

Одеський національний університет імені І. І. Мечнікова

Факультет математики, фізики та інформаційних технологій

Кафедра методів математичної фізики

Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «бакалавр»

«Моделювання утворення та руху плазмового поршня для магнітно-плазмового
прискорювача»

«Modeling the formation and motion of a plasma piston for a magneto-plasma
accelerator»

Виконав: здобувач денної форми навчання

спеціальності 113 Прикладна математика

Освітня програма «Прикладна математика»

Цушко Валентин Тарасович

Керівник: Доктор фіз.-мат. наук, проф. Вайсфельд Н. Д. _____

Рецензент: канд. фіз.-мат. наук, доц. Процеров Ю. С.

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№__ від _____ 2023р.

Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № _____

протокол №__ від _____ р.

Оцінка _____ / _____ / _____

(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Голова ЕК

(підпис)

(призвище, ініціали)

(підпис)

(призвище, ініціали)

Одеса - 2023

Зміст

1	Вступ	3
1.1	Актуальність теми	3
1.2	Проблематика	3
1.3	Мета	4
1.4	Об'єкт дослідження	4
1.5	Предмет дослідження	4
1.6	Методи дослідження	5
2	Основна частина	6
2.1	Постановка задачі	6
2.1.1	Перша задача	6
2.1.2	Друга задача	8
2.2	Розв'язок	9
2.3	Аналіз	19
2.3.1	Перша задача частина 1	19
2.3.2	Перша задача частина 2	23
2.4	Підбір більш корисних елементів	26
3	Висновок	29
4	Список літератури	31
5	Додаток	33
5.1	Код до задачі 1 частини 1	33
5.2	Код до задачі 1 частини 2	34

1 Вступ

1.1 Актуальність теми

Ще з давніх часів людство турбувала ідея перетворення одних елементів на інші. Ця ідея пронизує майже кожную культуру людства. У когось є казка про філософський камінь, у когось про золоте кільце з дивними камінцями, у когось про магічний казан. Але саме зараз за допомогою знань та технічних і наукових досягнень, можна досягти цієї мети.

З 50-х років зародилася ідея ядерного синтезу. За допомогою, якого з елементарних частинок можна, як пазл збирати елементи. На сьогоднішній час є дві основні теорії, як це можна зробити. За допомогою термоядерного синтезу та холодного синтезу. При чому можливість термоядерного синтезу доведена, та навіть у деяких моментах проявила себе. Але можливість холодного синтезу зараз є тільки у теорії.

Але саме у холодного синтезу є швидка та надійна можливість відкрити промисловий ядерний синтез. Що в майбутньому дасть дуже великі переваги. Що більше жодна країна, не буде залежити від місця де вона буде знаходитись та поставок речовини від інших країн.

Двадцять-тридцять років тому вчені звернули увагу на дослідження холодного синтезу за допомогою високошвидкісного зіткнення твердих тіл. Найефективнішим є магнітно-плазмовий прискорювач. Який за допомогою електромагнітних сил, розганяє діелектричне тіло до великих швидкостей. Тому в цій роботі розглядається експеримент описаний у [1].

1.2 Проблематика

Але цей метод не є надійним, бо в нього є дуже багато проблем. Мета цієї роботи розглянути проблему плазмового поршня. А саме як плазма буде з'являтися, який елемент краще обрати та які параметри обрати для кращого розгону. Та додати деякі зміни щодо експерименту, на догоду сучасних технологій.

За приклад обирається експеримент проведений у Києві у 1990 році. Експеримент

описаний А.В. Кудрявцевим, И.Н. Кучеравою, А.В. Плехановим, А.Д. Подольцевим, В.Т. Черемис. у [1]

У експерименті за допомогою електричного спалаху, за долю секунди розігрівали мідну фольгу до стану плазми. За допомогою магнітів та плазмової подушки, магнітно-плазмового прискорювача розганяли діелектричне невелике тіло та бомбардували ним інше тіло. Що до актуального рішення, запропоновано спробувати розігрівати маленький брусок металу за допомогою лазерів, які рівномірно розігріватимуть цей брус, та подивитися наскільки це буде більш економно, стабільно та ефективно.

1.3 Мета

Розглянути проведений експеримент [1], знайти проблематику, побудувати математичну модель та зробити висновки, який матеріал краще підійде та яка довжина рейок буде краще.

1.4 Об'єкт дослідження

Холодний ядерний синтез за допомогою магнітно-плазмового прискорювача.

1.5 Предмет дослідження

Плазмовий поршень та довжина рейок.

1.6 Методи дослідження

Методи математичної фізики. Функція Грина, інтегральні перетворення та чисельні методи для написання програми для обчислення.

2 Основна частина

2.1 Постановка задачі

Розглядається електромагнітний прискорювач розміром в $B_{rail} = h_{rail} = 1cm, l_{rail} = 300cm$, та магнітноплазмовий поршень, який штовхає тверде діелектричне тіло розміром $B_{ob} = h_{ob} = l_{ob} = 1cm$. Як показано на (Рис. 1).

Магнітноплазмовий поршень розміром в $l_{pl} = 13.2cm, h_{pl} = B_{pl} = 1cm$ та масою $m_{pl} = 1$ грам, який зроблений з мідної фольги розміром в $h = B = 1cm, l = 0.011cm$ та масою $m_{foil} = 0.1$ грам. Але в данному експерименті мідна фольга замінюється мідним стрижнем розміром $B = h = l = 0.22cm$ густиною $\rho_{cup} = 8.9 \frac{g}{cm^3}$ та масою $m_{ob} = 0.1$ грам.

2.1.1 Перша задача

Для розв'язання задачі використовується 2 системи дифференціальних рівнянь. А саме система рівнянь, яка описує з'явлення плазми та система рівнянь яка описує переміщення та штовхання твердого тіла.

Опис задачі дифузії:

Задача про швидке розповсюдження речовини, яка швидко переходить у стан плазми. Нехай x - це відстань на яку розповсюджується газ, а потім плазма. Відстань

дорівнює l_{rail} (Рис. 1). D - це коефіцієнт дифузії, який дорівнює по [9], $D = \frac{A \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{1}{M_1}}}{p \cdot \sigma_{12}^2 \Omega}$

Де A - емпіричний коефіцієнт, рівний $1,859 \times 10^{-3}$ атм · Ангстрем · $cm^2 \cdot \sqrt{g \cdot mol}$, $T^{\frac{3}{2}}$ - температура яка дорівнює $11600^{3/2}$ К, M_1 - молярна маса міді, яка дорівнює 63.5, M_2 - молярна маса повітря, яка приблизно дорівнює 28.9, p - тиск $3.3 \cdot 10^{-3}$ атм, σ_{12}^2 - ефективний діаметр зіткнення, який дорівнює $\frac{1}{4}(4.5 - 3.61)^2$, Ω - безрозмірне значення інтеграла зіткнень, як функція температури, яке береться з [4] на сторінці 544, яке дорівнює 1918.

Тоді $D \approx 415.14 \frac{m^2}{c}$. V - це коефіцієнт конвекції, з таблиці з [11] дорівнює 15. Y_f - це функція концентрації речовини, яку ми шукаємо.

Під час прогріву спочатку концентрація речовини незмінна. А на межах дорівнює

нулю т.я. плазма не торкається стінок.

Тоді задача виглядає як:

$$\frac{\partial Y_f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 Y_f}{\partial x^2} - V \frac{\partial Y_f}{\partial x}; \quad 0 < x < l_{rail}; \quad t > 0 \quad (1)$$

Граничні умови:

$$Y_f|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial Y_f}{\partial x}|_{x=l_{rail}} = 0; \quad t \geq 0;$$

Початкові умови:

$$Y_f|_{t=0} = \rho; \quad 0 < x < l_{rail}$$

Тепер задача теплопровідності. Розглядається стрижень розміром $B_{ob} = h_{ob} = l_{ob} = 1cm$. Нехай x - це довжина стрижня, яка дорівнює $l_{ob} = 1cm$. Температура на кінцях стрижня дорівнює $T_{laser} = 10^4$ K, причому з одного кінця йде тепловий потік. А температура на початку дорівнює $T_{start} \approx 297K$. Тоді на початку коефіцієнт теплопровідності дорівнює $a = 4,019 \frac{W}{cm \cdot K}$.

Тоді задача теплопровідності має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \quad 0 < x < l_{ob}; \quad t > 0 \quad (2)$$

Граничні умови:

$$T|_{x=0} = T_{laser}; \quad \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=l_{ob}} = T_{laser}; \quad t \geq 0;$$

Початкові умови:

$$T|_{t=0} = T_{start}; \quad 0 < x < l_{ob}$$

З'єднавши ці задачі отримується задача утворення плазми:

$$\begin{cases} \frac{\partial Y_f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 Y_f}{\partial x^2} - V \frac{\partial Y_f}{\partial x}; (1) \\ \frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; (2) \end{cases}$$

Граничні умови:

$$\begin{aligned} Y_f|_{x=0} &= 0; & \frac{\partial Y_f}{\partial x}|_{x=l_{rail}} &= 0; & t &\geq 0; \\ T|_{x=0} &= T_{laser}; & \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=l_{ob}} &= T_{laser}; & t &\geq 0; \end{aligned}$$

Початкові умови:

$$Y_f|_{t=0} = \rho; \quad 0 < x < l_{rail}$$

$$T|_{t=0} = T_{start}; \quad 0 < x < l_{ob}$$

2.1.2 Друга задача

Для розв'язання цієї задачі потрібно два дифференціальних рівняння(далі ДР). А саме рівняння, яке описує зміни струму у ланцюзі прискорювача, а друге, яке описує переміщення плазмового поршня з тілом. Нехай індуктивність провідної лінії дорівнює $L_{line} = 1.5\text{мкГН}$. Опір провідної лінії дорівнює $R_{line} = 0.3\text{мОм}$. Сила струму у ланцюзі дорівнює $i = 432\text{кА}$. Опір рейок дорівнює $R_p = 5.5 \cdot 10^{-4}\text{Ом}$. Опір плазми дорівнює $R_{pl} = 1.8 \cdot 10^4\text{Ом}$ (Рис. 1). L - це функція індукції прискорювача, U_c - це функція напруги на конденсаторі та V - це функція швидкості тіла, всі ці функції невідомі та мета роботи знайти їх та побудувати математичну модель.

$$\begin{cases} [L_{line} + L(x)] \frac{\partial^2 U_c}{\partial x^2} + \frac{\partial L}{\partial x} + [R_{pl} + R_p + R_{line}]i = 0; \\ [m_{ob} + m_{pl}] \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{i^2}{2} \frac{\partial L}{\partial x} \end{cases}$$

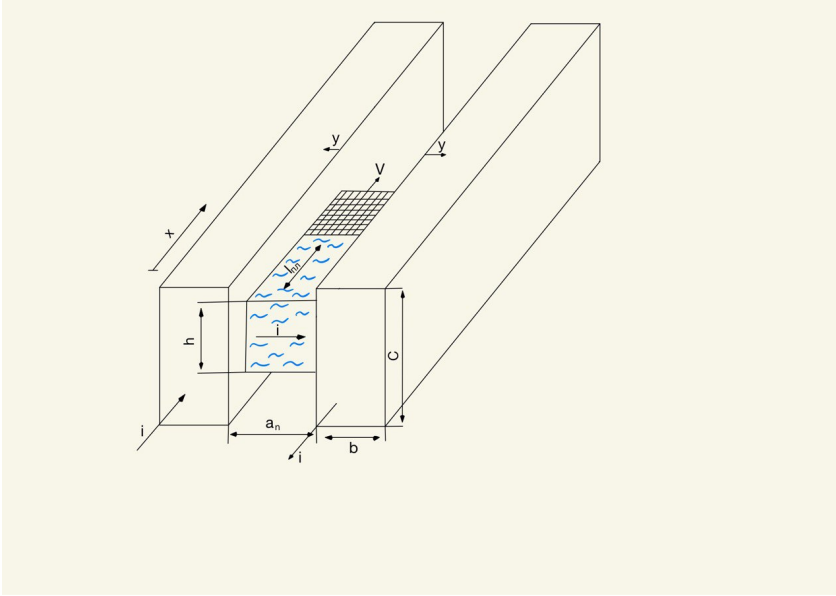


Рис. 2.1. спрощена схема механізму

2.2 Розв'язок

Розв'язання задач йде окремо. Тому спочатку розглядається задача (2), бо саме по ній можна побачити спалахи за високою температурою.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \quad 0 < x < l_{ob}; \quad t > 0 \quad (2)$$

Граничні умови:

$$T|_{x=0} = T_{laser}; \quad \frac{\partial T}{\partial x}|_{x=l_{ob}} = T_{laser}; \quad t \geq 0;$$

Початкові умови:

$$T|_{t=0} = T_{start}; \quad 0 < x < l_{ob}$$

Т.я. умови неоднорідні, задача зводиться до однорідної.

$$T(x, t) = V(x, t) + W(x)$$

Тоді:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + a^2 W''(x); \\ V|_{x=0} + W(0) &= T_l; \quad \frac{\partial V}{\partial x} + W'(l_{ob}) = T_l; \\ V|_{t=0} + W(x) &= T_s; \end{aligned}$$

Тоді щоб прибрати неоднорідність:

$$a^2 W''(x) = 0 \quad W(0) = T_l; \quad W'(l_{ob}) = T_l;$$

Інтегрування: $W''(x) = 0$

$$W'(x) = x + C_1;$$

Із другого отримується:

$$W'(l_{ob}) = l_{ob} + C_1 \Rightarrow C_1 = T_l - l_{ob};$$

Інтегрування: $W'(x) = x + C_1;$

$$W(x) = \frac{1}{2}x^2 + xC_1 + C_2;$$

Із першого отримується:

$$W(0) = 0 + 0 + T_l; \Rightarrow C_2 = T_l;$$

Тоді

$$W(x) = \frac{1}{2}x^2 + x(T_l - l_{ob}) + T_l;$$

Повна заміна змінних, вважаючи що $T(x, t) = V(x, t) + W(x)$:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \quad 0 < x < l_{ob}; \quad t > 0;$$

$$V|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial V}{\partial x}|_{x=l_{ob}} = 0;$$

$$V|_{t=0} = T_s - \frac{1}{2}x^2 - x(T_l - l_{ob}) - T_l;$$

Далі застосовується метод розділення змінних:

$$V(x, t) = X(x)T(t) \quad (*)$$

Підставляючи замість $V(x, t)$ отримується:

$$X(x)T'(t) = a^2 X''(x)T(t)$$

Отриманне ділиться на $a^2 X(x)T(t)$:

$$\frac{T'(t)}{a^2 T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)};$$

Це рівняння можливо якщо $\frac{T'(t)}{a^2 T(t)} = -\lambda$ або $\frac{X''(x)}{X(x)} = -\lambda$ Отримується 2 ОДУ:

$$T'(t) + \lambda a^2 T(t) = 0;$$

$$X''(x) + \lambda X(x) = 0;$$

Підставляючи (*) в крайові умови отримується:

$$V|_{x=0} = X(0)T(t) = 0;$$

$$\frac{\partial V}{\partial x}|_{x=l_{ob}} = X'(l_{ob})T(t) = 0;$$

Тоді:

$$X(0) = X'(l_{ob}) = 0;$$

Отримується задача Штурма-Ліувіля:

$$\begin{cases} X''(x) + \lambda X(x) = 0; & 0 < x < l_{ob} \\ X(0) = 0; & X'(l_{ob}) = 0; \end{cases}$$

Розглядається 3 випадки: 1) $\lambda = \mu^2 > 0$; 2) $\lambda = \mu^2 = 0$; 3) $\lambda = \mu^2 < 0$;

1) $\lambda = \mu^2 > 0 \Rightarrow$ Загальне розв'язання:

$$X(x) = A \cos(\mu x) + B \sin(\mu x)$$

Підставляючи у крайові умови отримується:

$$X(0) = A = 0; \quad X'(l_{ob}) = -A\mu \sin(\mu l_{ob}) + B\mu \cos(\mu l_{ob}) = 0;$$

Звідси $A = 0 \Rightarrow X'(2) = 0 + B\mu \cos(\mu l_{ob}) = 0$; Тоді рівняння дійсне тільки тоді коли:

$$\mu = \mu_n = \frac{\pi}{2} + \pi n; n = 0, 1 \dots$$

Власним числам відповідають власні функції:

$$X_n(x) = \sin(\mu_n x), n = 0, 1 \dots$$

Які утворюють повну ортогональну систему на $(0; l_{ob})$.

2) $\lambda = \mu^2 = 0 \Rightarrow$ Загальне розв'язання:

$$X''(x) = 0; \Rightarrow X(x) = Ax + B;$$

Підставляючи у крайові умови отримується:

$$X(0) = B = 0; \quad X'(l_{ob}) = A = 0;$$

Це тривіальні розв'язки.

3) $\lambda = \mu^2 < 0 \Rightarrow$ Загальний розв'язок:

$$X(x) = A \cosh(\mu x) + B \sinh(\mu x);$$

Підставляючи у крайові умови отримується:

$$X(0) = A = 0; \quad X'(l_{ob}) = A\mu sh(l_{ob}\mu) + B\mu ch(l_{ob}\mu) = 0;$$

Т. я. $sh(\mu l_{ob}) \neq 0$ при $\mu \neq 0 \Rightarrow A = B = 0 \Rightarrow$ тривіальний розв'язок.

Отримавши розв'язки задачі Штурма-Ліувілля, береться 1) $\lambda = \mu_n^2 > 0$;

$$T'(t) + \mu_n^2 a^2 T(t) = 0;$$

Розв'язок ДР:

$$T'(t) = -\mu_n^2 a^2 T(t);$$

$$\frac{dT}{dt} = -\mu_n^2 a^2 T;$$

$$\frac{dT}{T} = -\mu_n^2 a^2 dt;$$

Інтегрується:

$$\ln(T) = -\mu_n^2 a^2 t;$$

$$T = e^{-\mu_n^2 a^2 t + C};$$

$$T_n = C_n \cdot e^{-\mu_n^2 a^2 t}, n = 0, 1 \dots$$

Тоді отримано все, щоб побудувати функцію:

$$V_n(x, t) = C_n e^{-\mu_n^2 a^2 t} \cdot \sin(\mu_n x), n = 0, 1 \dots$$

$$V(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n e^{-\mu_n^2 a^2 t} \cdot \sin(\mu_n x);$$

Роблячи зворотню заміну змінних отримується:

$$T(x, t) = V(x, t) + W(x);$$

$$T_n(x, t) = C_n e^{-\mu_n^2 a^2 t} \cdot \sin(\mu_n x) + \frac{1}{2}x^2 + x(T_l - l_{ob}) + T_l = T_s;$$

$$T(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n e^{-\mu_n^2 a^2 t} \cdot \sin(\mu_n x) = T_s - \frac{1}{2}x^2 - x(T_l - l_{ob}) - T_l;$$

Розкладаючи $T_s - \frac{1}{2}x^2 - x(T_l - l_{ob}) - T_l$ в ряд Фур'є за Стекловим по системі функцій $\{\sin(\mu_n x)\}$:

$$C_n = \frac{2}{l_{ob}} \int_0^{l_{ob}} (T_s - \frac{1}{2}x^2 - x(T_l - l_{ob}) - T_l) \sin(\mu_n x) dx = \frac{2}{l_{ob}} (T_s (\frac{1 - \cos(\mu_n l_{ob})}{\mu_n}) - \frac{1}{2} \frac{(2 - l_{ob}^2 \mu_n^2) \cos(l_{ob} \mu_n) + 2 l_{ob} \mu_n \sin(l_{ob} \mu_n) - 2}{\mu_n^3} - (T_l - l_{ob}) \frac{\sin(l_{ob} \mu_n) - l \mu_n \cos(l_{ob} \mu_n)}{\mu_n^2} - T_l \frac{1 - \cos(\mu_n l_{ob})}{\mu_n});$$

Підставивши числа спрощується:

$$C_n = 2(297 \frac{1 - \cos(\mu_n)}{\mu_n} - \frac{1}{2} \frac{(2 - \mu_n) \cos(\mu_n) + 2 \mu_n \sin(\mu_n) - 2}{\mu_n^3} - (10^4 - 1) \frac{\sin(\mu_n) - \cos(\mu_n)}{\mu_n^2} - 10^4 \frac{1 - \cos(\mu_n)}{\mu_n}) = - \frac{(2 - \mu_n) \cos(\mu_n) + 2 \mu_n \sin(\mu_n) - 2}{\mu_n^3} - (20^4 - 2) \frac{\sin(\mu_n) - \cos(\mu_n)}{\mu_n^2} - (20^4 + 594) \frac{1 - \cos(\mu_n)}{\mu_n};$$

Отримується ряд:

$$T(x, t) = (-1) \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{(2 - \mu_n) \cos(\mu_n) + 2 \mu_n \sin(\mu_n) - 2}{\mu_n^3} + (20^4 - 2) \frac{\sin(\mu_n) - \cos(\mu_n)}{\mu_n^2} + (20^4 + 594) \frac{1 - \cos(\mu_n)}{\mu_n}) \cdot e^{-\mu_n^2 a^2 t} \cdot \sin(\mu_n x);$$

Та підставивши у $\cos(\mu_n)$, $\mu_n = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$, отримується $\cos(\frac{\pi}{2} + 2\pi n) = 0$

Тоді:

$$T(x, t) = (-1) \sum_{n=0}^{\infty} (\frac{2 \mu_n \sin(\mu_n) - 2}{\mu_n^3} + (20^4 - 2) \frac{\sin(\mu_n)}{\mu_n^2} + \frac{(20^4 + 594)}{\mu_n}) \cdot e^{-\mu_n^2 a^2 t} \cdot \sin(\mu_n x);$$

Розглянемо задачу (1):

$$\frac{\partial Y_f}{\partial t} = D \frac{\partial^2 Y_f}{\partial x^2} - V \frac{\partial Y_f}{\partial x}; \quad 0 < x < l_{rail}; \quad t > 0 \quad (1)$$

Граничні умови:

$$Y_f|_{x=0} = 0; \quad \frac{\partial Y_f}{\partial x}|_{x=l_{rail}} = 0; \quad t \geq 0;$$

Початкові умови:

$$Y_f|_{t=0} = \rho; \quad 0 < x < l_{rail}$$

По [2] застосовується метод перетворення Лапласа: Вводяться нові координати

$$\varepsilon = x - Vt; \quad \tau = t;$$

Тоді:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_f}{\partial t} &= -V \frac{\partial Y_f}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial Y_f}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial Y_f}{\partial x} &= \frac{\partial Y_f}{\partial \varepsilon}; \\ \frac{\partial^2 Y_f}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 Y_f}{\partial \varepsilon^2}; \end{aligned}$$

Тоді підставивши отриманне у ДУ та крайові умови:

$$-V \frac{\partial Y_f}{\partial \varepsilon} + \frac{\partial Y_f}{\partial \tau} = D \frac{\partial^2 Y_f}{\partial \varepsilon^2} - V \frac{\partial Y_f}{\partial \varepsilon}$$

Граничні умови:

$$Y_f|_{\varepsilon=0} = 0; \quad \frac{\partial Y_f}{\partial \varepsilon}|_{\varepsilon=l_{rail}} = 0;$$

Початкові умови:

$$Y_f|_{\tau=0} = \rho;$$

Все скорочується та отримується:

$$\frac{\partial^2 Y_f}{\partial \varepsilon^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial Y_f}{\partial \tau}; \quad 0 < \varepsilon < l_{rail}; \quad \tau > 0;$$

Граничні умови:

$$Y_f|_{\varepsilon=0} = 0; \quad \frac{\partial Y_f}{\partial \varepsilon}|_{\varepsilon=l_{rail}} = 0 \quad \tau \geq 0;$$

Початкові умови:

$$Y_f|_{\tau=0} = \rho \quad 0 < \varepsilon < l_{rail};$$

За допомогою [10] отримується, що це напівскінченне синус перетворення Фур'є по τ .

Тоді з таблиці ядро: $k(\tau, D) = \sin(\alpha\tau); \quad \alpha^2 = \frac{1}{D};$

Та: $\Phi[Y_f(\varepsilon, \tau)] = Y_{\alpha f}(\varepsilon) = \int_0^\infty Y_f \varepsilon, \tau \sin(\tau\alpha) d\tau;$

Тоді можна встановити співвідношення:

$$\begin{cases} \Phi \left[\frac{\partial Y_f}{\partial \tau} \right] = \alpha Y_f(\varepsilon, \alpha) - Y_f(\varepsilon, 0); \\ \Phi \left[\frac{\partial^2 Y_f}{\partial \tau^2} \right] = \alpha^2 Y_f(\varepsilon, \alpha) - \alpha Y_f(\varepsilon, 0) - \frac{\partial Y_f}{\partial \tau}(\varepsilon, 0); \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi \left[\frac{\partial Y_f}{\partial \varepsilon} \right] = \frac{\partial Y_f}{\partial \varepsilon}(\varepsilon, \alpha); \\ \Phi \left[\frac{\partial^2 Y_f}{\partial \varepsilon^2} \right] = \frac{\partial^2 Y_f}{\partial \varepsilon^2}(\varepsilon, \alpha); \end{cases}$$

Підставивши ці співвідношення у ДУ:

$$\frac{\partial^2 Y_f}{\partial \varepsilon^2}(\varepsilon, \alpha) = \frac{1}{D} (\alpha Y_{\alpha f}(\varepsilon) - Y_f(\varepsilon, 0))$$

Тоді:

$$\frac{\partial^2 Y_f}{\partial \varepsilon^2}(\varepsilon, \alpha) = \frac{1}{D} \left(\alpha \int_0^\infty Y_f(\varepsilon, \tau) \sin(\alpha\tau) d\tau - \rho \right)$$

За Фур'є перетворюються крайові умови:

$$\int_0^\infty Y_f|_{\varepsilon=0} \sin(\alpha\tau) d\tau = 0; \quad \int_0^\infty \frac{\partial Y_f}{\partial \varepsilon}|_{\varepsilon=l_{rail}} \sin(\alpha\tau) d\tau = 0; \quad \Rightarrow$$

$$Y_{\alpha f}(0) = 0; \quad \frac{\partial Y_{\alpha f}}{\partial \varepsilon}(l_{rail}) = 0;$$

Тоді задача має вигляд:

$$\begin{cases} Y_{\alpha f}''(\varepsilon) + \frac{\alpha}{D} Y_{\alpha f}(\varepsilon) - \frac{\alpha\rho}{D} = 0; \\ Y_{\alpha f}(0) = 0; \quad \frac{\partial Y_{\alpha f}}{\partial \varepsilon}(l_{rail}) = 0; \end{cases}$$

Для використання функції Грина застосовується ФСР та через матрицю Вронського перевіряється чи можливо це:

ФСР:

$$\lambda^2 + \frac{\alpha}{D} = 0; \quad \lambda_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{\alpha}{D}}; \quad \Rightarrow \quad \lambda_{1,2} = \pm i \sqrt{\frac{\alpha}{D}};$$

Тоді $y_1 = \cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)$, а $y_2 = \sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)$; Перевіримо через Вронського:

$$W = \begin{vmatrix} \cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) & \sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) \\ -\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) & \sqrt{\frac{\alpha}{D}}\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) \end{vmatrix} = \sqrt{\frac{\alpha}{D}} \neq 0;$$

Далі отримуються $\Psi_0(\varepsilon)$, $\Psi_1(\varepsilon)$ для подальшого розв'язку:

$$\Psi_0(\varepsilon) = C_0 \cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) + C_1 \sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon);$$

$$\Psi_0(0) = C_0 = 1;$$

$$\Psi_0(l_{rail}) = \cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail}) + C_1 \sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail}) = 0; \Rightarrow C_1 = \frac{\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail})}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail})}$$

$$\Psi_0(\varepsilon) = \cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) + \frac{\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail})}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail})} \cdot \sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon);$$

$$\Psi_1(\varepsilon) = C_0 \cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) + C_1 \sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon);$$

$$\Psi_1(0) = C_0 = 0;$$

$$\Psi_1(l_{rail}) = C_1 \sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail}) = 1; \Rightarrow C_1 = \frac{1}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail})};$$

$$\Psi_1(\varepsilon) = \frac{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail})};$$

Далі будується Функція Грина:

Фундаментальна функція по таблиці з [9]

$$\Phi(\varepsilon, \xi) = \frac{1}{2\alpha} \sin(\alpha|\varepsilon - \xi|)$$

Тоді U_0 та U_1 від фундаментальної функції:

$$U_0 [\Phi(\varepsilon, \xi)]|_0 = \frac{1}{2\alpha} \sin(\alpha|\xi|);$$

$$U_1 [\Phi(\varepsilon, \xi)]|_{l_{rail}} = \frac{1}{2\alpha} \sin(\alpha|l_{rail} - \xi|)$$

Тепер можна знайти G по формулі:

$$G(\varepsilon, \xi) = \Phi(\varepsilon - \xi) - \sum_{k=0}^{n-1} \Psi_k(\varepsilon) U_k[\Phi(\varepsilon - \xi)]$$

Тоді Функція Грина:

$$G = \frac{1}{2\alpha} (\sin(\alpha|\varepsilon - \xi|) - \left(\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) + \frac{\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l) \sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l)} \right) \cdot \sin(\alpha|\xi|) + \frac{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l)} \cdot \sin(\alpha|l - \xi|));$$

Отримавши функцію Грина йде пошук функції Y_α :

$$Y_\alpha(\varepsilon) = \int_0^l f(\varepsilon) G(\varepsilon, \xi) d\xi;$$

Т. я. $f(\varepsilon) = \rho$;

Тоді

$$Y_\alpha(\varepsilon) = \frac{\rho}{2\alpha} \int_0^l \sin(\alpha|\varepsilon - \xi|) d\xi - \cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) \int_0^l \sin(\alpha|\xi|) d\xi - \frac{\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l) \sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l)} \int_0^l \sin(\alpha|\xi|) d\xi - \frac{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l)} \int_0^l \sin(\alpha|l - \xi|) d\xi$$

Проінтегрувавши отримується:

$$Y_{\alpha}(\varepsilon) = \frac{\rho}{2\alpha} \left(\frac{\cos(\alpha(\varepsilon - l)) - \cos(\alpha\varepsilon)}{\alpha} - \frac{\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)(1 - \cos(\alpha|\varepsilon|))}{\alpha} \right. \\ \left. - \frac{\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l)\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)(1 - \cos(\alpha\varepsilon))}{\alpha} - \frac{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)\cos(\alpha l)}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l)} \right);$$

Робиться обернення інтегрального рівняння за формулою з [10]:

$$Y_{\alpha}(\varepsilon) = \int_0^{\infty} \int_0^{l_{rail}} Y_{\alpha}(\varepsilon) R(\varepsilon, \alpha, \xi) d\tau d\varepsilon;$$

,де

$$R(\varepsilon, \alpha, \xi) = \frac{1}{2\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} G(\varepsilon, \alpha, \xi) \sin(\alpha\varepsilon) \sin(\alpha\tau),$$

Але т.я. це синус перетворення тоді отримуємо, що $\alpha = \pi k$;

Але цей інтеграл не сходиться, тоді треба відокремити слабозбіжну частину ряду, як це описано у [10] с. 47:

$$R(\varepsilon, \alpha, \xi) = S(\varepsilon, \alpha, \xi) + R_*(\varepsilon, \alpha, \xi);$$

Де

$$S(\varepsilon, \alpha, \xi) = \frac{1}{2\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon) + \frac{\cos(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail})\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)}{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail})} \right)$$

,а

$$R_*(\varepsilon, \alpha, \xi) = \frac{1}{2\alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}\varepsilon)\sin(\alpha|\varepsilon - l_{rail}|)\sin(\alpha\varepsilon)\sin(\alpha l_{rail})}{2\alpha\sin(\sqrt{\frac{\alpha}{D}}l_{rail})};$$

Тоді перемножується $S(\varepsilon, \alpha, \xi)$ на $Y_{\alpha}(\varepsilon)$, та робиться зворотня заміна змінних, де $\varepsilon = x - Vt$; $\tau = t$;

Отримується:

$$Y_{\alpha}(x) \cdot S(\varepsilon, \alpha, \xi) = \frac{\rho}{2\alpha^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\cos(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}(x - Vt))\sin(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}l_{rail}) \\ + \cos(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}l_{rail})\sin(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}(x - Vt)))(\cos(\pi k(x - Vt - l_{rail})) - \cos(\pi k(x - Vt)))}{\sin(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}l_{rail})}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{(\cos(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}(x - Vt))\sin(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}l_{rail}) + \cos(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}l_{rail})\sin(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}(x - Vt)))}{\sin(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}l_{rail})} \\
& \cdot \cos^2(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}(x - Vt))(1 - \cos(\pi k l_{rail})) \\
& \frac{\cos(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}(x - Vt))\cos(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}l_{rail})\sin(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}(x - Vt))(1 - \cos(\pi k l_{rail}))}{\sin^2(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}l_{rail})} \\
& - \frac{\sin(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}(x - Vt))\cos(\pi k l_{rail})\cos(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}(x - Vt))}{\sin^2(\sqrt{\frac{\pi k}{D}}l_{rail})};
\end{aligned}$$

Потім підставляємо це все в наш інтеграл та сумуємо по t, x за допомогою комп'ютера.

2.3 Аналіз

2.3.1 Перша задача частина 1

Розглядаються графіки та аналізуються:

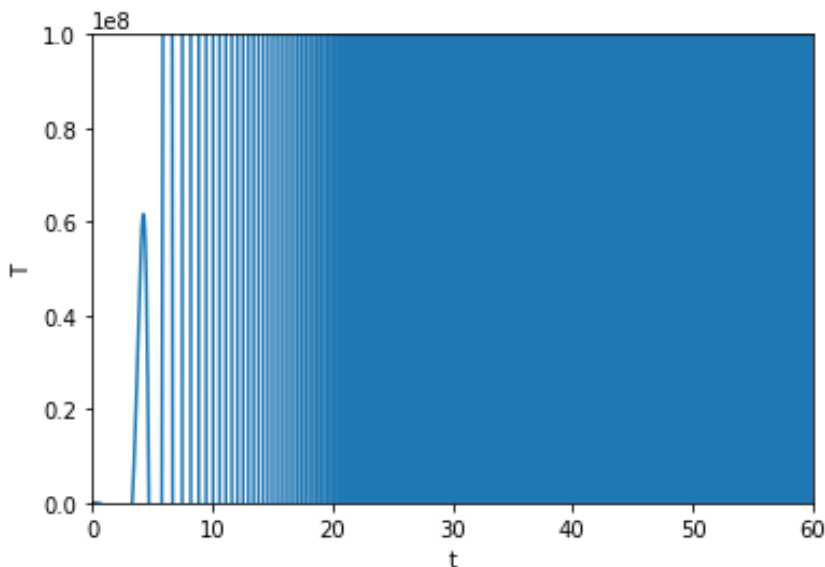


Рис. 2.2. графік задачі теплопровідності

Як видно з рисунку (2) між 0 та 10 секундами видніється перший спалах. Треба приблизити, щоб краще побачити коли був перший спалах.

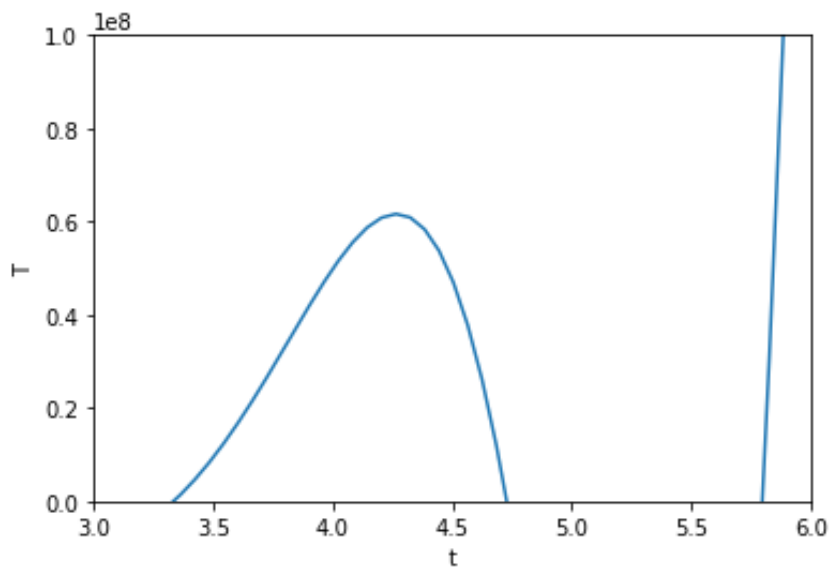


Рис. 2.3. графік задачі теплопровідності на проміжку від 3 до 6 секунди
Як видно з рисунку (3) перший спалах був у проміжку між 4.0 та 4.5 секундами.
Це спалах коли мідь переходить у рідкий стан. Тепер розглянуться тенденції нагріву.

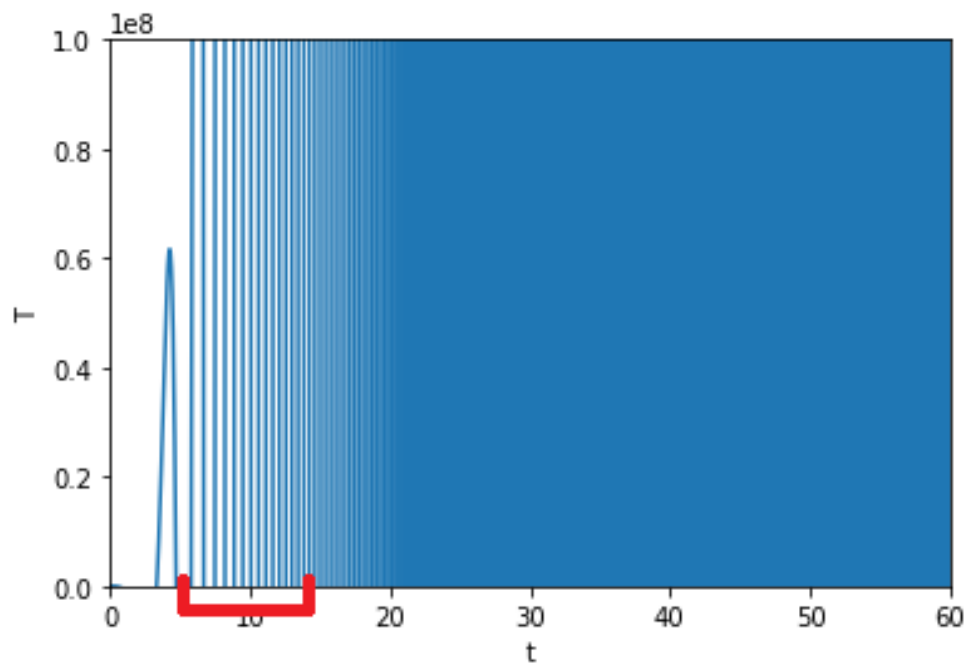


Рис. 2.4. графік задачі теплопровідності з виділенням проміжком 1

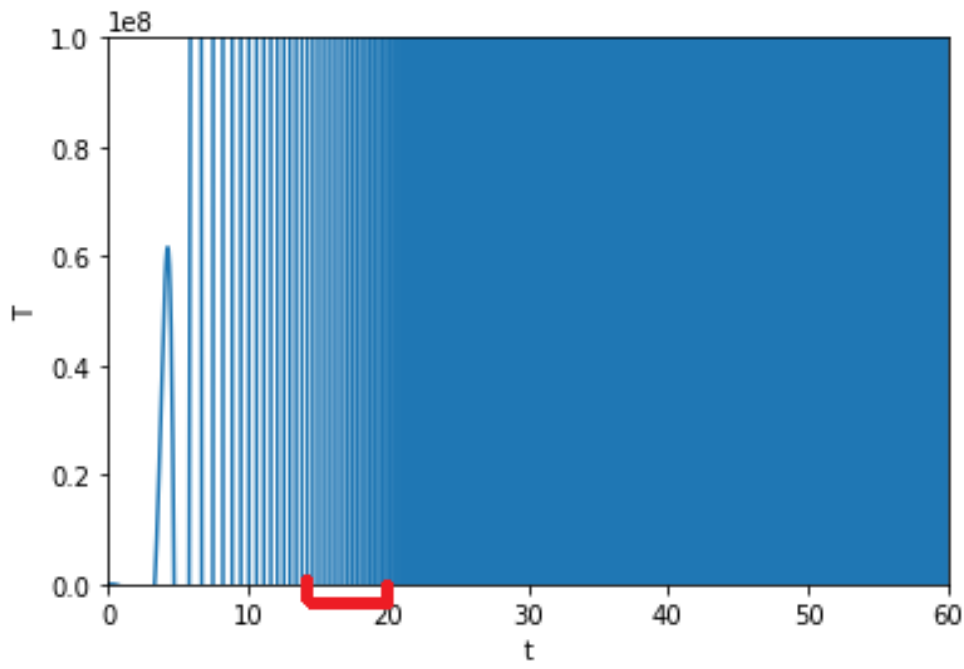


Рис. 2.5. графік задачі теплопровідності з виділеним проміжком 2

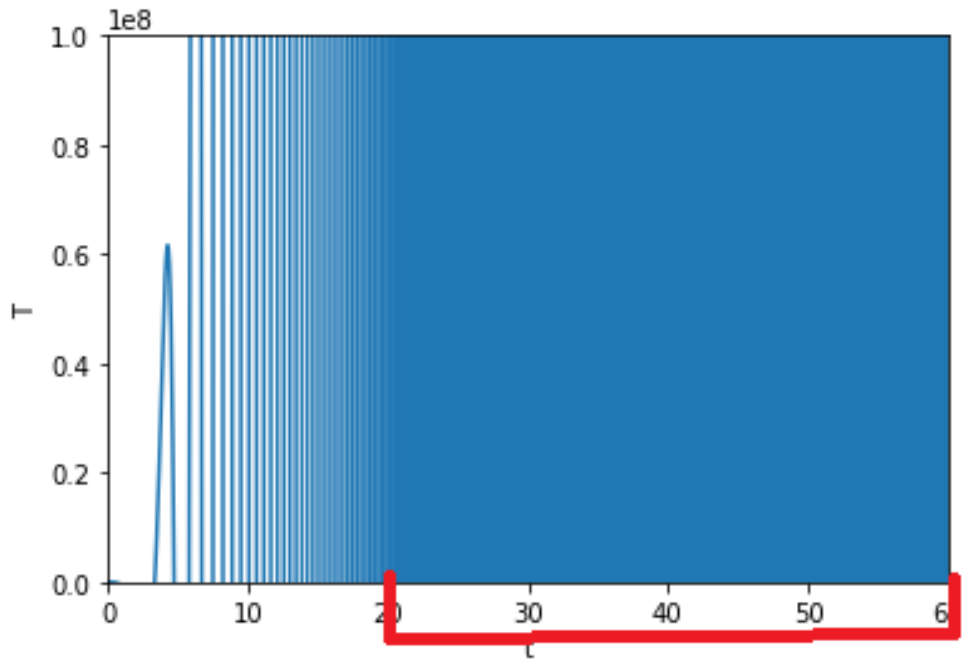


Рис. 2.6. графік задачі теплопровідності з виділеним проміжком 3

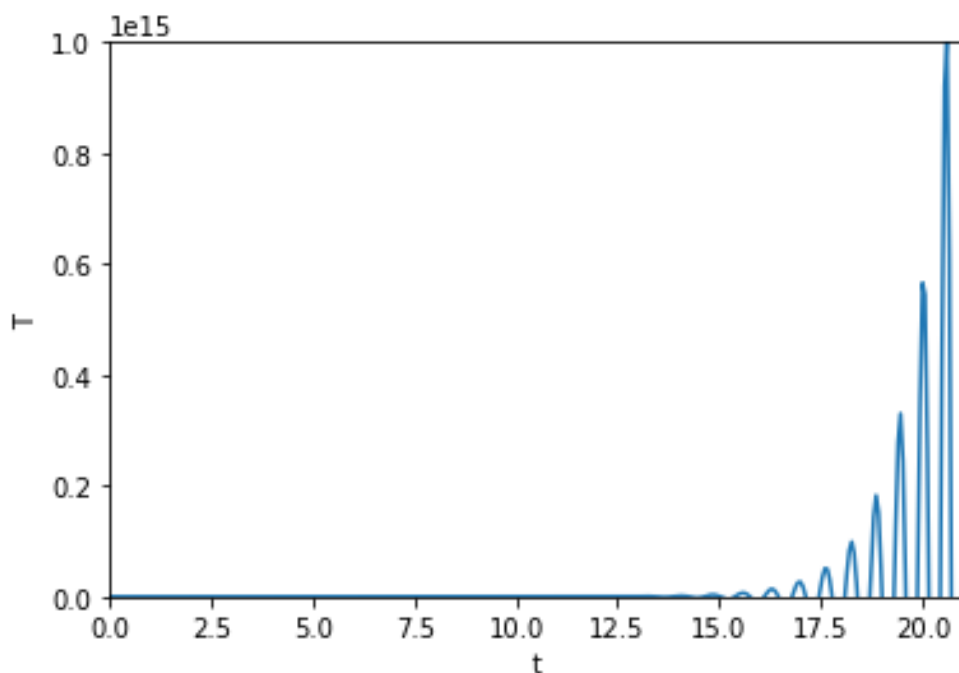


Рис. 2.7. графік задачі теплопровідності зі збільшеною потужністю тепла

Як видно на рисунку (4) йде невеличкий спалах, після чого поступово переходить у стан газу.

Як видно з рисунку (5) видніється поступовий перехідний процес зі стану газу у стан плазми. Причому, якщо приблизити та збільшити максимальну температуру відображену на графіку, можна побачити рівномірне розігрівання та дуже невеликий спалах приблизно на 21 секунді, який свідчить про перехід зі стану газу у стан плазми. Після 21-ї секунди, як видно з рисунку (6) температура поступово росте та спалахів не видно. Тобто приблизно з 21 секунди, об'єкт, що розігрівається залишається у стані плазми.

2.3.2 Перша задача частина 2

Розглядаються та аналізуються залежність концентрації речовини від часу:

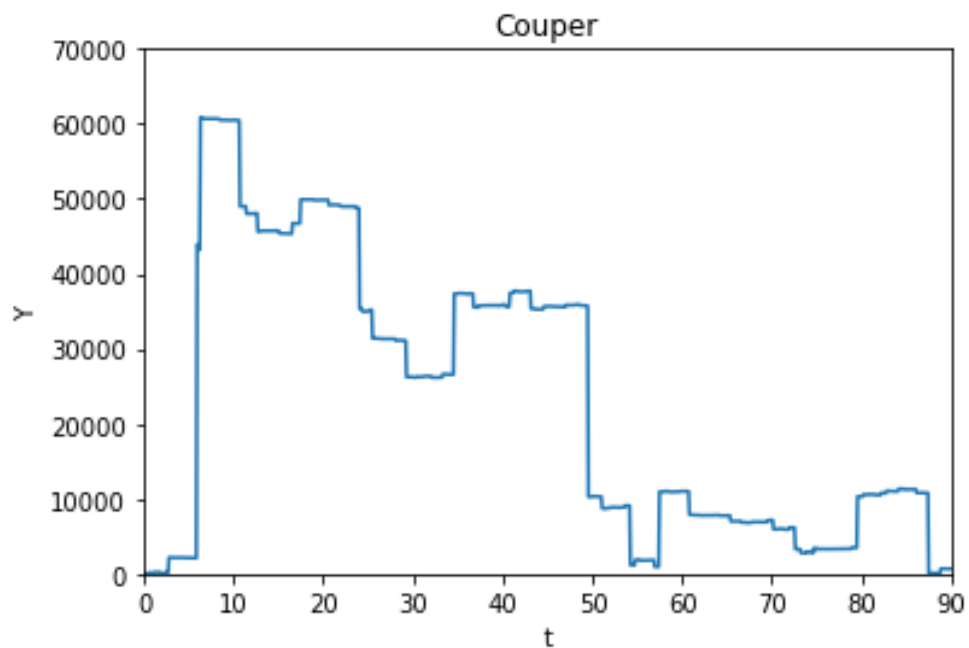


Рис. 2.8. Графік задачі дифузії для міді

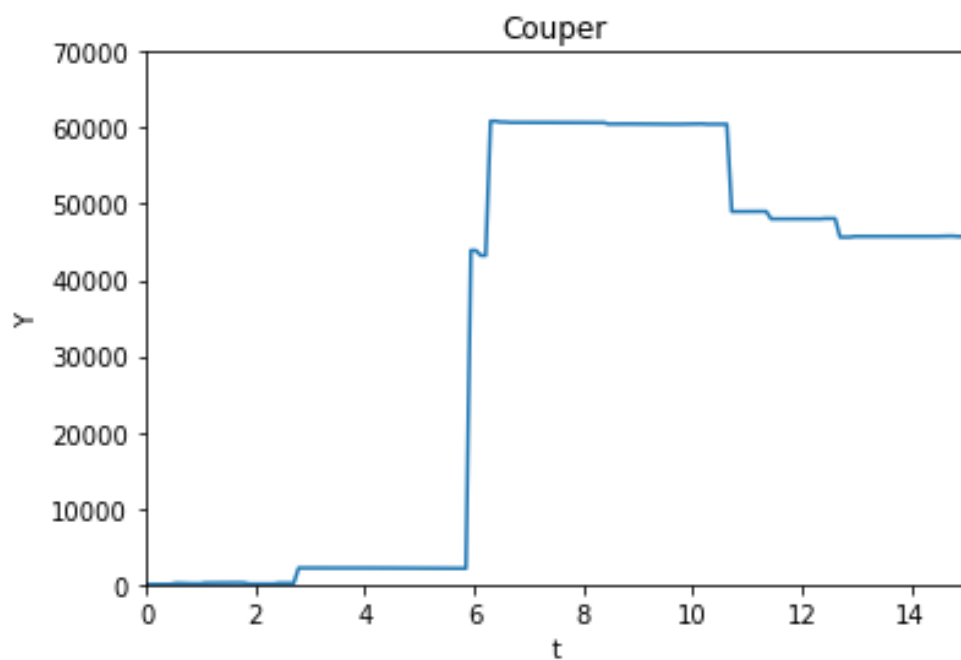


Рис. 2.9. Графік задачі дифузії для міді на проміжку від 0 до 15 секунди

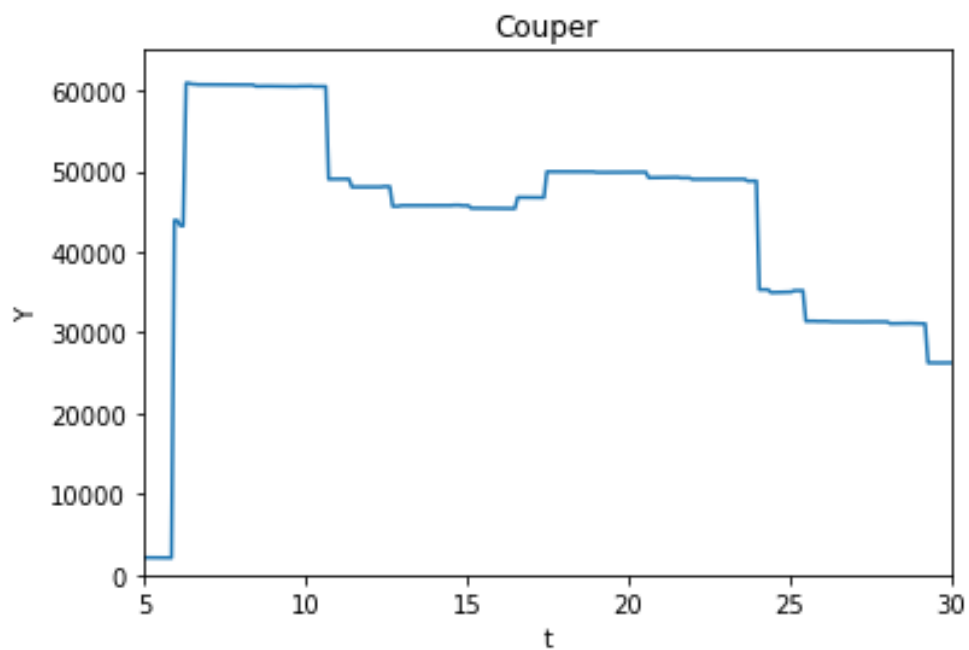


Рис. 2.10. Графік задачі дифузії для міді на проміжку від 5 до 30 секунди

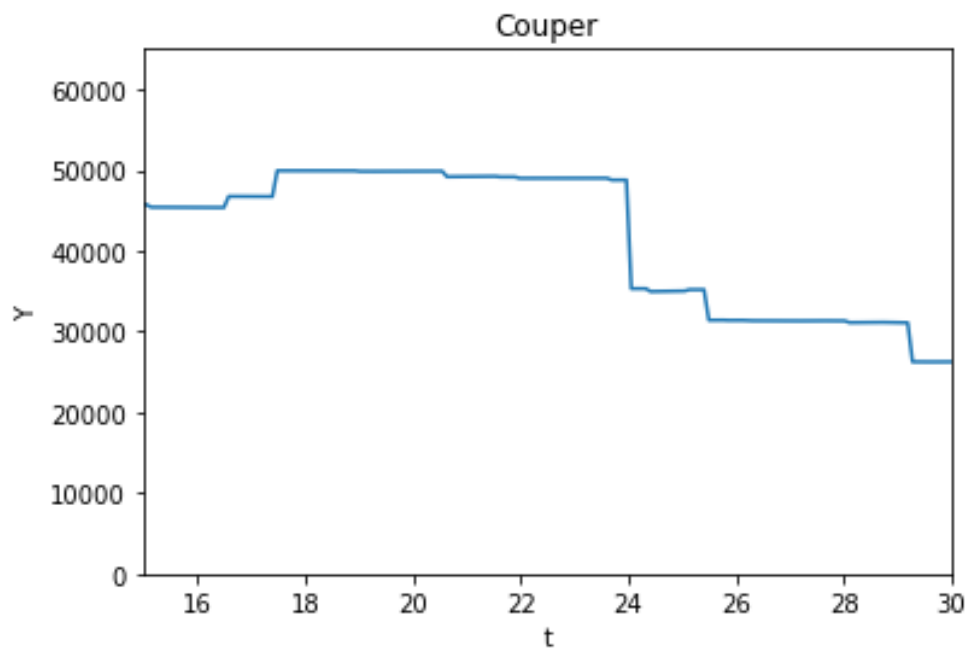


Рис. 2.11. Графік задачі дифузії для міді на проміжку від 15 до 30 секунди

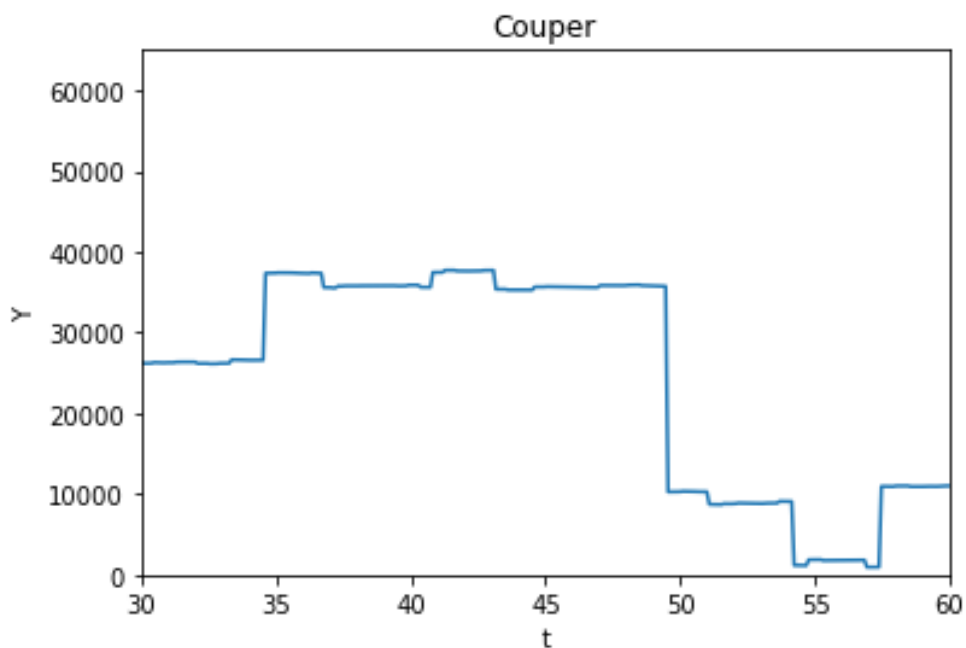


Рис. 2.12. Графік задачі дифузії для міді на проміжку від 30 до 60 секунди
Як видно з рисунку (8) при реакції дифузії також присутні три спалахи: 1-й приблизно на 10-й секунді; 2-й приблизно на 20-й секунді; 3-й приблизно на 35-й секунді та на проміжку між 50 та 60 секунд йде дуже цікавий просід.

Треба розглянути усі випадки з приближенням. Розглядається перший спалах. Як видно з рисунку (9) великий спалах починається приблизно з 5.8 секунди та приблизно у той самий час, а саме в 4.5 секунди перший спалах температури. Тобто приблизно у проміжок між 4.5 та 5.8 секунди різко збільшується температура та концентрація речовини на сантиметр кубічний, що свідчить про спалах та перехід у рідкий стан. Після спалаху концентрація різко падає, що свідчить про повний перехід у рідкий стан в якому концентрація нижче ніж у твердому.

Розглядається другий спалах. Як видно з рисунків (10) та (11) другий спалах починається приблизно з 17 секунди та приблизно у цей самий час, а саме з 10 по 17 секунди триває другий спалах температури. Причому, як видно з обох графіків, менш інтенсивний та великий, що свідчить про перехід у стан газу. Після чого концентрація речовини різко падає, бо у газоподібному стані концентрація речовини менше ніж у рідкому стані.

Розглядається третій спалах. Як видно на рисунку (12) починається приблизно з 35-й секунди у той самий час триває третій спалах температури, а саме з 21-ї секунди та далі рівномірно зростає. Приблизно у цей час починається перехід зі стану

газоподібного у стан плазми. Після чого графік різко сильно спадає, бо концентрація речовини у плазмі сильно менша за концентрацію речовини у газі.

Треба розглянути дуже цікавий випадок, який відбувається у проміжку між 50 та 60 секундами, а саме як видно з рисунку (12) приблизно з 54 секунди до 57 секунди. Це дуже цікавий ефект, описаний у [6] на сторінці 5. Коли плазма різко розтискається, після чого різко стискається через різкі зміни електро-магнітних полів. Таким самим чином з графіка видно, що концентрація різко падає на приблизно 54-й секунді тобто плазма розтиснулася. Після чого приблизно на 57 секунді видно, що концентрація повертається у свій нормальний стан т.я. після розтискання плазма різко стискається та прагне до центру та не торкається стінок, бо при торканні стінок різко зникає через велику різницю температур, то через електро-магнітне поле плазма прагне до центру. Що свідчить про дуже цікавий випадок.

2.4 Підбір більш корисних елементів

Розглядатися буде на основі задачі про дифузію, бо вона більш точно та детально показує, що відбувається у процесі. Для експеримента розглянуть ще золото, платина та паладій. Де з [13], [14] та [15] густина та молярна маса золота, платини та паладію дорівнює $\rho_{gold} = 19.3 \frac{g}{cm^3}$, $M_{gold} = 196.9 a.o.m.$, $\rho_{platinum} = 21.45 \frac{g}{cm^3}$, $M_{platinum} = 195.084 a.o.m.$ та $\rho_{paladium} = 12 \frac{g}{cm^3}$, $M_{paladium} = 106.42 a.o.m.$ відповідно. Тоді користуючись формулою з параграфу 2 підпараграфу 2.1 підпараграфу 2.1.1 розраховується D .

Отже отримується:

$$D_{gold} = 369.3, D_{platinum} = 369.3999, D_{paladium} = 895.36.$$

Отже отримуються результати розрахунків:

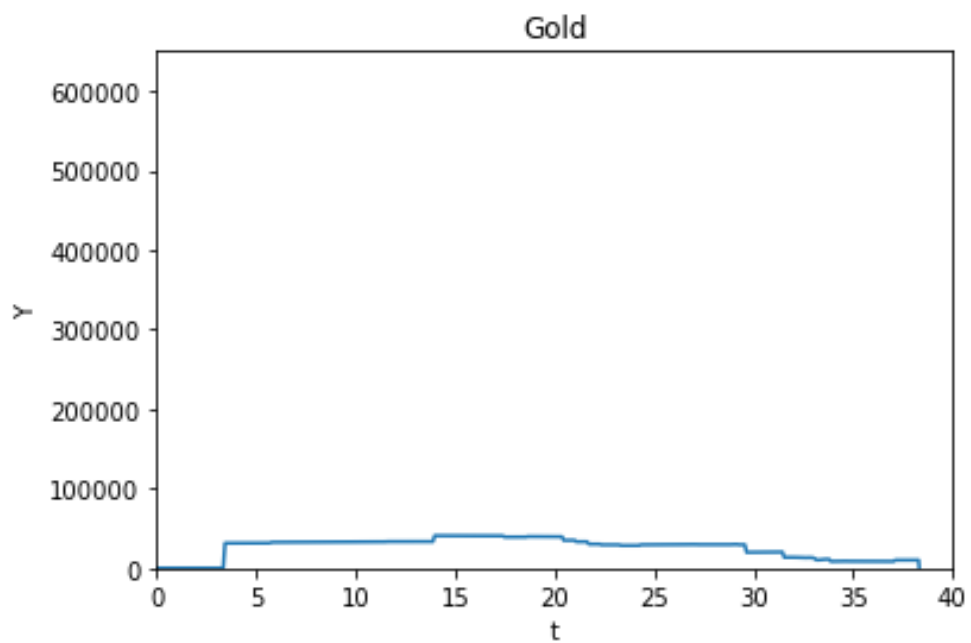


Рис. 2.13. Графік задачі дифузії для золота

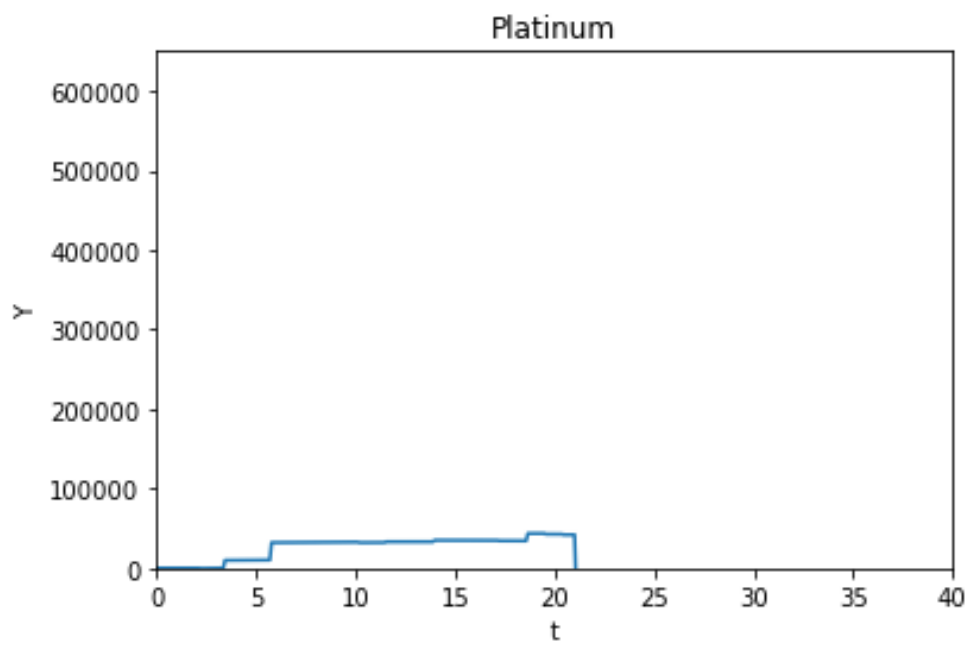


Рис. 2.14. Графік задачі дифузії для платини

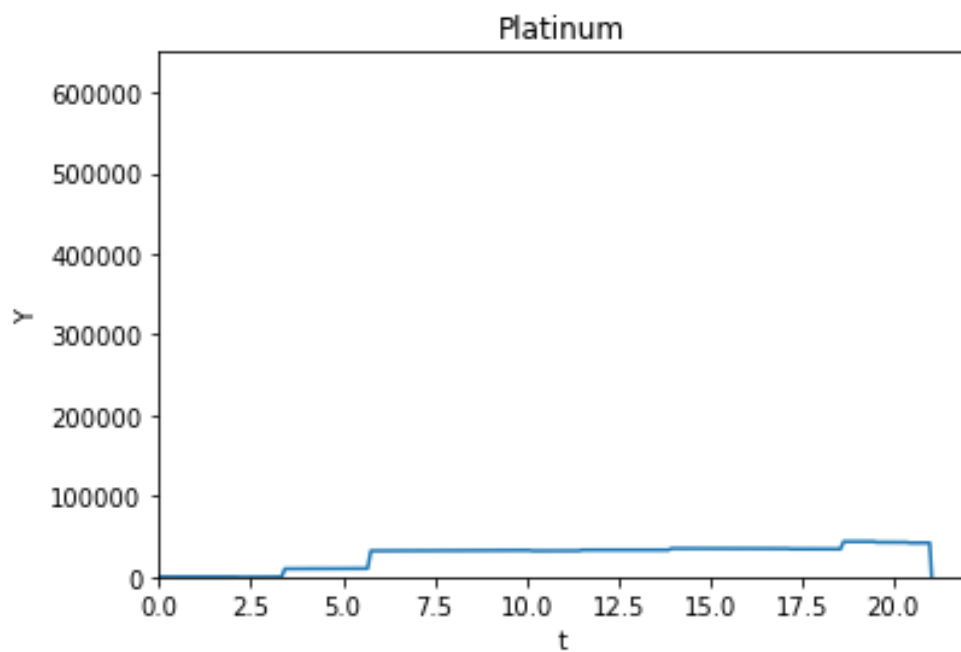


Рис. 2.15. Графік задачі дифузії для платини на проміжку від 0 до 21 секунди

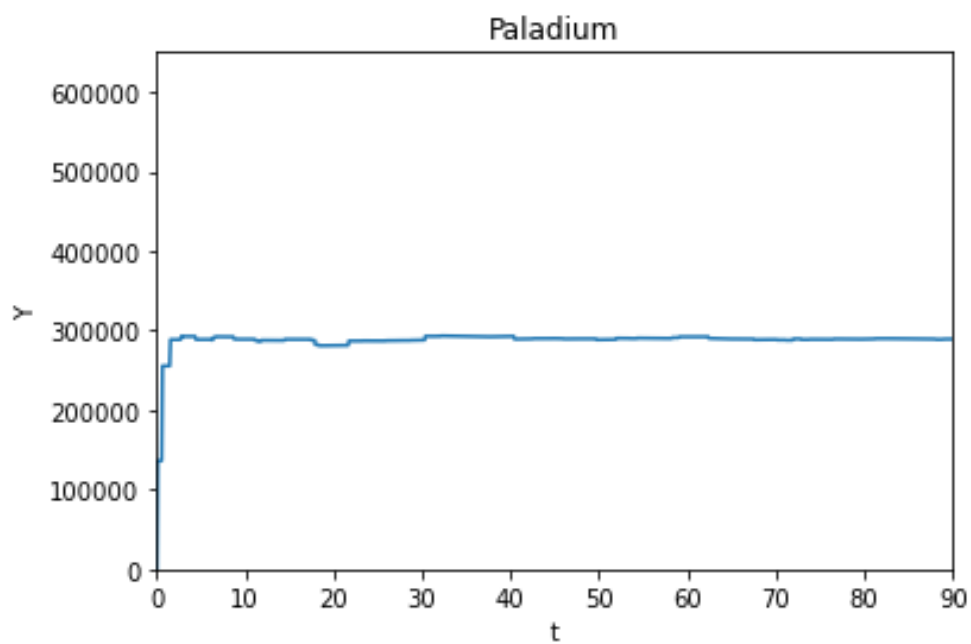


Рис. 2.16. Графік задачі дифузії для паладія

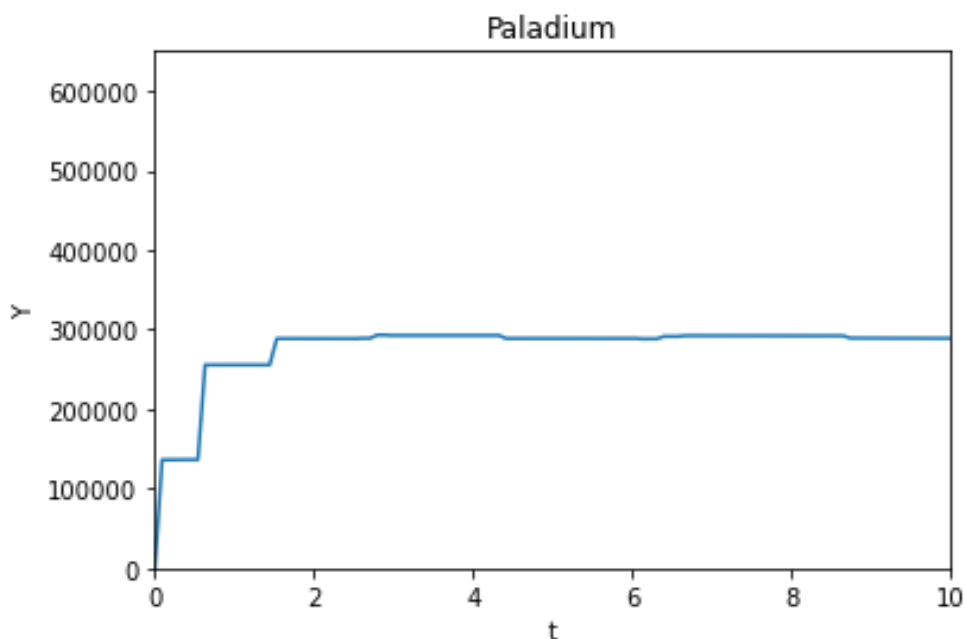


Рис. 2.17. Графік задачі дифузії для паладія на проміжку від 0 до 10 секунди. Одразу видно, що кожен з елементів нагрівається більш швидко за мідь тоді краще дивитися до 40-ї секунди. Як видно з рисунку (13) золото одразу приблизно на 4-й секунді робить спалах після чого робить другий спалах на приблизно 14 секунді. Після чого рівномірно доходить до стану плазми. Де приблизний час повного переходу у стан плазми 38 секунд.

Як видно з рисунків (14) та (15) платина одразу робить два спалахи на приблизно 2.6 та 5.1 секундах відповідно та останій спалах видно приблизно на 18 секунді. Де приблизний час повного переходу у стан плазми 21 секунда.

Отримавши інформацію з (16) та (17) рисунків видно, що паладій розігрівся швидше за всіх інших. А саме було три спалахи у 0.1, 0.4 та 0.9 секунд відповідно. Але, як видно з графіків повного перетворення у стан плазми не відбулося, тобто частина перетворилася на плазму, а друга частина залишилася у різних неоднорідних станах.

3 Висновок

Отже зробивши розрахунки експерименту одержалися результати по яким можна встановити те, що мідь не є самим підходящим елементом для використання його, як плазмового поршня, але він значно дешевший за всі інші обрані мною елементи. Найшвидше змінюючий свій стан елемент - це паладій, але потужностей для його

повного переходу потрібно більше ніж для всіх інших, що не є умовою ефективності. Найефективніший елемент - це платина, бо вона повністю перейшла у стан плазми, та зробила це швидше за золото та мідь.

Отже при виконанні цього експерименту краще обрати платину для найефективнішого результату.

4 Список літератури

Книги:	1) "Математичне моделювання перехідних процесів в магнітно-плазмовому прискорювачі" А.В. Кудрявцев, И.Н. Кучерава, А.В. Плеханов, А.Д. Подольцев, В.Т. Черемис, Київ, 1990 р., с. 4 – 15 2) "Рівняння з часними похідними для наукових співробітників та інженерів" С. Фарлоу, 1985 р., с. 113 – 120 3) Бай Ши-и, "Магнітна газодинаміка та динаміка плазми". // 1964, С. 22 – 50, 160 – 181. 4) "Molecular Theory of Gases and Liquids Hirschfelder J., Curtiss C. F., Bird R. B., New Yourk, 1954, р. 544 – 546. 5) В. Я. Арсенін, "методи математичної фізики та спеціальних функцій". // 1974 р., С. 27 – 40. 6) Доповіді 4-й конференції, "Фізика плазми та проблеми керуемого термоядерного синтезу". Випуск 4 - 1965 р., С. 1 – 9. 7) "Динаміка елементарних атомно-молекулярних процесів в газі та плазмі". // Том 213 - 1991. 8) Г. Я. Попов, В. В. Реут, Н. Д. Вайсфельд, "Рівняння математичної фізики метод інтегральних перетворень". // Одеса, 1999 р., с. 35 – 62. 9) Краснов А. М., Процеров Ю. С., Реут В. В., "Рівняння математичної фізики для студентів заочного навчання" // Одеса, 1997 р., с. 32-33, 41 10) Попов Г. Я, Реут В. В., Вайсфельд Н.Д., "Рівняння математичної фізики метод інтегральних рівнянь" // Одеса, 1999 р., с. 15-27, 39-47, 59-66
--------	--

Електронні ресурси	11) https://help.solidworks.com/2012/solidworks/cworks/ConvectionHeatCoefficient.htm 12) https://wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D1%8D%D1%84%D1%84%D0%B8%D1%86%D0%B8%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B4%D0%B8%D1%84%D1%84%D1%83%D0%B7%D0%B8%D0%B8#cite_noteHirschfelder-2 13) https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D1%82%D0%BE 14) https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%B0 15) https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B0%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D1%96%D0%B9
-----------------------	--

5 Додаток

5.1 Код до задачі 1 частини 1

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

l = 1 # cm

x = np.linspace(0, l, 1000)
x1 = np.linspace(0, l, 1000)
#t = np.linspace(0, 30, 1000) # 30 sec
t = np.linspace(0, 60, 1000) # 1 minut
#t = np.linspace(0, 180, 1000) # 3 minut
#t = np.linspace(0, 300, 1000) # 5 minut

y = []

a = 1

ax = plt.axes(xlim=(0, 60), ylim=(0, 10**8))
ax.set_xlabel('t')
ax.set_ylabel('T')

print("x", x)

def X_(x, t):
    tmp = 0
    i = 0
    l = 1

    for mu in range(1, 1001):
        tmp -= (2*mu*np.sin(mu) - 2)/mu**3 + (20**4 - 2*l)*np.sin(mu)/mu**2 + (20**4 +
            594)/mu
        y.append( tmp * np.exp(a**2 * t[i]) * np.sin(mu * x[i]) ) ;
        if y[i] > 10**2:
            l = 6
        if y[i] > 10**4:
```

```

        l = 9
    if y[i] > 10**8:
        l = 3
    i+=1

```

```

X_(x, t)
plt.plot(t, y)
plt.show()

```

```

print("y", y)

```

5.2 Код до задачі 1 частини 2

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#
l = 300 #cm

x = np.linspace(0, l, 1000)
x1 = np.linspace(0, l, 1000)
#t = np.linspace(0, 30, 1000) # 30 sec
t = np.linspace(0, 90, 1000) # 1 minut
#t = np.linspace(0, 180, 1000) # 3 minut
#t = np.linspace(0, 300, 1000) # 5 minut

y = []

a = 1
pi = 3.1415

##### Peremen param Medy
#D = 415.1
#V = 15
#rho = 8.9 # g/cm^3

```

```
##### Peremen param Platina
#D = 369.3999
#V = 15
#rho = 21.45 # g/cm^3
##### Peremen param Zolota
#D = 369.3
#V = 15
#rho = 19.3 # g/cm^3
##### Peremen param Zjeleza
#D = 911.4535
#V = 15
#rho = 7.8 # g/cm^3
##### Peremen param Paladium
D = 895.36
V = 15
rho = 12 # g/cm^3
#####
```

```
#ax = plt.axes(xlim=(0, 60), ylim=(0, 65000))
ax = plt.axes(xlim=(0, 10), ylim=(0, 650000))
#ax = plt.axes(xlim=(0, 20), ylim=(0, 250))
ax.set_xlabel('t')
ax.set_ylabel('Y')
ax = plt.title("Paladium")
```

```
print("x", x)
```

```
def X_(x, t):
```

```
    tmp = 0
```

```
    i = 0
```

```
    #l = 1
```

```
    for k in range(1, 1001):
```

```
        tmp += (np.cos(np.sqrt(pi*k/D) * (x[i] - V*t[i])) * np.sin(np.sqrt(pi*k/D) * l)
                + np.cos(np.sqrt(pi*k/D) * l) * np.sin(np.sqrt(pi*k/D) * (x[i] - V*t[i]))
                *(np.cos(pi*k* (x[i] - V*t[i] - l)) - np.cos(pi*k* (x[i] - V*t[i]))) ) /
                np.sin(np.sqrt(pi*k/D) * l) - np.cos(np.sqrt(pi*k/D)
```

```

        * (x[i] - V*t[i])) * np.sin(np.sqrt(pi*k/D)
        * l) + np.cos(np.sqrt(pi*k/D)
        * l) * np.sin(np.sqrt(pi*k/D)
        * (x[i] - V*t[i])) * np.cos(np.sqrt(pi*k/D)* (x[i] - V*t[i]))**2
        * (1 - np.cos(pi*k * l)) / np.sin(np.sqrt(pi*k/D) * l) -
        (np.cos(np.sqrt(pi*k/D) * (x[i] - V*t[i])) *
        np.cos(np.sqrt(pi*k/D) * l)
    * np.sin(np.sqrt(pi*k/D)
        * (x[i] - V*t[i]))
    * (1 - np.cos(pi*k * l)) ) / np.sin(np.sqrt(pi*k/D)**2 ) -
        (np.sin(np.sqrt(pi*k/D)
        * (x[i] - V*t[i])) * np.cos(pi*k * l) * np.cos(np.sqrt(pi*k/D) * (x[i]
        - V*t[i])))) / np.sin(np.sqrt(pi*k/D) * l)**2
y.append( tmp * rho / 2*a**2 ) ;
i+=1

```

```

X_(x, t)
plt.plot(t, y)
plt.show()

```

```

print("y", y)

```

Дякую за корисні теоретичні поради д.ф.-м.н, проф. кафедри фізики та астрономії
Черненко О. С.