int \int_{-\infty}^{\infty} \Psi'(x', y') P(x', y') \exp \left[-\frac{ik(xx' + yy')}{f} \right] dx' dy'. \quad (1.5)$$

Якщо деяка функція $f(t)$ не є періодичною функцією, але частково-неперервна, має скінчене число екстремумів і абсолютно інтегрована на інтервалі $(-\infty, \infty)$, то вона може бути представлена у вигляді інтегралу Фур'є:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega; \quad (1.6)$$

де

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1.7)$$

— це Фур'є-образ функції $f(t)$.

Якщо співставити функції (1.6), (1.7) з (1.5), то можна помітити, що розподіл амплітуд в фокальній площині з точністю до несуттєвих для дифракційної картини фазових і масштабних співмножників є образом Фур'є-розподілу амплітуд на вході в лінзу. Таким чином, лінза виконує Фур'є-перетворення.

§ 2. СТВОРЕННЯ ЛІНЗОЮ ДИФРАКЦІЙНОГО ЗОБРАЖЕННЯ ПРЕДМЕТА

Фур'є-перетворення амплітуд лінзою між фокальними площинами лінзи. Вкладені в попередньому розділі міркування показують, що в процесі поширення хвилі розподіл амплітуд в площині, перпендикулярній напрямку розповсюдження, терпить зміни від площини до площини. Послідовно застосовуючи формули, що описують ці зміни, можна знайти формули перетворення розподілу амплітуд між двома будь-якими площинами. Можливо знайти розподіл інтенсивностей в цих площинах.

Розташуємо плоский предмет з амплітудним коефіцієнтом пропускання $\tau_0(x_0, y_0)$ перед лінзою на відстані L (рис. 8.3) і спрямуємо на нього плоску монохроматичну хвилю.

На задній площині предмета створюється світлове поле

$$\Psi''(x_0, y_0) = A_0 \tau_0(x_0, y_0), \quad (2.1)$$

де A_0 — амплітуда плоскої хвилі, яка падає на предмет. Це поле в передній площині лінзи створює дифракційну картину $\Psi'(x', y')$, яка аналогічно (1.5) представляється як

$$\Psi'(x', y') = \frac{k}{2\pi i} \frac{\exp(ikL)}{f} \int \int_{-\infty}^{\infty} \Psi''(x_0, y_0) \times \exp \left\{ \frac{ik \left[(x' - x_0)^2 + (y' - y_0)^2 \right]}{2L} \right\} dx_0 dy_0. \quad (2.2)$$

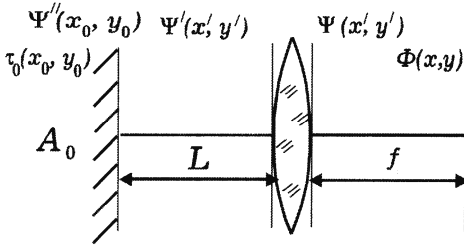


Рис. 8.3. Фур'є-перетворення амплітуд лінзою

Межі інтегрування по $x_0, y_0 \in (-\infty, \infty)$, а скінченний розмір предмета враховується тим, що коефіцієнт пропускання $\tau_0(x_0, y_0)$ за межами предмета береться рівним нулю. Якщо необхідно врахувати внесок в дифракцію від хвильового фронту за межами предмета, то для відповідних час-

тин хвильового фронту необхідно взяти рівним одиниці.

Тоді розподіл амплітуди в фокальній площині лінзи може бути представлений по аналогії з (1.5) у вигляді

$$\Phi(x, y) = B_1 \exp \left[\frac{ik}{2f} \left(1 - \frac{L}{f} \right) (x^2 + y^2) \right] \times \int \int_{-\infty}^{\infty} \Psi''(x_0, y_0) \exp \left[-\frac{ik(x x_0 + y y_0)}{f} \right] dx_0 dy_0. \quad (2.3)$$

У цьому виразі B_1 об'єднує усі постійні співмножники. Вираз (2.3) означає, що розподіл амплітуди в фокальній площині лінзи є Фур'є-образом розподілу амплітуд світлового поля на поверхні об'єкта з точністю до несуттєвих фазового і масштабного множників.

Якщо об'єкт розташований в передній фокальній площині лінзи ($L = f$), то фазовий співмножник зникає. Це означає, що розподіли амплітуд в фокальних площинах лінзи пов'язані між собою перетворенням Фур'є без будь-яких спотворень. Тобто лінза здійснює перетворення Фур'є між розподілом амплітуд світлового поля в її фокальних площинах.

Межа роздільної здатності оптичних приладів. Межа роздільної здатності оптичних приладів обмежується дифракцією Фраунгофера

на їх вхідній апертурі. Це випливає з того, що при цьому кожна точка об'єкта зображається дифракційною картиною з центром в точці, яка відповідає ідеальному геометричному зображенню. Дифракційна картина складається з центральної світлової плями, оточеної кільцями.

Зображенням точки з достатньою точністю можна вважати центральну світлову пляму. Дві точки предмета будуть розділені, якщо зображаючи їх світлі плями чітко розділені. При цьому як критерій розділення використовується критерій Релея.

Роздільна здатність телескопа. Визначимо межу роздільної здатності об'єктива телескопа. Предмет віддалений на нескінченність, а зображення предмета створюється в фокальній площині об'єктива з фокусною відстанню f (рис. 8.4). Оскільки кут φ , під яким з центру лінзи видно дифракційне кільце з радіусом r_0 , можна подати як

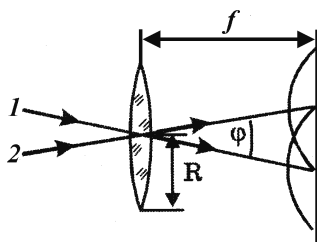


Рис. 8.4. Схема створення зображення предмета в фокальній площині об'єктива телескопа. Предмет віддалений на безмежність: 1 — зірка 1; 2 — зірка 2

$$\varphi = \frac{r_0}{f} = 0,61 \frac{\lambda}{R}, \quad (2.4)$$

де R — радіус об'єктива телескопа, то радіус центральної світлової плями дорівнює

$$r_0 = 0,61 f \frac{\lambda}{R}. \quad (2.5)$$

Дві зірки, кутова відстань між якими φ , дають дві дифракційні світлі плями радіусом r_0 , відстань між центрами яких $\Delta = \varphi \cdot f$.

За критерієм Релея вони вважаються розділеними, якщо центр однієї попадає на край другої, тобто коли $\Delta = r_0$ і, отже,

$$\varphi = 0,61 f \frac{\lambda}{R}. \quad (2.6)$$

Роздільною здатністю об'єктива називається величина, обернена до φ :

$$Y = \frac{1}{\varphi} = \frac{R}{0,61 \lambda}. \quad (2.7)$$

Як видно з (2.7), для збільшення роздільної здатності необхідно збільшувати розмір апертури об'єктива.

Якщо кутова відстань між точками менше φ , то вони сприймаються як одна точка, і деталі предмета з меншими кутовими розмірами не можуть бути розрізнені.

Формула (2.7) отримана на основі припущення, що амплітуда і фаза падаючої хвилі постійні у всіх точках отвору об'єктива (однорідна апертура). При цій умові єдиним методом збільшення роздільної здатності при фіксованій λ є збільшення радіуса об'єктива.

Разом з тим радіус центрального дифракційного максимуму в дифракційній картині на круглому отворі фіксованого радіуса може бути зменшений спеціальним підбором розподілу амплітуд і фаз випромінювання в площині об'єктива. Завдяки такому підбору збільшується роздільна здатність об'єктива. Однак інтенсивність центрального максимуму при цьому зменшується. Отже, якщо допустиме зменшення яскравості зображення, то роздільну здатність можна збільшити без збільшення радіуса об'єктива, а лише за рахунок амплітудно-фазової модуляції світла, яке падає на об'єкт.

Роздільна здатність мікроскопа. Аналогічно можна знайти межу роздільної здатності мікроскопа. Хід променів в мікроскопі показано на рис. 8.5.

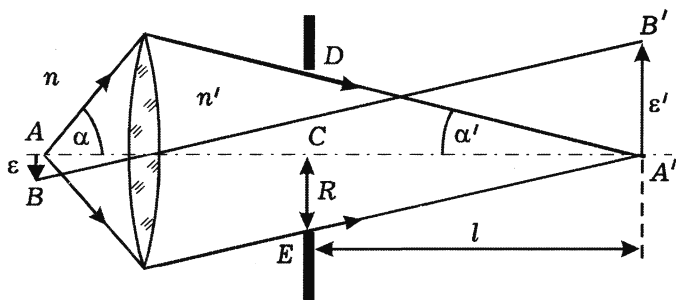


Рис. 8.5. Хід променів у мікроскопі

Для виключення сферичної аберації необхідно дотримуватись умови Аббе, яка в позначеннях рис. 8.5 має вигляд

$$n \sin \alpha = n' \sin \alpha', \quad (2.8)$$

де n і n' — показники заломлення середовищ, відповідно, в просторі предмета і просторового зображення.

Якщо позначимо l — відстань від площини отвору до площини зображення, а R — радіус вхідної зіниці, то отримаємо, що радіус центральної світлової плями дифракційного зображення точки дорівнює

$$r_0 = l\varphi = 0,61 \frac{\lambda}{R}; \quad (R = DE / 2). \quad (2.9)$$

За допомогою об'єктива мікроскопа здійснюється перша стадія створення зображення. Зображення предмета, яке отримане за допомогою об'єктива, потім збільшується окуляром. Однак роздільна здатність визначається тільки першою стадією створення зображення.

Точки A і B можна розрізнити, якщо за критерієм Релея відстань між точками A' і B' їх геометричного зображення більше або дорівнює r_0 . Отже максимальна роздільна здатність системи (рис. 8.5) визначається з умови

$$\varepsilon' = r_0 = 0,61 l \frac{\lambda}{R}. \quad (2.10)$$

З (2.8) отримуємо

$$\varepsilon = \varepsilon' n' \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha} = \frac{n' \lambda 0,61}{n \sin \alpha}, \quad (2.11)$$

де $R/l = \varepsilon' = \sin \alpha'$

Формула (2.11) визначає максимальну роздільну здатність мікроскопа. Оскільки звичайно у просторі зображення $n' = 1$, а коефіцієнт заломлення рідин, що використовуються для імерсійних об'єктивів, $n \approx 1,5$ і кут α близький до $\pi/2$, то (2.11) можна записати так:

$$\varepsilon \approx 0,4\lambda. \quad (2.12)$$

Звідси для видимого діапазону

$$\varepsilon \approx (0,15 \div 1,3) \text{ мкм}. \quad (2.13)$$

Більш дрібні деталі у видимому діапазоні спостерігати не можна.

Метод темного поля. Хоча визначати деталі предметів розміром, меншим 0,15 мкм, у видимому діапазоні не можна, однак детектувати їх наявність можливо за допомогою методу темного поля (рис. 8.6).

Частинки, що спостерігаються, освітлюються білим світлом від джерела S так, щоб прямі промені завдяки екрану E не попадали в око спостерігача, який фокусує мікроскоп на точку, в якій очікується наявність частинки. Дифраговані частинкою промені попадають в мі-

кроскоп M і фіксуються оком у вигляді світлих точок. Форма таких точок не має нічого спільного з дійсною формою частинки.

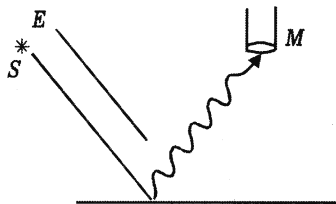


Рис. 8.6. Схема застосування методу темного поля

Метод фазового контрасту. Тонкі прозорі об'єкти надзвичайно слабо поглинають світло і не створюють скільки-небудь помітної амплітудної модуляції світла, що проходить крізь них. В результаті вони виявляються практично невидимі. Їх вдається виявити, якщо скористатись модуляцією фази світла, яке проходить через них. Спостереження з використанням мо-

дуляції фази називається методом фазового контрасту.

В цьому разі необхідно добитись, щоб модуляція інтенсивності різко зростала і була пропорційна величині модуляції фази. Для цього світло, що проходить повз предмет, пропускають через пластину, яка змінює його фазу на $\pi/2$.

§ 3. ПРОСТОРОВА ФІЛЬТРАЦІЯ ЗОБРАЖЕНЬ

Суть просторової фільтрації зображення. Дифракційне створення зображення зводиться до двох стадій:

1) формування в фокальній площині лінзи дифракційної картини предмета;

2) перетворення дифракційної картини предмета в фокальній площині лінзи в зображення предмета в площині зображення.

Вся інформація, яка міститься в зображенні предмета, наявна також в дифракційній картині предмета в фокальній площині. Якщо виконати в фокальній площині зміни дифракційної картини, то відбудуться відповідні зміни в зображенні предмета. Таких змін можна досягти, якщо, наприклад, закрити або, навпаки, посилити деякі максимуми дифракційної картини.

Внесення змін в зображення предмета через модифікацію дифракційної картини предмета, з якої далі формується зображення, називається **просторовою фільтрацією зображення**.

Просторова фільтрація зображення дифракційної ґратки. Для ілюстрації просторової фільтрації розглянемо приклад створення зображення дифракційної ґратки (рис. 8.7).

Дифракційна ґратка P_1 , відстань S якої до лінзи більше фокусної, освітлюється паралельним пучком променів. Лінза L створює в площині P_2 дійсне перевернуте зображення ґратки, яке складається з темних і світлих смуг з досить різкими межами. Відстань S' від лінзи до площини P_2 знаходиться з формули для тонкої лінзи:

$$\frac{1}{S'} + \frac{1}{S} = \frac{1}{f'}. \quad (3.1)$$

Різкість меж смуг залежить від ширини щілин і непрозорих проміжків між ними. Чим більша ширина щілини, тим більш різка межа. У фокальній площині F лінзи створюється картина дифракції Фраунгофера на ґратці. Якщо її спостерігати на реальній плоскій поверхні, то вона представляється у вигляді дифракційних смуг. Якщо ця поверхня уявна і промені без перешкод проходять далі, то в площині P_2 створюється зображення ґратки.

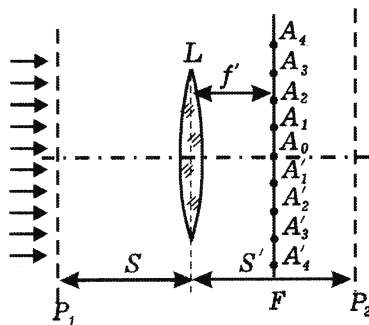


Рис. 8.7. Просторова фільтрація зображення дифракційної ґратки

На рис. 8.7 головні максимуми інтенсивності дифракційної картини позначені $A_0, A_1, A_2, \dots, A'_1, A'_2, \dots$. Найбільш повне зображення ґратки утворюється тоді, коли вся дифракційна картина в площині F бере участь у створенні зображення в площині P_2 . Якщо частину максимумів затримати, то зображення погіршиться, пропадуть деякі деталі або навіть повністю спотвориться зображення ґратки. Наприклад, усунемо усі максимуми за виключенням A_0 . В цьому разі дифракційна картина буде зведена до одного центрального максимуму. Це відповідає променю, який пройшов усю відстань у відсутності перепон на його шляху. В площині спостерігається рівномірне освітлення, зображення дифракційної ґратки відсутнє, її ніби не існує.

Усунемо усі непарні максимуми $A_1, A_3, \dots, A'_1, A'_3, \dots$. Максимуми, які залишились, $A_0, A_2, \dots, A'_2, \dots$ відповідають картині дифракції на ґратці, період якої вдвоє менший від дійсного. Тому в площині зображення виникає зображення ґратки з у два рази меншим періодом, тобто зображення більш густої ґратки.

Максимуми перших порядків визначають більш великі деталі об'єкта, а інформація про більш дрібні деталі передається через максимуми більш високих порядків.

Якщо закрити усі максимуми за виключенням нульового і першого порядків, то отримаємо в площині зображень розподіл амплітуди по гармонічному закону.

Зміна зображення шляхом дії не на саме зображення, а на розподіл амплітуд, з яких далі синтезується зображення, складає суть просторової фільтрації. Основна задача при цьому полягає в створенні фільтру, який потрібним чином змінює хвилю, яка проходить через нього.

§ 4. ГОЛОГРАФІЯ

Синхронне детектування. Фотопластинка реєструє середнє значення квадрату напруженості поля електромагнітної світлової хвилі, тобто інтенсивність світла. Інформація про фазу хвилі при цьому втрачається. Таким чином, наявна у фотографії інформація досить обмежена. Зокрема, відсутня інформація про відстані різних частин об'єкта від фотопластинки. Іншими словами, звичайна фотопластинка не дозволяє відновити повністю той хвильовий фронт, який на ній був зареєстрований. Отже на звичайній фотографії є більш-менш точна інформація про амплітуди зафіксованих хвиль, але повністю відсутня інформація про фази.

Голографія дозволяє усунути цей недолік звичайної фотографії і записати на фотопластинці повну інформацію про хвилю — як про амплітуди падаючих на неї хвиль, так і їх фази. Після такого запису відновлена хвиля має в собі всю інформацію, яка містилась в первинній хвилі. Тому метод названий *голографією*, тобто методом *повного запису хвилі*.

Ідея методу аналогічна синхронному детектуванню, яке відоме в радіотехніці. В останньому випадку інформація передається на високій несучій частоті:

$$V_m = V_{om}[1 + mf(t)]\cos\omega t, \quad (4.1)$$

де ω — несуча частота, $f(t)$ — сигнал, який передається, V_{om} — амплітуда, m — глибина модуляції.

В модульованому сигналі (4.1) утримується інформація не лише про амплітудний, а і про фазовий спектр функції $f(t)$. Цю інформацію можна виділити за допомогою синхронного детектування.

В радіотехніці відомі прилади, які дозволяють перемножувати напруги сигналів, що на них подаються, і отримувати на виході їх добуток. Якщо в такий прилад подати модульований сигнал (4.1) і сигнал несучої частоти

$$V_{\text{м}} = V_{\text{ом}} \cos \omega t, \quad (4.2)$$

то на виході отримаємо сигнал

$$V_{\text{вих}} = \alpha V_{\text{м}} V_{\text{н}} = \alpha V_{\text{ом}} V_{\text{он}} [1 + mf(t)] (1 + \cos 2\omega t) / 2, \quad (4.3)$$

де α — постійна величина.

Високочастотна складова за допомогою відповідного фільтра усувається, а низькочастотний сигнал, що залишився,

$$V_{\text{вих}}^{(\text{н})} = A[1 + mf(t)] \quad (4.4)$$

містить у собі повну інформацію про амплітудний і фазовий спектри модульованого сигналу.

Логічно використати подібний синхронному детектуванню прийом і у видимому діапазоні частот. Для цього необхідно інформацію, наявну в світловій хвилі, записати у вигляді модульованої хвилі на деякій несучій частоті. При запису модульованої хвилі на фотопластинку інформація про фазу записаної хвилі зберігається. По запису на фотопластинці модульованої хвилі за допомогою синхронного детектування (опромінення хвилею з несучою частотою) можна відродити первинну хвилю. Задача про повне відродження хвильового фронту тим самим буде принципово розв'язана.

Для того щоб здійснити цей метод у видимому діапазоні, необхідно мати випромінювання з достатньо високим ступенем когерентності. Таке випромінювання отримується за допомогою лазерів. Тому тільки після створення лазерів, які дають випромінювання з високим ступенем когерентності, вдалось практично здійснити голографію.

Фотопластинка, на якій записана інформація про модульовану світлову хвилю, називається *голограмою*. Задача голографії полягає в розробці методів запису голограм і відродження по них хвильового фронту.

Голограма плоскої хвилі. Хвиля з несучою частотою називається *опорною*, а хвиля, яка містить у собі інформацію про об'єкт, — *предметною*.

Припустимо, що сигнальна хвиля частотою ω (рис. 8.8) розповсюджується в додатному напрямку осі z , перпендикулярно до якої в площині XY розташована фотопластинка.

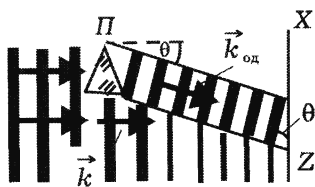


Рис. 8.8. Схема запису голограми плоскої хвилі

Опорна хвиля створюється діленням хвильового фронту і за допомогою призми P спрямовується на фотопластинку. На фотопластинці вона перекривається з предметною хвилею, яка теж виникає при діленні хвильового фронту. Кут нахилу опорної хвилі до осі z позначимо θ .

Предметна і опорна хвилі записуються у такому вигляді:

$$E_{np} = E_1 \exp[-i(\omega t - kz)]; \quad (4.5)$$

$$E_{on} = E_0 \exp[-i(\omega t - k_z z - k_x x)]. \quad (4.6)$$

Слід відзначити, що вирази (4.5) і (4.6) записані з точністю до постійної фази. Можна було б вважати, що E_1 і E_0 в цих формулах комплексні і мають в собі ці, не записані в явному вигляді, фази. Однак це лише ускладнює написання формул і не має в собі будь-якої важливої інформації. Тому будемо вважати E_0 , E_1 дійсними величинами.

Враховуючи, що

$$k_x = k \sin \theta; \quad k_z = k \cos \theta \cong k,$$

з точністю до величин другого порядку мализни по куту θ , який вважається малим, можемо (4.6) переписати:

$$E_{on} = E_0 \exp[-i(\omega t - kz - kx \sin \theta)]. \quad (4.7)$$

Повна амплітуда напруженості електричного поля в площині фотопластинки дорівнює

$$E = E_{np} + E_{on} = \exp[-i(\omega t - kz)][E_1 + E_0 \exp(ikx \sin \theta)], \quad (4.8)$$

де E_0 , E_1 можна вважати дійсними амплітудами.

Звідси для розподілу амплітуди знаходимо вираз

$$I(x) = \frac{1}{2} |E|^2 = \frac{1}{2} [E_1^2 + E_0^2 + 2E_0 E_1 \cos(kx \sin \theta)], \quad (4.9)$$

який свідчить про те, що на фотопластині в цьому випадку також записана і різниця фаз між опорною і сигнальною хвилями. Це означає, що записано і фазу сигнальної хвилі, якщо вважати заданою фазу опорної хвилі.

Відновлення зображення. Фотоемульсія складається з частинок галогенного срібла, які розсіяні в желатині. Все це знаходиться на під-

кладці зі скла або ацетату. При попаданні світла на частинку галоїдного срібла в ній виникають центри відновлення срібла. Це центри проявлення. При проявленні частинки, в яких є центри проявлення, відновлюються до металевого срібла. Там, де немає центрів проявлення, частинки залишаються галоїдними. Після проявлення при фіксації частинки галоїдного срібла вимиваються, і в пластині залишається лише металеве срібло в дрібних частинках, які створюють почорніння пластинки. В теорії фотографічного процесу показується, що *почорніння пластинки дорівнює*

$$Q = \gamma \log |E|^2. \quad (4.10)$$

Тут γ — *коефіцієнт контрастності*, який характеризує матеріал фотопластинки.

Після проявлення фотопластинка *характеризується коефіцієнтом пропускання*, який має вигляд

$$\tau = \left(|E|^2 \right)^{-\gamma/2}. \quad (4.11)$$

З врахуванням (4.9) з (4.11) знаходимо:

$$\tau = \left[E_0^2 + E_1^2 + 2E_0E_1 \cos(kx \sin \theta) \right]^{-\gamma/2}. \quad (4.12)$$

Беручи до уваги, що в звичайних умовах $E_1 \ll E_0$, замість (4.12) можна записати:

$$\begin{aligned} \tau &= E_0^{-\gamma} \left[1 - \gamma E_1^2 / 2E_0^2 - (\gamma E_1 / E_0) \cos(kx \sin \theta) \right] = \\ &= \frac{E_0^{-\gamma-2}}{2} \left[2E_0^2 + \gamma E_1^2 - 2\gamma E_0E_1 \cos(kx \sin \theta) \right]. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Відкидаючи незначний для подальшого розгляду масштабний співмножник $\frac{E_0^{-\gamma-2}}{2}$, запишемо вираз (4.13) в більш зручному вигляді:

$$\tau = 2E_0^2 - \gamma E_1^2 - \gamma E_0E_1 \exp(ikx \sin \theta) - \gamma E_0E_1 \exp(-ikx \sin \theta). \quad (4.14)$$

Спрямуємо на голограму відновлюючу плоску хвилю по шляху предметної хвилі (рис. 8.9).

Запишемо вираз для відновлюючої хвилі таким чином:

$$E_{\text{від}} = E_2 \exp[-i(\omega t - kz)]. \quad (4.15)$$

Після проходження відновлюючої хвилі через голограму на виході з голограми виникає світлове поле

$$E_{\text{вих}} = E_{\text{від}} \tau = E_2 (2E_0^2 - \gamma E_1^2) \exp[-i(\omega t - kz)] - \\ - \gamma E_0 E_1 E_2 \exp[-i(\omega t - kz - kx \sin \theta)] - \\ - \gamma E_0 E_1 E_2 \exp[-i(\omega t - kz + kx \sin \theta)], \quad (4.16)$$

яке складається з трьох плоских хвиль (рис. 8.9).

1) Перший член в (4.16) описує плоску хвилю 1, яка *розповсюджується* в напрямку додатних значень осі z , як продовження хвилі, що падає на голограму.

2) Другий член описує хвилю, яка поширюється під кутом θ до осі z з нахилом в сторону додатних значень осі x . Це видно з порівняння знаків у $(kx \sin \theta)$ в експонентах хвилі 2 і хвилі, яка описується рівнянням (4.7) і розповсюджується з нахилом в сторону додатних значень осі x .

3) Третій член описує хвилю 3, яка поширюється під кутом до осі z з нахилом в сторону від'ємних значень осі x .

Це світлове поле представляє собою дифракцію плоскої хвилі, яка падає на голограму. Видно, що виникає дифракція лише першого порядку, як це і повинно бути, коли коефіцієнт пропускання (4.14) змінюється по гармонічному закону.

Голограма точкового об'єкта. Схема отримання голограми точкового об'єкта показана на рис. 8.10. E — непрозорий екран.

Опорна хвиля створюється після заломлення в призмі. Вона описується аналогічно (4.7) формулою

$$E_{\text{оп}} = E_0 \exp[-i(\omega t - kz - kx \sin \theta)]. \quad (4.17)$$

Від точкового об'єкта виходить сферична предметна хвиля, що розходить. Її в площині фотопластинки можна представити у такому вигляді:

$$E_{\text{пр}} = E_1 \exp \left[-i \left(\omega t - kz - \frac{kx^2}{2z_0} \right) \right]. \quad (4.18)$$

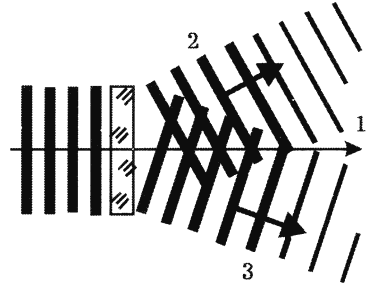


Рис. 8.9. Схема відновлення голограми

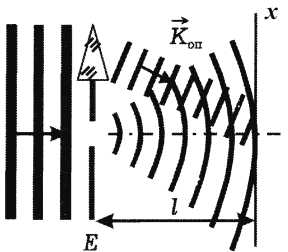


Рис. 8.10. Схема отримання голограми точкового об'єкта

В даному випадку знехтуємо зміною амплітуди напруженості при віддаленні від точкового об'єкта при русі вздовж фотопластини.

У формулах (4.17) та (4.18), як і раніше, не вписані в явному вигляді постійні фази, оскільки і в цьому випадку вони не мають скільки-небудь значного фізичного сенсу. Тому початок координат у виразах для плоских хвиль не має значення, але для сферичної хвилі (4.18), представленій в експоненті доданком $ikx^2/2z_0$, необхідно пам'ятати, що початок відліку співпадає з отвором в екрані. Тому в знаменнику цього виразу використана величина z_0 , оскільки важливою є дифракційна картина в площині пластинки, яка знаходиться на відстані z_0 від отвору.

Повна напруженість поля на фотопластинці

$$E = E_{\text{оп}} + E_{\text{пр}} \quad (4.19)$$

приймає вигляд

$$E = \exp[-i(\omega t - kz)] \times \left[E_0 \exp(ikx \sin \theta) + E_1 \exp\left(\frac{ikx^2}{2z_0}\right) \right]. \quad (4.20)$$

Звідси

$$\begin{aligned} |E|^2 &= E_0^2 + E_1^2 + E_0 E_1 \times \\ &\times \left\{ \exp \left[i \left(k \sin \theta - \frac{kx^2}{2z_0} \right) \right] + \exp \left[-i \left(kx \sin \theta - \frac{kx^2}{2z_0} \right) \right] \right\} = \\ &= E_0^2 + E_1^2 + E_0 E_1 \cos \left(kx \sin \theta - \frac{kx^2}{2z_0} \right). \end{aligned} \quad (4.21)$$

З (4.21) видно, що фазові співвідношення зафіксовані на фотопластинці.

Для коефіцієнта пропускання, як і в (4.14), отримаємо вираз

$$\begin{aligned} \tau &= 2E_0^2 - \gamma E_1^2 - \gamma E_0 E_1 \exp[i(kx \sin \theta - \frac{kx^2}{2z_0})] - \\ &- \gamma E_0 E_1 \exp[-i(kx \sin \theta - \frac{kx^2}{2z_0})]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

З врахуванням (4.22) при опроміненні голограми плоскою хвилею

$$E_{\text{відн}} = E_2 \exp[-i(\omega t - kz)] \quad (4.23)$$

на виході з голограми аналогічно до (4.16) утворюється світлове поле

$$E_{\text{вих}} = E_{\text{від}} \tau = E_2 (2E_0^2 - \gamma E_1^2) \exp[-i(\omega t - kz)] - \gamma E_0 E_1 E_2 \exp[-i(\omega t - kz - kx \sin \theta + \frac{kx^2}{2z_0})] - \gamma E_0 E_1 E_2 \exp[-i(\omega t - kz + kx \sin \theta - \frac{kx^2}{2z_0})]. \quad (4.24)$$

Воно складається з трьох хвиль (рис. 8.11).

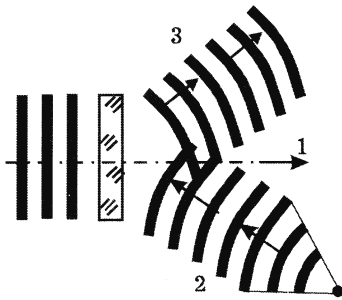


Рис. 8.11. Відновлення хвильового фронту від точкового об'єкта

1) Перший член в (4.24) представляє собою плоску хвилю, яка поширюється у тому ж напрямку, що і хвиля, котра падає на голограму.

2) Другий член в (4.24) описує хвилю, яка поширюється з нахилом до осі z під кутом θ у напрямку додатних значень осі x (в експоненті знаходиться $ikx \sin \theta$). Ця хвиля сферична. Причому увігнутість направлена в сторону поширення хвилі (в експоненті стоїть $-i \frac{kx^2}{2z_0}$). Тобто ця хвиля є сферичною

хвилею, що сходиться. Вона сходиться у фокусі, який розташований у центрі кривизни поверхні. Фокус служить дійсним зображенням точкового об'єкта. З побудови видно, що цей об'єкт є дзеркальним зображенням точкового об'єкта, зафіксованого на голограмі. Це справедливо в тому разі, коли площина дзеркала збігається з площиною голограми, а точковий об'єкт розташований відносно голограми так, як він був розташований під час запису голограми (Рис. 8.12).

3) Третій член в (4.24) представляє хвилю, що розповсюджується з нахилом до осі z під кутом θ у напрямку від'ємних значень осі x (в експоненті є $-ikx \sin \theta$). Ця хвиля сферична, з увігнутістю проти напрямку розповсюдження хвилі (в експоненті стоїть $i \frac{kx^2}{2z_0}$). Тобто вона є сферичною хвилею, яка розходить. Вона абсолютно ідентична сферичній хвилі, яка поширюється від точкового об'єкта під час запису голограми і дає уявне зображення точкового об'єкта, який

знаходиться в тій же точці, в якій точковий об'єкт був під час запису голограми.

Якщо хвиля попадає в око людини, то виникає відчуття, ідентичне тому, яке створюється при попаданні в око сферичної хвилі, яка розходить безпосередньо від точкового об'єкта (рис. 8.12). Це свідчить про те, що голографічний запис дозволяє повністю відтворити хвильовий фронт.

Голограма довільного об'єкта. Хвильовий фронт довільного об'єкта складається з хвильових фронтів, які породжені його точками. Тому запис голограми довільного об'єкта здійснюється аналогічно попередньому випадку. Лише

необхідно, щоб предметна хвиля, яка несе інформацію про об'єкт, була когерентною з опорною. Виконання цієї умови можна досягти різними способами.

На рис. 8.13 показано один із можливих способів запису голограми довільного об'єкта.

З цього рисунка видно, що опорна хвиля створюється відбиттям від дзеркала тієї ж хвилі, яка освітлює предмет. Хвиля, яка проходить від фотопластинки до предмета, може бути в площині пластини представлена таким чином:

$$E_{\text{пр}}(x, y) = E_1(x, y) \exp[-i(\omega t - kx - \varphi(x, y))]. \quad (4.25)$$

Тут $E_1(x, y)$ і $\varphi(x, y)$ описують розподіл амплітуд і фаз світлового поля від джерела. Для квадрата модуля напруженості електричного поля, записаного на голограму замість (4.21), отримується такий вираз:

$$|E|^2 = E_0^2 + E_1^2 + E_0 E_1 \left\{ \exp[i(kx \sin \theta - \varphi)] + \exp[-i(kx \sin \theta - \varphi)] \right\}. \quad (4.26)$$

При опроміненні голограми монохроматичною хвилею отримується аналогічно до (4.24) вираз для відновленої хвилі:

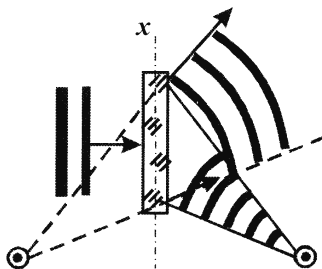


Рис. 8.12. Дійсне і уявне зображення точки при відновленні голограми

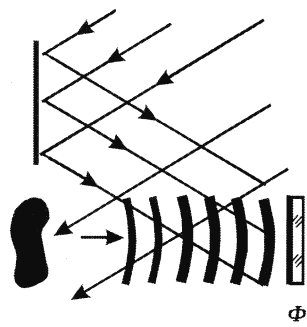


Рис. 8.13. Схема запису голограми довільного об'єкта

$$E_{\text{вих}} = E_{\text{від}} \tau = E_2 (2E_0^2 - \gamma E_1^2) \exp[-i(\omega t - kz)] - \\ - \gamma E_0 E_1 E_2 \exp[-i(\omega t - kz - kx \sin \theta + \varphi)] - \\ - \gamma E_0 E_1 E_2 \exp[-i(\omega t - kz + kx \sin \theta - \varphi)]. \quad (4.27)$$

Цей вираз аналогічно до (4.24) описує хвилю, яка проходить, і хвилі, що дають дійсне і уявне зображення предмета (рис. 8.14).

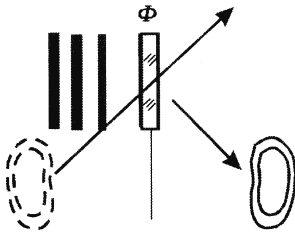


Рис. 8.14. Схема відтворення голограми довільного об'єкта

Хвиля, яка обумовлює уявне зображення предмета, є точною реконструкцією хвилі, яка виходить безпосередньо від предмета. Це уявне зображення є об'ємним, і тому, змінюючи кут зору, можна подивитись на предмет дещо збоку. При переміщенні голови видно бокові частини предмета. Предмет можна також фотографувати під різними ракурсами при умові, звичайно, що об'єктив фотоапарата знаходиться в межах реконструйованої хвилі.

Предметна і опорна хвилі при запису голограми повинні бути когерентні між собою. Ширина когерентності повинна бути не менше розміру предмета, а довжина когерентності — не менше різниці ходу сигнальної і опорної хвиль. У реальних умовах це значить, що при запису голограми необхідно використовувати випромінювання з високим ступенем часової і просторової когерентності. Цим вимогам відповідає лазерне випромінювання. Відновлюються голограми також за допомогою лазерного випромінювання. Однак при відновленні голограми частота лазерного випромінювання може відрізнятись від частоти, на якій було здійснено запис голограми. Це витікає з того факту, що відновлення голограми зводиться до дифракції падаючої на голограму хвилі. При збільшенні довжини хвилі дифракційні кути збільшуються. Тому при відновленні голограми випромінюванням з більшою, ніж при запису, довжиною хвилі зображення збільшується в порівнянні з оригіналом.

Реконструкцію голограми можна також здійснити і без лазера за допомогою некогерентного джерела. Відміна від зображення, отриманого за допомогою лазера, полягає у меншій його чіткості. Це пов'язано з тим, що втрачаються при цьому дифракційні максимуми вищих порядків. Об'ємність зображення зберігається.

Вимоги до фотопластинок і до часу експозиції. Фотопластинка при запису голограми, так же, як і при запису фотографії, реєструє інтенсивність світлового потоку, тобто в обох випадках виконує одну і ту ж функцію. Різниця полягає у тому, що на голограмі необхідно фіксувати значно дрібніші подробиці розподілу інтенсивності і значно більший діапазон змін інтенсивностей, ніж на фотографії.

Фотопластинка повинна забезпечувати запис дифракційної картини, яка складає голограму. В голограмі плоскої хвилі (4.9) умова максимумів має вигляд

$$\cos(kx \sin \theta) = 1, \quad (4.28)$$

а віддаль між ними визначається співвідношенням

$$k \Delta x \sin \theta = 2\pi. \quad (4.29)$$

Звідси виходить, що $\Delta x = \lambda / \sin \theta$. Наприклад, при $\theta = 15^\circ$; $\sin \theta = 0,26$, і тому $\Delta x = 4\lambda = 2 \text{ мкм}$, $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$. Це значить, що пластина повинна бути здатна розділити лінії, які розташовані на відстані 2 мкм. Зазвичай роздільна здатність фотопластин виражається в числі ліній на 1 мм довжини, які пластина може розділити. В розглянутому випадку необхідна роздільна здатність складає 500 ліній/мм. Бажано мати пластини ще з більшою роздільною здатністю. Для цього доводиться використовувати дуже дрібні зерна галогідного срібла, а це знижує чутливість пластини. Тому пластини з дуже високою роздільною здатністю малочутливі і вимагають великого часу експозиції. При невеликих потужностях лазера час експозиції в такому разі може сягати декількох секунд. Протягом часу експозиції необхідно забезпечити стаціонарність процесу експозиції і відносну нерухомість предметів зйомки з точністю до долі довжини хвилі (зазвичай). При використанні імпульсних лазерів великої потужності час експозиції можна зменшити до протяжності імпульсу, тобто до мілісекунди і менше. При таких умовах можна знімати голограми рухомих об'єктів, фактично знімати голографічне кіно.

Об'ємне відтворення об'єкта. Отримане за допомогою голографії уявне зображення предмета спостерігається як його об'ємна фотографія. Дійсне зображення являє собою, у визначеному змісті, об'ємне відтворення предмета з точністю до дзеркального відбиття. Предмет видається висячим у повітрі, його можна фотографувати і т. ін. Таким чином, у приміщенні можна здійснити просторову об'ємну рекон-

струкцію обстановки. Наприклад, створити ілюзію знаходження в кімнаті предмета, якого в дійсності там не має.

Товстошарові голограми (метод Денисюка). На відміну від розглянутих голограм, які записуються на звичайних фотопластинках з тонким шаром емульсії, в 1962 р. Денисюк запропонував метод товстошарових голограм. В таких голограмах інтерференційна картина дифрагованих променів не двовірна, а трьохвірна і охоплює всю товщу емульсії.

Нехай є товстошарова голограма плоскої хвилі, яка записана по схемі, як і для двовірної голограми, але з використанням не звичайної фотопластинки, а фотопластинки з товстим шаром емульсії (рис. 8.15), де $\vec{k}, \vec{k}_0$ — хвильові вектори предметної і опорної хвиль.

Аналогічно до (4.9) для квадрата модуля амплітуди напруженості поля можна записати:

$$\begin{aligned} |E|^2 &= |E_0 \exp(i\vec{k}_0 \vec{r}) + E_1 \exp(i\vec{k} \vec{r})|^2 = \\ &= E_0^2 + E_1^2 + 2E_0 E_1 \cos[(\vec{k}_0 - \vec{k}) \vec{r}]. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Умова максимумів записується у вигляді

$$(\vec{k}_0 - \vec{k}) \vec{r} = 2\pi m. \quad (4.31)$$

Рівняння (4.31) є система площин, перпендикулярних до вектора $\vec{k}_0 - \vec{k}$ (рис. 8.16).

Відстань d між площинами відповідно до (4.31) задовольняє умові

$$|\vec{k}_0 - \vec{k}| d = 2\pi. \quad (4.32)$$

Враховуючи, що $|\vec{k}| = |\vec{k}_0|$, отримаємо:

$$|\vec{k}_0 - \vec{k}| = 2k \sin \frac{\theta}{2}. \quad (4.33)$$

Тоді, взявши до уваги (4.32), маємо:

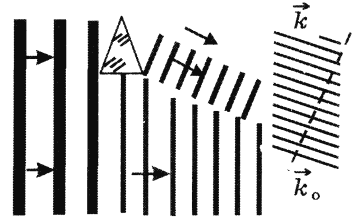


Рис. 8.15. Схема запису товстошарової голограми

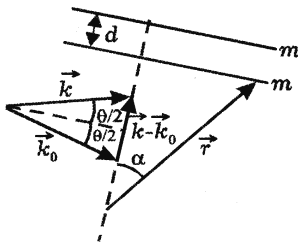


Рис. 8.16. До визначення поверхні максимального почорніння в товстошаровій емульсії

$$d = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}}. \quad (4.34)$$

Зокрема, при інтерференції двох зустрічних хвиль ($\theta = \pi$) площини максимального почорніння паралельні хвиловим фронтам хвиль, які інтерферують (рис. 8.17).

З (4.34) витікає, що відстань між цими площинами $d = \lambda / 2$.

Отримання голограм і відновлення зображення довільного об'єкта. При опроміненні об'єкта і фотопластинки однією і тією ж хвилею кожна точка об'єкта створює в товщині емульсії дифракційну картину. Сукупність усіх дифракційних структур всіх точок складає голограму об'єкта. Відновлення зображення виконується за допомогою опромінення голограми хвилею, яка збігається з опорною при записі голограми. Зображення об'єкта при цьому уявне, розташоване в тому місці, де знаходився реальний об'єкт при записі голограми. Таке відновлення зображення має значний недолік — відновлююча хвиля просторово співпадає з відновленою хвилею.

Для усунення цього недоліку можна опромінювати голограму хвилею з хвиловим вектором $\vec{k}_o$, який спрямований під необхідним кутом до поверхні голограми. Відбита від дифракційної структури хвиля утворюється під кутом відбиття, рівним куту падіння. В результаті відновлена хвиля і відновлююча хвиля виявляються розділеними просторово. Зображення об'єкта — уявне, а його положення залежить від кута, під яким виконується опромінення голограми. Оскільки відстань d між поверхнями максимального почорніння приблизно дорівнює $\lambda / 2$, то це значить, що в (4.31) $m = 1$. При відновленні немає необхідності опромінювати голограму монохроматичним світлом. При опроміненні голограми білим світлом відбивається лише та хвиля, довжина якої задовольняє умові Вульфа — Брега (див. розділ 6, § 8, формула (8.1)). Це спрощує процес відновлення товстошарових голограм і, крім того, дає можливість отримувати кольорове зображення.

Товстошарова голограма дає змогу отримувати дійсне зображення предмета. Для цього необхідно голограму опромінювати з тієї сторони, з якої знаходився предмет під час запису.

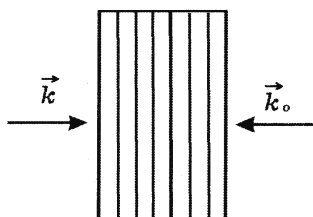


Рис. 8.17. Просторова картина інтерференції двох зустрічних хвиль

Кольорове об'ємне зображення. Відомо, що будь-який колір може бути представлений як суміш трьох незалежних кольорів. Такими кольорами можуть бути взяті, наприклад, червоний, зелений, синій. Кольорове зображення отримується в результаті суміщення зображення в трьох кольорах.

Для отримання кольорового зображення при запису голограми предмет опромінюється хвилями, які відповідають трьом кольорам, взятим за незалежні. На голограмі записуються три дифракційні структури, які відповідають трьом хвилям. Відновлення зображення здійснюється білим світлом. У відповідності до (4.34) відбиваються тільки хвилі з частотами, які були використані для запису голограм. Причому їх інтенсивності відповідають інтенсивностям хвиль при запису. Це означає, що відновлена за допомогою білого світла хвиля несе в собі кольорове зображення. Якість зображення залежить від роздільної здатності фотоемульсії, характеру спотворень дифракційної структури, які виникають в результаті механічних напружень, деформації, проявлення, сушки і т. п.

Особливості голограм як носіїв інформації. На будь-яку ділянку голограми падає випромінювання від усіх точок предмета. Це значить, що частина голограми утримує всю інформацію про предмет, яку має вся голограма. Якщо голограму розділити на частини, то кожна з цих частин дозволяє відновити повне зображення предмета. Інакше кажучи, частина голограми утримує в собі ту ж інформацію, що і ціла голограма. Тому погіршення якості на окремих ділянках голограми (подряпини, потертості...) не погіршують якості зображення. Запис інформації на голограмах здійснюється з великим ступенем надійності.

Записаний на голограмі об'єм інформації значно більший, ніж на фотографії. Ємність разом з надійністю зробили голограми надзвичайно перспективними носіями інформації.

Застосування голографії. Початковою задачею голографії було отримання об'ємного зображення предмета. З розвитком товстошарової голографії виникла можливість створення об'ємних кольорових фотографій. На цій базі досліджуються можливості створення голографічного кіно, телебачення і т. ін.

Із технологічних застосувань найбільший розвиток має голографічна інтерферометрія: порівняння хвилі, яка записана раніше і відновлена, і хвилі, що випромінюється тим же об'єктом в даний час. Цей метод створює можливості ідентифікувати, вивчати і вимірюва-

ти напруження в структурі тіл, деформації, крутильні моменти, розподіл температур, точність обробки деталей. Останнє приводить до необхідності отримувати об'ємне зображення предмета, який ще не існує. Таке зображення розраховується за допомогою електронно-обчислювальних машин (цифрова голографія). Далі результати переносяться на фотоплівку. Зображення, яке отримане за допомогою машинної (цифрової) голографії, відновлюється звичайним способом.

Отримане за допомогою обчислень зображення можна і не відновлювати, а голографічне зображення реальної деталі ввести до комп'ютера і зробити порівняння двох голограм (заданої — обчисленої і реальної) в пам'яті електронно-обчислювальної машини.

Описаний процес показує, що завдяки великому обсягу інформації, який міститься в голограмах, їх можна застосовувати і для розпізнавання образів.

Контрольні питання та завдання

1. Поясніть, чому лінза здійснює перетворення Фур'є?
2. У чому полягає критерій роздільної здатності Релея?
3. Які фактори визначають роздільну здатність телескопа?
4. Оцініть роздільну здатність мікроскопа з об'єктивом з водною імєрсією для червоного світла.
5. Наведіть оптичну схему спостереження об'єкта методом темного поля.
6. У чому особливість методу фазового контрасту?
7. Наведіть приклади застосування просторової фільтрації зображення.
8. Чому фотографія не несе повної інформації щодо об'єкта?
9. Які оптичні явища мають місце при голографічному записі і відтворенні інформації?
10. Чому втрата частини голограми не призводить до втрати інформації про об'єкт?
11. Чому голограми Денисюка можна відтворювати за допомогою звичайних джерел світла?
12. У чому полягає принцип запису і відтворення кольорових голограм?

Розділ IX

РОЗСІЯННЯ СВІТЛА

§ 1. ПРИРОДА ТА ТИПИ РОЗСІЯННЯ СВІТЛА

При поширенні світлової хвилі в оптичному середовищі її електричне поле взаємодіє з електронами атомів, молекул, частинок, що входять до складу речовини. Процес розсіювання світла полягає в перейманні атомом, молекулою, частинкою енергії електромагнітної хвилі, що розповсюджується в середовищі, і випромінюванні атомом, молекулою, частинкою цієї енергії в тілесний кут, вершиною якого є атом, молекула або частинка.

В оптично однорідному середовищі, як показали Х. Гюйгенс, Е. Ферма та ін., світло розповсюджується прямолінійно у напрямі поширення падаючої хвилі. В оптично неоднорідному середовищі світло буде поширюватись і в напрямках, відмінних від напрямку поширення падаючої хвилі. Поширення світла в середовищах у напрямках, відмінних від напрямку поширення падаючої хвилі, *називається розсіюванням світла*.

Розсіювання світла легко спостерігати в оптично неоднорідних середовищах. В таких середовищах показник заломлення залежить від координати. Фізично оптична неоднорідність речовини зумовлена наявністю в ній різних мікроскопічних неоднорідностей, які формуються завдяки наявності частинок пилу, колоїдних частинок, крапель сторонньої рідини, бульбашок повітря та ін. Оптично неоднорідні середовища називають *каламутними*.

За своїм фізичним змістом розсіювання світла в оптично неоднорідних середовищах є *дифракція* хвилі на неоднорідностях речовини.

Розсіювання світла може відбуватися і в однорідних чистих середовищах, вільних від сторонніх домішок. За таких умов флуктуацію густини середовища зумовлюють теплові коливання молекул. У цьому випадку розсіювання світла називається *молекулярним*. У 1910 році А. Ейнштейн, виходячи з ідеї флуктуації густини речовини, створив кількісну термодинамічну теорію молекулярного розсіювання світла в рідинах та реальних газах, окремим випадком якої є релєївське розсіювання. *Релєївське розсіювання світла* має місце, коли лінійні розміри

частинок менші за $1/15$ довжини хвилі. Якщо ж розміри частинки більші, то спостерігається *розсіяння Мі*.

При розповсюдженні в середовищі акустична хвиля створює в ньому неоднорідності його густини. Розсіяння світла на неоднорідностях середовища, створених звуковою хвилею, називають *розсіянням Мандельштама* — *Брілюена*, тому що воно незалежно було відкрито С. Мандельштамом та Л. Брілюеном.

Подальші дослідження С. Мандельштама та Ч. Рамана показали, що розсіяння світла може приводити до зміни частоти розсіяного світла по відношенню до частоти падаючого, спричиненої квантовою природою явища. Розсіяння світла, обумовлене квантовими властивостями молекул, називають *комбінаційним розсіянням світла*.

Світло, розсіяне якоюсь частинкою, далі може бути розсіяне наступною частинкою. Таким чином, виникає *багаторазове розсіяння світла*. Воно у кожному наступному акті відбувається так, як одноразове розсіяння. Кінцевий результат отримуємо як суму усіх актів одноразових розсіювань.

§ 2. РЕЛЕЄВСЬКЕ РОЗСІЯННЯ СВІТЛА ТА РОЗСІЯННЯ МІ

Розсіяння світла елементарним розсіювачем. Електрони, які попадають в електричне поле електромагнітної хвилі, здійснюють коливання з частотою хвилі. Якщо хвиля розповсюджується в додатному напрямі осі x (рис. 9.1), а електричний вектор коливається в площині $y = 0$, то можна записати таке рівняння руху електрона:

$$mz'' + m\omega_0^2 z = eE_0 \cos(\omega t), \quad (2.1)$$

де $E_0 \cos \omega t$ — коливання напруженості електричного поля хвилі, колинеарної осі z в площині $y = 0$; m і e — маса і заряд електрона; ω_0 — власна частота коливань електрона, яка визначається пружною силою, що утримує електрон в положенні рівноваги.

Затухання коливань електронів не враховується, оскільки воно мале. З (2.1) для відхилень електрона з положення рівноваги знаходимо:

$$z = \frac{e}{m} \frac{E_0}{\omega_0^2 - \omega^2} \cos \omega t. \quad (2.2)$$

Електрон, який коливається сам, є розсіювачем, і його випромінювання розсіяне. Отже, моделлю елементарного класичного роз-

сіювача є елементарний класичний випромінювач — електричний диполь, який знаходиться в полі електромагнітної хвилі.

Атом, до складу якого входить електрон, є нейтральною системою. Тому можна вважати, що коливання електрона відповідно до (2.2) відбуваються біля точки рівноваги, в якій знаходиться позитивний заряд протона (ядра). Цей заряд можна вважати нерухомим, оскільки маса протона (ядра) значно більша від маси електрона. Таким чином, (2.2) можна записати у вигляді формули для дипольного моменту, який змінюється у часі:

$$p_z(t) = ez = \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2} E_0 \cos \omega t. \quad (2.3)$$

Поле випромінюваної диполем електромагнітної хвилі в сферичній системі координат з полярною віссю, що співпадає з напрямком диполя, характеризується формулами

$$E_0 = cB_\phi = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\omega^2 \sin \theta}{c^2 r} p(t - r/c)$$

$$E_r = E_\phi = 0, \quad B_r = B_\theta = 0, \quad (2.4)$$

де θ , ϕ — відповідно, полярний та азимутальний кути, r — відстань від диполя до точки, у якій визначається поле (рис. 9.1). Наголосимо, що вздовж лінії коливання диполя випромінювання відсутнє.

В сферичній системі координат густина потоку енергії $\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]$ у напрямку, що характеризується кутами θ , ϕ , з урахуванням (2.4) буде мати вигляд

$$S(\theta, \phi, r, t) = E_0 H_\phi =$$

$$= \frac{E_0 B_\phi}{\mu_0} = \frac{\omega^4 \sin^2 \theta}{16\pi^2 r_0^2 c^2 r^2} p^2, \quad (2.5)$$

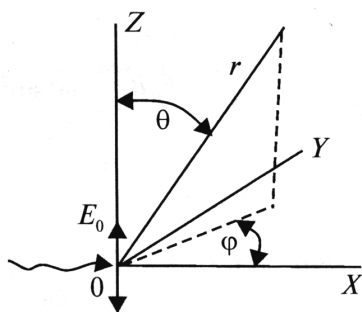


Рис. 9.1. Елементарний розсіювач світла

Усереднюючи S за часом $t \gg T$ та враховуючи (2.3), визначимо середнє значення густини потоку енергії розсіяного світла

$$\langle S \rangle_t = \frac{\pi^2 c \sin^2 \theta}{2\epsilon_0 r^2 \lambda^4} \left[\frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right]^2 E_0^2, \quad (2.6)$$

де $\lambda = 2\pi c / \omega$.

Потік енергії $dP(\theta, \varphi)$ в тілесний кут $d\Omega = d\sigma/r^2$, який опирається на площу сфери $d\sigma$, дорівнює

$$dP(\theta, \varphi) = \langle S \rangle_r d\sigma = \langle S \rangle_r r^2 d\Omega. \quad (2.7)$$

Звідси для інтенсивності розсіяного світла $I_1(\theta, \varphi)$, що визначається як потік енергії, віднесений до тілесного кута $d\Omega$, враховуючи (2.7), одержимо

$$I_1(\theta, \varphi) = \frac{dP}{d\Omega} = \frac{\pi^2 c \sin^2 \theta}{2\epsilon_0 \lambda^4} \left[\frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right]^2 E_0^2. \quad (2.8)$$

Рівняння (2.8) визначає густину енергії розсіяного світла від одного елементарного випромінювача. Враховуючи, що середнє значення густини потоку енергії у падаючій хвилі $\langle S_0 \rangle = \frac{c\epsilon_0}{2} E_0^2$, формулу (2.8) подамо у вигляді

$$I_1(\theta, \varphi) = \frac{\pi^2 \sin^2 \theta}{\lambda^4} \left[\frac{e^2}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \right]^2 \langle S_0 \rangle. \quad (2.9)$$

Релеєвське розсіювання світла. Якщо розміри розсіювача значно менші від λ , то усі елементарні диполі випромінюють когерентно. Як вже було сказано, релеєвське розсіювання — це частковий випадок молекулярного розсіювання за умови, що розглядаються звичайні молекули, а не макромолекули.

Елементарні випромінювачі, які належать різним молекулам, випромінюють некогерентно завдяки двом основним причинам: 1) відстань між молекулами може бути достатньо великою; 2) внаслідок руху молекул відбуваються флуктуації густини середовища. Тому інтенсивність випромінювання від однієї молекули збільшується пропорційно квадрату величини числа N_0 елементарних розсіювачів в ній. Якщо концентрацію молекул позначити N , то в одиниці об'єму знаходиться $N_0 N$ елементарних диполів.

З курсу електрики відомо, що

$$\frac{(n^2 - 1)}{(n^2 + 2)} = \frac{N_0 N e^2}{3m\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (2.10)$$

Використаємо (2.10) для заміни квадратних дужок в (2.9) і отримаємо для розсіювання від однієї молекули

$$I = I_1(\theta, \varphi) N_0^2 = \frac{9\pi^2 \sin^2 \theta}{N^2 \lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) \langle S_0 \rangle. \quad (2.11)$$

Повну інтенсивність розсіяння однією частинкою I_0 отримуємо інтегруванням (2.11) по всім кутам розсіяння:

$$I_0 = \int_{4\pi} I(\theta, \varphi) d\Omega = \frac{B'}{N^2 \lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right) \langle S_0 \rangle. \quad (2.12)$$

Різні молекули можуть розсіювати некогерентно. Тому повна інтенсивність розсіяння в одиниці об'єму речовини обчислюється множенням (2.12) на концентрацію молекул N . Оскільки для не дуже густих газів $n \approx 1$, то $n + 2 \approx 3$, $n^2 - 1 \approx 2(n - 1)$ і для інтенсивності розсіювання в одиниці об'єму маємо:

$$I_v = I_0 N \frac{M(n-1)^2}{N \lambda^4} \langle S_0 \rangle, \quad (2.13)$$

де M — стала величина.

Інтенсивність розсіяння світла обернено пропорційна четвертій степені довжини хвилі — це є *закон, встановлений Релеєм*.

Законом Релея пояснюється голубий колір неба і червоний колір сонця на сході і заході. На сході і заході спостерігається світло, в якому фіолетова частина спектра в результаті розсіяння значно ослаблена. Інтенсивність червоного світла більша за інтенсивність фіолетового, і сонце видається червоним. Різниця в розсіянні буде помітною, лише якщо значна різниця між відстанями, яке світло проходить в атмосфері, коли сонце в зеніті і коли воно на сході (заході). При знаходженні сонця в зеніті світло проходить короткий шлях у повітрі, фіолетова частина спектра мало розсіюється, і колір неба видається голубим. Якби не було розсіяння світла в атмосфері, то сонце і зірки виглядали б як яскраві світила на фоні абсолютно чорного неба.

Послаблення інтенсивності світла. При розсіюванні густина потоку енергії світла, яке розповсюджується в середовищі, послаблюється. Якщо пучок світла має переріз σ , то на довжині шляху dx він зустріне $N\sigma dx$ розсіювачів, кожен з яких виводить з пучка потужність (2.12). В результаті потужність зменшується на

$$d \langle S_0 \rangle \sigma = -I_0 N \sigma dx. \quad (2.14)$$

З врахуванням (2.12) рівність (2.14) буде

$$d \langle S_0 \rangle = -\gamma \langle S_0 \rangle dx, \quad (2.15)$$

де γ — коефіцієнт розсіяння. Тому закон послаблення густини потоку енергії в пучці світла завдяки розсіянню буде мати наступний вигляд:

$$\langle S_0(x) \rangle = \langle S_0(0) \rangle e^{-\gamma x}. \quad (2.16)$$

Розсіяння Мі. Теорія Релея добре описує розсіяння не лише на молекулах, але і на досить малих сферичних частинках, радіус яких менший за $0,03\lambda$. При збільшенні розмірів частинки стають помітними *відхилення* від передбачень теорії Релея, і необхідно користуватись теорією Мі. Теорія розсіяння Мі враховує розміри частинок і виражає розсіяння у вигляді рядів, малим параметром яких є

$$\alpha = ka = 2\pi a / \lambda, \quad (2.17)$$

де a — радіус сферичної частинки.

Теорія Мі була розвинута для сферичних частинок. Однак цей термін використовують і для розсіяння на частинках інших форм. В (2.17) важливим є не абсолютний розмір частинки, а його відношення до довжини хвилі. Закономірності розсіяння ультрафіолетової частини спектра на частинках певного розміру приблизно такі ж, як і для розсіяння червоної частини спектра на частинках, розмір яких приблизно у два рази більший. При $\alpha < 0,2$ розсіяння Мі переходить у релеєве. Звідси випливає, що релеєве розсіяння — це граничний випадок теорії розсіяння Мі.

Розподіл інтенсивності за кутами і поляризація випромінювання у розсіянні Мі. Великі частинки складаються з багатьох молекул. Елементарні диполі кожної молекули під впливом електромагнітної хвилі приходять у коливання і стають джерелами вторинних хвиль. Ці вторинні хвилі складають розсіяне випромінювання. У цьому відношенні розсіяння Мі аналогічне розсіянню Релея.

Математично теорія Мі зводиться до рішення рівнянь Максвелла з граничними умовами на поверхні сферичної частинки довільного радіуса, яка характеризується діелектричною і магнітною проникністю та електропровідністю.

Із збільшенням радіуса частинки зростає відношення a/λ і з'являється асиметрія між розсіянням вперед і назад. Розсіяння вперед переважає над розсіянням назад (див. рис. 9.2). За умови, що на розподілі розсіяного світла практично не спостерігаються максимуми та мінімуми. При подальшому збільшенні розмірів частинок ($a \gg \lambda$) починає переважати розсіяння вперед,

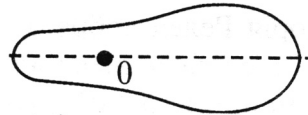


Рис. 9.2. Індикатриса розсіяння Мі на частинках з лінійними розмірами $\lambda/4$

яке може мати численні вторинні максимуми (рис. 9.3). Розподіл таких максимумів у просторі залежить від розмірів частинки.

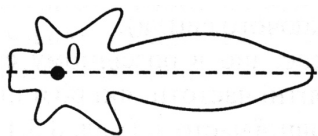


Рис. 9.3. Індикатриса розсіяння M_i на частинках з лінійними розмірами $a \gg \lambda$

Якщо частинки мають розміри, такі, що $a \gg \lambda$, то інтенсивність розсіяного світла не залежить від довжини хвилі. Тому розсіяне світло не має кольору. З цієї причини тумани мають білий колір.

У випадку розсіяння на непрозорих частинках, розміри яких значно більші за довжину хвилі, явище можна розглядати як дифракцію світла на цих частинках. При подальшому збільшенні розмірів частинок до дифракційних ефектів додаються геометричні, тобто заломлення та відбиття світла від поверхонь частинок.

Таким чином, розсіяння M_i для частинок з розміром, значно більшим за довжину хвилі, слабо залежить від λ , і це є суттєвою відмінною від розсіяння Релея.

§ 3. РОЗСІЯННЯ МАНДЕЛЬШТАМА — БРІЛЛЮЕНА

Акустична хвиля, яка розповсюджується в оптичному середовищі, створює в ньому неоднорідності його густини. Якщо в такому середовищі розповсюджується світлова хвиля, то її частота не буде залишатись постійною, як це спостерігалось у випадках релеєвського розсіяння та розсіяння M_i . У такому випадку спостерігається дифракція світлової хвилі на неоднорідностях середовища, які створені звуковою хвилею. В результаті дифракції на звуковій хвилі виникають два максимуми першого порядку. Амплітуда дифрагованої хвилі змінюється разом з коефіцієнтом пропускання і коефіцієнтом заломлення середовища. Ці зміни обумовлені варіаціями густини середовища в акустичній хвилі. Амплітуда дифрагованої світлової хвилі змінюється гармонічно з частотою Ω звукової хвилі. Тому напруженість електромагнітної хвилі у напрямку дифракційних максимумів представляється наступним чином:

$$E(t) = A_0 \cos \Omega t \cos \omega t = (A_0/2) [\cos(\omega + \Omega)t + \cos(\omega - \Omega)t], \quad (3.1)$$

де ω — частота падаючого світла.

Звідси випливає, що в розсіяному світлі мають бути присутніми сателітні частоти, які розташовані симетрично відносно основної частоти (рис. 9.4).

Сателіт з частотою $\omega - \Omega$ називається стоксовим, а $\omega + \Omega$ — антистоксовим. Вони є компонентами розсіювання Мандельштама — Бріллюена.

У рідинах у більшості випадків одночасно з частотами $\omega \pm \Omega$ спостерігається і частота ω . Її поява може бути пояснена за допомогою формули (3.1), якщо замість $\cos \omega t$ у цей вираз підста-

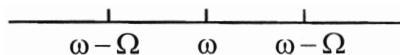


Рис. 9.4. Розташування сателітів при розсіюванні Мандельштама — Бріллюена

вити $\alpha + \cos \Omega t$ (α — стала). Звідси виходить, що наявність *незміщеної частоти* ω в дифрагованому світлі обумовлена оптичною характеристикою середовища, яка не змінюється в часі. Така постійна складова оптичної неоднорідності виникає за рахунок флуктуацій у середовищі, які вирівнюються за проміжки часу набагато коротші, ніж період звукової хвилі.

В *аморфних тілах* можливі як поперечні, так і поздовжні акустичні хвилі, які розповсюджуються з різними швидкостями. Тому в розсіяному світлі спектральна лінія повинна розкладатись на п'ять компонентів. Одна з них незміщена, а дві пари — зміщених компонентів. Одна пара є результатом розсіювання на поздовжніх акустичних хвилях, друга — на поперечних.

В кристалічних твердих тілах число компонентів збільшується у відповідності до числа акустичних хвиль, які розповсюджуються з різними швидкостями, у різних напрямках, і до числа електромагнітних хвиль, які можуть розповсюджуватись у кристалі у даному напрямку. У загальному випадку у кристалі виникають 24 зміщені компоненти.

§ 4. КОМБІНАЦІЙНЕ РОЗСІЯННЯ

При релеєвському розсіянні світла довжина хвилі не змінюється. Разом з тим було виявлено, що за певних умов кожна спектральна лінія падаючого світла може супроводжуватись появою системи ліній зміненої частоти. У цьому випадку спостерігається зміна довжини хвилі значно більша, ніж при розсіянні Мандельштама — Бріллюена. Припустимо, що оптичні властивості молекули змінюються згідно з

гармонічним законом. В такому разі амплітуда розсіяного молекулою світла також змінюється згідно з гармонічним законом. Аналогічно до (3.1) напруженість електричного поля розсіяного світла, що спостерігається, буде

$$E(t) = A_0(1 + \alpha \cos \Omega t) \cos \omega t, \quad (4.1)$$

тут Ω — частота, що характеризує зміну оптичних властивостей молекули, ω — частота світла, що падає на молекулу. Коефіцієнт α враховує ефективність модуляції амплітуди падаючого світла молекулою.

Як видно з (4.1), у розсіяному випромінюванні присутні хвилі з частотами ω , $\omega \pm \Omega$. Тому комбінаційне розсіяння — це таке розсіяння, в результаті якого у світлі, яке розсіяне молекулою, виникають частоти, зміщені відносно частоти падаючого світла симетрично в сторону як більших, так і менших частот. Це явище було відкрито у 1928 році незалежно Ч. Раманом, Г. Ландсбергом і С. Мандельштамом. Воно виникає в результаті модуляції падаючої оптичної хвилі власними коливаннями молекул.

Кожна спектральна лінія падаючого світла у розсіяному світлі супроводжується цілою системою супутників, які відстоять від центральної частоти на величини частот, характерних для даної молекули (рис. 9.4).

У початковому стані молекула має набір власних частот коливань її певних оптичних властивостей $\Omega_1, \Omega_2, \dots$. У спектрі розсіяння власні частоти коливань молекули проявляються у відповідності до (4.1). Частоти розсіяного світла комбінуються з частотою падаючого світла і власними частотами коливань молекул.

Експериментально встановлено, що супутники супроводжують кожну спектральну лінію падаючого випромінювання, а частоти $\Omega_1, \Omega_2, \dots$ однакові для усіх ліній і характеризують властивості молекули. Система супутників симетрична відносно частоти світла, що падає — ω . Супутники зі сторони великих частот ω називають фіолетовими, або антистоксовими, а супутники менших ω — червоними, або стоксовими. Стоксові супутники, які найближчі до центральної частоти, значно більш інтенсивні, ніж антистоксові. Однак з підвищенням температури ця різниця швидко зменшується за рахунок значного зростання інтенсивності антистоксових супутників.

Сpektри випромінювання молекул називають *смугастими*. Ця назва обумовлена тим, що їх спектри мають вигляд смуг, які скла-

даються з близько розташованих ліній. Специфічний вигляд спектра пов'язаний з розмиванням лінійчатого електронного спектра випромінювання молекул. Таке явище спостерігається за рахунок енергетичних переходів молекули між *коливальними і обертальними* рівнями енергій. Енергетична відстань між коливальними рівнями енергії значно більша, ніж між обертальними. У зв'язку з цим смуга в центрі створюється ніби у два етапи: на певних відстанях від частоти випромінювання в результаті електронного переходу створюються лінії колиального спектра. Біля кожної лінії колиального спектра створюються дуже близько розташовані лінії за рахунок обертальних переходів. Зі спектрів випромінювання молекул та їх комбінаційних спектрів розсіяння випливає, що комбінаційні частоти завжди співпадають з відповідними різницями частот колиального спектра частот. Інакше кажучи, комбінаційні частоти співпадають з власними частотами коливань молекули. Однак не всім власним частотам коливань молекул вдається поставити у відповідність комбінаційну частоту у спектрі комбінаційного розсіяння.

Класична інтерпретація комбінаційного розсіяння (4.1) дозволяє зрозуміти причину появи комбінаційних частот, але не може пояснити різницю між інтенсивностями стоксових та антистоксових компонент. Ця складність пов'язана з тим, що *комбінаційне розсіяння є квантовим за своєю природою*. В рамках квантової теорії комбінаційне розсіяння пояснюється переходами молекул між дискретними коливальними рівнями. Якщо на молекулу падає випромінювання з енергією кванта $\hbar\omega$, то частину енергії цього кванта $\hbar\Omega$ вона поглинає і переходить на більш високий коливальний рівень. Надлишок енергії, який залишився, випромінюється у вигляді кванта випромінювання з енергією $\hbar(\omega - \Omega)$. У цьому випадку формується стоксова компонента з частотою $\omega_1 = \omega - \Omega$. При взаємодії випромінювання з сильно збуреними молекулами можуть створюватись антистоксові компоненти. Квант випромінювання з енергією $\hbar\omega$, який падає на молекулу, що знаходиться на збуреному рівні, поглинається нею. Після поглинання цього кванта молекула переходить на більш низький коливальний рівень, і при цьому звільняється енергія $\hbar\Omega$, яка приєднується до енергії поглинутого кванта так, що випромінюється квант з енергією $\hbar(\omega + \Omega)$. Таким чином створюється антистоксова компонента. При достатньо низьких температурах число молекул, які можуть взяти участь у випромінюванні стоксових компонент, буде більшим від числа молекул, здатних випромінювати антистоксові

компоненти. Отже, за таких умов інтенсивність стоксових компонент буде більшою від інтенсивності антистоксових.

Різниця між інтенсивностями стоксових і антистоксових компонент зі зростанням температури зменшується завдяки тому, що при підвищенні температури збільшується число збурених молекул, здатних брати участь у випромінюванні антистоксових компонент.

У *прикладному аспекті* комбінаційне розсіяння є прямим методом дослідження будови молекул, що дозволяє вимірювати: 1) частоти їх власних коливань, 2) симетрію молекул, 3) сили всередині молекул, 4) молекулярну динаміку і т. ін. Спектри комбінаційного розсіяння настільки характерні для молекул, що за їх допомогою можна виконувати аналіз складу молекулярних сумішей, коли хімічні методи аналізу не дають достовірних результатів.

Контрольні питання та завдання

1. Опишіть природу основних типів розсіяння світла.
2. Розкрийте механізм розсіяння світла елементарним розсіювачем.
3. Які умови необхідні для виникнення релеевського розсіяння світла?
4. Як релеевський механізм розсіяння світла відображається на залежності розсіяного світла від довжини хвилі?
5. За допомогою закону Релея поясніть оптичні явища в атмосфері при сході і заході сонця.
6. Опишіть характерні особливості розсіяння світла на крупних частинках розміром, більшим за $0,03\lambda$.
7. Наведіть характерні особливості розсіяння світла на неоднорідностях середовища, створених завдяки розповсюдженню в ньому акустичної хвилі.
8. Розкрийте класичний аспект і квантові ефекти, які проявляються при комбінаційному розсіянні світла.

Розділ X

КВАНТОВІ ВЛАСТИВОСТІ СВІТЛА

§ 1. КЛАСИЧНІ ЗАКОНИ ТЕПЛОВОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

Випромінювання світла, що здійснюється за рахунок внутрішньої (теплової) енергії тіла, називається *тепловим*. Для забезпечення стаціонарного теплового випромінювання, для якого середня густина потоку енергії є величиною сталою, необхідно поповнювати енергію системи її нагріванням. Випромінювання світла, що здійснюється за рахунок нетеплової енергії (збудження системи світлом, електричним полем, прискореними електронами і т. ін.), відносять до *люмінесценції*.

Рівноважне випромінювання. На відміну від люмінесценції, теплове випромінювання може бути рівноважним. Для розуміння цього розглянемо наступний приклад. Оточимо тіло, що випромінює світло, непроникною для випромінювання оболонкою. В такому разі світло зазнає повного відбивання від внутрішніх стінок оболонки і частково чи повністю поглинається тілом. Суттєво, що в таких умовах повна енергія системи, що складається з внутрішньої енергії тіла і енергії його випромінювання, є величиною сталою. З часом в такій замкнутій системі досягається стан термодинамічної рівноваги. Це означає, що розподіл енергії між тілом та його *рівноважним випромінюванням* буде незмінним з часом. Оскільки рівноважне випромінювання знаходиться в рівновазі з тілом, то його характеризують *температурою випромінювання*, що дорівнює температурі тіла.

Згідно з принципом детальної рівноваги, кожному мікропроцесу в рівноважній системі з тією ж вірогідністю відповідає мікропроцес, що протікає у зворотному напрямку. В даному разі це означає, що за кожний проміжок часу у кожному мікрооб'ємі замкнutoї оболонки густина потоку енергії випромінювання на певній частоті, певної поляризації і напрямку співпадає з густиною потоку енергії, що поглинається на тій же частоті, з тією ж поляризацією і напрямком. Рівноважне випромінювання є *однорідним* (об'ємна густина енергії однакова в кожному елементі об'єму, що займає випромінювання), *ізотропним* (не залежить від напрямку випромінювання) і *неполяризованим* (різні стани поляризації однаково вірогідні).

На відміну від теплового випромінювання, люмінесценція не має властивостей рівноважного випромінювання. Дійсно, поглинання тілом енергії люмінесцентного випромінювання не повертає його до попереднього стану (стану люмінесценції). Інакше кажучи, вторинне люмінесцентне випромінювання не спостерігається. Разом з тим внаслідок поглинання світла зростає внутрішня енергія тіла. З часом це приводить до повного згасання люмінесценції і встановлення стану термодинамічної рівноваги тіла і його теплового (а не люмінесцентного) випромінювання. Таким чином, *люмінесценція є нерівноважним випромінюванням світла*, в той час як теплове випромінювання має властивості рівноважного. Тому в подальшому розглянемо рівноважне теплове випромінювання.

Випромінювальна і поглинальна здатності тіл. Кількісною характеристикою процесів випромінювання та поглинання світла є випромінювальна та поглинальна здатності тіла. Якщо в інтервалі частот від ν до $\nu + d\nu$ густина потоку випромінюваної енергії становить $dS_{\nu, \nu + d\nu}$, то випромінювальна здатність визначається як

$$E(\nu, T) = \frac{dS_{\nu, \nu + d\nu}}{d\nu}. \quad (1.1)$$

Розмірність випромінювальної здатності — Дж/м².

Поглиналина здатність є відношенням густини потоку енергії, що поглинається одиницею поверхні тіла в інтервалі частот від ν до $\nu + d\nu$, до густини потоку енергії, що падає на ту ж саму поверхню в такому ж інтервалі частот:

$$A(\nu, T) = \frac{dS_{\nu, \nu + d\nu}^{\text{погл}}}{dS_{\nu, \nu + d\nu}^{\text{пад}}}. \quad (1.2)$$

Слід підкреслити, що випромінювальна і поглинальна здатності тіл є функціями температури і частоти. Частотну залежність цих функцій називають *спектральними випромінювальними і поглинальними здатностями тіл*. В порівнянні з фотометричними величинами спектральна випромінювальна здатність є спектральною світністю тіла.

Абсолютно чорне тіло. Тіла, здатні поглинати все випромінювання, що падає на їх поверхню, називають *абсолютно чорними*. Поглинальна здатність абсолютно чорних тіл $A(\nu, T) = 1$ при всіх частотах і температурах. Найбільш близькими до абсолютно чорного тіла є тіла з поруватою поверхнею: сажа, чорний бархат і т. ін. Моделлю абсолютно чорного тіла є сфера з малим отвором, внутрішня поверхня якої

дзеркальна (рис. 10.1). Розмір отвору повинен бути не більшим $1/10$ діаметру сфери. За таких умов промінь світла, що вводиться в сферу через отвір, зазнає багатократного відбивання і розсіяння від внутрішньої поверхні стінок, в результаті чого світло «повністю поглинається». Якщо ж в середину такої сфери внести найменше тіло (пилинку), то випромінювання всередині сфери стане рівноважним. Тому часто *рівноважне випромінювання називають чорним*.

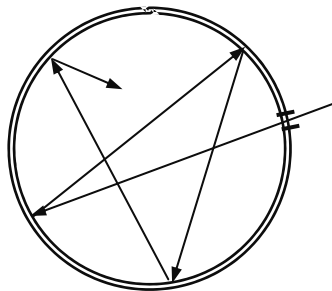


Рис. 10.1. Модель абсолютно чорного тіла

Закон Кірхгофа. В 1859 р. німецький фізик Г. Кірхгоф встановив кількісний зв'язок між випромінювальною та поглинальною здатностями тіл, що знаходяться в умовах термодинамічної рівноваги з випромінюванням. Закон Кірхгофа полягає в тому, що відношення випромінювальної і поглинальної здатностей тіла є універсальною функцією частоти і температури:

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = f(\nu, T). \quad (1.3)$$

Характерно, що функція Кірхгофа $f(\nu, T)$ не залежить від природи тіл. Цей закон Г. Кірхгоф встановив, базуючись на другому законі термодинаміки, згідно з яким теплова рівновага системи не може бути порушена звичайним обміном тепла між її окремими частинами. Позначимо випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла $\varepsilon(\nu, T)$. Тоді рівняння (1.3) для абсолютно чорного тіла набуде вигляду:

$$f(\nu, T) = \varepsilon(\nu, T). \quad (1.4)$$

Таким чином, універсальна функція Кірхгофа, що характеризує рівноважне випромінювання, є випромінювальною здатністю абсолютно чорного тіла. Враховуючи (1.4), рівняння (1.3) подамо у вигляді:

$$\frac{E(\nu, T)}{A(\nu, T)} = \varepsilon(\nu, T). \quad (1.5)$$

Виходячи з рівняння (1.5), закон Кірхгофа можна сформулювати так: *для всіх тіл відношення випромінювальної здатності до їх поглинальної здатності дорівнює випромінювальній здатності абсолютно чорно-*

го тіла при тій же частоті і температурі. Функція $\varepsilon(\nu, T)$ є універсальною величиною, що не залежить від природи тіл, а визначення її залежності від частоти і температури дозволяє, знаючи поглинальну здатність тіла, розрахувати згідно з (1.5) спектр теплового випромінювання $E(\nu, T)$ довільного тіла. Саме тому важливою проблемою теорії теплового випромінювання є знаходження явного вигляду частотної і температурної залежності випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла.

Випромінювання нечорних тіл. Тіла з поглинальною здатністю $A(\nu, T) < 1$ називають нечорними (сірими). До таких тіл відносяться практично всі тіла в природі, починаючи від сажі, поглинальна здатність якої біля 0,99, і закінчуючи добре полірованими металами, поглинальна здатність яких не перевищує кілька сотих. Згідно з законом Кірхгофа, з рівняння (1.5) одержимо $E(\nu, T) = \varepsilon(\nu, T)A(\nu, T)$. Оскільки $A(\nu, T) < 1$, то зрозуміло, що випромінювальна здатність сірого тіла завжди менша від випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла при даній частоті і температурі. До того ж вигляд функції $E(\nu)$ може суттєво відрізнятись від функції $\varepsilon(\nu)$ внаслідок того, що поглинальна здатність сірого тіла є функцією частоти, себто має селективну залежність відносно частоти. Яскравим прикладом такого селективного випромінювання тіла є вольфрам. Висока випромінювальна здатність вольфраму в видимій області спектра дозволяє використовувати його для освітлювальних ламп розжарювання. Слід мати на увазі, що закон Кірхгофа можна застосовувати для нечорних тіл лише за умови, що їх випромінювання є тепловим.

Закон Стефана — Больцмана. В 1879 р. австрійський фізик Й. Стефан експериментально встановив, що інтегральна за частотою випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла прямо пропорційна четвертій степені абсолютної температури:

$$\varepsilon(T) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\nu, T) d\nu = \sigma T^4. \quad (1.6)$$

В 1884 р. австрійський фізик-теоретик Л. Больцман застосував закони термодинаміки до рівноважного випромінювання і теоретично довів пропорційність інтегральної відносно частот випромінювальної здатності четвертій степені абсолютної температури. Слід підкреслити, що закон Стефана — Больцмана (рівняння (1.6)) виконується виключно для абсолютно чорних тіл.

Закон Віна. Базуючись на законах термодинаміки і електромагнітної теорії світла, німецький фізик В. Він в 1893 р. встановив, що ви-

проміньовальна здатність абсолютно чорного тіла прямо пропорційна кубові частоти і є функцією відношення ν/T :

$$\varepsilon(\nu, T) = \alpha \nu^3 F(\nu/T), \quad (1.7)$$

де α — стала величина, що не залежить від частоти і температури. Незважаючи на невизначеність функції $F(\nu/T)$, із закону Віна витікає ряд важливих наслідків, що добре підтверджуються експериментально. В експериментальній практиці більш зручною є форма подання спектральних характеристик у вигляді функцій від довжини хвилі, а не частоти. Для цього скористаємося тим, що $|\varepsilon(\nu, T)d\nu|$ і $|\varepsilon(\lambda, T)d\lambda|$ є густиною потоку енергії в інтервалі частот від ν до $\nu+d\nu$ і відповідному інтервалі довжин хвиль від λ до $\lambda-d\lambda$. Враховуючи, що знаки $d\nu$ і $d\lambda$ протилежні, одержимо $\varepsilon(\nu, T)d\nu = -\varepsilon(\lambda, T)d\lambda$, а тому

$$\varepsilon(\lambda, T) = -\varepsilon(\nu, T) \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{c}{\lambda^2} \varepsilon(\nu, T). \quad (1.8)$$

Як видно з (1.8), при переході від функції $\varepsilon(\nu, T)$ до $\varepsilon(\lambda, T)$ форма спектра випромінювання дещо змінюється (це спричиняється тим, що кількість енергії в одиничному інтервалі частот і довжин хвиль різна). Тому співвідношення між довжиною хвилі λ_m і частотою ν_m , що відповідають максимумам функцій $\varepsilon(\lambda, T)$ і $\varepsilon(\nu, T)$, не може бути визначеним простим рівнянням: $\nu_m = c/\lambda_m$. Застосовуючи (1.8), покладемо закон Віна (1.7) в такій формі:

$$\varepsilon(\lambda, T) = \frac{\alpha c^4}{\lambda^5} F\left(\frac{c}{\lambda T}\right). \quad (1.9)$$

З рівняння (1.9) визначимо довжину хвилі, за якої випромінювальна здатність є максимальною. Для цього здійснимо диференціювання (1.9) по λ і результат прирівняємо до нуля. В кінцевому рахунку одержимо

$$5F\left(\frac{c}{\lambda_m T}\right) + \frac{c}{\lambda_m T} F'\left(\frac{c}{\lambda_m T}\right) = 0. \quad (1.10)$$

Розв'язок рівняння (1.10) вказує на те, що добуток $\lambda_m T$ повинен бути величиною сталою:

$$\lambda_m T = b, \quad (1.11)$$

де стала $b \approx 2.89 \cdot 10^{-3}$ (м·К). З рівняння (1.11) можна сформулювати так зване правило зміщення Віна: *довжина хвилі, що відповідає максимуму випромінювальної здатності, обернено пропорційна абсолютній температурі*. На рис. 10.2 показано спектри випромінювання абсолютно

чорного тіла при температурах 5000(1), 4000(2) та 3000K(3). Видно, що при підвищенні температури величина λ_m зміщується в короткохвильову сторону і при $T=5000\text{K}$ максимум випромінювальної здатності розташовується в жовто-зеленій області спектра.

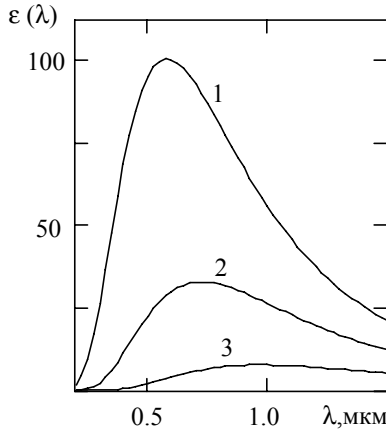


Рис. 10.2. Спектри випромінювання абсолютно чорного тіла при температурах 5000 (1), 4000 (2) та 3000 K (3)

Визначимо температурну залежність максимальної випромінювальної здатності $\epsilon_m(T)$. Для цього застосуємо рівняння (10.9) при $\lambda = \lambda_m = b/T$:

$$\epsilon_m(T) = \frac{\alpha c^4}{b^5} F\left(\frac{c}{b}\right) T^5 = \beta T^5, \quad (1.12)$$

де $\beta \equiv \frac{\alpha c^4}{b^5} F\left(\frac{c}{b}\right)$ — стала величина, що не залежить від температури. Таким чином, *максимальна випромінювальна здатність абсолютно чорного тіла пропорційна абсолютній температурі в п'ятій степені*.

Закон Віна дозволяє розраховувати спектр теплового випромінювання при довільній темпе-

ратурі за умови, коли відома форма спектра при одній температурі. Будемо вважати відомим спектр випромінювання у вигляді функції $\epsilon(\lambda, T_1)$ при температурі T_1 . Щоб визначити спектр випромінювання $\epsilon(\lambda, T)$ при довільній температурі T , скористаємося правилом зміщення (1.11), згідно з яким $\lambda_1 T_1 = \lambda T$. Враховуючи це співвідношення, з (10.9) одержимо

$$\epsilon(\lambda, T) = \frac{\alpha c^4}{\lambda^5} F\left(\frac{c}{\lambda T}\right) = \frac{\alpha c^4 T^5}{(\lambda_1 T_1)^5} F\left(\frac{c}{\lambda_1 T_1}\right) = \left(\frac{T}{T_1}\right)^5 \epsilon(\lambda, T_1). \quad (1.13)$$

Рівняння (1.13) дозволяє перераховувати відомий при температурі T_1 спектр в спектр випромінювання при довільній температурі T .

Розглянуті наслідки, що витікають з аналізу закону Віна, підтверджуються експериментально, але закон Віна не дозволяє описати спектральну залежність випромінювальної здатності, оскільки функція $F(v/T)$ не визначена. Як буде показано в подальшому, функція $F(v/T)$ є експоненціальною. Проте це дозволяє задовільно описати

спектр теплового випромінювання лише **в області високих частот і низьких температур**, що розташована далеко від максимуму.

Закон Релея — Джінса. Наведені вище закони теплового випромінювання, основані на законах класичної термодинаміки, не дозволили визначити функцію спектральної випромінювальної здатності. В 1900 р. Д. Релей застосував до рівноважного випромінювання у замкнутій оболонці теорему класичної статистичної механіки щодо рівномірного розподілу середньої енергії на кожний коливальний ступінь свободи: в стані статистичної рівноваги кожному коливальному ступеню свободи відповідає середня енергія рівна kT . Рівноважне випромінювання у замкнутій оболонці розглядалось Релеєм як система стоячих хвиль різної частоти, що поширюються у всіх напрямках. Згідно з Релеєм, число власних частот в інтервалі $(\nu, \nu + d\nu)$, що відповідають умові утворення стоячих хвиль, пропорційне об'єму оболонки, квадратів частоти і ширині частотного інтервалу $d\nu$, себто $\varepsilon(\nu, T) \propto \nu^2 kT$. В 1905 р. англійський фізик Д. Джінс, розв'язавши задачу стоячих хвиль у просторі трьох вимірювань, одержав співвідношення для числа власних частот в інтервалі $(\nu, \nu + d\nu)$, що дозволило встановити точний вираз для випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла:

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT. \quad (1.14)$$

Рівняння (1.14) називають законом Релея — Джінса. Проте закон Релея — Джінса, як і попередні закони теплового випромінювання, має певні обмеження. Рівняння (1.14) задовільно описує спектр теплового випромінювання абсолютно чорного тіла лише **в області низьких частот і високих температур**. В області високих частот закон Релея — Джінса розходиться з експериментом. Так, інтегральна за всіма частотами випромінювальна здатність, згідно з (1.14) є нескінченною величиною:

$\varepsilon(T) = \frac{2\pi}{c^2} kT \int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty$. Це означає, що рівновага

між тілом і його випромінюванням досягається при температурі тіла, рівній абсолютному нулю (коли вся внутрішня енергія тіла перейде в випромінювання). Такий висновок не відповідає дослідним даним, згідно з якими тіла знаходяться в рівновазі з їх випромінюванням при довільних, відмінних від нуля, температурах. Таке протиріччя закону Релея — Джінса з експериментом, що виникає в області високих частот (короткохвильовий — ультрафіолетовий діапазон довжин хвиль), одержало назву «ультрафіолетової катастрофи».

§ 2. ГІПОТЕЗА ПЛАНКА. ФОРМУЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ ПЛАНКА

Розглянуті вище класичні закони не дають загального розв'язку задачі теплового випромінювання тіл. Зокрема, формули Віна і Релея — Джінса дозволяють описати спектральну випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла лише в обмежених інтервалах частот і температур.

Гіпотеза Планка. Німецький фізик М. Планк в 1900 р., аналізуючи закони теплового випромінювання абсолютно чорних тіл, прийшов до висновку, що причиною обмеженості цих законів є неможливість застосування класичного осцилятора (осцилятора Лоренца) до атомних осциляторів. Згідно з класичною теорією енергія осцилятора пропорційна квадратові його амплітуди, а тому такий осцилятор здатний випромінювати за одиницю часу довільну кількість енергії. За Планком, осцилятор з частотою ν може мати лише таку кількість енергії, в якій міститься ціле число елементарних порцій енергії — квантів величиною E_0 . Енергія кванта пропорційна частоті випромінювання:

$$E_0 = h\nu, \quad (2.1)$$

де $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — стала Планка.

Таким чином, Планк висунув гіпотезу щодо дискретності енергетичних станів осцилятора. Така гіпотеза означала, що *випромінювання і поглинання світла системою атомних осциляторів здійснюється порціями — квантами*. Враховуючи квантові властивості атомних осциляторів, Планк одержав наступну формулу для функції Кірхгофа:

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad (2.2)$$

На відміну від закону Релея — Джінса (1.14), в (2.2) середня енергія осцилятора $\langle E \rangle$ складає не kT , а

$$\langle E \rangle = \frac{E_0}{e^{\frac{E_0}{kT}} - 1}, \quad (2.3)$$

де E_0 — мінімальна енергія осцилятора, що визначається згідно з (2.1). Величина $\langle E \rangle$ є функцією частоти, а не сталою величиною, як це має місце для класичного осцилятора. Саме така зміна співвідношення для випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла

привела до повної відповідності рівняння (2.2) спектру теплового випромінювання абсолютно чорного тіла, що спостерігається на експерименті.

Формула (2.2) спочатку була підібрана Планком емпірично, а потім він вивів її, використовуючи розподіл Больцмана, за яким середня енергія осцилятора визначалась рівнянням (2.3). Оскільки формула Планка (2.2) є універсальною відносно частот і температур, то з неї можна одержати всі розглянуті вище класичні закони теплового випромінювання абсолютно чорних тіл.

Формула Планка і класичні закони теплового випромінювання. Основуючись на формулі (2.2), одержимо математичний вираз закону Стефана — Больцмана. Для цього визначимо інтегральну за всіма частотами випромінювальну здатність абсолютно чорного тіла:

$$\varepsilon(T) = \int_0^{\infty} \varepsilon(\nu, T) d\nu = \frac{2\pi h}{c^2} \int_0^{\infty} \frac{\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \quad \text{Для інтегрування введемо нову змінну: } x = \frac{h\nu}{kT} \text{ та скористаємося табличним інтегралом } \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

В кінцевому рахунку одержимо:

$$\varepsilon(T) = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} T^4. \quad (2.4)$$

Порівнюючи (2.4) з (1.6), визначимо сталу σ в законі Стефана — Больцмана:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2\text{К}^4\text{)}.$$

Розглянемо формулу Планка **в наближенні високих частот і низьких температур**. Це означає, що $h\nu \gg kT$, себто $e^{\frac{h\nu}{kT}} \gg 1$, а тому (2.2) можна подати у вигляді:

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi h}{c^2} \nu^3 \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right). \quad (2.5)$$

Рівняння (2.5) є законом Віна (див. (1.7)), де функція $F(\nu/T)$ набуває явного вигляду: $F(\nu/T) = \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$, а величина $\alpha = 2\pi h/c^2$.

В наближенні низьких частот і високих температур ($h\nu \ll kT$) функцію $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)$ можна подати у вигляді ряду: $\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) = 1 + \frac{h\nu}{kT} + \dots$

Обмежившись першими двома членами ряду, формулу Планка подамо у вигляді $\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} kT$, що є законом Релея — Джінса.

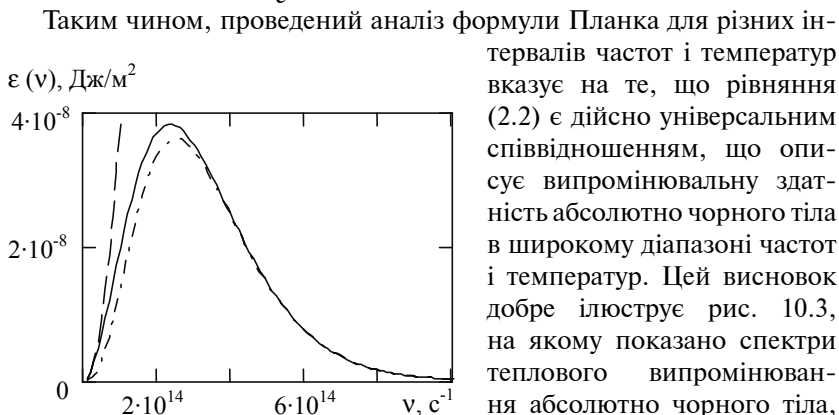


Рис. 10.3. Спектри випромінювання абсолютно чорного тіла, розраховані за формулами Планка (суцільна лінія), Релея — Джінса (пунктирна лінія) та Віна (штрих-пунктирна лінія)

§ 3. СВІТЛОВІ КВАНТИ. ВИВЕДЕННЯ ФОРМУЛИ ПЛАНКА ЗА ЕЙНШТЕЙНОМ

Гіпотеза Планка щодо дискретності енергетичних станів осцилятора стала основою сучасної квантової фізики. Проте, властивість дискретності надавалась Планком лише нагрітим тілам, що випромінюють та поглинають світло, а не електромагнітному випромінюванню.

Світлові кванти. В 1905 р. німецький фізик-теоретик А. Ейнштейн висунув нову гіпотезу щодо дискретності електромагнітного випромінювання. Згідно з Ейнштейном, електромагнітне випромінювання складається з окремих квантів. Кванти оптичного діапазону частот називають *фотонами*. Енергія фотона $E = h\nu$, а імпульс $p = \hbar k = \frac{\hbar\omega}{v} = \frac{h\nu}{c} n$. До фотонів можна застосовувати закони збереження енергії і імпульсу. Саме це дозволило в подальшому пояснити

цілий ряд оптичних явищ (фотоефект, люмінесценція і т. ін.), що не знаходили вичерпного пояснення в межах електромагнітної теорії світла.

В 1913 р. датський фізик-теоретик Н. Бор, виходячи з ідеї Планка щодо квантування енергії та моделі атома Резерфорда, розробив теорію, за якою атомні системи можуть перебувати лише в станах з дискретними значеннями енергії: $E_1, E_2, E_3 \dots$. Процеси випромінювання і поглинання атомами електромагнітних хвиль зумовлені їх переходами з одних енергетичних станів на другі. Енергія випромінювання (поглинання) при кожному такому переході визначається так:

$$h\nu_{mn} = E_m - E_n, \quad (3.1)$$

де ν_{mn} — частота електромагнітного випромінювання, що поглинається (чи випромінюється) при переході атома з m -го на n -й енергетичний рівень. В разі, коли атом переходить з більш високого на більш низький рівень ($m > n$), має місце випромінювання. Перехід атома з низького рівня на більш високий ($m < n$) здійснюється за рахунок поглинання зовнішнього випромінювання, тобто відповідає процесу поглинання.

Спонтанне і індуковане випромінювання. Розглянемо переходи, що можуть мати місце між двома енергетичними рівнями атома E_m і E_n , показаними на рис. 10.4. Поглинання світла такою системою можна характеризувати переходом 1. Цей перехід здійснюється за рахунок енергії рівноважного випромінювання. Тому кількість таких переходів в одиницю часу в одиниці об'єму пропорційна об'ємній густині енергії $W(\nu, T)$ випромінювання та концентрації атомів N_m , що знаходяться в стані з енергією E_m :

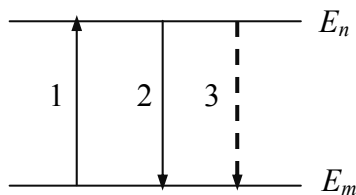


Рис. 10.4. Схема електронних переходів між двома енергетичними рівнями атомів

$$f_1 = A_{mn} W(\nu, T) N_m, \quad (3.2)$$

де A_{mn} — коефіцієнт пропорційності, що не залежить від частоти і температури і має сенс вірогідності поглинання світла в одиницю часу, віднесеної до одиниці об'ємної густини енергії рівноважного випромінювання. Атом, що знаходиться у стані E_n , через деякий час

може самовільно (спонтанно) перейти на нижній рівень E_m (перехід 2). Такий перехід супроводжується випромінюванням фотона з енергією $h\nu = E_n - E_m$. Випромінювання, що здійснюється при спонтанному переході атому зі збудженого стану на більш низький, називають *спонтанним*. Кількість спонтанних переходів в одиницю часу в одиниці об'єму визначається лише концентрацією атомів N_n , що знаходяться у збудженому стані E_n :

$$f_2 = B_{nm} N_n, \quad (3.3)$$

де B_{nm} — коефіцієнт пропорційності, що не залежить від частоти і температури і має сенс вірогідності процесу спонтанного випромінювання в одиницю часу. Величина, обернена до B_{nm} , є середнім часом знаходження атома у збудженому стані E_n . Оскільки спонтанні переходи як окремого атома, так і системи атомів ніяким чином не зв'язані один з одним, то світло, що випромінюється, є хаотичним, а значить, і некогерентним.

В доповнення до спонтанних випромінювальних переходів Ейнштейн висунув гіпотезу щодо можливості здійснення вимушених (індукованих) переходів атомів зі збудженого стану в нижній енергетичний стан. Випромінювання, що виникає при таких переходах, називають *індукованим, або вимушеним*. Як показують досліді, індуковане випромінювання є повністю тотожним випромінюванню, що його викликає. Тотожними є частота, напрям поширення і поляризація. Це означає, що індуковане випромінювання та випромінювання, що його викликає, є взаємно когерентними. Кількість індукованих переходів в одиницю часу в одиниці об'єму залежить від об'ємної густини зовнішнього випромінювання та концентрації атомів N_n , що знаходяться у збудженому стані:

$$f_3 = A_{nm} W(\nu, T) N_n, \quad (3.4)$$

де A_{nm} — коефіцієнт пропорційності, що не залежить від частоти і температури, і має сенс вірогідності індукованого переходу в одиницю часу, віднесеної до одиниці об'ємної густини енергії зовнішнього випромінювання. Коефіцієнти A_{nn} , B_{nm} , A_{nm} називають коефіцієнтами Ейнштейна.

Виведення формули Планка. Виходячи з гіпотези Ейнштейна щодо можливості здійснення двох механізмів випромінювання — спонтанного і індукованого, виведемо формулу Планка для теплового випромінювання абсолютно чорного тіла.

У стані термодинамічної рівноваги кількість прямих і зворотних переходів в системі повинна бути однаковою в кожний інтервал часу і в кожному елементі об'єму. Це означає, що для розглянутої вище системи (рис. 10.4)

$$f_1 = f_2 + f_3 . \quad (3.5)$$

Враховуючи (3.2—3.4), з рівняння (3.5) одержимо об'ємну густину енергії випромінювання

$$W(\nu, T) = \frac{B_{nm}}{A_{mn} \frac{N_m}{N_n} - A_{nm}} . \quad (3.6)$$

В стані термодинамічної рівноваги розподіл атомів за енергіями визначається функцією Больцмана. Таким чином, концентрацію атомів, що знаходяться у стані з енергією E_m і E_n , можна подати так: $N_n = N \exp(-\frac{E_n}{kT})$; $N_m = N \exp(-\frac{E_m}{kT})$, де N — загальна концентрація атомів. Звідки одержимо

$$\frac{N_m}{N_n} = \exp\left(\frac{E_n - E_m}{kT}\right) = \exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) . \quad (3.7)$$

З урахуванням (3.7) рівняння (3.6) набуває вигляду

$$W(\nu, T) = \frac{B_{nm}}{A_{mn} e^{\frac{h\nu}{kT}} - A_{nm}} . \quad (3.8)$$

Для визначення коефіцієнтів Ейнштейна розглянемо наближення високих температур ($h\nu \ll kT$). В такому разі $W(\nu, T) \rightarrow \infty$, що можливо за умови, коли $(A_{mn} e^{\frac{h\nu}{kT}} - A_{nm}) \rightarrow 0$. Оскільки при $h\nu \ll kT$ величина $e^{\frac{h\nu}{kT}} \rightarrow 1$, то $A_{mn} = A_{nm}$. Цей висновок дозволяє спростити рівняння (3.8):

$$W(\nu, T) = \frac{B_{nm}}{A_{mn} (e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)} . \quad (3.9)$$

Для області високих температур у виразі (3.9) можна розкласти експоненту в ряд Тейлора і, обмежившись першими двома складовими, подати його так:

$$W(\nu, T) = \frac{B_{nm}}{A_{mn}} \frac{kT}{h\nu}. \quad (3.10)$$

Зауважимо, що для області високих температур і низьких частот спектр теплового випромінювання добре описується законом Ре-ля — Джінса (див.(1.14)).

Для співставлення рівнянь (3.10) і (1.14) подамо випромінювальну здатність $\varepsilon(\nu, T)$ через об'ємну густину енергії $W(\nu, T)$, таким чином,

$$\varepsilon(\nu, T) = aW(\nu, T), \quad (3.11)$$

де a — стала величина, що не залежить від частоти і температури. Скориставшись (1.14) і (3.10), з рівняння (3.11) одержимо співвідношення коефіцієнтів Ейнштейна:

$$\frac{B_{nm}}{A_{mn}} = \frac{2\pi h\nu^3}{ac^2}. \quad (3.12)$$

Повертаючись до вихідного рівняння (3.9) та враховуючи (3.12) і (3.11), одержимо

$$\varepsilon(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}. \quad (3.13)$$

Це рівняння є формулою випромінювання Планка (2.2). Слід зауважити, що розв'язок даної задачі здійснювався з урахуванням як спонтанних, так і індукованих випромінних переходів.

§ 4. ФОТОЕЛЕКТРИЧНИЙ ЕФЕКТ

В 1887 р. німецький фізик Г. Герц виявив, що ультрафіолетове освітлення електродів, що знаходяться під напругою, полегшує перебіг іскри між ними. Подальші дослідження показали, що в даному разі має місце вивільнення зарядів з поверхні електродів під дією світла. Прискорюючись полем в міжелектродному проміжку, ці заряди іонізують газ і викликають розряд. Явище вивільнення зарядів під дією світла називають *фотоефектом*. Систематичне дослідження цього явища було проведено російським фізиком О. Г. Столетовим (1888 р.). На відміну від досліду Герца, Столетов вперше здійснив фотоефект, застосовуючи невелику різницю потенціалів ($U_A - U_K$) між анодом (А) та катодом (К). Схема досліду Столетова показана на рис. 10.5.

Світловий потік, спрямований на поверхню цинкового катода К, викликає появу електричного струму (фотоструму) в колі. Освітлюючи катод світлом різних довжин хвиль, Столетов дійшов висновку, що найбільш ефективним є ультрафіолетове світло. Виявилось, що під дією світла негативні заряди залишають поверхню катода. В цьому

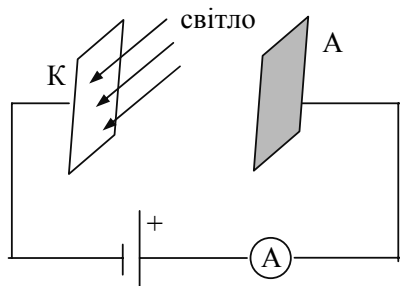


Рис. 10.5. Схема дослідів Столетова

можна легко впевнитись на такому досліді. Зарядимо цинкову платівку негативним зарядом і з'єднаємо її з електроскопом. При освітленні платівки можна помітити, що вона досить швидко втрачає заряд. Якщо ж платівці надати позитивний заряд, то під дією світла такий заряд не втрачається. В 1898 р. Ленардом і Томсоном було визначено величину q/m для зарядів, що залишають катод, за їх відхиленням в електричному і магнітному полях. Ці вимірювання дали значення $q/m = e/m_e = 1.76 \cdot 10^{11}$ Кл/кг і тим самим доказали, що *при фотоефекті саме електрони залишають поверхню фотокатода*.

Закони фотоефекту. Дослідження О. Г. Столетовим фотоефекту дозволили встановити три основних закони.

1. При незмінному спектральному складі світла сила фотоструму прямо пропорційна світловому потоку, що падає на катод.

2. Початкова кінетична енергія вивільнених світлом електронів (фотоелектронів) лінійно зростає з ростом частоти і не залежить від величини світлового потоку.

3. Фотоефект не спостерігається, коли частота світла стає меншою деякої величини $\nu_{\min}$, характерної для даного матеріалу катода. Величина $\nu_{\min}$, або, відповідно, $\lambda_{\max} = c/\nu_{\min}$, називається *червоною межею фотоефекту*.

Явище фотоефекту, як і перший його закон, можна пояснити з точки зору електромагнітної теорії світла. Під дією електричного поля електромагнітної хвилі вільні електрони металу здійснюють вимушені коливання. Амплітуда таких коливань, згідно з класичною теорією Лоренца, пропорційна амплітуді коливань напруженості електричного поля E_0 , а тому може досягти такого значення, за якого енергія електрона стане достатньою для його виходу з поверхні металу, що й спричиняє фотоефект. Оскільки енергія світлового потоку прямо

пропорційна E_0^2 , то число електронів, що залишають фотокатод, зростає зі збільшенням світлового потоку, що й пояснює перший закон фотоефекту. Проте, пропорційність енергії світлового потоку величині E_0^2 означає можливість накопичення електроном достатньої для фотоефекту енергії для довільного значення частоти світлового потоку, що входить в протиріччя з третім законом фотоефекту. Так само неможливо з точки зору електромагнітної теорії пояснити залежність початкової кінетичної енергії від частоти і її незалежність від величини світлового потоку.

Вольт-амперна характеристика фотоефекту. Дослідження залежності величини фотоструму від різниці потенціалів $U = U_A - U_K$ (вольт-амперна характеристика) дозволили встановити ряд додаткових закономірностей фотоефекту, що не знаходять свого пояснення в межах електромагнітної теорії. Як видно з рис. 10.6, фотострум спостерігається як при $U=0$, так і при $U<0$. В останньому випадку фотострум відмінний від нуля до певного, характерного для даного матеріалу, від'ємного значення різниці потенціалів U_s , що називають *затримувальним потенціалом*. Встановлено, що величина U_s залежить від частоти світла і не залежить від його інтенсивності.

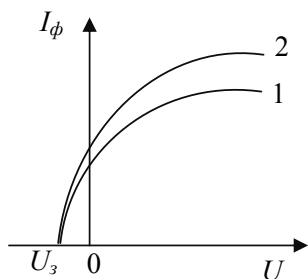


Рис. 10.6. Вольт-амперна характеристика фотоефекту при інтенсивностях світла, що падає на фотокатод, $I_1(1)$ та $I_2(2)$, за умови, що $I_1 < I_2$

Величина фотоструму зростає з ростом U від величини U_s і при певному значенні U досягає насичення. Величина струму насичення зростає з ростом інтенсивності світла ($I_1 < I_2$), що падає на фотокатод (рис. 10.6).

Рівняння Ейнштейна для фотоефекту. Фотоефект, як і всі його закономірності, *в повній мірі* знайшов своє пояснення лише в межах квантової теорії світла. Згідно з гіпотезою Ейнштейна, світло поширюється квантами, що мають енергію і імпульс. Для пояснення фотоефекту Ейнштейн застосував закон збереження енергії:

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}. \quad (4.1)$$

Це означає, що енергія кванта, що поглинається фотокатодом, витрачається на виконання роботи виходу електрона з поверхні металу,

а залишок цієї енергії, коли $h\nu > A$, переходить в кінетичну енергію вільного фотоелектрона. Рівняння (4.1) називають *рівнянням Ейнштейна для фотоефекту*.

Очевидно, що величина фотоструму буде зростати при збільшенні кількості фотонів, що падають на поверхню фотокатода, себто при зростанні величини світлового потоку, що й пояснює перший закон фотоефекту.

З рівняння Ейнштейна видно, що початкова кінетична енергія фотоелектронів є лінійною функцією частоти: $\frac{mv^2}{2} = h\nu - A$ і не містить залежності від величини світлового потоку, що пояснює другий закон фотоефекту.

З рівняння (4.1) видно, що фотоефект має місце за умови, коли $h\nu \geq A$. Тому найменша частота (червона межа фотоструму), за якої спостерігається фотоефект, визначається за умови $h\nu_{\min} = A$, звідки

$\nu_{\min} = \frac{A}{h}$. Таким чином, червона межа фотоструму залежить лише від матеріалу фотокатода, оскільки визначається його роботою виходу. Термін «червона межа» є умовним, оскільки означає не колір світла, а його довгохвильову межу. Таким чином, квантова теорія пояснює третій закон фотоефекту.

Рівняння Ейнштейна пояснює також закономірності вольтамперної характеристики фотоефекту. Якщо $U < 0$, то між анодом і катодом утворюється затримувальний потенціал. Коли кінетична енергія фотоелектронів достатня, то вони переборюють затримувальне поле і досягають аноду. В таких умовах фотострум забезпечується електронами з кінетичною енергією $\frac{mv^2}{2} = eU_3$. Якщо $U = U_3$, то $\frac{mv^2}{2} = eU_3$ і рівняння (4.1) набуває вигляду $h\nu = A + eU_3$, звідки

$$U_3 = \frac{h\nu}{e} - \frac{A}{e}. \quad (4.2)$$

Як видно з (4.2), величина затримувального потенціалу є функцією частоти світла і залежить від матеріалу фотокатода (роботи виходу фотокатода).

В напівпровідниках і діелектриках рівняння Ейнштейна набуває вигляду

$$h\nu = A + A_0 + \frac{mv^2}{2}, \quad (4.3)$$

де A_0 — робота, необхідна для переходу електрона із зв'язаного стану у вільний. Складова A_0 пов'язана з тим, що в неметалах вільних електронів мало, а основна частина електронів зв'язана з атомами, себто знаходяться у валентній зоні.

Явище фотоефекту, що полягає у виході електронів за межі фотокатоду, іноді називають *зовнішнім фотоефектом*. Зовнішній фотоефект знайшов широке практичне застосування в приладах сучасної електроніки: фотоелементах та фотоелектронних помножувачах. Ці прилади використовують для перетворення світлового сигналу в електричний у різноманітних схемах реєстрації світлових сигналів.

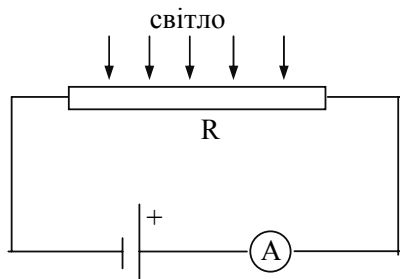


Рис. 10.7. Схема дослідження явища фотопровідності

на рис. 10.7. При освітленні напівпровідникового резистора R світлом певної частоти можна спостерігати суттєве підвищення струму на кілька порядків. У власних напівпровідниках фотопровідність зумовлена переходом електронів з валентної зони в зону провідності під дією світла з енергією квантів $h\nu \geq E_g$, де E_g — ширина забороненої зони напівпровідника.

При цьому фотопровідність є біполярною, оскільки зумовлена як електронами, так і дірками. В електронних (діркових) напівпровідниках фотопровідність є монополярною, оскільки зумовлена електронами (дірками), що утворюються в процесі фотоіонізації локальних центрів, рівні яких розташовані в межах забороненої зони. Останнє означає, що енергія фотона, що спричиняє фотопровідність, може бути значно меншою величини E_g . Напівпровідникові прилади, основані на явищі фотопровідності, називають *фоторезисторами*.

При освітленні області контакту двох напівпровідників різного типу провідності чи контакту метал–напівпровідник виникає е.р.с., що має

Фотоефект у напівпровідниках і діелектриках. Для напівпровідників і діелектриків більш характерним є *внутрішній фотоефект*. Це явище полягає в утворенні під дією світла вільних електронів, що не виходять за межі напівпровідника чи певної напівпровідникової структури. Внутрішній фотоефект у напівпровідниках чи діелектриках називають *фотопровідністю*. Схема спостереження фотопровідності показана

закономірності, характерні для фотоефекту. Це явище одержало назву *вентильного фотоефекту*. Вентильна фото е.р.с. утворюється у відсутності зовнішнього електричного поля, себто відповідне електричне коло не має джерела струму. Таким чином, на відміну від фоторезисторів, вентильні фотоелементи, що використовують для реєстрації світлового випромінювання, можуть працювати без зовнішнього джерела струму. Проте при вмиканні зовнішнього джерела струму таким чином, щоб *p-n*-перехід був зміщений у зворотному напрямку, чутливість фотоелементу до світла значно зростає. Найбільш перспективним напрямом використання напівпровідникових фотоелементів є перетворення сонячної енергії в електричну (так звана сонячна енергетика).

§ 5. КОМПТОНОВЕ РОЗСІЯННЯ СВІТЛА

У 1923 р. американський фізик А. Комптон виявив розсіювання рентгенівських променів, що супроводжується збільшенням довжини хвилі.

Дослід Комптона. Схема досліду Комптона наведена на рис. 10.8.

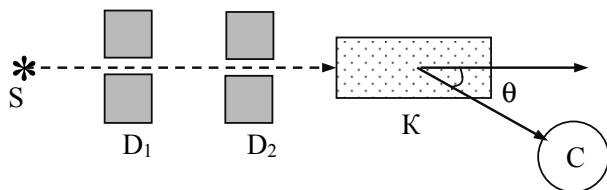


Рис. 10.8. Схема досліду Комптона

Монохроматичне рентгенівське випромінювання від джерела S з довжиною хвилі λ після проходження через діафрагми D_1 і D_2 у вигляді вузького променя спрямовується на кювету К з речовиною. Розсіяні речовиною промені аналізуються за допомогою рентгенівського спектрографа С. Дослід показав, що при розсіянні рентгенівського випромінювання спостерігається збільшення довжини хвилі на величину $\Delta\lambda$, що залежить від кута розсіювання θ :

$$\Delta\lambda = 2K \sin^2 (\theta/2), \quad (5.1)$$

де $K = 0,0024$ нм — стала Комптона, визначена експериментально. Стала Комптона характеризує зміну довжини хвилі при розсіянні

під кутом $\pi/2$. Слід зауважити, що в спектрі розсіяного світла спостерігається також і незміщена лінія на довжині хвилі λ . Явище Комптона не знаходить повного пояснення в межах електромагнітної теорії світла.

Квантова теорія явища Комптона. Розглянемо процес взаємодії рентгенівського випромінювання з речовиною як процес *пружного зіткнення рентгенівських фотонів з вільними електронами*. Застосуємо закони збереження енергії і імпульсу. Оскільки швидкість поширення фотона значно перевищує швидкість електрона, то будемо вважати електрон нерухомим. Таким чином, на нерухомий електрон з масою m_0 падає фотон з енергією $h\nu$. В результаті пружного зіткнення рентгенівського фотона з нерухомим електроном останній набуває імпульсу, рівного $m\nu$, а фотон розсіюється з енергією $h\nu'$ під кутом θ . Користуючись векторною діаграмою, наведеною на рис. 10.9, можна подати закон збереження імпульсу в такій формі:

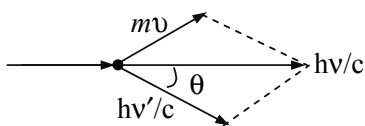


Рис. 10.9. Векторна діаграма імпульсів, що характеризує процес пружного зіткнення рентгенівського фотона з нерухомим електроном

на рис. 10.9, можна подати закон збереження імпульсу в такій формі:

$$(m\nu)^2 = \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu'}{c}\right)^2 - 2\frac{h^2}{c^2}\nu\nu'\cos\theta, \quad (5.2)$$

де $\frac{h\nu}{c}$, $\frac{h\nu'}{c}$ — імпульс фотона до і після взаємодії з електроном.

Закон збереження енергії для такого процесу:

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + mc^2. \quad (5.3)$$

Подано рівняння (5.3) у вигляді:

$$m^2c^4 = h^2\nu^2 + h^2(\nu')^2 + m_0^2c^4 - 2h^2\nu\nu' + 2hm_0c^2(\nu - \nu'). \quad (5.4)$$

Віднімаючи від (5.4) рівняння (5.2) та враховуючи, що

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \nu^2/c^2}}, \text{ одержимо}$$

$$h\nu\nu'(1 - \cos\theta) = m_0^2c^2(\nu - \nu'). \quad (5.5)$$

Перейдемо від частоти до довжини хвилі ($\nu = \frac{c}{\lambda}$, $\nu' = \frac{c}{\lambda'}$) і одержимо

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (5.6)$$

де $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$.

Рівняння (5.6) є формулою Комптона (5.1), в якій стала Комптона

$$K = \frac{h}{m_0c} = 0,0024 \text{ нм}.$$

Наявність в спектрі рентгенівського розсіяння незміщеної компоненти на довжині хвилі λ можна пояснити *розсіянням рентгенівського фотона на нейтральних атомах, в яких електрон знаходиться у зв'язаному стані*.

Таким чином, явище Комптона знаходить повне пояснення в межах квантової теорії світла. В цьому явищі перевірена можливість застосування в процесах за участю фотонів не тільки закону збереження енергії (як в фотоэффекті), так і закону збереження імпульсу. Тим самим явище Комптона є одним із експериментальних фактів, що підтверджують квантову теорію світла.

§ 6. ЛЮМІНЕСЦЕНЦІЯ

Визначення люмінесценції і її класифікація. За визначенням С. І. Вавілова, люмінесценція є спонтанним надлишковим над тепловим випромінюванням світла з тривалістю післясвітіння, більшою періоду світлової хвилі. Речовини, здатні до люмінесценції, називають люмінофорами (від латинського «люмен» — світло та грецького «форос» — несучий). Зокрема, неорганічні люмінофори називають кристалофосфурми або просто фосфурми. Тривалість післясвітіння — це час, за який згасає люмінесценція з моменту припинення збудження люмінофора.

На відміну від теплового випромінювання, люмінесценція є нерівноважним процесом, що має місце завдяки енергії збудження нетеплової природи. Збудження люмінофора можна здійснювати при його освітленні, опроміненні пучком електронів, хімічній реакції і т. ін. Критерій тривалості післясвітіння відділяє люмінесценцію від звичайного відбивання світла та випромінювання Вавілова — Черенкова. Якщо тривалість післясвітіння перевищує період світлової хвилі (для видимої області спектра це 10^{-14} с), то має місце люмінесценція.

За способом збудження люмінофора люмінесценцію можна класифікувати наступним чином: *фотолюмінесценція* — збудження за рахунок квантів світла; *електролюмінесценція* — збудження електричним полем; *катодолюмінесценція* — електронне збудження; *хемілюмінесценція* — збудження енергією, що виділяється при хімічних реакціях; *термостимульована люмінесценція* — виникає при розігріванні попередньо збудженого люмінофора та ін.

Розрізняють два основних механізми люмінесценції: мономолекулярну і рекомбінаційну. Люмінесценцію називають *мономолекулярною*, якщо процеси поглинання і випромінювання світла здійснюються в межах одного й того ж центру (атому, іона, молекули) без участі вільних носіїв заряду. Люмінесценцію називають *рекомбінаційною* (або бімолекулярною), якщо процеси поглинання енергії збудження і випромінювання світла здійснюються за участю вільних носіїв заряду (електронів, іонів). Мономолекулярна люмінесценція в більшій мірі є характерною для газів і рідин, а рекомбінаційна — для кристалосфосфурів.

Мономолекулярна люмінесценція. Для ілюстрації механізму мономолекулярної люмінесценції розглянемо світіння атомів і молекул газу. З експерименту відомо, що спектри атомів є лінійчатыми, а спектри молекул — смугастими. Лінійність спектрів випромінювання атомів пов'язана з тим, що вони можуть знаходитись лише в певних енергетичних станах. При оптичних переходах електронів між цими станами утворюється лінійчатий спектр. Смугаста структура спектра молекул пояснюється тим, що, на відміну від атомів, де мають місце лише електронні переходи, у молекулах є три типи переходів: електронні, коливальні і обертальні, пов'язані з коливальним рухом ядер молекули та її обертанням як системи в цілому. Теоретичні розрахунки, основані на квантових уявленнях, показують, що в молекулах кожному електронному стану відповідає кілька коливальних станів, а в межах кожного коливального — кілька обертальних станів. Це означає, що при оптичному переході між обертальними рівнями збудженого ($E_{об}^*$) і основного ($E_{об}$) станів виникає випромінювання квантів малої енергії (частоти): $h\nu_{об} = E_{об}^* - E_{об}$, що відповідає далекій інфрачервоній області. Аналогічно, при переході між коливальними рівнями, утворюється квант випромінювання з енергією $h\nu_{кол} = E_{кол}^* - E_{кол}$ (інфрачервона частина спектра), що є значно більшою, ніж $h\nu_{об}$. Переходи між електронними рівнями в молекулах спричиняють випромінювання з найбільшою енергією квантів:

$h\nu_{\text{ел}} = E_{\text{ел}}^* - E_{\text{ел}}$, що відповідають видимій і ультрафіолетовій області спектра.

При збудженні атомів (молекул) газу атом (молекула) переходить в один із збуджених станів (рис. 10.10, перехід 1).

Якщо атом за час свого перебування (час життя) у збудженому стані, що сягає біля 10^{-8} с, не передасть свою надлишкову енергію іншим атомам, що може мати місце в результаті співударів атомів, то він випромінює світлову енергію або прямо, або ж поетапно. При прямому переході атому зі збудженого стану в основний (перехід 2) має місце *резонансна люмінесценція*. Це означає, що енергія

кванту, що випромінюється, дорівнює енергії, що поглиналась атомом: $h\nu_{\text{випр}} = E_3 - E_1 = E_{\text{погл}}$. В іншому разі збуджений атом спочатку втрачає частину своєї енергії без випромінювання (перехід 3), а наступний перехід 4 зі стану E_2 в стан E_1 є випромінним: $h\nu_{\text{випр}} = E_2 - E_1$. Енергія, що виділяється при переході 3, перетворюється в тепло. Як видно з наведеної схеми, поетапний перехід атому зі збудженого стану в основний приводить до того, що енергія кванта світла, що випромінюється, є меншою порівняно з енергією, що поглинається атомом при його збудженні. В тому разі, коли $h\nu_{\text{випр}} < E_{\text{погл}}$, люмінесценцію називають *стоксовою*. Згідно з законом Стокса, *довжина хвилі люмінесцентного випромінювання завжди більша довжини хвилі світла, що збуджує люмінесценцію*. Згідно з квантовими уявленнями, закон збереження енергії для стоксової люмінесценції можна подати так:

$$E_{\text{погл}} = h\nu_c + \Delta_c, \quad (6.1)$$

де Δ_c — енергія стоксових втрат (енергія невивипромінного переходу 3), $h\nu_c$ — енергія кванту стоксової люмінесценції (енергія випромінного переходу 4).

Як показують досліди, при поглинанні енергії атомом, що знаходиться у збудженому стані (попередньо цей стан E_2 досягається за рахунок теплової енергії), має місце так звана *антистоксова люмінесценція*: $h\nu_{\text{випр}} > E_{\text{погл}}$ (рис. 10.11).

Перехід атому зі збудженого стану E_2 на збуджений стан E_3 здійснюється за рахунок нетеплової енергії (освітлення ультрафіолетом,

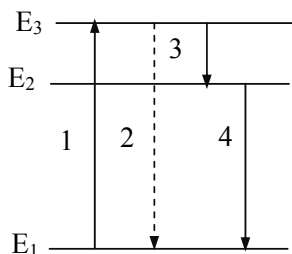


Рис. 10.10. Схема електронних переходів, що спричиняють резонансну і стоксову люмінесценцію

дія електричного поля і т. ін.). Випромінювальний перехід зі стану E_3 в основний стан E_1 призводить до антистоксової люмінесценції. В даному разі закон збереження енергії подамо так:

$$E_{\text{полг}} + E_0 = h\nu_a, \quad (6.2)$$

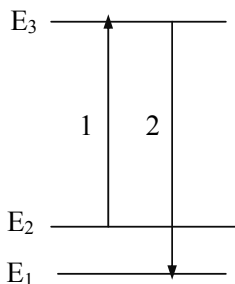


Рис. 10.11. Схема електронних переходів в умовах здійснення антистоксової люмінесценції

де $E_0 = E_2 - E_1$ — енергія теплового переходу атома в стан E_2 , $E_{\text{полг}} = E_3 - E_2$ — енергія переходу атома зі стану E_2 в стан E_3 , $h\nu_a$ — енергія кванту антистоксової люмінесценції. Рівняння (6.2) показує, що енергія кванту, що випромінюється при антистоксовій люмінесценції, складається з енергії нерівноважного збудження атома та енергії теплового переходу E_0 .

Рекомбінаційна люмінесценція. Рекомбінаційна люмінесценція є характерною для кристалофосфорів. Механізми такої люмінесценції зручно ілюструвати за допомогою зонної схеми (рис. 10.12) напівпровідникового чи діелектричного кристалу.

Збудження люмінесценції (перехід 1) досягається за рахунок дії зовнішніх факторів (світла, електричного поля, пучка електронів і т. ін.). В результаті збудження кристалофосфору утворюються вільні носії заряду: електрони в зоні провідності (С-зона) та дірки у валентній зоні (V-зона). В подальшому вони можуть рекомбінувати, знаходячись у вільному стані (перехід 2), або ж на центрах люмінесценції (переходи 3, 4 і 5, 6). Переходи 3 і 5 з малою енергією, що означають, відповідно, захоплення дірки і електрона на центри випромінювання R_1 і R_2 , здійснюються, як правило, безвипромінно. Перехід 4 означає випромінювальну рекомбінацію вільних електронів з дірками, розташованими на центрах люмінесценції R_1 . Перехід 6 означає випромінювальну рекомбінацію вільних дірок з електронами, розташованими на центрах люмінесценції R_2 .

Слід зауважити, що рекомбінаційна люмінесценція також має місце у

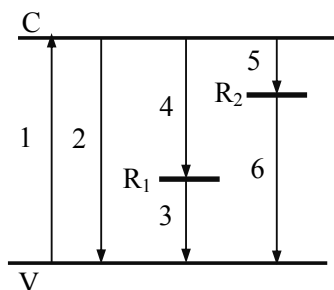


Рис. 10.12. Зонна схема кристалофосфору

газовому розряді. В такому разі в процесах рекомбінації беруть участь як електрони, так і іони.

Явище люмінесценції, як і попередні квантові явища, має вичерпне пояснення лише в межах квантової теорії світла. Як було показано вище, застосування закону збереження енергії до світлових квантів та врахування дискретності енергетичних станів атомів дозволяє розрахувати енергію фотонів люмінесцентного випромінювання, дати пояснення закону Стокса, антистоксовій люмінесценції. Квантова теорія пояснює також ряд закономірностей люмінесценції (температурне гасіння люмінесценції, механізми збудження і ін.), не розглянутих вище.

Контрольні питання та завдання

1. Визначте основні властивості рівноважного теплового випромінювання.
2. Поясніть, як визначається спектральна випромінювальна здатність сірого тіла?
3. У чому полягає недостатність класичних законів теплового випромінювання абсолютно чорних тіл?
4. Що означає термін «ультрафіолетова катастрофа»?
5. Як змінюється спектральний склад випромінювання тіл при підвищенні їх температури?
6. У чому полягає гіпотеза Планка щодо процесів випромінювання і поглинання світла?
7. Проведіть аналіз формули теплового випромінювання Планка в наближенні низьких і високих частот.
8. Визначте основні характеристики фотона: енергію, імпульс, масу.
9. У чому відмінність спонтанного і індукованого випромінювання світла?
10. Виведіть формулу Планка, опираючись на гіпотезі Ейнштейна щодо спонтанних і індукованих випромінювальних переходів.
11. Опираючись на рівнянні Ейнштейна, поясніть основні закони фотоэффекту.
12. Поясніть особливості вольт-амперної характеристики фотоэффекту.
13. У чому полягає явище фотопровідності?
14. Поясніть Комптонове розсіяння світла, опираючись на квантову теорію.

15. Запишіть закон збереження імпульсу у векторній формі до пояснення ефекту Комптона.
16. Дайте визначення люмінесценції. У чому основна відмінність люмінесценції від теплового випромінювання світла?
17. Поясніть терміни «стоксова, антистоксова і резонансна люмінесценція».
18. Використовуючи зонну схему кристалофосфору, наведіть приклад здійснення рекомбінаційної люмінесценції у напівпровідниках.

ОПТИЧНІ ПІДСИЛЮВАЧІ І КВАНТОВІ ГЕНЕРАТОРИ СВІТЛА

§ 1. ОПТИЧНІ ПІДСИЛЮВАЧІ

Поширення світла у середовищі супроводжується обміном квантів між світловим потоком і атомами середовища. Такий обмін здійснюється за рахунок вимушених (індукованих) переходів (див. розділ 10, § 3), оскільки саме вони залежать від об'ємної густини енергії світлового потоку. Поряд з вимушеними переходами мають місце спонтанні переходи, що приводять до спонтанного випромінювання світла. Проте кількість таких переходів в одиницю часу не залежить від об'ємної густини енергії, а тому спонтанне випромінювання не впливає на обмін квантами між світловим потоком і атомами середовища.

У подальшому об'ємну густину енергії (W), густину потоку енергії (S) та інші функції частоти будемо застосовувати приведеними до одиничного інтервалу частот, тобто розглядати як спектральні характеристики (W_v, S_v).

Енергія світлового потоку, що поширюється у середовищі. Розглянемо систему двох енергетичних рівнів, показану на рис. 11.1.

Користуючись результатами розгляду (розділ 10, § 3) спонтанних і індукованих переходів, можемо записати зміну спектральної об'ємної густини енергії W_v за одиницю часу так:

$$\frac{dW_v}{dt} = (f_3 - f_1)h\nu. \quad (1.1)$$

В рівнянні (1.1) додатною є складова, що збільшує енергію світлового потоку.

Враховуючи рівняння (3.2) і (3.4) розд.10, подамо (1.1) у такому вигляді:

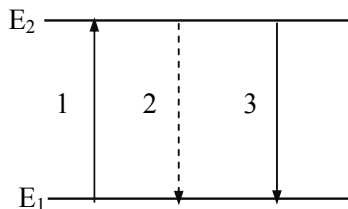


Рис. 11.1. Спонтанні і індуковані переходи в системі двох енергетичних рівнів

$$\frac{dW_v}{dt} = A(N_2 - N_1)W_v h\nu, \quad (1.2)$$

де враховано, що коефіцієнти Ейнштейна $A_{12} = A_{21} \equiv A$.

Співвідношення між об'ємною густиною енергії та густиною потоку енергії дозволяє записати (1.2) у вигляді

$$\frac{dS_v}{dt} = A(N_2 - N_1)S_v h\nu, \quad (1.3)$$

де S_v — спектральна густина потоку енергії.

Для спрощення будемо вважати, що світловий потік поширюється вздовж осі OZ, тоді спектральна густина потоку енергії є функцією двох змінних (z, t) , а значить, $\frac{dS_v}{dt} = \frac{dS_v}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{dS_v}{dz} u$, де u — групова швидкість світла (оскільки мова йде про перенесення енергії світлового потоку). З урахуванням цього, рівняння (1.3) набуде вигляду

$$\frac{dS_v}{dz} = \alpha S_v, \quad (1.4)$$

де $\alpha = \frac{A(N_2 - N_1)h\nu}{u}$ — стала для даної частоти величина, що має розмірність м^{-1} .

Розв'язок рівняння (1.4):

$$S_v(z) = S_v(0) \exp(\alpha z) \quad (1.5)$$

є законом Бугера. Закон Бугера встановлює експоненціальну залежність густини потоку енергії від відстані z . Оскільки у стані термодинамічної рівноваги розподіл атомів за енергіями встановлюється функцією Больцмана: $N_i = N \exp\left(-\frac{E_i}{kT}\right)$, то $N_2 < N_1$ і коефіцієнт поглинання $\alpha < 0$, що й означає знак «—» в показнику експоненти формули (1.5). Таким чином, *в умовах термодинамічної рівноваги густина потоку енергії зменшується в процесі поширення світла у середовищі*. Це означає, що в стані термодинамічної рівноваги переважають процеси поглинання енергії квантів світлового потоку (переходи 1, рис. 11.1) над процесами індукованого випромінювання (переходи 3, рис. 11.1).

Якщо систему атомів перевести в нерівноважний стан, що можна здійснити шляхом її нетеплового збудження, то можна досягти такого розподілу атомів за енергіями, коли $N_2 \geq N_1$. В разі, якщо $N_2 = N_1$,

коефіцієнт поглинання $\alpha=0$, а коли $N_2 > N_1$ коефіцієнт поглинання $\alpha>0$. Останнє означає, що *світловий потік, що поширюється у середовищі з $N_2 > N_1$, зазнає підсилення*, а не ослаблення, як це мало місце, коли система знаходилась у стані термодинамічної рівноваги.

Ідея щодо використання індукованих переходів для підсилення світлового потоку була запропонована радянським фізиком В. А. Фабрикантом у 1940 р. В подальшому вона стала основою для створення оптичних підсилювачів та квантових генераторів.

Вплив світлового потоку на заселеність енергетичних рівнів. Світловий потік зумовлює вимушені переходи між енергетичними рівнями атомів і тим самим змінює їх заселеність. Визначимо, наскільки суттєво світловий потік здатний змінити заселеність енергетичних рівнів атомів. Для цього спочатку розглянемо систему двох рівнів (E_1 і E_2), показану на рис. 11.1. Зміну заселеності верхнього рівня E_2 , що здійснюється за рахунок вимушених і спонтанних переходів, подамо у вигляді:

$$\frac{dN_2}{dt} = AW_v N_1 - AW_v N_2 - B_{21} N_2 = W_v A(N_1 - N_2) - B_{21} N_2, \quad (1.6)$$

де $A_{12} = A_{21} \equiv A$. В рівнянні (1.6), як і в (1.1), додатною є складова, що збільшує заселеність рівня E_2 . В рівнянні (1.6) перша складова описує збільшення величини N_2 за рахунок поглинання (перехід 1, рис. 11.1), а друга і третя — враховують, відповідно, зменшення заселеності енергетичного рівня E_2 за рахунок спонтанних і індукованих переходів 2 і 3 (див. рівняння (3.2–4), розд. 10). Враховуючи, що для системи двох рівнів $N_1 = N - N_2$, рівняння (1.6) подамо так:

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{S_v}{u} A(2N_2 - N) - B_{21} N_2, \quad (1.7)$$

де враховано, що $W_v = \frac{S_v}{u}$.

В стаціонарних умовах $\frac{dN_2}{dt} = 0$, а значить, з рівняння (1.7) визначимо концентрацію атомів у стані E_2 :

$$N_2 = \frac{N}{2} \frac{1}{1 + \frac{uB_{21}}{2AS_v}}. \quad (1.8)$$

Рівняння (1.8) показує, що з ростом спектральної густини потоку S_v заселеність верхнього рівня збільшується. За умови, коли $S_v \rightarrow \infty$,

величина $N_2 = \frac{N}{2}$. Таким чином, світловий потік вирівнює заселеність двох енергетичних станів, але не здатний створити обернену (інверсну) заселеність рівнів, коли $N_2 > N_1$.

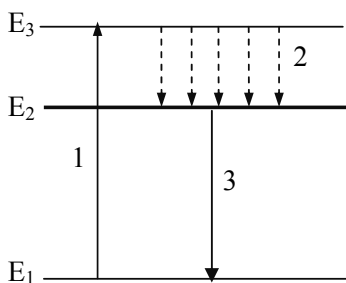


Рис. 11.2. Утворення інверсної заселеності в системі трьох рівнів

Створення інверсної заселеності енергетичних рівнів атомів. Інверсну заселеність енергетичного рівня можна досягти за допомогою дії зовнішніх факторів (електричного поля, стороннього світлового потоку, потоку електронів і т. ін.) на систему атомів, незалежно від світлового потоку, що підсилюється.

Найбільш простим є створення інверсної заселеності в системах трьох рівнів (рис. 11.2).

У стані термодинамічної рівноваги заселеність рівнів E_1 , E_2 , E_3 зменшується відповідно розподілу Больцмана. Системи, що забезпечують збудження атомів в оптичних підсилювачах чи генераторах, називають **системами накачки**. Під дією накачки, що здатна викликати перехід 1 атомів зі стану E_1 в стан E_3 з енергією $E_n = E_3 - E_1$, заселеності рівнів E_1 і E_3 вирівнюються (див. (1.8)). Оскільки час перебування атомів у збудженому стані (час життя) на рівні E_3 порівняно малий, вони досить швидко спонтанно переходять на ближній рівень E_2 (перехід 2). Енергетичні рівні атомів, на яких час життя великий порівняно з часом життя на інших збуджених рівнях, називають **метастабільними**. За умови, що рівень E_2 є метастабільним, в процесі дії накачки атоми будуть накопичуватись саме на таких рівнях. В результаті цього досягається інверсна заселеність рівнів E_2 щодо рівнів E_1 . Середовище, в якому за означених умов можна досягти інверсної заселеності рівнів, називають **активним**. В середовищі з інверсною заселеністю рівнів індукований перехід 3 між станами E_2 і E_1 дозволяє підсилювати світловий потік, якщо його частота відповідає умові:

$$\nu = (E_2 - E_1) / h. \quad (1.9)$$

Принципова схема оптичного підсилювача є такою ж, як і генератора (лазера). Проте, на відміну від лазера, в оптичних підсилювачах індуковані переходи утворюються під дією зовнішнього світлового потоку, що підсилюється і має частоту, що відповідає умові (1.9).

§ 2. ОПТИЧНІ КВАНТОВІ ГЕНЕРАТОРИ (ЛАЗЕРИ)

Квантові генератори, що працюють в оптичному діапазоні довжин хвиль, називають оптичними квантовими генераторами, або *лазерами*. Квантові генератори мікрохвильового діапазону називають *мазерами*. Слово «лазер» утворено з перших букв англійського виразу «*Light amplification by stimulated emission of radiation*», що означає «підсилення світла за допомогою випромінювання». Принцип дії лазерів оснований на квантових властивостях атомів та світлового випромінювання, а тому виправданою є також назва «квантовий генератор».

За фундаментальні дослідження в області квантової електроніки, що привели до утворення квантових генераторів і підсилювачів світла, радянські фізики А. М. Прохоров і Н. Г. Басов, а також американський фізик Ч. Таунс в 1964 р. були нагороджені Нобелівською премією.

Принципова схема лазера. Основними складовими частинами лазера є активне середовище, резонатор і система накачки.

Середовище з інверсною заселеністю рівнів, що здатне підсилювати світловий потік, є активним. В залежності від агрегатного стану активного середовища, розрізняють *твердотільні, рідинні та газові лазери*.

Активне середовище лазера розташовується в *резонаторі*. В найпростішому випадку резонатором є два паралельних діелектричних (селективних щодо довжин хвиль) дзеркала. В якості резонатора може бути використаний інтерферометр Фабрі — Перо. В твердотільних лазерах резонатор може мати лише одне дзеркало (з іншого боку кристалу відбивання світла здійснюється внаслідок повного внутрішнього відбивання на межі розділу кристал — повітря). Дзеркала резонатора можуть бути плоскими і сферичними. Завдяки резонаторові світловий потік багаторазово проходить через активне середовище, що підвищує ефективність його взаємодії з атомами. Одне з дзеркал резонатора має максимальний коефіцієнт відбивання, а друге — є частково прозорим, що забезпечує вивід лазерного випромінювання з резонатора.

Система накачки забезпечує перехід активного середовища в стан з інверсною заселеністю енергетичних рівнів. Найбільш поширеними є оптична накачка, що здійснюється за рахунок потужних імпульсів світла; накачка за допомогою електричного поля високої напруженості; електронна накачка, що здійснюється прискореними

електронами; накачка за рахунок інжекції (введення) носіїв струму в область р-п-переходу (у напівпровідникових лазерах) і ін. Накачка може здійснюватись як неперервно, так і в імпульсному режимі. Якщо накачка імпульсна, то випромінювання лазера імпульсне. При неперервному режимі накачки можливим є як неперервне, так і імпульсне випромінювання лазера.

Поріг генерації. При поширенні світлового потоку в активному середовищі виникають втрати випромінювання, що пов'язані з неповним відбиванням світла на дзеркала резонатора, так і з розсіюванням світла в об'ємі активного середовища. Тому для генерації світла необхідно забезпечити певний баланс між процесами підсилення світлового потоку в активному середовищі та процесами його послаблення в результаті названих вище втрат. *Елементарний цикл* роботи лазера включає два послідовних проходження світлового потоку через активне середовище (А), в результаті якого здійснюється відбивання світла від правого (D_1) і лівого (D_2) дзеркал резонатора, а геометричний шлях світлового потоку дорівнює подвоєній довжині резонатора ($2L$), що визначається в напрямку поширення світла (рис. 11.3).

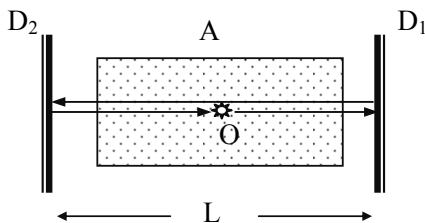


Рис. 11.3. Елементарний цикл роботи лазера

Втрати енергії світлового потоку за один цикл можуть бути враховані введенням ефективних коефіцієнтів відбивання ρ_1 і ρ_2 , що є меншими, ніж коефіцієнти відбивання дзеркал, оскільки враховують також і втрати в об'ємі активного середовища. Таким чином, підсилення густини потоку енергії за один цикл роботи лазера можна подати, використовуючи закон Бугера (1.5):

$$S = S_0 \rho_1 \rho_2 \exp(2\alpha L), \quad (2.1)$$

де S_0 — густина потоку енергії на початку циклу (на рис. 11.3 початок циклу в т. О).

Подамо (2.1) у вигляді:

$$S = S_0 \exp(2\alpha L - 2f), \quad (2.2)$$

де $2f \equiv -\ln(\rho_1 \rho_2)$.

З рівняння (2.2) видно, що генерація лазерного випромінювання здійснюється за умови

$$\alpha L = f, \quad (2.3)$$

де α змінюється в залежності від умов генерації. Так, на початку генерації, коли густина потоку світлової енергії в резонаторі є незначною, тобто світловий потік практично не впливає на заселеність енергетичних рівнів, рівняння (2.3) визначає *порог генерації* і має вигляд

$$\alpha_0 L = f, \quad (2.4)$$

де α_0 — коефіцієнт підсилення за умови, коли світловий потік не впливає на заселеність рівнів. Рівняння (2.3) є *умовою стаціонарної генерації*, коли світловий потік в об'ємі резонатора значно підвищує інверсну заселеність рівнів, що зменшує втрати світлового потоку.

Добротність. Втрату енергії за період коливання в теорії коливань характеризують поняттям добротності. Застосуємо це поняття для характеристики втрат енергії в лазерному резонаторі. *Добротність* — це відношення запасу енергії в системі (W_0) до втрат енергії за одне

коливання (ΔW): $Q = \frac{W_0}{\Delta W}$. Для лазерного резонатора величину W_0

можна подати у вигляді $W_0 = W \sigma L$, де W — об'ємна густина енергії, σ — площа поперечного перерізу лазерного пучка. Втрата енергії

за один лазерний цикл: $\Delta W' = \frac{1}{2}(W_{01} - W_{02})\sigma L$, де множник S врахо-

вує, що об'ємна густина енергії W складається з однакових об'ємних густин двох потоків енергії, що рухаються в протилежних напрямках; W_{01}, W_{02} — запас енергії системи за умов, коли втрат немає ($f=0$), та з урахуванням втрат ($f \neq 0$) відповідно. Враховуючи зв'язок між об'ємною густиною енергії W та густиною потоку енергії S , рівняння (2.2) можна подати у вигляді $W = W(0)\exp(2\alpha L - 2f)$, де $W(0)$ — об'ємна густина енергії на початку циклу. Це дає змогу визначити втрату енергії *за один лазерний цикл* так:

$$\Delta W' = \frac{1}{2}W\sigma L(e^{2f} - 1). \quad (2.5)$$

Тривалість одного циклу $\Delta t = 2L/v$, де v — швидкість світла у резонаторі. Період лазерного випромінювання $T = 2\pi/\omega$. Таким чином, втрата енергії *за одне коливання* (за період T) становить $\Delta W = \Delta W' T/\Delta t$. Враховуючи (2.5), одержимо:

$$\Delta W = \frac{1}{2} W f \sigma \nu T = \frac{1}{2} W f \sigma \lambda, \quad (2.6)$$

де $e^{2f} \cong 1 + 2f$, оскільки $f \ll 1$. З урахуванням виразів для W_0 і ΔW одержимо добротність лазерного резонатора :

$$Q = \frac{2L}{f\lambda} = \frac{m}{f}, \quad (2.7)$$

де $m = \frac{L}{\lambda/2}$ — число стоячих півхвиль на довжині резонатора.

З урахуванням (2.7), рівняння (2.4), що визначає поріг генерації, набуває вигляду

$$\alpha_0 \frac{\lambda}{2} = \frac{1}{Q}. \quad (2.8)$$

Таким чином, для здійснення генерації необхідно, щоб підсилення на шляху в половину довжини хвилі дорівнювало (або було більшим) величині, оберненій добротності. Поріг генерації тим вищий, чим нижча добротність. В свою чергу, добротність знижується при збільшенні втрат. Промені індукованого випромінювання, що поширюються паралельно оптичній осі резонатора (осьові промені), зазнають менших втрат, а тому поріг генерації для них менший порівняно з неосьовими променями. Це спричиняє генерацію лазерного випромінювання у вузькому, практично паралельному жмутові променів, кут розходження якого малий і зумовлений виключно дифракційними явищами.

Метод модульованої добротності. Підвищення потужності випромінювання потребує збільшення числа атомів, що знаходяться у стані інверсної заселеності рівнів. Для цього необхідно затримати початок генерації до такого моменту часу, коли значна кількість атомів перейде в метастабільний стан з інверсною заселеністю рівнів. Затримка початку генерації може бути досягнута підняттям порогу генерації, або, інакше, зниженням добротності резонатора. На момент початку генерації необхідно підвищити добротність. Таким чином, модулюючи добротність лазера, можна досягти значного підвищення потужності його випромінювання. Розглянемо деякі методи здійснення модуляції добротності лазера.

1. *Модуляція добротності за допомогою призми, що обертається* (рис. 11.4). В положенні, показаному на рис. 11.4, призма П забезпечує повне відбивання світла, що поширюється вздовж осі резонатора в активному середовищі А.

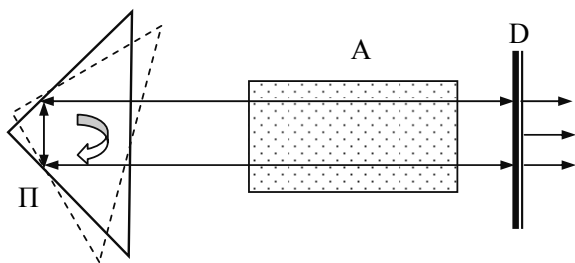


Рис. 11.4. Схема модуляції добротності лазера за допомогою призми, що обертається

Це знижує поріг генерації і призводить до індукованого випромінювання світла. При зміні положення призми (показано пунктирною лінією) різко зростають втрати на відбивання, а значить, підвищується поріг генерації. За час повного оберту призми здійснюється накопичення атомів у стані з інверсною заселеністю рівнів, а генерація відсутня. Частота обертання призми складає десятки — сотні герц. Імпульси лазерного випромінювання мають таку ж частоту, хоча їх тривалість може бути значно меншою.

2. *Модуляція добротності за допомогою комірки Керра (Поккельса).* Можливість модуляції світла внаслідок електрооптичних ефектів Керра і Поккельса розглядалась в розд. 4, § 7. Комірку Керра і поляризатор розташовують у резонаторі. Поляризатор забезпечує генерацію випромінювання виключно певної лінійної поляризації, а комірка Керра розташована так, щоб при певній напрузі не пропускати світло з даною поляризацією. При накачці лазера електричне поле з комірки Керра знімається в той момент, коли генерація світла може бути найбільш потужною. Застосування електрооптичного ефекту дозволяє значно підвищити частоту модуляції добротності лазера і, відповідно, підвищити частоту імпульсів його випромінювання до 10^8 — 10^9 Гц.

§ 3. ЛАЗЕРНЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ

У стаціонарному режимі роботи лазера в його резонаторі утворюється стояча хвиля. Саме за таких умов хвилі, що виходять з резонатора, знаходяться в фазі, а значить, в результаті їх інтерференції досягається максимальна інтенсивність лазерного випромінювання. В загальному

випадку стоячу хвилю можна уявити як суперпозицію елементарних стоячих хвиль, які називають *модами випромінювання лазера*. Можливість утворення певних мод залежить від геометричних характеристик резонатора, показника заломлення активного середовища, та умов на граничних поверхнях резонатора. Розглянемо для прикладу резонатор з прямокутними плоскими дзеркалами (рис. 11.5).

В такому резонаторі можливим є утворення трьох типів стоячих хвиль, що задовольняють умовам

$$L = m_z \frac{\lambda}{2}, \quad a = m_x \frac{\lambda}{2}, \quad b = m_y \frac{\lambda}{2}, \quad (3.1)$$

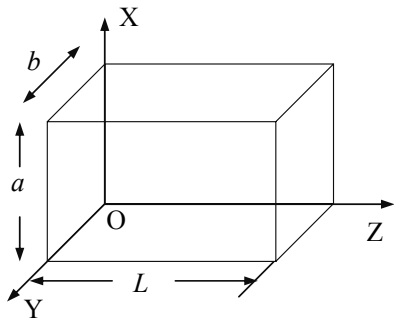


Рис. 11.5. Резонатор з прямокутними плоскими дзеркалами

де: a, b, L – розміри резонатора в напрямку координатних осей OX, OY, OZ відповідно. Моді випромінювання характеризують числами m_x, m_y, m_z , що набувають значення $1, 2, 3, \dots$, і називаються порядками мод.

Аксіальні (повздовжні) моди.

Аксіальні моди є суперпозиціями зустрічних хвиль, що поширюються паралельно осі резонатора OZ . Серед аксіальних мод головною є мода $(0, 0, m_z)$. Вона не має вузлів у площині, перпендикулярній осі OZ .

Поза резонатором їй відповідає хвиля, що поширюється паралельно осі лазера. З умови (3.1) одержимо значення частот випромінювання для аксіальних мод:

$$\nu = \frac{m_z c}{2nL}, \quad (3.2)$$

де n — показник заломлення активного середовища резонатора.

З рівняння (3.2) видно, що можливі частоти аксіальних мод розділені інтервалами:

$$\Delta \nu = \frac{c}{2nL}, \quad (3.3)$$

оскільки число m_z для сусідніх мод відрізняється на 1. Як видно з (3.3) зі збільшенням оптичної довжини резонатора nL відстань між аксіальними модами зменшується.

Слід зауважити, що у лазерному резонаторі генеруються лише ті моди, що задовольняють умові порогу генерації (2.4). На рис. 11.6 наведено залежність $\alpha_0(\nu)$ з якої видно, що генерація можлива лише для мод, з частотами в інтервалі від ν_1 до ν_2 . Форма спектра $\alpha_0(\nu)$ визначається шириною енергетичних рівнів, з яких здійснюються випромінювальні переходи, себто відповідає формі лінії спонтанного випромінювання, що спостерігається при люмінесценції.

Лазери, що працюють в режимі генерації однієї моди називають *одномодовими*. Режим роботи лазера, за якого генерація здійснюється на кількох модах одночасно (від одиниць до тисяч мод), називають *багатомодовим*. Кількість мод при багатомодовому режимі залежить від інтервалу частот між модами, що визначається рівнянням (3.3), та висоти порогу генерації. Як видно з рис. 11.6, підняття порогу генерації сприяє зменшенню кількості генерованих мод і, в кінцевому рахунку, дозволяє перейти до одномодового режиму генерації. Кількість мод, що попадає в інтервал генерації $\nu_2 - \nu_1$, у гелій-неонового лазера ($\lambda = 632,8$ нм) може складати від 5 до 10, в рубіновому — кілька сот, а в лазерах на фарбниках — кілька тисяч.

Ширина ліній випромінювання. Ширина ліній випромінювання визначає ступінь монохроматичності випромінювання. В розд. II, § 2 показано, що ширина лінії випромінювання $\delta\omega$ пов'язана з тривалістю випромінювання τ співвідношенням $\tau\delta\omega = 1$. В лазерах з модульованою добротністю процес випромінювання може тривати від 10^{-3} до 10^{-9} с. В неперервному режимі роботи лазера час випромінювання може бути яким завгодно довгим, а це означає, що теоретично можна одержати які завгодно вузькі спектральні лінії, себто лазерне випромінювання може стати монохроматичним. Проте в реальних умовах у резонаторі, внаслідок флуктуацій розподілу температури в його об'ємі, можуть виникати неконтрольовані зміни показника заломлення, довжини резонатору, що найбільш суттєво спричиняє розширення ліній випромінювання. Менш значним є фактор, пов'язаний з броунівським рухом дзеркал резонатора, що встановлює мінімальну межу ширини ліній випромінювання $\delta\nu \approx 10^2 - 10^{-1}$ Гц.

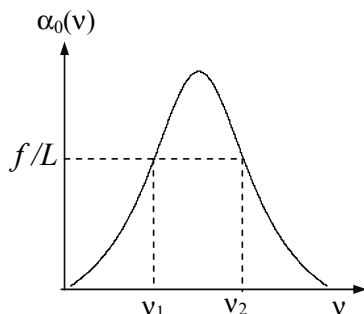


Рис. 11.6. Частотна залежність порогу генерації лазера

Бокові моди. Боковими є моди коливань, що характеризуються значеннями $m_x \neq 0$ і $m_y \neq 0$. У таких модах вузли стоячих хвиль розташовуються відповідно вздовж осей ОХ і ОУ. При $m_x = 0$, $m_y = 0$ вузли в площині ХОУ відсутні. Це означає, що переріз лазерного жмута (площина ХОУ) має рівномірний розподіл інтенсивності світла (рис. 11.7, а).

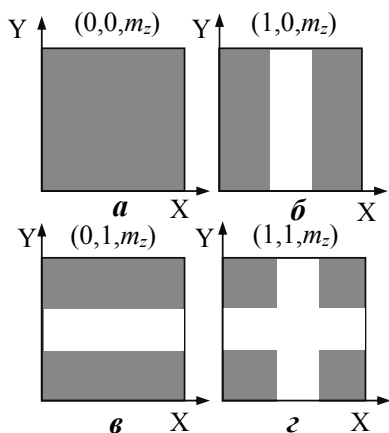


Рис. 11.7. Моди лазерного випромінювання для прямокутного резонатора

При наявності бокових мод відповідний розподіл інтенсивності світла характеризується наявністю ліній нульової інтенсивності, що відповідають вузлам стоячих хвиль. На рис. 11.7 (б-г) показано розподіл інтенсивності випромінювання в площині ХОУ при деяких значеннях m_x і m_y . Слід також зауважити, що відстань між частотами бокових мод значно більша порівняно з аксіальними.

Синхронізація мод. В § 2 було показано, що потужність лазерного випромінювання можна підвищити шляхом модуляції добротності резонатора. Найкоротші імпульси, одержані застосуванням модулюючих комірок Керра чи

Поккельса, мають тривалість 10^{-9} с. Подальше зменшення тривалості випромінювання можна досягти в результаті синхронізації мод лазера, що працює у багатомодовому режимі. Синхронізація мод означає, що в певні моменти часу фази мод є однаковими, а тому інтенсивність лазерного випромінювання різко збільшується, себто виникає потужний імпульс випромінювання.

У багатомодовому режимі випромінювання лазер характеризується спектром частот, відстань між якими визначається формулою (3.3). За умови, коли всі моди складаються в однаковій фазі, амплітуда E_0 сумарної хвилі є максимальною, оскільки вектори E_{α_i} всіх мод розташовуються на одній лінії (див. рис. 11.8, а).

Через проміжок часу Δt фази хвиль послідовно змінюються на $\Delta\nu\Delta t, 2\Delta\nu\Delta t, \dots, (N-1)\Delta\nu\Delta t$. Таким чином, зі збільшенням інтервалу Δt амплітуда суперпозиції мод E_0 поступово зменшується (рис. 11.8, б),

досягає нуля (рис. 11,8, в), а потім починає зростати до моменту часу, коли всі моди знову стануть в однаковій фазі (рис. 11.8, а). У подальшому такий цикл повторюється через проміжок часу T , що задовольняє умові $\Delta\omega \cdot T = 2\pi$. Враховуючи (3.3), одержимо

$$T = \frac{1}{\Delta\nu} = \frac{2nL}{c}, \quad (3.4)$$

де T — *тривалість цикла*. Таким чином, потужні імпульси випромінювання в умовах синхронізації фаз повторюються з періодом T .

Тривалість імпульсів випромінювання (ΔT) буде визначатись з умови перетворення в нуль амплітуди суперпозиції мод: $N\Delta\omega\Delta T = 2\pi$, де N — кількість синхронізованих мод. Таким чином, враховуючи (3.3), одержимо

$$\Delta T = \frac{2nL}{Nc} = \frac{T}{N}. \quad (3.5)$$

Рівняння (3.5) показує, що зі збільшенням кількості синхронізованих мод тривалість імпульсу зменшується. Так, наприклад, для $n=1$, $L=1\text{м}$, $N=10^3$ одержимо $\Delta T=6 \cdot 10^{-12}\text{с}$. Завдяки синхронізації мод потужність випромінювання збільшується в $T/\Delta T$ разів.

Синхронізація мод може виникати самодовільно, проте в такому разі кількість мод N , що приймають участь у синхронізації, є невеликою, а тому величина ΔT мало відрізняється від T . Для підвищення ефективності синхронізації мод здійснюють модуляцію добротності резонатора з періодом, що визначається рівнянням (3.4). Для цього в резонаторі розташовують фільтр, коефіцієнт пропускання якого збільшується зі збільшенням інтенсивності світла, що проходить крізь нього. Такі фільтри діють практично безінерційно. Якщо в деякий момент часу певна кількість мод виявляється синхронізованою, то ці моди пропускаються через фільтр зі значно меншими втратами, порівняно з іншими, а тому в подальшому вони підсилюються, що збільшує величину N , а значить, в кінцевому рахунку, приводить до скорочення тривалості імпульсу випромінювання великої потужності.

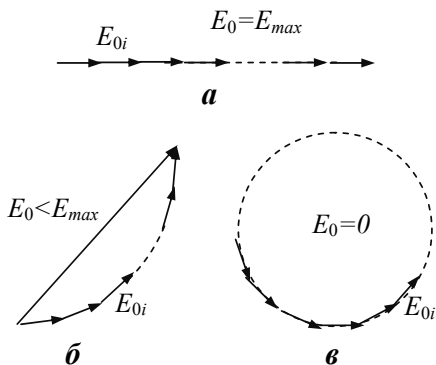


Рис. 11.8. Суперпозиції амплітуд в процесі синхронізації мод

Лазерні спекли. Поверхня багатьох предметів, освітлених лазерним випромінюванням, здається плямистою. Ці плями можна спостерігати оком, або сфотографувати, навіть якщо фотоапарат чи око сфокусовані в точки, що розташовані до чи за поверхнею. Якщо спостерігач рухається, то такі плями змінюють одна одну так, що складається враження, що вони миготять і рухаються щодо поверхні. Такі плями, що спостерігають в лазерному випромінюванні, називають *лазерними спеклами*. Утворення спеклів пов'язане з високою когерентністю лазерного випромінювання. У більшості випадків поверхня, на яку падає лазерне випромінювання, містить випадкові шорсткості, розміри яких значно перевищують довжину хвилі, що спричиняє дифузне відбивання світла. Хвилі висококогерентного лазерного випромінювання, що зазнають дифузного відбивання від різних точок поверхні, мають сталу різницю фаз, а тому інтерферують у просторі. Таким чином, сітківка ока чи фотоплівка реєструють інтерференційну картину у вигляді темних і світлих плям — спеклів.

Слід зауважити, що спекли не спостерігаються при відбиванні лазерного випромінювання від поверхні, полірованої з точністю до десятої долі довжини хвилі. В такому разі має місце дзеркальне, а не дифузне відбивання світла. Спекли не спостерігають і при дифузному відбиванні лазерного випромінювання від поверхні рідин. Це викликано тим, що при відбиванні від поверхні рідини різниця ходу хвиль, відбитих від різних точок поверхні, хаотично змінюється, в результаті чого має місце усереднення інтенсивності інтерференційної картини за часом.

§ 4. ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАЗЕРІВ

На даний час розроблені і застосовуються на практиці значна кількість лазерів, що відрізняються за станом активного середовища, способом накачки, режимом роботи і т. ін. Нижче розглянемо лазери, що найбільш повно відбивають характеристики основних типів оптичних квантових генераторів.

Рубіновий лазер. Це перший квантовий генератор, що випромінює світло у видній області спектру. Рубіновий лазер був розроблений американським фізиком Т. Мейманом у 1960 р. Активним середовищем рубінового лазера є кристал оксиду алюмінію Al_2O_3 (корунд), в якому містяться домішки оксиду хрому CrO_3 . В кристалічній ґратці

Al_2O_3 іон Cr^{+3} заміщує іон Al^{+3} . Іони хрому характеризуються двома смугами поглинання: в зеленій та голубій областях, а також виконують роль центрів червоного випромінювання, яке можна спостерігати в умовах збудження люмінесценції. Поглинання рубіну переважно в зеленій і голубій областях спектра призводить до відбивання світла у червоній області. Тому при збільшенні концентрації хрому до 1 % кристали рубіну змінюють своє забарвлення від світло-рожевого до темно-червоного.

Схема енергетичних рівнів іону хрому наведена на рис. 11.9. Рівню E_1 відповідає основний стан іону хрому. Рівні збуджених станів E_3 і E_3' значно розширені, і на них здійснюються переходи при поглинанні світла. Рівень E_2 має дублетну структуру і є метастабільним. Накачка рубінового лазера є оптичною. З цією метою використовується імпульсна ксенонова лампа, спектр випромінювання якої у видимій області є практично суцільним. Імпульсний режим роботи лампи забезпечує по-

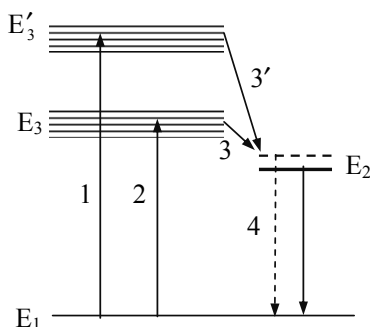


Рис. 11.9. Схема енергетичних рівнів хрому у рубіновому лазері

тужне збудження активного середовища, за якого досягається стан з інверсною заселеністю рівня E_2 . Імпульс білого світла ксенонової лампи викликає переходи 1 і 2 у голубій і зеленій областях спектра. У збудженому стані E_3 і E_3' атоми хрому перебувають біля 10^{-8} с. В подальшому здійснюються безвипромінні переходи 3,3' у метастабільний стан E_2 . Час життя атому у даному стані складає біля 10^{-3} с. За рахунок цього досягається інверсна заселеність рівнів E_2 щодо рівнів основного стану E_1 . Таким чином, створюються умови для здолання порогу генерації. Лазер випромінює імпульс когерентного світла (перехід 4) на довжині хвилі 692,8 чи 694,3 нм, в залежності від того, який з рівнів E_2 — верхній чи нижній, відповідно, знаходиться у стані з інверсною заселеністю. Частіше реалізують випромінювання на довжині хвилі 694,3 нм, оскільки вірогідність таких індукованих переходів більша. Вибір переходів, що спричиняють випромінювання на довжині хвилі 692,8 чи 694,3 нм, здійснюється за допомогою діелектричного інтерференційного дзеркала резонатора, що є селективним щодо довжин хвиль.

Кристал рубіну вирощується у вигляді циліндру довжиною в кілька сантиметрів і діаметром кругового перерізу біля 1 см. Ксенонова лампа і кристал розміщуються у порожнині з дзеркальною внутрішньою поверхнею, що має форму циліндра з еліптичним перерізом. Кристал і ксенонова лампа мають однакову форму циліндра з круговим перерізом і розташовуються у фокусах еліптичного перерізу порожнини в повздовжньому напрямку. Це забезпечує майже повне попадання на рубін випромінювання ксенонової лампи.

Схема резонатора рубінового лазера показана на рис. 11.10. Один край рубінового кристалу зрізається таким чином, щоб лазерне випромінювання зазнавало повного

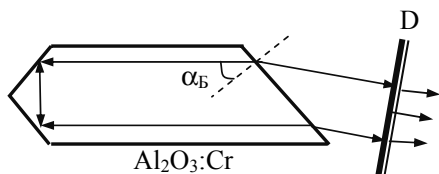


Рис. 11.10. Хід променів у резонаторі рубінового лазера

внутрішнього відбивання від утворених граней і поверталось знову в резонатор. Другий край кристалу зрізається під кутом Брюстера (α_B). Це забезпечує вихід з резонатора без втрат на відбивання хвилі з відповідною лінійною поляризацією. На шляху цього

променя розташовується дзеркало D, крізь яке і здійснюється виведення лазерного випромінювання. Таким чином, конструкція резонатора рубінового лазера забезпечує повну лінійну поляризацію його випромінювання. Потужність випромінювання рубінових лазерів сягає кількох мегават при тривалості імпульсів 10^{-12} с.

Неодимові лазери. Рубіновий лазер започатковує так звані твердотільні лазери. В останні роки значного поширення набули неодимові лазери, в яких активним середовищем є скло з домішками неодиму (Nd). Скло, як і корунд, є лише матрицею, а роль активних центрів виконують іони Nd^{+3} . Технологія одержання неодимового скла дозволяє одержувати циліндричні резонатори довжиною до 2 м з діаметром кругового перерізу в кілька сантиметрів. Завдяки цьому потужність неодимового лазера в імпульсному режимі сягає 10^{13} Вт. На відміну від рубінового лазера, неодимовий лазер працює за чотирьохрівневою енергетичною схемою (рис. 11.11).

Збуджені оптичною накачкою іони неодиму заповнюють верхні енергетичні рівні E_4 (перехід 1). Наступний перехід 2 на метастабільний рівень E_3 є безвипромінним. Індуковані переходи 3 здійснюються між рівнями E_3 і E_2 . В подальшому атом неодиму здійснює безви-

промінний перехід 4 в основний стан E_1 . Генерація неодимового лазера здійснюється у ближній інфрачервоній області спектра на довжині хвилі 1.06 мкм. Лазери на неодимовому склі працюють переважно в імпульсному режимі. Створено також неодимові лазери, що випромінюють як в імпульсному, так і в неперервному режимі. Матричну основу таких лазерів складає не скло, а кристал ітрій-алюмінієвий гранат $Y_3Al_5O_{12}$, у якого частина іонів Y^{+3} заміщена іонами Nd^{+3} . У неперервному режимі потужність таких лазерів не перевищує 150 Вт, а в імпульсному сягає 10^8 Вт при тривалості імпульсів 10^{-12} с.

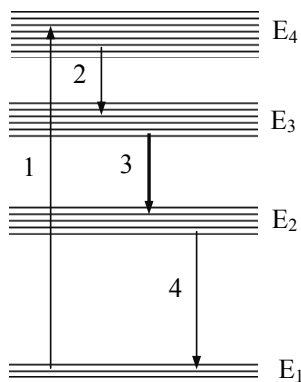


Рис. 11.11. Схема енергетичних рівнів неодиму у склі

Гелій-неоновий лазер. Активним середовищем такого лазера є газоподібна суміш гелію і неону. Генерація такого лазера здійснюється за рахунок переходів між енергетичними рівнями неону. Гелій забезпечує ефективну передачу енергії накачки атомам неону, на яких і досягається стан з інверсною заселеністю рівнів. Атоми неону здатні генерувати лазерне випромінювання більш ніж на 130 різних переходах. Проте, найбільш ефективними є три переходи, що спричиняють випромінювання на довжинах хвиль 632,8, 1,15 і 3,39 мкм. Схема енергетичних рівнів атомів гелію і неону, що пояснює утворення цих ліній випромінювання, наведена на рис. 11.12.

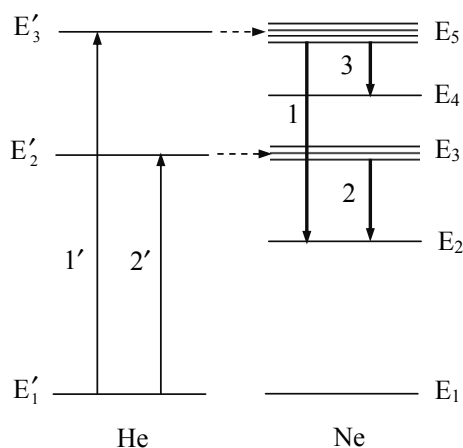


Рис. 11.12. Схема енергетичних рівнів гелію і неону та електронні переходи в гелій-неоновому лазері

При пропусканні струму через гелій-неонову суміш газів, атоми гелію внаслідок електронних ударів переходять на рівні E'_2 і E'_3 (переходи 1' і 2'). Ці рівні є

метастабільними, а тому питома вага відповідних атомів гелію зростає. В результаті взаємодії збуджених атомів гелію з атомами неону останні переходять у збуджений стан E_3 і E_5 . Такі переходи є ефективними, оскільки положення рівнів неону E_2' і E_3' досить близьке до положення рівнів гелію E_3 і E_5 . Внаслідок цього на рівнях E_3 і E_5 неону створюється стан з інверсною заселеністю щодо рівнів E_2 і E_4 . Таким чином, створюється можливість для індукованих переходів 1, 2, 3, що зумовлюють лазерне випромінювання на довжинах хвиль 632,8, 1,15 і 3,39 мкм відповідно. Проте, одночасно такі переходи не здійснюються. Селекція індукованих переходів здійснюється інтерференційними дзеркалами резонатора, що розраховують на певну довжину хвилі лазерного випромінювання.

Гелій-неонові лазери працюють як в імпульсному, так і неперервному режимі. Схема резонатора гелій-неонового лазера показана на рис. 11.13.

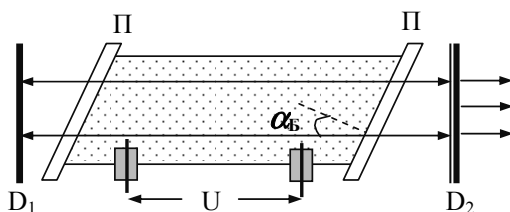


Рис. 11.13. Резонатор гелій-неонового лазера

Кінці лазерної трубки закриті прозорими платівками П, розташованими так, щоб аксіальні моди випромінювання падали на них під кутом Брюстера. Завдяки цьому забезпечується повне (без втрат на відбивання) пропускання одної з лінійно-поляризованих хвиль (p -складова). Таким чином, випромінювання гелій-неонового лазера є лінійно-поляризованим. Потужність випромінювання гелій-неонових лазерів порівняно невисока.

Поряд з гелій-неоною сумішшю в лазерах використовують чисті гази. Серед них азотні лазери, що випромінюють в ультрафіолетовій області спектра, та лазери на інертних газах, що генерують переважно в червоній та інфрачервоній (від 1 до 10 мкм) областях спектра. Аналогічно газовим лазерам діють лазери на парах металів, таких як мідь, кадмій і ін. Такі лазери мають великий коефіцієнт підсилення і взагалі можуть працювати без дзеркал.

Молекулярні лазери. У таких лазерах активне середовище знаходиться в молекулярному стані. Найбільш поширеними є лазери на вуглекислому газі, так звані CO_2 -лазери. Характерною особливістю таких лазерів є те, що молекули мають смугастий спектр випромінювання і поглинання світла, що зумовлено коливальними і обертальними рівнями енергії. В основному, CO_2 -лазери дають індуковане випромінювання з довжиною хвилі 10,6 мкм, проте, враховуючи наявність коливальних рівнів, можна змінювати довжину хвилі випромінювання в межах від 9,2 до 10,8 мкм. Ефективність роботи CO_2 -лазера значно підвищується при введенні в резонатор азоту і гелію. В такому разі збудження молекул CO_2 здійснюється за рахунок молекул азоту N_2 . Механізм збудження є подібним до гелій-неонового лазера. Накачка здійснюється електричним полем. З часом під дією електричного поля молекули CO_2 дисоціюють на CO і C . У закритих CO_2 -лазерах для відновлення молекул вуглекислого газу в об'єм резонатора добавляють водяну пару. У проточних CO_2 -лазерах суміш газів неперервно прокачується через резонатор в аксіальному напрямку. Такий лазер може генерувати неперервне когерентне випромінювання потужністю 50 Вт на 1 м довжини активного середовища.

Лазери на барвниках. Барвники є складними молекулами з яскраво вираженою коливальною структурою рівнів (рис. 11.14). Енергетичні рівні в межах коливальних смуг E_1 і E_2 розташовані майже неперервно.

Характерно, що внаслідок сильної внутрішньомолекулярної взаємодії молекула за короткий час 10^{-11} – 10^{-12} с переходить на нижні енергетичні стани кожної з смуг. Тому після збудження молекула досить швидко безвипромінно переходить на самий нижній рівень смуги E_2 (на рис. 10.14 ці переходи показано пунктирними стрілками), де й створюється стан з інверсною заселеністю. В подальшому можливі індуковані переходи з цього стану на кожний з енергетичних рівнів смуги E_1 . Таким чином, в лазерах на барвниках є можливість генерувати випромінювання в інтервалі частот, що визначається шириною смуги E_1 . Значна ширина смуг, в межах яких здійснюються інду-

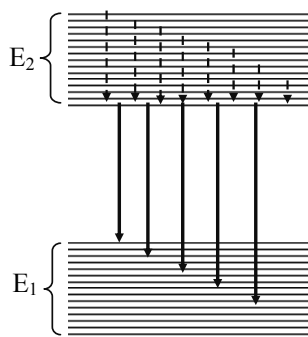


Рис. 11.14. Енергетичні рівні молекули барвника

ковані переходи, дозволяє використовувати лазери на барвниках як *лазери з перебудовою частоти генерації*. Накачка лазерів на барвниках є оптичною і часто здійснюється за допомогою інших лазерів, зокрема, імпульсних азотних лазерів. Перебудова частоти генерації таких лазерів досягається зниженням порогу генерації для вузького інтервалу частот. Схема резонатору, де застосовано один з методів перебудови частоти випромінювання лазера на барвниках, показана на рис. 11.15.

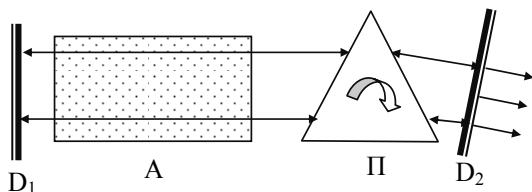


Рис. 11.15. Резонатор лазера на барвниках з перебудовою частоти за допомогою призми

Положення призми П, розташованої в резонаторі, і дзеркала резонатора D_2 є таким, що в активне середовище після відбивання від дзеркала завдяки дисперсії і різним кутам заломлення повертаються лише промені з певною довжиною хвилі. Лише для таких хвиль забезпечується генерація. Обертанням призми на певний кут можна здійснювати плавну перебудову частоти випромінювання лазера на барвниках. Використовуючи різні барвники можна здійснювати лазерне випромінювання у межах всього видимого діапазону. Так, використання кумарінового барвника дає змогу одержувати лазерне випромінювання у межах 0,4–0,5 мкм, ксантенового — 0,5–0,7 мкм, поліметінового — 0,7–1 мкм.

Контрольні питання та завдання

1. У чому полягає принцип дії оптичного підсилювача?
2. Покажіть, чому в системі двох рівнів світловий потік не утворює стану з інверсною заселеністю?
3. За яких умов досягається інверсна заселеність рівнів?
4. Опишіть принципову схему лазера. Поясніть призначення кожного елемента схеми.
5. Наведіть і опишіть одну із схем модуляції добротності лазера.

6. Визначте основні властивості лазерного випромінювання і поясніть їх.
7. За яких умов лазерне випромінювання є поляризованим?
8. Що означає одно- і багатомодовий режим роботи лазера?
9. Як здійснюється синхронізація мод в багатомодовому лазері?
10. Опишіть особливості конструкції одного з твердотільних лазерів.
11. Поясніть схему електронних переходів в гелій-неоновому лазері.
12. Чому в лазерах на барвниках є можливість для плавної перебудови частот і як вона здійснюється?

Розділ XII

НЕЛІНІЙНА ОПТИКА

§ 1. НЕЛІНІЙНА ПОЛЯРИЗОВАНІСТЬ СЕРЕДОВИЩА

Область лінійної і нелінійної оптики. Напруженість електричного поля звичайних (нелазерних) джерел світла не перевищує 0,1 В/м, що значно менше від напруженості електричного поля атома чи молекули (10^6 – 10^7 В/м). За умови, коли напруженість електричного поля світлового випромінювання є незначною порівняно з полем в середовищі, вектор поляризації є лінійною функцією напруженості електричного поля:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi_1 \vec{E}, \quad (1.1)$$

де χ_1 — лінійна діелектрична сприйнятливість середовища.

Лінійна діелектрична сприйнятливість є комплексною величиною:

$$\chi_1 = \frac{e^2 N}{\epsilon_0 m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega}, \quad (1.2)$$

де застосовано позначення, прийняті в розд. 3, § 7.

В наближенні лінійної оптики рівняння коливань класичного осцилятора в полі світлової хвилі включає в себе силу, що утримує електрон біля положення рівноваги $f(x) = -kx$. Це означає, що коливання осцилятора є лінійними.

Для потужних лазерів напруженість електричного поля світлового потоку може сягати значення напруженості поля у середовищі, а тому відхилення осцилятора від положення рівноваги може бути значним. В такому разі функція $f(x)$ не є лінійною, і її слід подати у вигляді ряду Тейлора:

$$f(x) = f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots \quad (1.3)$$

З урахуванням (1.3) рівняння руху електрона набуває вигляду:

$$mx'' + gx' = eE + f(0) + xf'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \frac{x^3}{3!} f'''(0) + \dots \quad (1.4)$$

Оскільки точка $x=0$ є точкою рівноваги осцилятора, то $f(0)=0$. Враховуючи, що сила f завжди спрямована в точку рівноваги, одержимо, що $f'(0) < 0$. Якщо в рівнянні (1.4) знехтувати складовими, що містять $x^2, x^3, \dots$ то одержимо рівняння **лінійного осцилятора**:

$$mx'' = eE - kx - gx', \quad (1.5)$$

де $f'(0) \equiv k$. Розв'язком рівняння (1.5) є

$$x(E) = \frac{\frac{e}{m} E}{i\gamma\omega + (\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (1.6)$$

Таким чином, в лінійному осциляторі зміщення x пропорційне напруженості електричного поля E . Поляризованість середовища $P = Nex$ теж буде лінійною функцією напруженості електричного поля, що визначається рівнянням (1.1). *Оптичні явища, пов'язані з лінійною залежністю поляризації середовища від напруженості електричного поля, відносять до області лінійної оптики.*

Якщо в рівнянні (1.4) врахувати складові, що містять $x^2, x^3, \dots$ то коливання осцилятора стають ангармонічними. Для таких коливань залежність $x(E)$ не буде лінійною, а тому поляризованість середовища $P = Nex$ теж буде нелінійною функцією від напруженості поля. *Оптичні явища, пов'язані з нелінійною залежністю поляризації середовища від напруженості електричного поля, відносять до області нелінійної оптики.*

Нелінійна поляризованість середовища. Розглянемо рівняння (1.4), обмежившись складовими, що містять x і x^2 , у такому вигляді:

$$x'' + \gamma x' + \omega_0^2 x = \frac{e}{m} E + \xi x^2, \quad (1.7)$$

де $\xi \equiv \frac{f''(0)}{2!}$. Оскільки величина ξ мала порівняно з x_0 , то розв'язок (1.7) знаходять методом збурень. Подамо розв'язок (1.7) у вигляді ряду

$$x = x_0 + x_1 + x_2 + \dots, \quad (1.8)$$

де $x_1, x_2, \dots$ — малі величини порядку $\xi, \xi^2, \dots$ щодо x_0 .

Підставимо (1.8) в рівняння (1.7) і, прирівнюючи між собою члени однакового порядку по ξ , одержимо рівняння

$$x_0'' + \gamma x_0' + \omega_0^2 x_0 = \frac{e}{m} E, \quad (1.9)$$

$$x_1'' + \gamma x_1' + \omega_0^2 x_1 = \xi x_0^2. \quad (1.10)$$

.....

Рівняння (1.9) є аналогічним (1.5), а значить, величина x_0 є лінійною функцією напруженості поля E . Аналогічно з (1.10) одержимо, що x_1 виражається через x_0^2 . Оскільки x_0 пропорційне E , то x_1 пропорційно квадрату напруженості електричного поля. Таким чином, в межах трьох складових ряду (1.3) одержимо вираз для поляризації середовища:

$$P = Ne(x_0 + x_1) = P_{\text{л}} + P_{\text{н}}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi_1 E + \varepsilon_0 \chi_2 E^2. \quad (1.11)$$

В рівнянні (1.11) $P_{\text{л}} = \varepsilon_0 \chi_1 E$ є поляризація середовища в наближенні лінійної оптики, а $P_{\text{н}}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi_2 E^2$ — квадратична нелінійна поляризованість середовища (χ_2 — нелінійна діелектрична сприйнятливість середовища першого порядку).

Поширюючи проведений розгляд на довільну кількість складових рівняння (1.4), можна одержати

$$P = \varepsilon_0 \chi_1 E + \varepsilon_0 \chi_2 E^2 + \varepsilon_0 \chi_3 E^3 + \dots, \quad (1.12)$$

де $\chi_2, \chi_3, \chi_4, \dots$ — нелінійні діелектричні сприйнятливості середовища першого, другого, третього... порядку. Слід зауважити, що величини $\chi_2, \chi_3, \chi_4, \dots$ суттєво зменшуються зі зростанням їх порядку і, в залежності від характеру нелінійності середовища, можуть бути як додатними, так і від'ємними.

Хвилі поляризованості. Розглянемо особливості поширення у нелінійному середовищі плоскої електромагнітної хвилі, напруженість електричного поля якої подамо у вигляді:

$$E = E_0 \cos(\omega t - kx) = E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{xn(\omega)}{c} \right) \right]. \quad (1.13)$$

Внаслідок поляризації середовища змінним електричним полем електромагнітної хвилі утворюється так звана *хвиля поляризованості*. Це означає, що кожна точка середовища стає джерелом вторинних електромагнітних хвиль. Ці вторинні хвилі складаються з хвилею, що породжує поляризованість. Сумарні хвилі теж викликають поляризованість середовища, що спричиняє вторинне випромінювання електромагнітних хвиль. Таким чином, *хвилі поляризованості і електромагнітні хвилі взаємно обумовлюють одна одну*.

В *наближенні лінійної оптики* хвиля поляризованості, враховуючи (1.13), має вигляд

$$P = \varepsilon_0 \chi_1 E = \varepsilon_0 \chi_1 E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x n(\omega)}{c} \right) \right]. \quad (1.14)$$

Вторинні хвилі, що збуджуються в довільних точках x_i , x_j і поширюються вздовж напрямку ОХ, подамо у вигляді :

$$E_i(x, t) = E_{0i} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x_i n(\omega)}{c} - \frac{(x - x_i) n(\omega)}{c} \right) \right], \quad (1.15, a)$$

$$E_j(x, t) = E_{0j} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x_j n(\omega)}{c} - \frac{(x - x_j) n(\omega)}{c} \right) \right], \quad (1.15, б)$$

де x — є точкою утворення суперпозиції хвиль (можна вважати її за точку відліку). Величини $\frac{x_i n(\omega)}{c}$ і $\frac{x_j n(\omega)}{c}$ є початковими фазами вторинних хвиль, що випромінюються в точках x_i і x_j відповідно. Оскільки в (1.15, а) і (1.15, б) $t - \frac{x_i n(\omega)}{c} - \frac{(x - x_i) n(\omega)}{c} = t - \frac{x n(\omega)}{c}$ і $t - \frac{x_j n(\omega)}{c} - \frac{(x - x_j) n(\omega)}{c} = t - \frac{x n(\omega)}{c}$, то обидві хвилі, що утворились в двох довільно взятих точках x_i і x_j , проходять точку x в однаковій фазі, а тому підсилюються. Інакше можна сказати, що *вторинні хвилі в лінійному середовищі є синфазними*.

В нелінійному середовищі хвиля поляризованості включає нелінійні складові рівняння (1.12). Розглянемо хвилю поляризованості в нелінійному середовищі, обмежившись першими трьома складовими рівняння (1.12). Враховуючи (1.13), рівняння (1.12) подамо так:

$$\begin{aligned} P = & \frac{\varepsilon_0 \chi_2 E_0^2}{2} + \varepsilon_0 \chi_1 E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{x n(\omega)}{c} \right) \right] + \\ & + \frac{\varepsilon_0 \chi_2 E_0^2}{2} \cos \left[2\omega \left(t - \frac{x n(\omega)}{c} \right) \right] + \frac{\varepsilon_0 \chi_3 E_0^3}{4} \cos \left[3\omega \left(t - \frac{x n(\omega)}{c} \right) \right] + \\ & + \frac{3\varepsilon_0 \chi_3 E_0^3}{4} \cos \left[\omega \left(t - \frac{x n(\omega)}{c} \right) \right] + \dots, \end{aligned} \quad (1.16)$$

де використано тригонометричні співвідношення: $\cos \varphi = (1 + \cos 2\varphi) / 2$ і $\cos^3 \varphi = \frac{1}{4} \cos 3\varphi + \frac{3}{4} \cos \varphi$. Аналіз складових рівняння (1.16) дозволяє виявити ряд явищ, характерних для області нелінійної оптики.

§ 2. ОПТИЧНЕ ДЕТЕКТУВАННЯ. ГЕНЕРАЦІЯ ГАРМОНІК

Оптичне детектування. Перша складова рівняння (1.16) є величиною сталою, що, на відміну від всіх інших складових, не залежить від частоти світлової хвилі. Стала складова поляризованості означає, що частина енергії електромагнітної хвилі, що поширюється в середовищі, перетворюється в енергію сталої поляризації електричного поля. Інакше можна сказати, що має місце випрямлення (детектування) височастотного електромагнітного поля світлової хвилі. Тому це явище одержало назву *оптичного детектування* (1961 р.). Схема досліді показана на рис. 12.1.

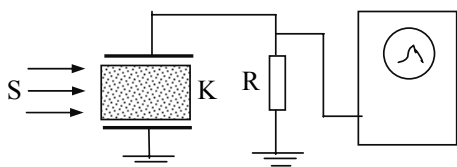


Рис. 12.1. Схема досліді з оптичного детектування

Випромінювання потужного лазера спрямовується на нелінійний кристал зі значним коефіцієнтом нелінійної сприйнятливості χ_2 . Кристал K розташовується між обкладинками конденсатора. Внаслідок детектування світловий імпульс лазера

S збуджує в колі конденсатора відповідний імпульс електричного струму, що реєструється за допомогою осцилографа.

Генерація гармонік. Розглянемо третю і четверту складові (1.16), що містять кратні частоти 2ω і 3ω . Присутність таких складових в (1.16) означає, що електромагнітна хвиля з частотою ω викликає нелінійну поляризованість середовища і цим спричиняє генерацію додаткових хвиль, що називають *гармоніками*. Очевидно, продовжуючи ряд (1.12), можна показати принципову можливість генерації гармонік більш високого порядку (4ω , 5ω , ...). Проте, утворення хвиль поляризації з кратними частотами ще не означає ефективної генерації гармонік. Останнє стає можливим лише за умови, коли хвилі гармоніки, утворені в різних точках середовища, будуть синфазними. Лише в такому разі, внаслідок інтерференції, вони будуть підсилюватись. Зазначену вище умову генерації гармонік називають *умовою фазового (просторового) синхронізму*.

Умова фазового синхронізму. Визначимо умову фазового синхронізму для гармоніки з частотою 2ω . Хвилю поляризованості, що відповідає цій гармоніці, запишемо аналогічно (1.14):

$$P_{2\omega} = P_0 \cos \left[2\omega \left(t - \frac{\chi n(\omega)}{c} \right) \right], \quad (2.1)$$

де швидкість поширення хвилі поляризованості $\frac{c}{n(\omega)}$ є такою ж, як і швидкість поширення первинної хвилі з частотою ω . Хвиля поляризованості (2.1) утворює в довільних точках x_i і x_j електромагнітні хвилі, які аналогічно (12.15, а) і (12.15, б) можна подати так:

$$E'_{2\omega}(x, t) = A_0 \cos \left[2\omega \left(t - \frac{x_i n(\omega)}{c} - \frac{(x - x_i) n(2\omega)}{c} \right) \right], \quad (2.2, \text{а})$$

$$E''_{2\omega}(x, t) = A_0 \cos \left[2\omega \left(t - \frac{x_j n(\omega)}{c} - \frac{(x - x_j) n(2\omega)}{c} \right) \right], \quad (2.2, \text{б})$$

де враховано, що вторинні хвилі, утворені в точках x_i і x_j , поширюються у просторі з швидкістю $\frac{c}{n(2\omega)}$, що відрізняється від швидкості хвилі поляризованості $\frac{c}{n(\omega)}$. Рівняння (12.18, а) і (12.18, б) подамо у вигляді:

$$E'_{2\omega}(x, t) = A_0 \cos \left[2\omega \left(t - \frac{xn(2\omega)}{c} - \frac{x_i \Delta n}{c} \right) \right], \quad (2.3, \text{а})$$

$$E''_{2\omega}(x, t) = A_0 \cos \left[2\omega \left(t - \frac{xn(2\omega)}{c} - \frac{x_j \Delta n}{c} \right) \right], \quad (2.3, \text{б})$$

де $\Delta n = n(\omega) - n(2\omega)$.

Порівнюючи (2.3, а) і (2.3, б), можна зробити висновок, що хвилі гармоніки доходять в точку x в однаковій фазі за умови: $\Delta n = 0$. Тому умова фазового синхронізму набуває вигляду:

$$n(\omega) = n(2\omega). \quad (2.4)$$

Для гармонік порядку $N=2, 3, 4, \dots$ умова фазового синхронізму має вигляд:

$$n(\omega) = n(N\omega). \quad (2.5)$$

Умова фазового синхронізму інакше означає рівність фазових швидкостей основної хвилі з частотою ω і гармоніки з частотою $N\omega$.

Виконання умови фазового синхронізму. В ізотропних середовищах умову фазового синхронізму можна задовольнити лише з урахуванням дисперсії показника заломлення. В такому разі основна хвиля з частотою ω розташовується в області нормальної дисперсії, а гармоніка з частотою $N\omega$ — в області аномальної дисперсії, де поглинання

світла є значним. Останнє зводить нанівець можливість ефективної генерації гармонік в ізоотропних середовищах.

В анізотропних середовищах можна підібрати такий напрямок поширення світла, вздовж якого хвилі з різними частотами (наприклад, ω і 2ω) поширюються з однаковими фазовими швидкостями, а значить, характеризуються однаковими показниками заломлення. Таким чином, в анізотропних кристалах можна задовольнити умову фазового синхронізму. На рис. 12.2 показано перерізи поверхні показника заломлення звичайного і незвичайного променя в KDP кристалі (калій дигідрофосфат KH_2PO_4) для частоти випромінювання рубінового лазера. Як видно з рисунка, під кутом θ до оптичної осі OO' кристалу поверхня еліпсоїду $n_e(2\omega)$ перетинається з поверхнею сфери $n_o(\omega)$. Це означає, що в даному напрямку виконується рівняння $n_o(\omega) = n_e(2\omega)$, себто задовольняється умова фазового синхронізму. Слід зауважити, що умова фазового синхронізму може бути досягнута лише в кристалах зі значною анізотропією, коли поверхня еліпсоїду витягнута настільки, що перетинає сферичну поверхню.

Вперше генерація другої гармоніки (з частотою 2ω) була здійснена радянським фізиком Я. І. Френкелем в 1961 р. Схема досліді показана на рис. 12.3.

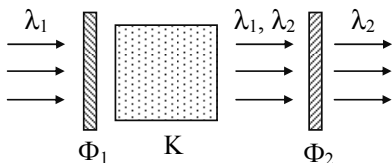


Рис. 12.3. Схема досліді Френкеля

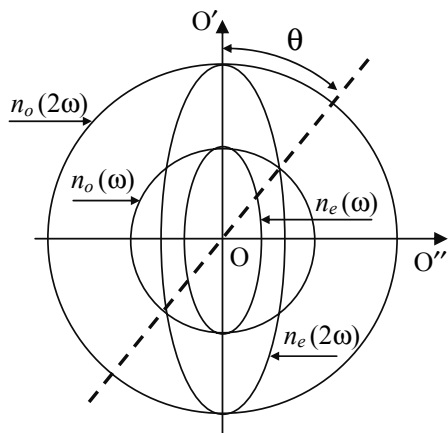


Рис. 12.2. До визначення напрямку, вздовж якого виконується умова фазового синхронізму в анізотропному кристалі

Випромінювання рубінового лазера на довжині хвиль $\lambda_1 = 694.3$ нм фокусувалось на кристал кварцу К, розташований між фільтрами Φ_1 і Φ_2 , прозорими для довжин хвиль λ_1 і λ_2 відповідно. Досліді показали, що кристал випромінював чер-

воне ($\lambda_1=694,3$ нм) і ультрафіолетове ($\lambda_2=347$ нм) світло. При цьому частота ультрафіолетового випромінювання дорівнювала **подвійній** частоті випромінювання рубінового лазера. Слід зазначити, що для ефективної генерації гармонік необхідно застосовувати кристали з великим коефіцієнтом нелінійної сприйнятливості χ_2 і потужний лазер, здатний створювати сильне світлове поле. В перших дослідах Я. І. Френкеля ефективність перетворення становила біля 10^{-8} . В подальшому застосування одновісного негативного KDP-кристалу, що задовольняв умову фазового синхронізму, та більш потужного лазера дозволило довести ефективність перетворення для другої гармоніки до 60 %. Генерація другої гармоніки в кристалах барію ніобата з застосуванням лазера на неодимовому склі ($\lambda_1=1060$ нм, інфрачервона область) дозволила одержати вторинне випромінювання в зеленій області спектра з $\lambda_2=530$ нм, ефективність якого перевищила 60 %. На даний час експериментально одержано гармоніки більш високих порядків (до 12-го). Проте ефективність утворення гармонік високих порядків знижується, оскільки суттєво зменшуються величини відповідних коефіцієнтів нелінійної сприйнятливості.

§ 3. ПОКАЗНИК ЗАЛОМЛЕННЯ В НЕЛІНІЙНІЙ ОПТИЦІ. САМОФОКУСУВАННЯ СВІТЛА

Друга і п'ята складові рівняння (1.16) є гармонічними функціями хвилі поляризації в області нелінійної оптики. Подамо суму цих двох складових у вигляді:

$$P_{\text{н.о.}} = \varepsilon_0 \left(\chi_1 + \frac{3}{4} \chi_3 E_0^2 \right) E_0 \cos \left[\omega \left(t - \frac{xn(\omega)}{c} \right) \right]. \quad (3.1)$$

Враховуючи (1.13), рівняння (3.1) подамо у вигляді:

$$\frac{P_{\text{н.о.}}}{E} = \varepsilon_0 \left(\chi_1 + \frac{3}{4} \chi_3 E_0^2 \right). \quad (3.2)$$

В наближенні лінійної оптики аналогічне відношення можна отримати з рівняння (1.14):

$$P_{\text{л.о.}}/E = \varepsilon_0 \chi_1. \quad (3.3)$$

Відносна діелектрична проникність середовища в області лінійної оптики зв'язана з його діелектричною сприйнятливістю простим співвідношенням:

$$\varepsilon_{\text{л.о.}} = 1 + \chi_1. \quad (3.4)$$

Аналогічно, порівнюючи (3.2) і (3.3), одержимо для області нелінійної оптики:

$$\varepsilon_{\text{н.о.}} = 1 + \chi_1 + \frac{3}{4}\chi_3 E_0^2 = \varepsilon_{\text{л.о.}} + \frac{3}{4}\chi_3 E_0^2. \quad (3.5)$$

Враховуючи формулу Максвелла $n = \sqrt{\varepsilon\mu}$, можна подати (3.5) у вигляді:

$$n_{\text{н.о.}}^2 = n_{\text{л.о.}}^2 + \frac{3}{4}\chi_3 E_0^2. \quad (3.6)$$

Оскільки нелінійна поправка $\frac{3}{4}\chi_3 E_0^2$ до показника заломлення є невеликою, то величина $n_{\text{н.о.}}^2 - n_{\text{л.о.}}^2 \cong 2n_{\text{л.о.}}(n_{\text{н.о.}} - n_{\text{л.о.}})$ і рівняння (3.6) подамо так:

$$n_{\text{н.о.}} = n_{\text{л.о.}} + n_2 E_0^2, \quad (3.7)$$

де $n_2 \equiv \frac{3\chi_3}{8n_{\text{л.о.}}}$ — коефіцієнт, що в залежності від знаку χ_3 може бути додатним або від'ємним.

З рівняння (3.7) видно, що при поширенні в середовищі потужного випромінювання показник заломлення змінюється в залежності від інтенсивності світлового потоку. Враховуючи, що в загальному випадку показник заломлення є величиною комплексною, це означає, що від інтенсивності світла буде залежати фазова швидкість хвилі (з якою зв'язана дійсна частина комплексного показника заломлення) і коефіцієнт поглинання (з яким пов'язана уявна частина показника заломлення). Таким чином, в області нелінійної оптики світло, що поширюється у середовищі, змінює умови для поширення електромагнітної хвилі, себто *виникає ефект взаємодії світлового потоку і середовища*.

Самофокусування світла. Густина потоку енергії в площині перерізу пучка світла не є величиною сталою. Для визначеності розглянемо поширення у нелінійному середовищі гаусового пучка світла з круговим перерізом. В залежності від характеру нелінійності середовища знак χ_3 може бути як додатним, так і від'ємним. За умови, коли $\chi_3 > 0$, має місце нерівність $n_{\text{н.о.}} > n_{\text{л.о.}}$, а це означає, що фазова швидкість руху периферійних променів (де поправка $n_2 E_0^2$ є меншою) буде більшою, ніж центральних (де поправка $n_2 E_0^2$ є максимальною). В результаті цього

плоский фронт хвилі стає увігнутим в сторону поширення світла (як при проходженні плоскої хвилі через сферичну опуклу поверхню) і має місце фокусування до осі OO' пучка світла (рис. 12.4, а). Це явище називають *самофокусуванням світла*. Самофокусування може привести до стиснення лазерного пучка в тонку нитку.

За умови, що $\chi_3 < 0$, має місце нерівність $n_{н.о} < n_{л.о}$, і швидкість поширення периферійних променів менша, ніж центральних. В результаті плоский фронт хвилі стає опуклим в сторону поширення світла і має місце відхилення пучка світла від його осі OO' (рис. 11.4, б). Це явище називають *дефокусуванням світла*.

При певній інтенсивності і величині χ_3 фронт хвилі, що поширюється в нелінійному середовищі, може зберігатись плоским, а значить, переріз пучка світла — незмінним. Такий режим поширення світла в нелінійному середовищі називають *самоканалізацією світлового потоку*.

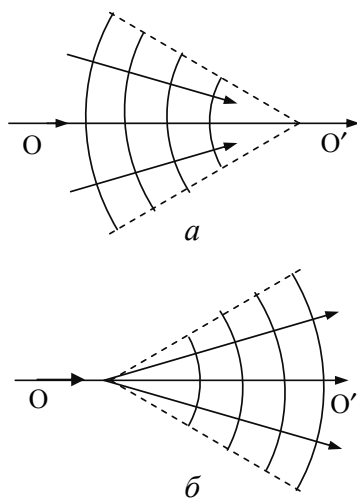


Рис. 12.4. Поверхня фронту плоскої світлової хвилі за умов самофокусування (а) і дефокусування (б)

§ 4. ВЕКТОРНА УМОВА ПРОСТОРОВОГО СИНХРОНІЗМУ. ПАРАМЕТРИЧНІ ГЕНЕРАТОРИ СВІТЛА

Припустимо, що в нелінійному середовищі поширюються дві електромагнітні хвилі з частотами ω_1 і ω_2 :

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega_1 t - k_1 x), \quad (4.1, а)$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega_2 t - k_2 x). \quad (4.1, б)$$

Суперпозиція цих хвиль утворює відповідну хвилю поляризованості, що поширюється в нелінійному кристалі.

Хвилі квадратичної поляризованості. Розглянемо квадратичну складову поляризованості (друга складова рівняння (1.12)):

$$P = \varepsilon_0 \chi_2 E^2 = \varepsilon_0 \chi_2 (E_1 + E_2)^2 = \varepsilon_0 \chi_2 [E_{01}^2 \cos^2(\omega_1 t - k_1 x) + E_{02}^2 \cos^2(\omega_2 t - k_2 x) + 2E_{01} E_{02} \cos(\omega_1 t - k_1 x) \cos(\omega_2 t - k_2 x)] . \quad (4.2)$$

Враховуючи тригонометричні співвідношення: $\cos^2 \alpha = (1 + \cos 2\alpha) / 2$ і $\cos \alpha \cos \beta = [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)] / 2$, одержимо:

$$P = P_0 + P_{2\omega_1} + P_{2\omega_2} + P_{\omega_1 + \omega_2} + P_{\omega_1 - \omega_2} . \quad (4.3)$$

Складові рівняння (4.3) мають такий вигляд:

$$P_0 = \frac{\varepsilon_0 \chi_2}{2} E_0^2 , \quad (4.4, a)$$

$$P_{2\omega_1} = \frac{\varepsilon_0 \chi_2}{2} E_{01}^2 \cos[2(\omega_1 t - k_1 x)] , \quad (4.4, б)$$

$$P_{2\omega_2} = \frac{\varepsilon_0 \chi_2}{2} E_{02}^2 \cos[2(\omega_2 t - k_2 x)] , \quad (4.4, в)$$

$$P_{\omega_1 + \omega_2} = \varepsilon_0 \chi_2 E_{01} E_{02} \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)x] , \quad (4.4, г)$$

$$P_{\omega_1 - \omega_2} = \varepsilon_0 \chi_2 E_{01} E_{02} \cos[(\omega_1 - \omega_2)t - (k_1 - k_2)x] . \quad (4.4, д)$$

Як показано в § 2, стала величина поляризованості P_0 спричиняє ефект оптичного детектування, а складові $P_{2\omega_1}$ і $P_{2\omega_2}$ — генерацію хвиль гармонік на частотах $2\omega_1$ і $2\omega_2$ відповідно. Для ефективної генерації гармонік з частотами $2\omega_1$ і $2\omega_2$ достатньо виконати умову фазового синхронізму (2.4).

Розглянемо можливості генерації електромагнітних хвиль з частотами $\omega_1 \pm \omega_2$, утворених хвилями поляризованості $P_{\omega_1 + \omega_2}$ і $P_{\omega_1 - \omega_2}$.

Векторна умова просторового синхронізму. Виявляється, що для ефективної генерації хвиль з частотами $\omega_1 \pm \omega_2$ не достатньо виконання умови фазового синхронізму (2.4), як це мало місце при генерації гармонік з кратними частотами ($N\omega$). В квантовій інтерпретації монохроматичним хвилям відповідають фотони певної частоти і імпульсу. Тому утворення поляризованістю $P_{\omega_1 + \omega_2}$ електромагнітної хвилі з частотою $\omega_1 + \omega_2$ слід розглядати як злиття фотонів з частотами ω_1 і ω_2 . В такому разі повинні виконуватись умови збереження енергії і імпульсу. Енергії і імпульси первинних фотонів визначаються так:

$$E_1 = \hbar \omega_1 , \quad (4.5, a) \quad p_1 = \frac{\hbar \omega_1}{v} = \frac{\hbar \omega_1}{c} n(\omega_1) , \quad (4.5, a)$$

$$E_2 = \hbar \omega_2 , \quad (4.6, a) \quad p_2 = \frac{\hbar \omega_2}{v} = \frac{\hbar \omega_2}{c} n(\omega_2) . \quad (4.6, б)$$

Енергію і імпульс фотона, що відповідає електромагнітній хвилі, утвореній хвилею поляризованості $P_{\omega_1+\omega_2}$, подамо аналогічно:

$$E = \hbar(\omega_1 + \omega_2), \quad (4.7, \text{ а}) \quad p = \frac{\hbar(\omega_1 + \omega_2)}{c} n(\omega_1 + \omega_2). \quad (4.7, \text{ б})$$

Як видно з рівнянь (4.5–7), закон збереження енергії виконується, себто $E = E_1 + E_2$, а закон збереження імпульсу не виконується: $p \neq p_1 + p_2$, оскільки $\omega_1 n(\omega_1) + \omega_2 n(\omega_2) \neq (\omega_1 + \omega_2) n(\omega_1 + \omega_2)$.

При генерації подвоєних гармонік (2ω) частоти $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ і, за виконання умови фазового синхронізму $n(\omega) = n(2\omega)$, одночасно виконується закон збереження енергії і імпульсу.

Для здійснення генерації на частоті $\omega_1 + \omega_2$ застосовують електромагнітні хвилі, що поширюються в середовищі у *довільному напрямку*. Це означає, що замість хвиль (4.1, а) і (4.1, б), що поширюються в напрямку осі ОХ, беруть хвилі, що характеризуються хвильовими векторами $\vec{k}_1$ і $\vec{k}_2$:

$$E_1 = E_{01} \cos(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r}), \quad (4.8, \text{ а})$$

$$E_2 = E_{02} \cos(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r}). \quad (4.8, \text{ б})$$

В такому разі вираз для поляризованості $P_{\omega_1+\omega_2}$ одержимо аналогічно (4.4, г), лише з заміною $k_1 x$ на $\vec{k}_1 \vec{r}_1$ і $k_2 x$ на $\vec{k}_2 \vec{r}_2$:

$$P_{\omega_1+\omega_2} = \varepsilon_0 \chi_2 E_{01} E_{02} \cos[(\omega_1 + \omega_2)t - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \vec{r}]. \quad (4.9)$$

Хвиля поляризації (4.9) породжує плоску монохроматичну хвилю з частотою $\omega_1 + \omega_2$ за виконання умови збереження енергії і імпульсу: $\hbar\omega = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$; $\hbar\vec{k} = \hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2$, або в більш простій формі

$$\omega = \omega_1 + \omega_2, \quad (4.10, \text{ а}) \quad \vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2. \quad (4.10, \text{ б})$$

Рівняння (4.10, а) називають *умовою частот*, а рівняння (4.10, б) — *умовою векторного просторового синхронізму*. Слід зауважити що в умовах генерації подвоєних частот (2ω), коли $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, рівняння (4.10, б) приводить до умови фазового синхронізму (2.4).

Умову векторного просторового синхронізму можна задовольнити лише в анізотропних середовищах, де можна скористатись звичайним і незвичайним променями при певних кутах між їх хвильовими векторами. Так, наприклад, в кристалах KDP умову (4.10, б) можна задовольнити співвідношеннями $\vec{k}^e = \vec{k}_1^o + \vec{k}_2^o$, або $\vec{k}^e = \vec{k}_1^o + \vec{k}_2^e$.

Принципова схема параметричного генератора світла. Параметричний генератор світла — це лазер, в резонаторі якого розташовується нелінійний кристал, вирізаний таким чином, щоб для осьових променів виконувалась одна з векторних умов просторового синхронізму: $\vec{k}^e = \vec{k}_1^o + \vec{k}_2^o$ або $\vec{k}^e = \vec{k}_1^o + \vec{k}_2^e$. Схема такого генератора показана на рис. 12.5.

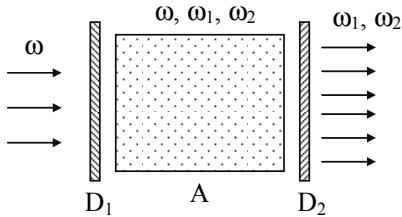


Рис. 12.5. Параметричний генератор світла

Накачка генератора є оптичною і здійснюється на частоті ω , для якої дзеркало D_1 повинно бути досить прозорим. Робочими частотами генератора є ω_1 і ω_2 , для яких коефіцієнти відбивання дзеркал D_1 і D_2 повинні бути великими.

В активному середовищі А параметричного генератора поширюються три хвилі (ω , ω_1 і ω_2), що задовольняють умовам частот (4.10, а) і векторного просторового синхронізму (4.10, б). Тому енергія від потужної хвилі накачки з частотою ω передається слабким хвилям з частотами ω_1 і ω_2 , в результаті чого останні підсилюються. Таке явище називають *параметричним підсиленням світла*, оскільки його можна розглядати як модуляцію оптичних параметрів середовища хвилею накачки, що приводить до підсилення хвиль з частотами ω_1 і ω_2 . Слід зауважити, що хвилі з частотами ω_1 і ω_2 генеруються активним середовищем резонатора. Проте, якщо має місце генерація лише однієї з цих хвиль, наприклад ω_1 , то друга хвиля з частотою ω_2 утворюється у відповідності з умовою частот (4.10, а) і буде одночасно підсилюватись, як і перша.

Перебудова частот випромінювання параметричного генератора. Головною відмінністю параметричних генераторів світла від звичайних лазерів є можливість здійснювати плавну перебудову частот випромінювання. Перебудова частот випромінювання здійснюється шляхом зміни напрямку поширення хвилі накачки щодо оптичної осі кристалу. Практично це досягається поворотом кристалу щодо сталого напрямку поширення хвилі накачки. Зміна напрямку поширення хвилі накачки призводить до порушення умов векторного синхронізму щодо хвиль з частотами ω_1 і ω_2 . Проте для нового напрямку умова векторного синхронізму виконується для зміщених на величину $\Delta\omega$ частот ω_1 і ω_2 : $\vec{k}(\omega) = \vec{k}_1(\omega_1 + \Delta\omega) + \vec{k}_2(\omega_2 - \Delta\omega)$, оскільки умова частот

зберігається. Тому в довільному напрямі поширення хвилі накачки буде мати місце підсилення частот $\omega_i = \omega_1 + \Delta\omega$ і $\omega_j = \omega_2 - \Delta\omega$. Таким чином, в параметричному генераторі світла здійснюється плавне налагодження частот випромінювання.

§ 5. БАГАТОФОТОННЕ ПОГЛИНАННЯ

Поглинання світла називають багатофотонним, якщо система (атом, молекула, тверде тіло) переходить з основного стану в збуджений внаслідок одночасного поглинання кількох фотонів. *Багатофотонне поглинання, що спостерігається виключно при великих потужностях випромінювання, є нелінійним процесом.* В даному разі коефіцієнт поглинання пропорційний інтенсивності лазерного випромінювання. Збуджена в результаті багатофотонного поглинання система здатна при зворотному переході випромінювати один фотон.

Розглянемо двофотонне поглинання світла як найбільш вірогідний процес. При двофотонному поглинанні світла система випромінює квант з енергією $\hbar\omega' = 2\hbar\omega$. Двофотонне поглинання має місце і за умови, коли енергії квантів, що поглинаються, є різними. В такому разі $\hbar\omega' = \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$. Проте, в кожному разі важливим є те, що енергія кванту, що випромінюється при двофотонному переході, повинна співпадати з різницею енергій між збудженим E_2 і основним E_1 станом системи, себто

$$\hbar\omega' = E_2 - E_1. \quad (5.1)$$

Важливою особливістю багатофотонних переходів порівняно з однофотонними є те, що вони можуть здійснюватись між якими завгодно станами системи, для яких виконується умова (5.1), навіть якщо такі переходи заборонено правилами відбору. Таким чином, завдяки можливостям двофотонного поглинання можна досліджувати рівні, між якими заборонено однофотонні переходи. Проте, вірогідність двофотонних переходів порівняно з однофотонними низька, а тому для їх здійснення використовують потужні лазери. Ще меншою є вірогідність трифотонних, чотирифотонних і т. д. процесів. Для їх здійснення потрібна ще більша інтенсивність світлового потоку.

Вперше двофотонне поглинання в оптичному діапазоні спостерігалось експериментально в 1961 р. в кристалах CaF_2 , активованих двовалентним європієм Eu^{+2} , що заміщує іони кальцію. Випроміню-

вання рубінового лазера на довжині хвилі 694,3 нм фокусувалось на кристалі $\text{CaF}_2:\text{Eu}$. Спектральний аналіз світла, що виходить з кристалу, показав наявність червоного випромінювання лазера і голубого (люмінесцентного) випромінювання на довжині хвилі 425 нм. Інтенсивність голубого випромінювання була пропорційною квадрату інтенсивності випромінювання лазера, що вказувало на двофотонний характер поглинання. Спрощену схему переходів, що мають місце при поглинанні і випромінюванні світла на центрах Eu^{+2} , подано на рис. 12.6.

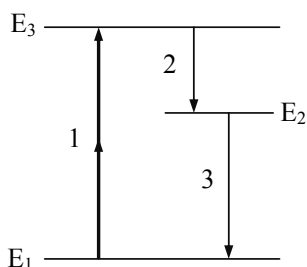


Рис. 12.6. Схема переходів при двофотонному поглинанні і випромінюванні світла на центрах Eu^{+2}

В результаті двофотонного поглинання лазерного випромінювання іони Eu^{+2} переходять з основного E_1 в збуджений стан E_3 (перехід 1), а потім, внаслідок безвипромінних процесів, переходять на більш низький рівень E_2 (перехід 2). Подальший перехід 3 на рівень основного стану E_1 приводить до люмінесцентного випромінювання на довжині хвилі 425 нм.

Подальші дослідження показали можливість здійснення двофотонних і багатофотонних процесів в парах металів, рідинах, напівпровідниках. Багатофотонне

поглинання потужного лазерного випромінювання може привести до іонізації атому. Зокрема, цим пояснюється утворення іскрового пробою при фокусуванні потужного лазерного випромінювання, що поширюється у повітрі.

Контрольні питання та завдання

1. Дайте означення області нелінійної оптики.
2. Поясніть взаємозв'язок хвилі поляризованості і електромагнітної хвилі.
3. У чому полягає явище оптичного детектування?
4. За яких умов можна спостерігати генерацію гармонік?
5. Поясніть, як задовольняється умова фазового синхронізму в анізотропних кристалах?
6. Виведіть залежність показника заломлення нелінійного середовища від інтенсивності світла.

7. За яких умов спостерігають явище самофокусування і дефокусування світла?
8. У чому полягає необхідність розгляду векторної умови просторового синхронізму і який вигляд вона має?
9. Поясніть принцип дії параметричного генератора світла.
10. У чому полягає особливість багатофотонного поглинання світла порівняно з однофотонним?

Література,
що використана в підручнику,
а також рекомендується для вивчення

1. Бутиков Е. И. Оптика: Учеб. пособие для вузов / Под ред. Н. И. Калитиевского. — М.: Высш. шк., 1986. — 512 с.
2. Ваксман Ю. Ф. Оптика: Навчальний посібник. — Одеса: Астропринт, 2001. — 320 с.
3. Годжаев Н. М. Оптика: Учеб. пособие для вузов. — М.: Высш.шк., 1977. — 432 с.
4. Горбань І. С. Оптика: Навч. посібник для ун-в. — К.: Вища шк., 1979. — 224 с.
5. Григорук В. І., Коротков П. А., Хижняк А. І. Лазерна фізика: Підручник. — К.: МП Леся, 1997. — 480 с.
6. Калитиевский Н. И. Волновая оптика: Учеб. пособие для вузов. — Изд. 2-е испр. и доп. — М.: Высш. шк., 1978. — 383 с.
7. Ландсберг Г. С. Оптика: Учеб. пособие для вузов. — Изд. 5-е, перераб. и доп. — М.: Наука, 1976. — 928 с.
8. Матвеев А. Н. Оптика: Учебное пособие для физ. спец. вузов. — М.: Высш. шк., 1985. — 351 с.
9. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Оптика: Учеб. пособие. — 2-е изд., испр. — М.: Наука, 1980. — 752 с.
10. Сминтина В. А. Оптика: Підручник. — 2-ге видання. — Одеса: Астропринт, 2008. — 312 с.

Предметний покажчик

- Аберації оптичних систем 170
Аберації сферичні 171
Аберації хроматичні 170, 171
Анізотропія 80, 90
Бідзеркала Френеля 103
Білінза Біє 104
Біпризма Френеля 104
Вектор поляризації 71, 256
Вектор Умова — Пойнтінга 18, 37
Вентильний фотоефект 227
Випромінювальна здатність 210
Випромінювання індуковане 219
Випромінювання нерівноважне 210
Випромінювання рівноважне 209
Випромінювання спонтанне 219
Випромінювання теплове 209
Відбивання 52, 54, 62, 69
Голограма 185, 188, 191
Голографія 184
Дефокусування світла 265
Джерело випромінювання 10
Дисперсія аномальна 70, 74
Дисперсія нормальна 70, 73
Дисперсне середовище 46
Дифракційна ґратка 152
Дифракція Фраунгофера 145, 148
Дифракція Френеля 138
Діелектрична сприйнятливність 71, 258
Діелектричні дзеркала 119, 239
Дослід Вінера 27
Дослід Лебедева 23
Енергія фотона 218
Ефект Допплера 43
Ефект Керра 91, 243
Ефект Комптона 227
Ефект Котона — Мутона 92
Ефект Покельса 93, 243
Ефект Фарадея 90
Закон Брюстера 60, 250, 252
Закон Бугера 236
Закон Віна 212
Закон Кірхгофа 211
Закон Малюса 87
Закон Релея 47
Закон Релея — Джінса 215
Закон Стефана — Больцмана 212
Закон Стокса 231
Закони відбивання світла 54
Закони заломлення світла 54
Збільшення лінійне 169
Зони Френеля 133
Імпульс фотона 218
Інверсна заселеність 238, 249
Індуковані переходи 220, 250, 252
Інтерференційні дзеркала 118
Інтерференція 96
Інтерференція багатопроменева 119
Інтерференція в тонких плівках 109
Інтерференція поляризованого світла 113
Інтерферометр Майкельсона 97
Інтерферометр Фабрі — Перо 127

Кільця Ньютона 111
 Когерентність 97
 Когерентність просторова 106
 Коефіцієнти Ейнштейна 220
 Комірка Керра 92
 Кристал двовісний 85
 Кристал одновісний 85
 Кут Брюстера 61
 Лазер гелій-неоновий 251
 Лазер рубіновий 248
 Лазерні спекли 248
 Лінза 167, 175
 Люмінесценція 229
 Метастабільні стани 238, 249, 252
 Мікроскоп 180
 Модуляція добротності 242
 Нелінійна оптика 257
 Нелінійна поляризованість середовища 257
 Обертання площини поляризації 88
 Оптично активне середовище 88
 Освітленість 31
 Осцилятор затухаючий 37
 Параметрична генерація світла 268
 Платівка Люмера — Герке 128
 Пляма Пуассона 140
 Поглинальна здатність 210
 Подвійне променезаломлення 86
 Показник заломлення 14
 Поляризаційні призми 88
 Поляризовані хвилі 76
 Полярорід 88
 Принцип Гюйгенса 130
 Принцип Гюйгенса-Френеля 130
 Принцип Ферма 160
 Природна ширина спектральної лінії 39
 Променевий еліпсоїд 84
 Промінь звичайний 86
 Промінь незвичайний 86
 Промінь світла 160
 Просвітлення оптики 116
 Рівняння Максвелла 12
 Роздільна здатність 126, 154
 Розсіювання Мі 203
 Розсіювання Релея 201
 Розсіювання світла 198
 Самофокусування світла 265
 Світність 30, 31
 Світловий потік 31
 Синхронізація мод 246
 Спектр випромінювання 37
 Спектрограф дифракційний 152
 Спонтанні переходи 220
 Стала Верде 90
 Стала Планка 216
 Суперпозиція хвиль 24
 Телескоп 179
 Теорія Лоренца 36, 40, 70
 Тиск світла 21
 Ультрафіолетова катастрофа 215
 Фазовий синхронізм 260
 Формула Вульфа-Брега 158
 Формула Лоренц-Лорентца 74
 Формула Планка 216, 222
 Формула тонкої лінзи 168
 Формули Френеля 56, 59
 Фотометрія 28
 Фотопружність 90
 Фронт хвилі 15
 Хвилі когерентні 96
 Хвиля електромагнітна 9
 Хвиля монохроматична 16
 Хвиля опорна 185
 Хвиля плоска 15
 Хвиля поперечна 16

Хвиля предметна 185
Хвиля стояча 25
Хвиля сферична 16
Хвильова поверхня 15
Хвильовий вектор 5

Хвильові рівняння 13, 14
Червона межа фотоефекту 223
Швидкість групова 46
Швидкість променева 85
Швидкість фазова 15

Навчальне видання

КУРС ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ

Підручник у шести томах

За загальною редакцією

В. А. Сминтина

- Том 1: *С. В. Козицький, Д. Д. Поліщук*. Механіка
Том 2: *С. В. Козицький, А. Н. Золотко*. Молекулярна фізика
Том 3: *А. П. Чебаненко*. Електрика та магнетизм
Том 4: *В. А. Сминтина, Ю. Ф. Ваксман*. Оптика
Том 5: *І. Р. Яцунський*. Атомна фізика
Том 6: *Ю. А. Ніцук*. Ядерна фізика

Том 4

СМИНТИНА Валентин Андрійович

ВАКСМАН Юрій Федорович

ОПТИКА

Завідувачка редакції *Т. М. Забанова*

Редактор *Н. Я. Рихтік*

Технічний редактор *М. М. Бушин*

Дизайнер обкладинки *В. І. Костецький*

Коректор *О. Г. Дайбова*

Здано у виробництво 07.02.2012. Підписано до друку 20.03.2012.
Формат 60х84/16. Папір офсетний. Гарнітура «Newton». Друк офсетний.
Ум. друк. арк. 16,04. Тираж 300 прим. Вид. № 35. Зам. № 70.

Видавництво і друкарня «Астропринт»

65091, м. Одеса, вул. Разумовська, 21

Тел.: (0482) 37-07-95, 37-14-25, 33-07-17, (048) 7-855-855

www.astroprint.odessa.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1373 від 28.05.2003 р.