

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра оптимального керування та економічної кібернетики

Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

«Імітаційні моделі в управлінні запасами»

«Simulation models in inventory management»

Виконав: здобувач денної форми навчання
спеціальності 113 Прикладна математика
Освітня програма «Прикладна математика»
М'ясоєдов Іван Ігорович

Керівник д. ф.-м. н. доц. Кічмаренко О. Д.
Рецензент к. ф.-м. н. доц. Яровий А. Т.

Рекомендовано до захисту:
Протокол засідання кафедри
№ ____ від «____» _____ р.
Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № ____
Протокол № ____ від «____» ____ р.
Оцінка _____ / _____ / _____
Голова ЕК

Зміст

Вступ	4
1. Основна модель управління запасами	5
1.1. Система передумов основної моделі управління запасами . .	6
1.2. Витрати зберігання запасів	8
1.3. Рівняння загальної вартості	9
1.4. Оптимальний розмір замовлення q_0	11
1.5. Рівень та інтервал повторного замовлення	14
1.6. Модель економічного розміру партії	17
2. Модель виробництва партії продукції	20
3. Модель планування дефіциту	26
4. Невизначеність і основна модель управління запасами	33
5. Рівнева система повторного замовлення	36
5.1. Модель I: досягнення мінімального рівня обслуговування . .	36
5.2. Модель II: досягнення мінімальної вартості	40
6. Циклічна система повторного замовлення	47
6.1. Модель I: досягнення мінімального рівня обслуговування . .	48
6.2. Модель II: досягнення мінімальної вартості	52
7. Інші аспекти теорії управління запасами	54
7.1. Розв'язання задачі управління запасами методом динамічного програмування	54
7.2. Порівняння різних моделей	57
7.3. Особливості реальних задач управління запасами	59

Висновки	61
Список літератури	62

Вступ

У системі виробництва та постачання виникає необхідність утворення матеріальних запасів – сировини, напівфабрикатів, готової продукції. Серед матеріальних запасів виділяють запаси засобів виробництва та запаси предметів споживання. Наявність запасів, з одного боку, послаблює напруженість в системі виробник (постачальник) - споживач, з іншого – може призвести до витрат на зберігання цих запасів. Тому в умовах організації виробництва та торгівлі економічно не вигідно мати як надто великий, так і замалий запас. Отже, управління запасами - це важливий аспект управління бізнесом, який дозволяє зменшувати витрати та забезпечувати стабільну роботу підприємства. Саме це окреслює актуальність кваліфікаційного дослідження. Проблема управління запасами складається у визначенні розміру утворюваного запасу та визначенні моменту поповнення запасу, при яких сумарні витрати на придбання, утримання запасів, а також втрати від наявності дефіциту, були мінімальними. Для розв'язання проблем, пов'язаних з управлінням запасами, застосовуються математичні методи та моделі. Мета кваліфікаційного дослідження – вивчення основних моделей задач управління запасами, методів їх розв'язання та їх застосування для конкретних прикладів задач управління запасами. Об'єктом дослідження є проблема управління запасами. Предметом дослідження є різні моделі управління запасами. Методи дослідження – методи математичного моделювання, методи дослідження операцій та методи розв'язання оптимізаційних задач.

В кваліфікаційній магістерській роботі розглянуто і досліджено основні моделі задач управління запасами та для конкретних прикладів розв'язано задачу управління запасами.

1. Основна модель управління запасами

У будь-якій системі управління запасами рівень останніх змінюється відповідно із циклічною моделлю. Процес зниження рівня запасів визначається відповідною моделлю попиту. У певній точці для поповнення запасу буде зроблено нове замовлення. Після деякого часу, званого часом постачання, замовлення буде отримано, і рівень запасів зростає. Після цього починається новий цикл запасів (див. рис. 1.1).

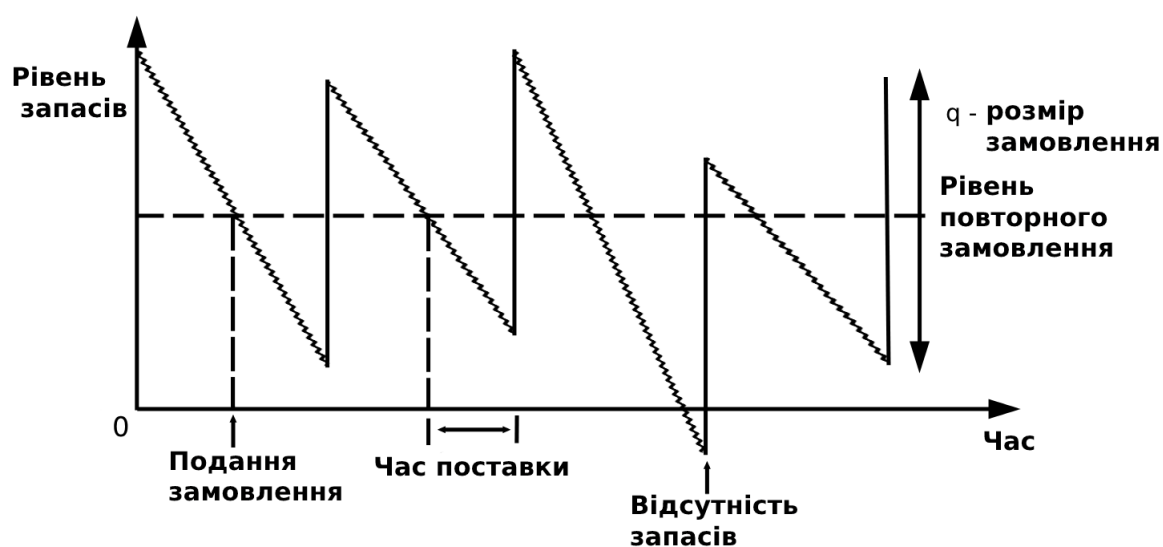


Рис. 1.1. Стандартна модель зберігання запасів

1.1. Система передумов основної моделі управління запасами

Для спрощення процесу моделювання у модель вводиться ряд передумов:

1. Попит продукції є постійним, чи приблизно постійним. Якщо коефіцієнт використання запасів є постійним, то рівень запасів також зменшуватиметься з постійним коефіцієнтом.

2. Передбачається, що час поставки відомий і є постійною величиною. Це означає, що замовлення можна здійснювати у точці з певними значеннями тимчасового, параметра та розміру запасу (рівень повторного замовлення), які забезпечують отримання замовлення у той момент, коли рівень запасів дорівнює нулю.

3. Відсутність запасів є неприпустимою.

4. Протягом кожного циклу запасів робиться замовлення на постійну кількість продукції (q).

Остаточний вид моделі управління запасами є таким:

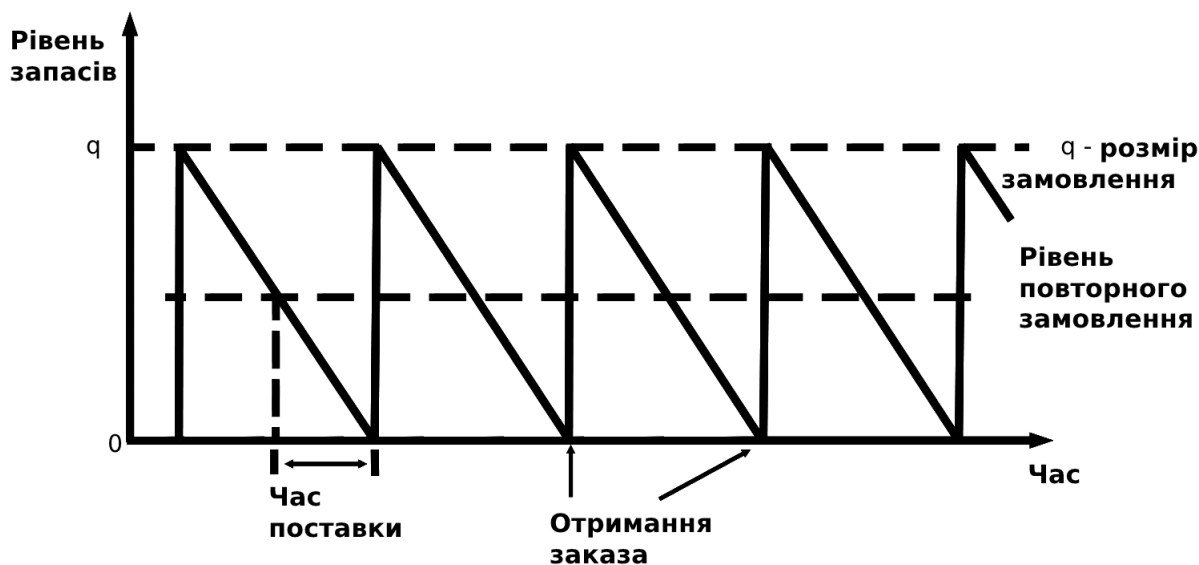


Рис. 1.2. Схема керування запасами для основної моделі

Усі цикли запасів є однаковими. Максимальна кількість продукції, яка знаходиться в запасі, збігається із розміром замовлення q .

Розглянемо кожен із складових цього рівняння окремо.

1.2. Витрати зберігання запасів

Якщо у зовнішнього постачальника замовляється партія продукції, процеси подачі та поставки замовлення спричинять певні витрати. Необхідно створити відповідні умови щодо зберігання та управління запасами. Тому у цій галузі також виникають певні витрати. В окремих випадках може виникнути необхідність і в інших витратах, таких, наприклад, як витрати внаслідок нестачі запасів або зберігання резервного запасу. Ми розглянемо лише поняття вартості подачі замовлення, витрат зберігання, складування, запасів, а також вартість купівлі продукції.

Якщо говорити про випуск продукції у формі виробничих партій, а не про купівлі продукції ззовні, з'являються аналогічні витрати. В даному випадку вартість подачі замовлення еквівалентна вартості організації технологічного процесу з випуску партії продукції, а вартість купівлі - витрат виробництва продукції. Тому схема аналізу залишиться незмінною. Кожен вид вартості або витрат включає постійну і змінну компоненти. З погляду аналізу основної моделі управління запасами нас цікавить лише змінна її частина. На цьому етапі виникає необхідність введення в модель нової передумови: змінні витрати подачі замовлення чи організації процесу випуску партії продукції, відомі, є постійними і не залежить від обсягу замовлення.

1.3. Рівняння загальної вартості

Необхідно побудувати модель, яка описує витрати, пов'язані з наявністю запасів, за період їх зберігання. Тривалість цього періоду значення не має: це може бути один день, місяць, рік тощо. В даному випадку ми виберемо період, що дорівнює одному року. Введемо таку систему позначень:

D - щорічний попит на запас продукції

C_0 - перемінна вартість подання одного замовлення, ф. ст./ 1 заказ;

C_h - перемінна вартість зберігання одиниці виробленої продукції в запасі, ф. ст. на одиницю продукції на рік;

C - ціна купівлі одиниці виробленої продукції в запасі, ф. ст. на рік;

q - обсяг замовлення, одиниць продукції/замовлення.

Загальна вартість запасів на рік = Загальна вартість подачі замовлення на рік + Загальна вартість зберігання запасів на рік.

Розглянемо кожен із складових цього рівняння окремо.

Щорічна вартість подачі замовлення

Якщо потреба в продукції складає D одиниць на рік, а кожне замовлення подається на партію в q одиниць, тоді щорічна кількість замовлень складе (D/q) .

Щорічна вартість подачі замовлень = Вартість подання одного замовлення

×

Число замовлень, що подаються щорічно = $C_0 \times (D/q)$
(ф. ст. на рік).

Щорічна вартість зберігання запасів

При розрахунку цієї вартості зазвичай виходять із середньої кількості продукції, яка складає запас протягом одного циклу. У найпростіший

ситуації, яку ми розглядаємо, рівень запасів змінюється лінійно та належить проміжку від q до нуля, отже, середній рівень запасів дорівнює $(q/2)$. У більш складних ситуаціях для розрахунку середнього рівня запасів використовуються більш складні математичні методи.

Вартість зберігання одиниці продукції C_h визначається або як фіксована величина на весь рік, або як відсоток від загальної вартості одиниці продукції протягом року. У різних компаніях застосовуються найрізноманітніші методи розрахунку витрат у цій сфері, проте загалом C_h , характеризує величину відсотків із грошових позичок, заморожених у формі запасів, вартість пошкодження або збереження запасів, а також певну частину загальної вартості системи зберігання запасів

$$\begin{aligned} \text{Щорічна вартість зберігання запасів} &= \text{Вартість зберігання} \\ \text{одиниці виробленої продукції на рік} &\times \text{Середній обсяг запасу} = \\ &= C_h \times (q/2) \text{ (ф. ст. на рік)}. \end{aligned}$$

З цього випливає, що загальна вартість запасу одиниці продукції на рік визначається так:

$$TC = C_0(D/q) + C_h(q/2) \text{ (ф. ст. на рік)}.$$

Дане рівняння називається рівнянням загальної вартості основної моделі управління запасами. Тепер ми повинні визначити значення q , за якого значення загальної вартості найменше.

1.4. Оптимальний розмір замовлення q_0

Для визначення оптимального значення q використовуємо операцію диференціювання таким чином:

$$TC = C_0(D/q) + C_h(q/2),$$

ТС набуває мінімального значення, коли

$$\frac{dTC}{dq} = 0 \text{ та } \frac{d^2TC}{dq^2} > 0;$$

$$\frac{dTC}{dq} = -C_0 \frac{D}{q^2} + C_h \frac{1}{2}$$

та

$$\frac{d^2TC}{dq^2} = -2C_0 \frac{D}{q^3} + 0 > 0, \text{ якщо } q > 0.$$

$$\frac{dTC}{dq} = 0, \text{ тоді } -C_0 \frac{D}{q^2} + C_h \frac{1}{2} = 0,$$

отже

$$C_0 \frac{D}{q^2} = C_h \frac{1}{2};$$

$$q^2 = \frac{2C_0 D}{C_h};$$

$$q_0 = \pm \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h}}.$$

Таким чином, ТС набуває мінімального значення, якщо

$$q_0 = +\sqrt{2C_0 D / C_h}.$$

Отриманий обсяг замовлення називають економічним розміром замовлення ЕОQ¹⁾. Якщо протягом року з рівними інтервалами замовляти

¹⁾ЕОQ – Economic order quantity.

цю кількість продукції, то вартість зберігання буде мінімальною. Нині стало вже традиційним безпосереднє застосування формули моделі ЕОQ, а не отримання її щоразу з рівняння загальної вартості: Корисно скористатися графічним поданням рівняння загальної вартості та його компонент. Витрати зберігання пропорційні розміру замовлення, отже, їх графік є прямою, що проходить через початок координат. Вартість подачі замовлення пропорційна величині $1/q$. Нижче наводиться графічне зображення зазначених видів витрат та його суми.

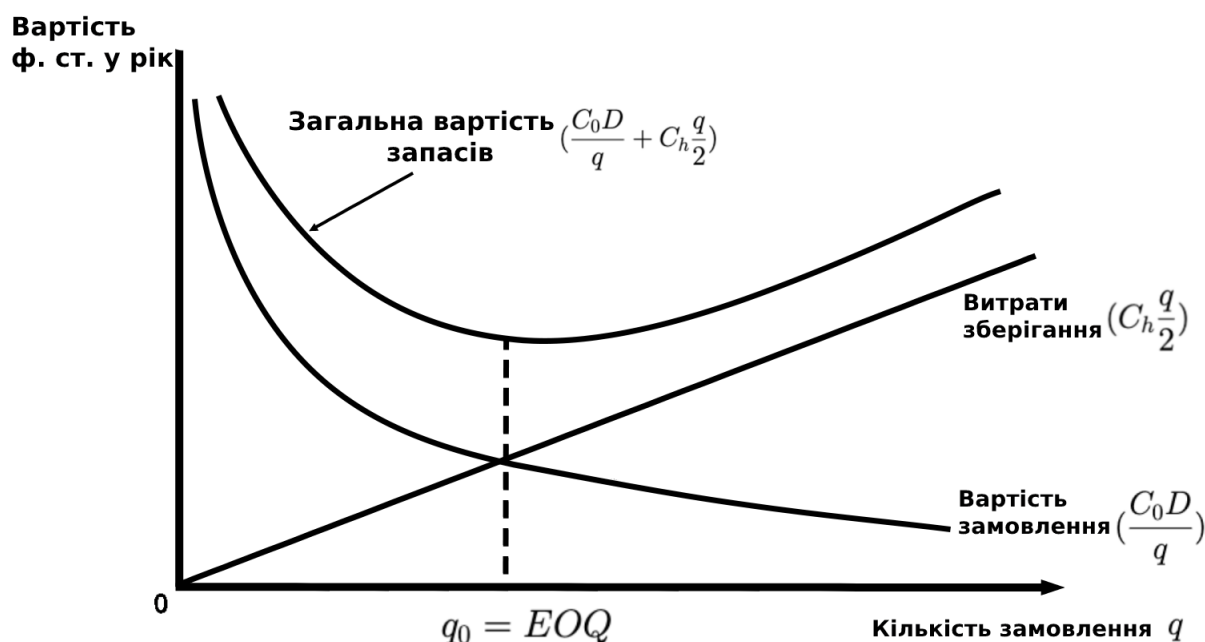


Рис. 1.3. Графічне зображення вартості подачі замовлення, витрат зберігання та загальної вартості запасів

Неважко помітити, що якщо розмір замовлення невеликий, вартість подачі замовлення є домінуючою - у цьому випадку замовлення подаються часто, але на невелика кількість продукції. Якщо розмір замовлення досить великий, основною компонентою стає вартість зберігання - робиться невелике кількість замовлень, розмір яких досить великий. Екстремальна точка на графіку рівняння загальної вартості відповідає ситуації, коли обидва види витрат дорівнюють один одному. Цей факт може виявитися корисним під час перевірки розрахунків ЕОQ. Крім того, можна відзначити, що з критичної точки крива загальної вартості помітно вирівнюється. Це означає, що у цій галузі загальна вартість не має високої

чутливості по відношенню до змін у розмірі замовлення. Після того, як отримано значення EOQ, залишається ще, як правило, кілька значень, тому можна вибрати потрібний розмір замовлення що не призводить до значного збільшення загальної його вартості.

1.5. Рівень та інтервал повторного замовлення

Отже, ми знаємо, яким має бути розмір замовлення, але нам, як і раніше, невідомо коли слід здійснювати його подання. Якщо час доставки від постачальника складає L тижнів, то протягом поставки використовуватиметься $L \times (D/52)$ одиниць продукції, що становить запас, у припущенні, що у році 52 тижні. Оскільки величина попиту постійна кількість продукції, яка використовується протягом поставки замовлення, є одночасно рівнем повторного замовлення. Таким чином, нове замовлення слід подавати, коли рівень запасів знижується до $L \times (D/52)$. У цьому разі нове замовлення буде отримано у той момент, коли рівень запасів стане рівним нулю.

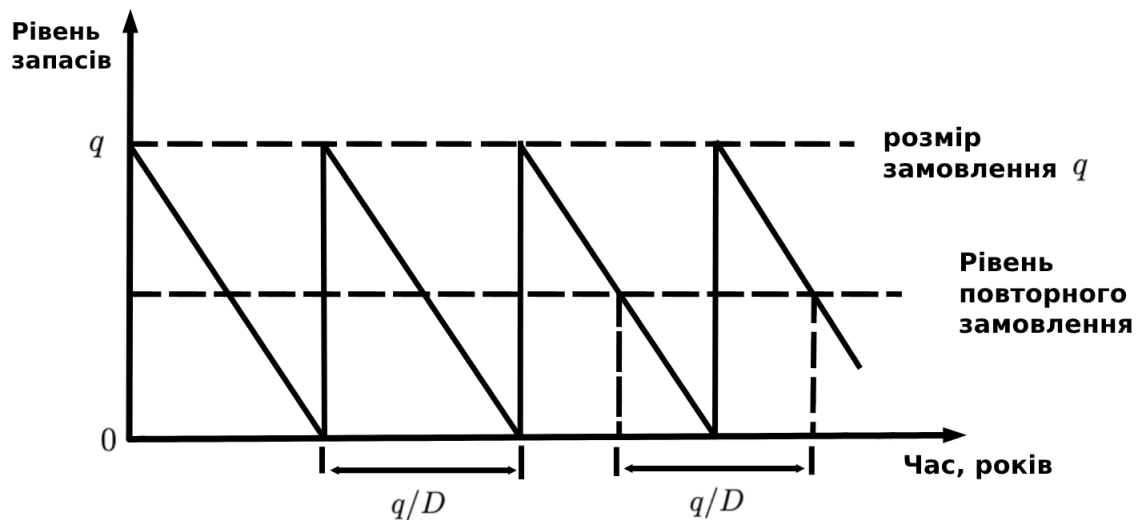


Рис. 1.4. Рівень та інтервал повторного замовлення

Протягом року потрібно D/q замовлень з рівними інтервалами, отже, новий цикл замовлення завжди починається у точці:

$$\frac{1 \text{ рік}}{(D/q) \text{ замовлень}} = q/D \text{ років.}$$

Оскільки усі цикли замовлень однакові, інтервал повторного замовлення також дорівнюватиме (q/D) років.

Приклад 1

Обсяг продажу деякого продуктового магазину складає 500 упаковок гречаної крупи на рік. Розмір попиту поступово розподіляється протягом року. Ціна купівлі одної упаковки дорівнює 2 ф. ст. За одне замовлення власник магазину має заплатити 10 ф. ст. Термін доставки замовлення від постачальника складає 12 робочих днів (при 6-денному робочому тижні). За оцінками фахівців, витрати зберігання становлять 20% середньорічної вартості запасів. Скільки упаковок повинен замовляти власник магазину щоразу, якщо його мета полягає у мінімізації загальної вартості запасів? Припустимо, що магазин працює 300 днів на рік, визначимо, з якою частотою слід здійснювати подачу замовлень та рівень повторного замовлення.

Рішення:

Економічний розмір замовлення дорівнює:

$$q_0 = \sqrt{2C_0D/C_h},$$

де $D = 500$ пакетів на рік;

$C_0 = 10$ ф. ст. за одне замовлення;

$C_h = 20\%$ на рік від вартості запасу розміром одну упаковку, або $0,2 \times 2$ ф. ст. на рік за одну упаковку.

Отже,

$$q_0 = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 500}{0,2 \times 2}} = 158,11.$$

Кількість пакетів, що замовляються, повинна бути цілим числом, тому в як ЕОQ виберемо значення, що дорівнює 158 пакетам. Надалі ми можемо спробувати визначити розмір замовлення точніше. Мінімальне значення загального вартість замовлення на рік визначається за такою формулою:

$$TC = C_0D/q_0 + C_hq_0/2.$$

Отже,

$$TC = 10 \times 500/158 + 0,2 \times 2 \times 158/2 = 31,6 + 31,6 = 63,2 \text{ ф. ст. на рік}$$

Загальна вартість куплених власником магазину 500 упаковок гречаної крупи на рік складає:

$$\begin{aligned} \text{Вартість запасів} + \text{Вартість покупки} &= 63,2 \text{ ф. ст.} + 2 \text{ ф. ст.} \times 500 = \\ &= 1063,2 \text{ ф. ст. на рік.} \end{aligned}$$

Таким чином, вартість запасів становить 6% загальної вартості купівлі на рік. Якби власник магазину подавав замовлення на партії у 150 упаковок, то величина загальної вартості запасів за рік склала б:

$$TC_{150} = 10 \times 500/150 + 0,2 \times 2 \times 150/2 = 33,33 + 30,0 = 63,33 \text{ ф. ст. на рік}$$

Порівняно з вартістю, що відповідає знайденому значенню ЕОQ, дане збільшення вартості є невеликим і становить 13 пенсів на рік. Подання нового замовлення власник магазину повинен здійснювати щоразу закінчення періоду, що дорівнює 158/500 років. Оскільки в році 300 робочих днів, інтервал повторного замовлення дорівнюватиме

$$\frac{158 \times 300}{500} = 94,8 \approx 95 \text{ робочих днів.}$$

Обсяг продажу пакетних супів за 12 днів поставки замовлення складе:

$$(\text{Попит/Кількість днів}) \times \text{Час поставки} = (500/300) \times 12 = 20 \text{ упаковок.}$$

Отже, рівень повторного замовлення дорівнює 20 упаковкам. Таким чином, подання нового замовлення проводиться у той момент, коли рівень запасів дорівнює 20 пакетів.

1.6. Модель економічного розміру партії

Компанії, що спеціалізуються на випуску різних видів товарів, можуть організувати технологічний процес не на безперервній основі, а на основі виробництва партій продукції. Наприклад, на хлібопекарському підприємстві може бути ухвалено рішення про виробництво партії великих батонів з непросіяної борошна, потім — партії маленьких булочок, за якою має слідувати партія ячмінних коржів. Якщо у компанії використовується виробництво продукції партіями, доводиться вирішувати питання о розмірі партії продукції, виробленої протягом одного виробничого циклу, і про те, з якою частотою слідує виробляти партію певної продукції. Виникаючі проблеми аналогічні проблемам, пов'язаним із визначенням економічного розміру замовлення. Замість замовлення певної кількості продукції у зовнішнього постачальника, розглядаються обсяги виробництва певної продукції. Таким чином, вартість замовлення, яка фігурувала у викладеній вище моделі, відповідає вартість організації процесу виробництва партії продукції.

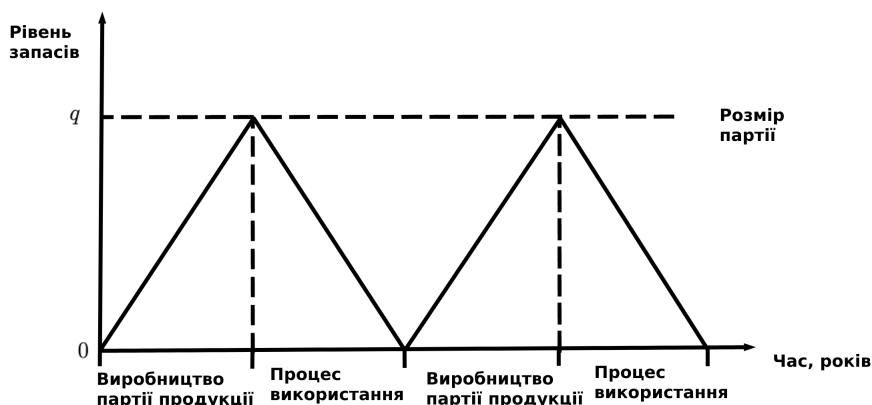


Рис. 1.5. Модель економічного розміру партії

Загальна щорічна вартість виробництва = Щорічна вартість організації технологічного процесу + Річна сума витрат на зберігання

Якщо через C_s позначити вартість організації кожного виробничого циклу, то тоді

$$TC = C_s \times (D/q) + C_h \times (q/2)(\text{ф. ст. на рік}),$$

де q - розмір партії продукції. Очевидно, що за аналогією до попередньої завданням ТС набуває свого мінімального значення, якщо

$$q_0 = \sqrt{2C_s D / C_h}.$$

Отриману оптимальну кількість продукції в партії називають економічним розмір партії EBQ²⁾.

Приклад 2

Компанія, що виготовляє вироби з кераміки, випускає декілька видів кавників. Виробничий процес організований за принципом випуску партій кавників загальним обсягом 500 штук на тиждень. Попит на найбільш популярну модель, яку ми позначимо через X , становить 2500 виробів на рік та рівномірно розподіляється протягом року. Незалежно від того, в який момент часу виникає потреба у виробництві партії кавників моделі X , вартість виробничого процесу становить 200 ф. ст. За оцінками фахівців компанії, вартість зберігання кавників становить 1,50 ф. ст. за одиницю.

Яка має бути партія кавників, щоб витрати на виробництво та зберігання були мінімальними? Як часто слід відновлювати виробничий цикл та яка його тривалість? Передбачається, що у році 50 робочих тижнів.

Рішення

$D_s = 2500$ кавників на рік;

$C_q = 200$ ф. ст. на один виробничий цикл;

$C_h = 1,50$ ф. ст. за один кавник на рік.

Економічний розмір партії можна визначити так:

$$q_0 = \sqrt{2C_s D C_h} = \sqrt{2 \times 200 \times 2500 / 1,50} = 816,5$$

²⁾EBQ – Economic batch quantity.

Оскільки крива загальної вартості не має високої чутливості по відношенню до невеликих змін значень q , цілком ймовірно, що обране в якості ЕВQ значення, що дорівнює 820, не призведе до значного збільшення загальної вартості. Це твердження можна легко перевірити.

Для $q = 816,5$ одиниць маємо:

$$TC = 200 \times 2500/816,5 + 1,5 \times 816,5/2 = 612,37 + 612,37 = 1224,74 \text{ (ф. ст. на рік.)}$$

Для $q = 820$ одиниць маємо:

$$TC = 200 \times 2500/820 + 1,5 \times 820/2 = 609,76 + 615 = 1224,76 \text{ (ф. ст. на рік.)}$$

Для $q = 800$ одиниць маємо:

$$TC = 200 \times 2500/800 + 1,5 \times 800/2 = 625 + 600 = 1225 \text{ (ф. ст. на рік.)}$$

Найбільш зручний розмір партії, що дорівнює 800 кавникам, порівняно з оптимальним розміром призводить до збільшення загальної вартості виробництва та зберігання кавників на 26 пенсів.

Приймемо як ЕВQ значення, що дорівнює 800 кавникам. Число виробничих циклів на рік складе: $2500/800 = 3,125$ (тобто 25 циклів за кожні 8 років), отже, інтервал між двома будь-якими виробничими циклами дорівнює: $800 \times 50/2500 = 16$ тижнів. Якщо обсяг виробництва на тиждень дорівнює 500 кавникам, процес виробництва однієї партії займе $800/500 = 1,6$ тижня.

2. Модель виробництва партії продукції

Припустимо, що на деякому верстаті виробляється партія деталей, частина яких відразу ж використовується на іншому верстаті, що має нижчу продуктивність. Решта деталей знаходиться в запасі до тих пір, поки ці деталі не знадобляться для іншого верстата. В даному випадку не відбувається одноразового поповнення всього запасу, і його рівень не змінюється стрибкоподібно від 0 до q , навпаки, запас поступово збільшується протягом періоду роботи першого верстата, а потім, у міру використання запасів для роботи другого верстата, починає зменшуватися. Продуктивність першого верстата дорівнює P , а темп використання запасів дорівнює D , при чому $P \geq D$. Як показано на рис. 2.1, рівень запасів змінюється у часі.

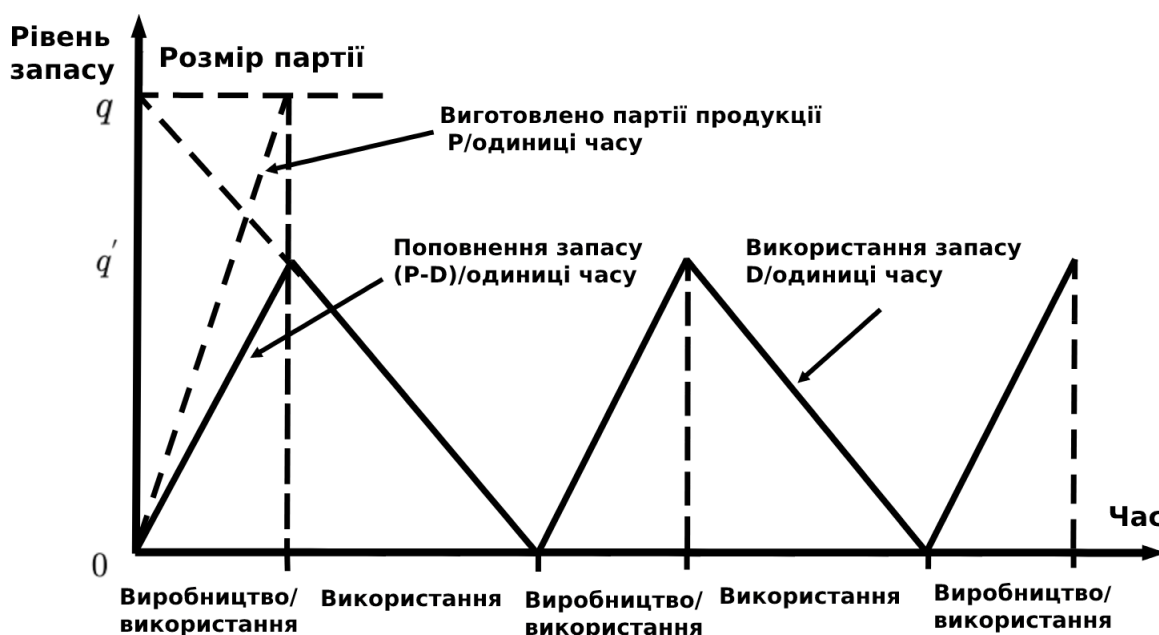


Рис. 2.1. Зміна рівня запасів у моделі виробництва партії продукції

Яке оптимальне значення розміру партії продукції для першого верстата? З якою частотою слід випускати партії продукції? Загальна змінна вартість партії продукції за рік TC включає вартість виробничого 1 циклу та витрати зберігання. Отже,

$$TC = C_s \times \text{Число партій продукції на рік} + C_h \times \text{Середній рівень запасу}$$

Число партій продукції на рік = Щорічний попит/Розмір партії = D/q

Щоб знайти середній рівень запасу, розглянемо докладніше один цикл запасу.

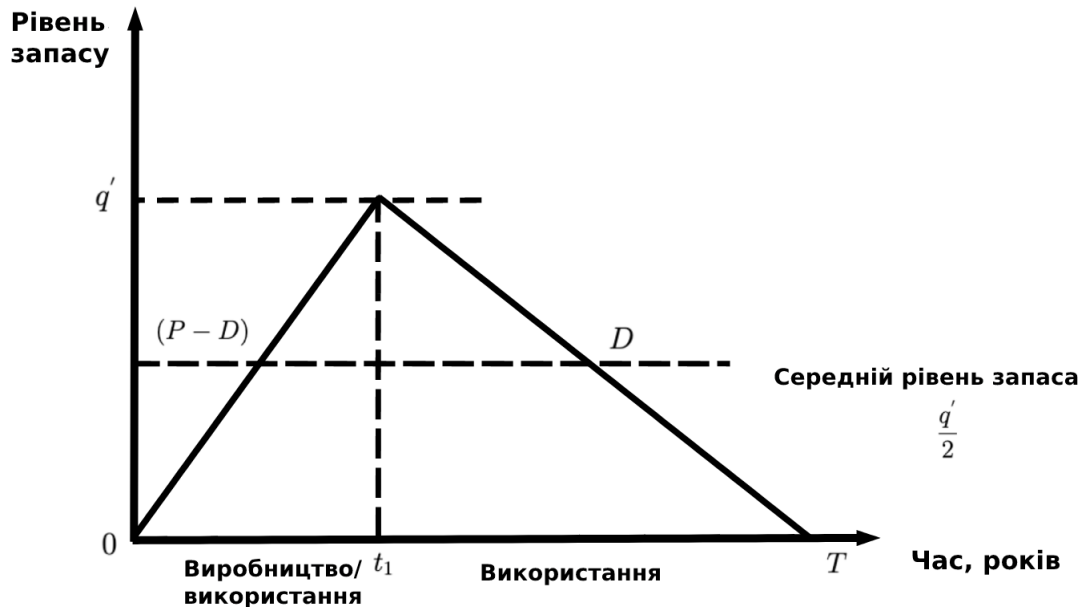


Рис. 2.2. Зміна рівня запасів у моделі виробництва партії продукції

Розмір партії деталей дорівнює q , однак, оскільки деталі використовуються по мірі їх виготовлення, максимальний рівень запасів q' менше, ніж q . Якщо випуск деталей здійснюється зі щорічною продуктивністю P , а споживання - з щорічним темпом D ($P \geq D$), то темп поповнення запасів дорівнює $(P - D)$. Як і в моделі ЕОQ, середній рівень запасу становить половину максимального рівня. Якщо виробничий цикл триває t_1 років, то загальний обсяг продукції, виробляється протягом циклу, визначається за формулою:

$$q = Pt_1$$

отже,

$$t_1 = q/P \text{ років}$$

Максимальний рівень запасів дорівнює $(P - D) \times t_1$ деталей. Підста-

вивши в дане співвідношення знайдений вираз для t_1 , отримаємо, що максимальний рівень запасів становить $(P - D) \times (q/P)$ деталей. Таким чином, середній рівень запасів дорівнює:

$$\frac{(P - D)q}{2P} \text{ деталей}$$

Тепер ми можемо вивести рівняння загальної змінної вартості:

$$TC = C_s \frac{D}{q} + C_h \frac{(P - D)q}{2P} (\text{ф. ст. на рік})$$

Мінімальне значення ТС досягається, коли

$$\frac{dTC}{dq} = 0 \text{ та } \frac{d^2TC}{dq^2} > 0$$

$$\frac{dTC}{dq} = \frac{-C_s D}{q^2} + \frac{C_h (P - D)}{2P} \text{ і } \frac{d^2TC}{dq^2} = \frac{2C_s D}{q^3} > 0, \text{ якщо } q > 0$$

Якщо

$$\frac{dTC}{dq} = 0, \text{ то } \frac{C_s D}{q^2} = \frac{C_h (P - D)}{2P}$$

Тобто,

$$q_2 = \frac{2C_s D P}{C_h (P - D)}$$

Тепер можна знайти економічний розмір партії, який мінімізує загальну змінну вартість виробництва:

$$q = \sqrt{\frac{2C_s D}{C_h} \frac{P}{(P - D)}} = \sqrt{\frac{P}{(P - D)}} \times EBQ$$

Приклад 3

На деякому верстаті виробляються деталі у кількості 2000 одиниць

в місяць. Ці деталі використовуються для виробництва продукції на іншому верстаті продуктивністю 500 одиниць на місяць. Деталі, що залишилися, утворюють запас. За оцінками фахівців компанії, витрати зберігання становлять 20% середньої вартості запасів на рік. Вартість виробництва однієї деталі дорівнює 2,50 ф. ст.

1. Яким повинен бути розмір партії деталей, що виробляється на першому верстаті, та з якою частотою слід організовувати цикли для цих деталей?

2. Якби можна було знизити витрати виробництва до 500 ф. ст., яка б була відповідь на перше запитання?

3. Як змінилася б відповідь на перше питання, якби відбулося подальше зниження вартості виробництва до 250 ф. ст.?

Рішення:

1. $C_s = 1000$ ф. ст. за виробництво однієї партії деталей;

$D = 500$ деталей на місяць, або 6000 деталей на рік;

$P = 2000$ деталей на місяць, або 24000 деталей на рік;

$C_h = 0,2 \times 2,50$ ф. ст. = 0,50 ф. ст. за одиницю деталі на рік.

Економічний розмір партії деталей визначається за такою формулою:

$$q = \sqrt{\frac{2C_s D}{C_h} \frac{P}{(P - D)}}$$

отже,

$$q = \sqrt{\frac{2 \times 1000 \times 6000}{0,5} \times \frac{24000}{(24000 - 6000)}} = 5656,85$$

Оптимальний розмір партії складає 5657 деталей. У практичних цілях отримане значення для зручності можна й надалі округлювати. Кількість партій деталей, які необхідно зробити протягом року, складе:

$$D/q = 6000/5657 = 1.06$$

Отже, частота виробництва партій деталей дорівнює q/D років:

$$D/q = 5657/6000 = 0,94 \text{ років, або } 11,24 \text{ місяця.}$$

Загальна змінна вартість виробництва визначається в такий спосіб:

$$\begin{aligned} TC &= C_s D/q + C_h(-D) \times q/(2P) = \\ &= 1000 \times 6000/5657 + 0,5 \times 18000 \times 5657 \times (2 \times 24000) = 1060,63 + 1060,69 = \\ &= 2121,32 \text{ ф. ст. на рік.} \end{aligned}$$

Якби протягом одного року вироблялася лише одна партія деталей обсягом 6000 одиниць, загальна змінна вартість становила б:

$$TC = 1000 \times 6000/6000 + 0,5 \times 18000 \times 6000/(2 \times 24000) = 1000 + 1125 = 2125 \text{ ф. ст. на рік.}$$

Очевидно, що компанія вибере той варіант виробництва, в якому передбачається випуск протягом кожного року лише однієї партії деталей обсягом у 6000 одиниць.

2. Якщо вартість організації виробничого циклу знижується до 500 ф. ст., економічний розмір партії визначається так:

$$q = \sqrt{\frac{2C_s D}{C_h} \times \frac{P}{(P - D)}},$$

отже,

$$q = \sqrt{\frac{2 \times 500 \times 6000}{0,5} \times \frac{24000}{24000 - 6000}} = 4000$$

Оптимальний розмір партії дорівнює 4000 деталей. Кількість партій деталей, необхідне протягом року, становитиме $D/q = 6000/4000 = 1,5$. Отже, частота випуску партій деталей дорівнює q/D років:

$$q/D = 4000/6000 = 2/3 \text{ років, або 8 місяців}$$

Загальна змінна вартість виробництва визначається за такою формулою:

$$TC = C_s D/q + C_h(P - D)q/(2P) = 500 \times 6000/4000 + 0,5 \times 18000 \times 4000/(2 \times 24000) = 750 + 750 = 1500 \text{ ф. ст. на рік.}$$

Якщо можна зменшити вартість виробництва наполовину, то економія загальної змінної вартості становить 625 ф. ст. на рік. І тут виробництво деталей здійснюватиметься партіями по 4000 штук кожні 8 місяців.

3. Якщо вартість організації виробничого циклу знижується до 250 ф. ст., то

$$q = \sqrt{\frac{2C_s D}{C_h} \times \frac{P}{(P - D)}}$$

отже,

$$q = \sqrt{\frac{2 \times 250 \times 6000}{0,5} \times \frac{2400}{2400 - 6000}} = 2828,43$$

Оптимальний розмір партії дорівнює 2828 деталей. Кількість партій деталей, необхідне протягом року, складе $D/q = 6000/2828 = 2,12$. Отже, частота випуску партій деталей дорівнює q/D років.

$$q/D = 2828/6000 = 0,47 \text{ років, чи 5,64 місяців.}$$

Загальна змінна вартість виробництва визначається за такою формулою:

$$TC = C_s D/q + C_h(P - D)q/(2P) = 250 \times 6000/2828 + 0,5 \times 18000 \times 2828/(2 \times 24000) = 530,41 + 530,25 = 1060,66 \text{ ф. ст. на рік.}$$

Якби й у даному випадку можна було скоротити вартість виробничого циклу наполовину, можна було б отримати додаткову економію загальної змінної вартості 439 ф. ст. на рік.

3. Модель планування дефіциту

Звернемося знову до закупівлі продукції у зовнішнього постачальника. В деяких випадках витрати на зберігання продукції є набагато вищими, ніж будь-які витрати, пов'язані з відсутністю запасу протягом невеликого проміжку часу. Можна побудувати модель управління запасами, у якій передбачаються регулярні періоди, протягом яких запас відсутній.

Можливі два випадки. У першому з них попит на продукцію, що виникає в період відсутності запасу залишається незадоволеним. Адміністрація супермаркету, Наприклад, може ухвалити рішення про зниження рівня запасів великогабаритної продукції, що зберігається на складах, такої, наприклад, як пакетні супи чи хлібні сніданки. Це рішення призведе до того, що в кожному циклі в протягом кількох днів запасів цієї продукції нічого очікувати. Через зниження обсягів продажу та в деякому сенсі втрати довіри клієнтів з'являться певні Витрати. Адміністрація супермаркету змушена буде зіставляти ці витрати та величину економії, отриманої внаслідок відсутності запасів продукції. Можна навести й інший приклад. Нехай у магазині з продажу електротоварів приймається рішення про скорочення запасів певного виду пральних машин, оскільки у цих запасах заморожується велика кількість капіталу. Однак у цьому випадку, якщо запасів не буде, а покупцеві знадобиться саме ця пральна машина, то власник магазину, найімовірніше, висловить готовність прийняти замовлення покупця та забезпечити його необхідним товаром відразу ж після отримання наступної партії пральних машин. Власник магазину понесе деякі витрати, пов'язані з підтримкою системи замовлень, а й у цьому у разі їх слід зіставити з величиною економії вартості зберігання запасів.

Основна відмінність між двома описаними випадками полягає в тому, що в першому з них після отримання нових поставок замовлення покупців не виконуються отже, максимальний рівень запасів збігається з розміром одержуваного замовлення. У другому випадку частина продукції з нового постачання йде на задоволення замовлень клієнтів, тому максимальний рівень запасів є різницю між розміром замовлення та максимальним попитом, що виникає при відсутності запасів (див. рис. 3.1

та 3.2).

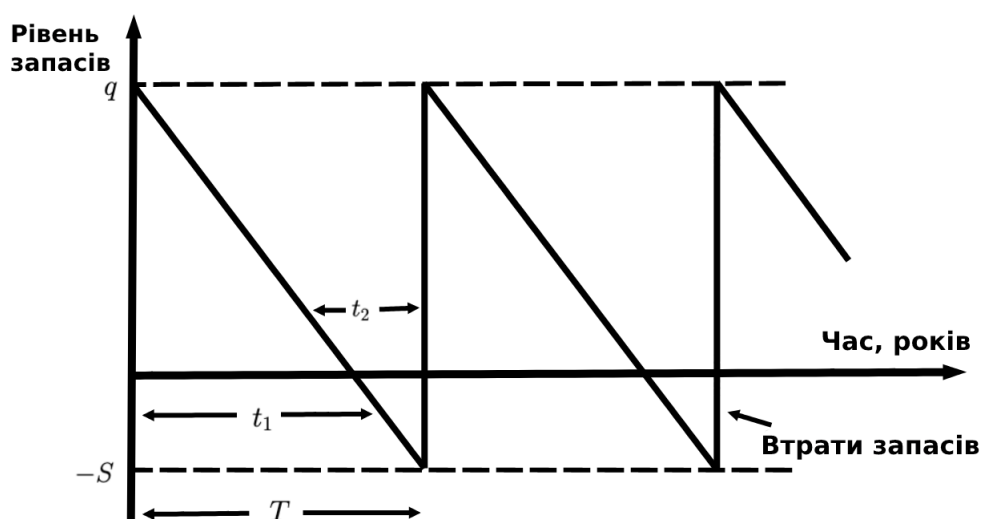


Рис. 3.1. Планування дефіциту - після отримання нових поставок замовлення покупців не виконуються

Розглянемо спочатку другий випадок, який передбачає виконання замовлень покупців. Максимальний рівень запасу є розміром замовлення q за вирахуванням максимального значення попиту протягом періоду відсутності замовлення S . Отже, максимальний рівень запасу дорівнює $(q-S)$.

Загальна змінна вартість запасів за рік $ТС$ включає три компоненти:

1. Річна вартість подачі замовлень = Вартість подачі одного замовлення $\times$ Число замовлень на рік;
2. Річні витрати зберігання = Вартість зберігання одиниці виробленої продукції на рік $\times$ Середній рівень запасів;
3. Річні витрати відсутності запасів = Вартість відсутності запасу одиниці продукції $\times$ Середній розмір дефіциту

Введемо систему позначень, що використовувалася раніше:

C_0 - вартість подання одного замовлення (ф. ст. за замовлення);

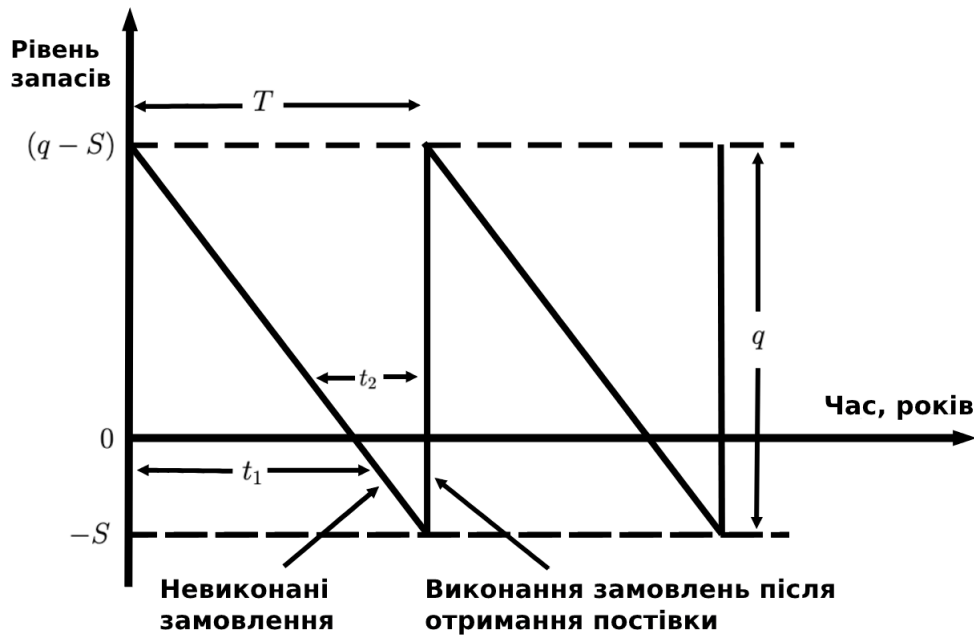


Рис. 3.2. Планування дефіциту - після отримання нових поставок замовлення покупців виконуються

C_h - витрати зберігання одиниці виробленої продукції протягом року (ф. ст. на рік);

D - річний попит;

C_b - вартість відсутності запасу одиниці виробленої продукції протягом одного року (ф. ст. на рік);

q - розмір замовлення;

$$TC = C_0 \times D/q + C_h \times \text{Середній розмір запасу} + C_b \times \text{Середній розмір дефіциту (ф. ст. на рік)}.$$

Для розрахунку середнього розміру запасів розглянемо один цикл запасу тривалістю у T років. Нехай наявний запас споживається протягом t_1 років, а в протягом t_2 років запас відсутній: $t_1 + t_2 = T$.

У період існування запасу t_1 середній рівень запасу дорівнює $(q - S)/2$. Отже, на складах зберігається $(q - S)/2$ одиниць продукції в середньому протягом періоду t_1 . В підсумку отримуємо $(q - S)t_1/2$ одиниць продукції. Для частини циклу, тобто, для часу t_2 на складах зберігається 0 одиниць продукції. В підсумку отримуємо $0 \times t_2$ одиниць продукції. Потрібно знайти середню кількість одиниць продукції, яка зберігається у

запасі протягом усього циклу T . Отже, середнє число одиниць продукції, що зберігається в запасі протягом циклу запасу, становитиме:

$$\frac{(q - S)t_1/2 + 0t_2}{T} = \frac{(q - s)t_1}{2T}$$

Тепер ми можемо висловити D (одиниць продукції на рік) наступним чином:

$$D = (q - S)/t_1 \text{ або } D = q/T$$

Отже,

$$t_1 = (q - S)/D \text{ і } T = q/D$$

Підставивши знайдені співвідношення t_1 і T у формулу середнього рівня запасів протягом одного циклу, отримаємо:

$$\frac{(q - S) \times (q - S)/D}{2q/D} = \frac{(q - S)^2}{2q}$$

Для того, щоб розрахувати середній рівень дефіциту, можна використувати описаний вище алгоритм. Протягом періоду t_2 середній розмір дефіциту становитиме $S/2$ одиниць продукції, а період t_1 його значення дорівнюватиме нулю. Тому середня кількість одиниць продукції, що відсутні, протягом усього циклу визначається як

$$\frac{0 \times t_1 + S \times t_2/2}{T} = \frac{St_2}{2T}$$

$D = S/t_2$, отже, $t_2 = S/D$. Таким чином, середній розмір дефіциту дорівнює:

$$\frac{S \times (S/D)}{2q/D} = \frac{S^2}{2q}$$

Тепер можна визначити вид рівняння загальної вартості:

$$TC = C_0 \frac{D}{q} + C_h \frac{(q-S)^2}{2q} + C_b \frac{S^2}{2q} \text{ ф. ст. на рік.}$$

Це рівняння відрізняється від отриманих нами раніше тим, що воно містить дві незалежні змінні: q та S . Мінімальне значення TC можна знайти, використовуючи математичну процедуру диференціювання частинами. Ми обмежимося лише приведенням її результатів.

Оптимальний розмір замовлення дорівнює:

$$q = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h} \frac{C_h + C_b}{C_b}} = EOQ \sqrt{\frac{C_h + C_b}{C_b}}$$

а максимальний розмір дефіциту становитиме

$$S = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_b} \frac{C_h}{C_h + C_b}}$$

Якщо розглядати перший випадок, коли замовлення клієнтів не виконуються, то процедура аналізу буде аналогічна наведеному вище алгоритму, за винятком того, що максимальний розмір запасів виявиться рівним q . Тому можна просто зробити заміну $(q - S)$ на q , а q - на $(q + S)$, підставивши вказані значення у формули розрахунку середнього рівня запасів і середнього розміру дефіциту. У цьому випадку рівняння загальної змінної вартості набуде вигляду:

$$TC = \frac{C_0 D}{(q+S)} + \frac{C_h q^2}{2(q+S)} + \frac{C_b + q^2}{2(q+S)} \text{ ф. ст. на рік.}$$

Як і в попередньому випадку, застосувавши операцію диференціювання частинами, можна показати, що оптимальний розмір замовлення визначається за такою формулою:

$$q = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h} \frac{C_b}{C_h + C_b}} = EOQ \sqrt{\frac{C_b}{C_h + C_b}}$$

а максимальний розмір дефіциту становитиме:

$$S = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_b} \frac{C_h}{C_h + C_b}}$$

Приклад 4

Компанія "Techno Frog" - великий універмаг з продажу комп'ютерної техніки. Одним із найбільш популярних товарів є розумний годинник з фітнес трекером. Попит на цю продукцію, дорівнює 2000 одиниць, рівномірно розподіляється протягом року. Закупівля годинників у безпосереднього виробника обходиться універмагу 50 ф. ст. за одиницю. Вартість подання замовлення складає 50 ф. ст., а витрати зберігання - 15% середньорічної вартості запасів.

Адміністратор компанії розглядає питання про скорочення запасів даної продукції, що б поліпшити рух потоків готівки. За його оцінка система замовлень, що передбачає відсутність запасів, включаючи витрати, пов'язані зі зниженням обсягів продажу та втратою довіри клієнтів, що становить 5 ф. ст. на рік за один плеєр.

Потрібно:

1. Визначити мінімальне значення загальної змінної вартості запасів годинників за умови, що відсутність запасів є неприпустимою. Який оптимальний розмір замовлення?

2. Знайти величину економії, яка досягається при запровадженні системи планування відсутність запасів. Приймається передумова покриття розміру дефіциту з нових поставчань. Який оптимальний розмір замовлення?

Рішення.

1. $C_0 = 50$ ф. ст. за замовлення;

$D = 2000$ годинників на рік;

$C = 50$ ф. ст. за один годиник;

$C_h = 0,15 \times 50$ ф. ст. = 7,50 ф. ст. за одиницю продукції на рік.

Економічний розмір замовлення дорівнює:

$$q = \sqrt{2C_0D/C_h} = \sqrt{2 \times 50 \times 2000/7,5} = 163,3$$

Таким чином, протягом кожного циклу замовлення компанія "Techno

Frog" має подавати замовлення на 163 годинників.

Річна загальна змінна вартість запасів визначається за відповідною формулою:

$$TC = C_0 D / q + C_h q / 2 \text{ (ф. ст. на рік)}$$

$$TC = 50 \times 2000 / 163 + 7,5 \times 163 / 2 = 613,5 + 611,25 = 1224,75 \text{ ф. ст. на рік}$$

Плановий дефіцит складе: $C_b = 5$ ф. ст. за годинник на рік.

Оптимальний розмір замовлення дорівнює:

$$q = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h} \frac{C_h + C_b}{C_b}}$$

$$q = \sqrt{\frac{2 \times 50 \times 2000}{7,5} \frac{(7,5 + 5)}{5}} = 258,2$$

У цій ситуації "Techno Frog" має подавати замовлення на партії годинників розміром 258 одиниць. Максимальний розмір дефіциту дорівнює:

$$TC = \frac{C_0 D}{q} + \frac{C_h (q - S^2)}{2q} + \frac{C_b S^2}{2q}$$

$$TC = \frac{50 \times 2000}{258} + \frac{7,5(258-155)^2}{2 \times 258} + \frac{5 \times 155^2}{2 \times 258} = 387,6 + 154,2 + 232,8 = 774,6 \text{ ф. ст. на рік}$$

Порівняно з основною моделлю величина економії складає:

$1224,75 - 774,6 = 450,15$ ф. ст. на рік. Таким чином, якщо компанія "Techno Frog" буде використовувати модель планування дефіциту, вона зможе досягти економії загальної змінної вартості запасів, що дорівнює 450 ф. ст. на рік.

4. Невизначеність і основна модель управління запасами

Всі розглянуті нами моделі ґрунтувалися на припущенні, що попит та час постачання замовлення є постійними. Однак на практиці багато систем управління запасами містять елемент невизначеності як у відношенні до часу поставки, так і щодо попиту. Неважко також показати, що попит змінюється у часі, тобто, середнє значення попиту коливається протягом року. Проблеми, пов'язані з невизначеністю часу постачання замовлення та зміною значення попиту у часі, є особливо складними. У таких ситуаціях навряд чи можна застосовувати математичні моделі, які використовувалися нами раніше. Необхідно залучення інших методів, наприклад, імітаційного моделювання. Однак, якщо обмежити зростання складності моделі, викликане невизначеністю значень часу постачання замовлення або попиту, можна побудувати математичну модель, яка досить чітко відбиває викладену ситуацію. Крім того, слід все ж таки зробити деякі припущення, що стосуються поведінки системи. Якщо значення попиту не визначено, передбачається, що він змінюється відповідно до характеристик. Ці характеристики можна отримати на основі емпіричних даних, що містять фактичні значення попиту, чи можна припустити, що попит визначається стандартними статистичними моделями, наприклад, розподілом Пуассона чи нормальним розподілом. Якщо значення попиту та часу постачання змінюються, може виникнути ситуація, коли запас буде відсутній. Якщо ж рівень повторного замовлення визначається тільки виходячи з задоволення середнього попиту протягом середнього часу поставки замовлення, відсутність запасу може виникнути в багатьох циклах запасу, що функціонують протягом року.

Нехай ймовірність відсутності запасів будь-якого циклу запасу дорівнює 0,2. Якщо продукція, яка цікавить клієнта, замовляється лише один раз на рік, то можливість нестачі запасів для кожного року невелика. Математичне очікування кількості нестач запасу протягом року розраховується таким чином:

$$E(\text{кількість нестач запасу на рік}) = \text{Число циклів запасу в році} \times$$

$$\times \text{Ймовірність відсутності запасу у кожному циклі} = 1 \times 0,2 = 0,2$$

Однак якщо протягом року подання замовлення провадиться 50 разів, то:

$$E (\text{число нестач запасу за рік}) = 50 \times \text{ОД} = 10$$

Однакове значення ймовірності нестачі запасів одного циклу може відповідати всім циклам однієї системи, але механічно переносити його на інші системи не можна. Необхідно визначити, коли така ймовірність нестачі запасів прийнятна, а коли – ні. Щоб це з'ясувати, ми маємо вирішити, якого рівня обслуговування ми маємо намір досягти. Якщо ймовірність нестачі запасів одного циклу дорівнює 0,2, тобто 20%, то рівень обслуговування дорівнює 80%. Якщо це негаразд, слід знизити значення ймовірності нестачі запасів. Це можна зробити, змінивши рівень повторного замовлення. Рівень повторного замовлення можна збільшити, якщо додати до середнього попиту протягом середнього часу постачання розмір буферного, або резервного запасу.

$$\begin{aligned} &\text{Рівень повторного замовлення} = \\ &= \text{Середній попит протягом доставки} + \text{Резервний запас} \end{aligned}$$

Чим вище розмір резервного запасу, тим нижче ймовірність нестачі запасів. Але вище витрати їхнього зберігання. Зниження вартості нестачі запасів має бути компенсовано збільшенням вартості їхнього зберігання.

Вибір відповідного розміру резервного запасу залежить від конкретної цілі, яку необхідно досягти. Вона може полягати у досягненні мінімального рівня обслуговування незалежно від величини пов'язаних з цим додаткових витрат. З іншого боку, брак запасу може призвести до порушення випуску товарів першої потреби, він може спричинити додаткові витрати виробництва, закупівлю продукції в іншого постачальника за вищими цінами, збільшення вартості нових замовлень, зменшення задоволення споживача і, як наслідок, нижчий попит. Вартість нестачі запасів можна визначити. Потім, відповідно до критерію мінімізації загальної змінної вартості запасів можна вибрати потрібну кількість резервного запасу. Як правило, виділяються два типи моделей, що враховують невизначеність:

1. Рівнева модель повторного замовлення – замовляється фіксована кількість продукції зі змінними часовими інтервалами, тобто, у ті моменти часу, коли рівень запасу зменшується до наперед заданого значення.

2. Циклічна модель повторного замовлення – у фіксовані часові інтервали замовляється різну кількість продукції. Слід зазначити, що основна модель поєднує обидві ці особливості — фіксована кількість продукції замовляється в ній з фіксованими інтервалами часу.

Вибір тієї чи іншої системи визначається лише зміною значень часу постачання замовлення та попиту. У наступних розділах ми розглянемо застосування кожного типу моделей.

5. Рівнева система повторного замовлення

5.1. Модель І: досягнення мінімального рівня обслуговування

Необхідно прийняти рішення з двох наступних питань:

1. Яке значення фіксованого розміру замовлення q ?

2. За якого рівня запасів слід зробити нове замовлення? Ця величина називається рівнем повторного замовлення R .

Суть алгоритму полягає в тому, щоб за допомогою моделі EOOQ зафіксувати розмір повторного замовлення, а потім на цій основі вибрати відповідне значення рівня повторного замовлення. Даний алгоритм не завжди призводить до одержання найкращого рішення, проте він дозволяє знайти досить добре рішення. Для того, щоб зафіксувати рівень повторного замовлення необхідно знати, як змінюється величина попиту протягом виконання замовлення та очікуване значення рівня обслуговування. Загальне рішення покажемо на прикладі.

Приклад 5

Промислова компанія "UATech" в одному з технологічних процесів використовує деталь X. Ці деталі закуповуються в зовнішнього постачальника. Попит компанії на деталі X періодично змінюється, проте приблизно його можна описати за допомогою нормального розподілу із середнім значенням, рівним 80 деталей на день. Стандартне відхилення попиту становить 10 деталей в день. Вартість кожної деталі дорівнює 0,50 ф. ст. Як було оцінено, за кожне замовлення постачальник стягує плату 25 ф. ст. Час постачання замовлення постачальником фіксовано та становить 8 днів. За оцінками фахівців компанії "UATech", Витрати зберігання становлять 20% середньорічної вартості запасів. Компанія працює 5 днів на тиждень протягом 50 тижнів на рік. Яку кількість деталей має замовляти компанія "UATech" щоразу і яким має бути рівень повторного замовлення, якщо нестача запасів у середньому більш ніж 20 циклах небажана для компанії? Який розмір резервного запасу, що відповідає даному рівню повторного замовлення?

Рішення:

Для визначення необхідного розміру припустимо, що попит є незмінним та зафіксований на рівні середнього значення.

$C_0 = 25$ ф. ст. за одне замовлення;

$D = 80 \times 5 \times 50 = 20000$ деталей на рік (у середньому);

$C_h = 20\%$ від 0,50 ф. ст. = 0,10 ф. ст. за одну деталь на рік.

Якщо передбачається, що попит є постійним, то економічний розмір замовлення визначається за такою формулою:

$$q = \sqrt{2C_0DC_h} = \sqrt{2 \times 25 \times 2000/0,1} = 3162,3$$

Як розмір замовлення приймемо значення, що дорівнює 3162 деталей. Максимально допустимий рівень нестачі запасів, як було поставлено апріорно, становить 1 із 20 циклів, тобто, в середньому лише у 5% циклів допускається нестача запасів. Отже, рівень обслуговування дорівнює 95%. Оскільки попит за день апроксимується нормальним розподілом, попит протягом поставки також розподілено за нормальним законом за умови, що передбачається незалежність попиту в будь-який день від його величини в інші дні.

Середнє значення попиту протягом 8 днів поставки становить: $80 \times 8 = 640$ деталей. Дисперсія попиту протягом поставки замовлення дорівнює: $8 \times$ дисперсія попиту за день $= 8 \times 10^2$, отже, стандартне відхилення попиту протягом поставки становитиме: $\sqrt{8 \times 10^2} = 28,28$ деталей. Розподіл попиту протягом постачання показано на рис. 5.1.

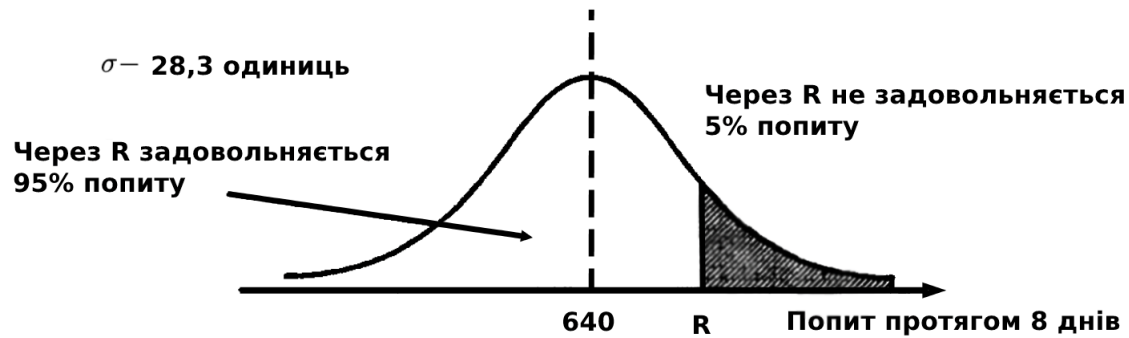


Рис. 5.1. Розподіл попиту протягом постачання

Рівень повторного замовлення R вибирається з тією умовою, щоб ймовірність, що величина попиту протягом поставки виявиться меншою за рівень повторного замовлення, була щонайменше 0,95, тобто, $P(\text{величина попиту протягом постачання} < R) > 0,95$. R являє собою z стандартних відхилень від середнього, де

$$z = \frac{R - 640}{28,3}.$$

За таблицями стандартного нормального розподілу знаходимо, що якщо $P(z > (R - 640)/28,3) = 0,05$, то $z = 1,645$.

Отже,

$$\frac{R - 640}{28,3} = 1,645$$

і

$$R = 686,55$$

Зафіксуємо рівень повторного замовлення на рівні 687 деталей. Отже, резервний запас становитиме 47 деталей. Цей запас необхідний для забезпечення коливання попиту та необхідного рівня обслуговування. Передбачається, що 47 деталей знаходяться в запасі протягом усього періоду, таким чином, у даному разі середньорічний рівень запасу дорівнює $(q/2 + 47)$ деталей.

Якщо не враховувати величину вартості нестачі запасів, то загальна річна змінна вартість визначається як

$$\begin{aligned} TC &= C_0 D / q + C_h (q / 2 + \text{резервний запас}) = \\ &= 25 \times 20000 / 3162 + 0.10 \times (3162 / 2 + 47) = \\ &= 158,13 + 162,8 = 320,93 \text{ ф. ст. в год.} \end{aligned}$$

Вартість резервного запасу дорівнює: $(0,1 \times 47) = 4,70$ ф. ст. на рік.

5.2. Модель II: досягнення мінімальної вартості

Необхідно прийняти рішення з тих самих питань, які були сформульовані для моделі I з використанням такого ж алгоритму. Досліджуємо проблему, поставлену в прикладі 5, з погляду мінімізації загальної змінної вартості протягом року.

Приклад 6

Повернемося к прикладу 5. Якщо виникає брак запасів, то процес виробництва в компанії "UATech" зупиняється, отже, при наближенні кризи компанія надсилає місцевому постачальнику багажний фургон для закупівлі додаткової партії деталей. За оцінками фірми, додаткова вартість цієї операції складає 1 ф. ст. за одну деталь. Яку кількість деталей має замовляти компанія "UATech" одноразово і яким має бути рівень повторного замовлення, якщо її метою є мінімізація загальної змінної вартості протягом року? Який розмір резервного запасу, що відповідає даному рівню повторного замовлення?

Рішення:

$$\begin{aligned}
 &\text{Загальна змінна вартість за рік} = \\
 &= \text{Річна вартість подачі замовлення} + \\
 &+ \text{Річні витрати на зберігання стандартного запасу} + \\
 &+ \text{Річні витрати на зберігання резервного запасу} + \\
 &+ \text{Річна вартість нестачі запасів}
 \end{aligned}$$

Фіксований розмір запасу так само, як і в прикладі 5, складає 3162 деталей в одному замовленні, отже,

$$\begin{aligned}
 TC &= C_0 D / q + C_h q / 2 + C_h \times (\text{резервний запас}) + C_b \times \\
 &\times (\text{математичне очікування одиниць продукції, що становлять} \\
 &\text{нестачу запасів, на рік}) = 25 \times 2000 / 3162 + 0,1 \times 3162 / 2 + 0,1 \times \\
 &\times (\text{резервний запас}) + 1 \times \\
 &(\text{математичне очікування кількості одиниць продукції,} \\
 &\text{що становить нестачу запасів, на рік})
 \end{aligned}$$

Ми повинні обрати значення резервного запасу, що мінімізує сумарне значення останніх двох компонентів загальної вартості. У міру збільшення резервного запасу витрати зберігання також зростають, а математичне очікування кількості одиниць продукції, що становить брак запасу, знижується, отже, знижується і вартість відсутності запасів, і навпаки. Необхідно визначити розмір резервного запасу, що забезпечує найкраще співвідношення цих двох величин. Метод, який ми будемо використовувати, заснований на теорії "проб та помилок".

У цьому прикладі попит протягом поставки замовлення апроксимується безперервним розподілом, отже, ми повинні знайти особливу точку даного розподілу, в якій слід розрахувати та зіставити вартості нестачі запасів та витрат зберігання резервного запасу. Перевірку вказаних значень вироблятимемо з інтервалом у 10 деталей. Цей інтервал вибирається для зручності розрахунків, крім того, оскільки деталі є відносно недорогими, крок у 10 деталей є досить надійним та обґрунтованим.

Якщо попит протягом постачання не перевищує свого середнього значення, нестачі запасів не з'явиться. Проблеми виникають лише в тому випадку, якщо значення попиту протягом постачання вище середнього.

Розрахунок ймовірності різних значень попиту протягом поставки використанням нормального розподілу з $\mu = 640$ і $\sigma = 28,3$ одиниць за 8 днів

наближене значення попиту протягом поставки	Імовірність появи цього значення	Резервний запас, потрібний для задоволення цього попиту
640	0,135	0
650	0,134	10
660	0,109	20
670	0,082	30
680	0,052	40
690	0,030	50
700	0,016	60
710	0,007	70
720	0,003	80

Оцінюючи ймовірності значення попиту 640 деталей представляє проміжок від 635 до 645 деталей. Імовірність $P(635 \geq \text{попит} \leq 645) = 0,135$ знаходиться за допомогою таблиць стандартного нормального розподілу. Інші значення розраховуються аналогічно.

Для кожного з вибраних значень резервного запасу обчислюється математичне очікування кількості нестач запасу протягом циклу. Потім це значення множиться на число циклів запасу на рік, що дає нам математичне очікування кількості нестач запасу протягом року. З огляду на витрати зберігання додаткового запасу (0,10 ф. ст. за одиницю) та очікувану вартість нестачі запасів (ф. ст. за одиницю), ми можемо отримати очікувану величину загальної річної вартості, що відповідає даному рівню резервного запасу. Як правило, ці дві вартості поступово зменшуються, поки не досягнуть мінімального значення, а потім знову починають зростати. Як тільки значення ціни починають зростати, необхідність у подальших розрахунках відпадає. Число циклів запасу на рік становитиме: $20000/3162 = 6,3$ (Примітка: у наведених нижче розрахунках передбачається, що ймовірність того, що попит за час постачання перевищить 720 деталей, що дорівнює нулю).

Витрати, що відповідають різним рівням резервного запасу

Резервний запас	Задоволений попит	Математичне очікування кількості нестач запасу		Вартість ф. ст. на рік		
		протягом циклу	протягом року	Нестачі запасів	Резервного запасу	Загальна
80	720	0	0	0	$80 \times 0,10 = 8$	8,00
70	710	$10 \times 0,003 = 0,03$	$0,03 \times 6,3 = 1,19$	$0,19 \times 1$	$70 \times 0,10 = 7$	7,19
60	700	$20 \times 0,03 + 10 \times 0,007 = 0,13$	$0,13 \times 6,3 = 0,82$	$0,82 \times 1$	$60 \times 0,10 = 6$	6,82
50	690	$30 \times 0,003 + 20 \times 0,007 + 10 \times 0,016 = 0,39$	$0,39 \times 6,3 = 2,46$	$2,46 \times 1$	$50 \times 0,10 = 5$	7,46

Оскільки загальна очікувана вартість протягом року зростає, можна припустити, що своє мінімальне значення вона набуває, коли резервний запас дорівнює 60 деталей. Загальна змінна вартість за рік дорівнює:

$$TC = 25 \times 20000/3162 + 0.1 \times 3162/2 + 0,1 \times \text{резервний запас} + \\ + 1 \times \text{математичне очікування кількості нестач запасів на рік} = \\ 158.1 + 158,1 + 0,1 \times 60 + 1 \times 0,82 = 323,02 \text{ ф. ст. на рік.}$$

Це значення отримано з достатнім ступенем наближеності, проте ймовірніше всього воно є найкращим значенням, яке можна отримати досить просто. У цьому випадку змінна вартість запасів досить мала в порівнянні із вартістю закупівлі продукції ($0,50 \text{ ф. ст.} \times 20000 = 10000 \text{ ф. ст. на рік}$).

Приклад 7

Компанія "TechoStar" — великий оптовий магазин з продажу електротоварів за готівковий та безготівковий розрахунок. Магазин робить закупівлю телевізорів найбільш популярної марки у безпосереднього виробника по ціні 250 ф. ст. за одиницю. Середній обсяг продажів за 300 днів року складає 475 телевізорів. Подання кожного замовлення обходиться компанії у 50 ф. ст. Було оцінено, що витрати зберігання становлять 15% середньорічної вартості запасів. Час постачання замовлення – три дні. За даними про останні 50 циклів замовлення було отримано такий розподіл частот для попиту:

Розподіл попиту протягом постачання

Попит на телевізори протягом поставки, шт.	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Число замовлень циклу	1	2	6	8	10	8	8	5	2

Щоразу, коли запас товарів вичерпується, адміністрація оптового магазину подає термінове замовлення. Додаткова вартість цього замовлення, включаючи витрати виконання замовлень покупців, оцінюється приблизно 20 ф. ст. за телевізор.

Яку кількість телевізорів компанія "TechoStar" повинна замовляти одноразово і яким має бути рівень повторного замовлення в умовах, коли мета адміністрації компанії полягає у мінімізації вартості? Наскільки великий розмір резервного запасу, який відповідає даному рівню повторного замовлення?

Рішення

Загальна змінна вартість за рік = Річна вартість подачі замовлення +
 + Річні витрати на зберігання стандартного запасу +
 + Річні витрати на зберігання резервного запасу +
 + Річні витрати відсутності запасів

$C_0 = 50$ ф. ст. за замовлення;

$D = 475$ телевізорів у середньому протягом року;

$C_h = 0,15 \times 250$ ф. ст. = 37,50 ф. ст. за телевізор на рік;

$C = 250$ ф, ст. за телевізор;

$C_b = 20$ ф. ст. за телевізор.

Використовуючи середнє значення попиту та зафіксувавши розмір замовлення на рівні EOQ , отримаємо:

$$q = \sqrt{2 \times 50 \times 475 / 37,5} = 35,6$$

Як фіксований розмір замовлення виберемо значення, що дорівнює 36 телевізорам

$$\begin{aligned} TC &= C_0 D / q + h q / 2 + C_h \times (\text{резервний запас}) + C_b \times \\ &\quad \times (\text{математичне очікування числа виробів,} \\ \text{що становлять брак запасів, за рік}) &= 50 \times 475 / 36 + 37,5 \times 36 / 2 + 37,5 \times \\ &\quad \times \text{резервний запас} + 20 \times \\ &\quad \times (\text{математичне очікування розміру нестачі запасів за рік}) = \\ &\quad 1334,72 + 37,5 (\text{резервний запас}) + 20 \times \\ &\quad \times (\text{математичне очікування розміру нестачі запасів} \\ &\quad \text{протягом року}) \text{ (ф. ст. на рік)}. \end{aligned}$$

Необхідно визначити такий розмір резервного запасу, у якому досягається мінімум двох останніх видів витрат. Якщо попит протягом постачання не перевищує середнє значення, брак запасів відсутній. Проблема виникає лише у тому випадку, коли попит протягом постачання перевищує його середній рівень.

Середній попит за день складає: $475/300 = 1,58$ телевізорів. Таким чином, середній попит протягом постачання визначається як $1,58 \times 3 = 4,75$. Допустивши деяку похибку в округленні, вирішимо, що попит дорівнює 4 телевізорам. Розподіл ймовірностей значень попиту за час постачання можна знайти з відповідного розподілу частот:

Розподіл ймовірностей значень попиту у період поставки:

Попит на телевізори за час постачання, шт.	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Число циклів запасу	1	2	6	8	10	8	8	5	2
Вероятность	0,02	0,04	0,12	0,16	0,20	0,16	0,16	0,10	0,04

Розмір резервного запасу, необхідний відповідних значень попиту під час поставки:

Попит протягом поставки	Ймовірність виникнення такого попиту	Резервний запас, необхідний задоволення цього попиту
4	0,20	0
5	1,16	1
6	1,16	2
7	1,10	3
8	0,04	4

Для кожного із зазначених значень резервного запасу обчислимо математичне очікування розміру нестачі запасів протягом одного циклу. Потім, помноживши отримане значення на кількість циклів протягом року, отримаємо математичне очікування розміру нестачі запасів протягом

року. Для того, щоб отримати очікуване значення загальної вартості, що відповідає даному розміру резервного запасу, необхідно взяти до уваги витрати на зберігання додаткового запасу (37,5 ф. ст. за одиницю продукції) та витрати, пов'язані з нестачею запасів (20 ф. ст. за одиницю продукції). Кількість циклів запасу складе протягом року: $475/36 = 13,2$.

Значення вартості, що відповідають різному розміру резервного запасу:

Резервний запас	Задоволений попит	Математичне очікування кількост		Вартість ф. ст. на рік		
		протягом циклу	протягом року	Нестачі запасів	Резервного запасу	Загальна
4	8	0	0	0	$4 \times 37,5 = 150$	150,0
3	7	$1 \times 0,4 = 0,4$	$0,4 \times 13,2 = 0,528$	$0,528 \times 20 = 10,56$	$3 \times 37,5 = 112,5$	123,1
2	6	$2 \times 0,04 + 1 \times 0,01 = 1,8$	$0,18 \times 13,2 = 2,376$	$2,376 \times 20 = 47,52$	$2 \times 37,5 = 75$	122,5
1	5	$3 \times 0,04 + 2 \times 0,1 + 0,16 = 0,48$	$0,48 \times 13,2 = 6,336$	$6,336 \times 20 = 126,72$	$1 \times 37,5 = 37,5$	164,2

Очікуване значення загальної вартості зростає, отже, можна припустити, що її мінімум досягається у разі, коли резервний запас складається з 2 телевізори. Якщо припустити, що середнє значення попиту протягом часу поставки дорівнює 4, рівень повторного замовлення становитиме: $4 + 2 = 6$ телевізорів. В цьому у разі загальна змінна вартість за рік дорівнюватиме:

$$TC = 1334,72 + 37,5 \times (\text{резервний запас}) + 20 \times (\text{математичне очікування розміру нестачі запасу протягом року}) = 1334,72 + 75,0 + 47,52 = 1457,24 \text{ (ф. ст. на рік)}$$

Щоб мінімізувати річний показник загальної змінної вартості запасів, адміністрація компанії має періодично замовляти партії телевізорів обсягом 36 штук, коли рівень запасів знижується до 6 одиниць.

6. Циклічна система повторного замовлення

Основна циклічна модель повторного замовлення призначена для прийняття рішень з наступних двох питань:

1. Які межі фіксованого інтервалу, у якому слід здійснювати подання замовлення?
2. Яку кількість продукції необхідно замовляти?

Як і в попередньому випадку, розглянемо це завдання у два етапи, що дозволить нам отримати досить хороше, проте не обов'язково оптимальне, рішення. Зафіксуємо тривалість циклу T , не враховуючи коливання значень попиту та часу постачання замовлення. Значення T слід округлити до відповідної величини. Система управління запасами має бути побудована таким чином, щоб нею можна було легко керувати, тому абсолютно небажано, щоб особі, яка здійснює управління запасами, доводилося проводити перевірку запасів із незручними для нього інтервалами часу. Критерієм вибору розміру замовлення має бути мета створення системи управління запасами. Як і в попередньому випадку, досліджуємо цю проблему з точки зору мінімального рівня обслуговування та мінімальної вартості.

6.1. Модель І: досягнення мінімального рівня обслуговування

Для визначення фіксованого інтервалу повторного замовлення, не враховуючи будь-яких змін значень попиту чи часу постачання, знайдемо інтервал повторного замовлення, в якому досягається мінімальне значення загальної змінної вартості подачі замовлення та зберігання запасів:

$$\begin{aligned} \text{Загальна змінна вартість за рік} &= \text{Річна вартість подачі} \\ &\quad \text{замовлення} + \\ &\quad + \text{Річні витрати на зберігання} \end{aligned}$$

Якщо інтервал повторного замовлення дорівнює T років, кількість поданих за рік замовлень становитиме $1/T$. Розмір кожного замовлення дорівнює q , де $D = q/T$, отже, $q = DT$. Якщо не враховувати резервний запас, то середній рівень запасу складе $q/2 = DT/2$. Таким чином, загальна змінна вартість за рік визначається за такою формулою:

$$TC = C_0 \times (1/T) + C_h \times (DT/2) \text{ (ф. ст. на рік).}$$

Мінімум TC досягається, якщо

$$\frac{dTC}{dT} = 0 \text{ і } \frac{d^2TC}{dT^2} > 0$$

$$\frac{dTC}{dT} = \frac{-C_0}{T^2} + \frac{C_h D}{2} \text{ і } \frac{d^2TC}{dT^2} = \frac{2C_0}{T^3} > 0, \text{ якщо } T > 0$$

Якщо

$$\frac{dTC}{dT} = 0, \frac{-C_0}{T^2} + \frac{C_h D}{2} = 0$$

отже,

$$T = \sqrt{\frac{2C_0}{C_h D}}; \text{ порівняйте з } EOQ = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h}}$$

Після того, як значення T знайдено, проводиться його коригування відповідно з найзручнішим інтервалом перевірки наявності запасів. Якщо, наприклад, розрахунки показали б, що $T = 4,2$ дня, знайдене значення було б скориговано на інтервал перевірки запасів, що дорівнює одному тижню.

Тепер ми маємо знайти рівень запасів, який визначатиме розмір подається замовлення. Наприклад, можна прийняти рішення, що розмір замовлення на момент його подачі має бути обраний таким чином, щоб рівень запасів збільшився до 100 одиниць продукції за умови, що постачання замовлення здійснюється негайно. Отже, якщо рівень запасів дорівнює 35, розмір замовлення дорівнює 65, якщо ж рівень запасів дорівнює 43, розмір замовлення складе 57 одиниць продукції.

Приклад 8

Припустимо, що з деякого виду продукції рівень обслуговування збігається з розміром однієї нестачі продукції за умови, що цикл повторного замовлення складає чотири робочі тижні. Припустимо також, що рік складається із 50 робочих тижнів. Зафіксуємо час поставки замовлення на рівень двох тижнів. Попит на цю продукцію на тиждень апроксимується нормальним розподілом, середнє значення якого дорівнює 300 одиниць продукції на тиждень, а стандартне відхилення - 50 одиниць продукції на тиждень

Рішення

Число циклів запасу протягом року становитиме: $50/4 = 12,5$. Ймовірність брак запасу протягом циклу визначається як $1/12,5 = 0,08$. Отже, рівень обслуговування, якого потрібно досягти, дорівнює 0,92.

Змінний попит, який потрібно врахувати у процесі рішення, - це попит, з моменту прийняття рішення про подання замовлення до моменту отримання нової партії повторного замовлення, тобто, попит, що виникає протягом усього циклу повторного замовлення, а також попит протягом поставки, як було у рівневій моделі повторне замовлення. Припустимо, що розподіл попиту протягом 6 тижнів (тривалість циклу - 4 тижні плюс час поставки замовлення - 2 тижні) є нормальним і має середнє значення: $6 \times 300 = 1800$ одиниць продукції, і стандартне відхилення: $\sqrt{6 \times 50^2} =$

122,5 одиниць продукції. Відповідний графік розподілу попиту див. на рис. 6.1.

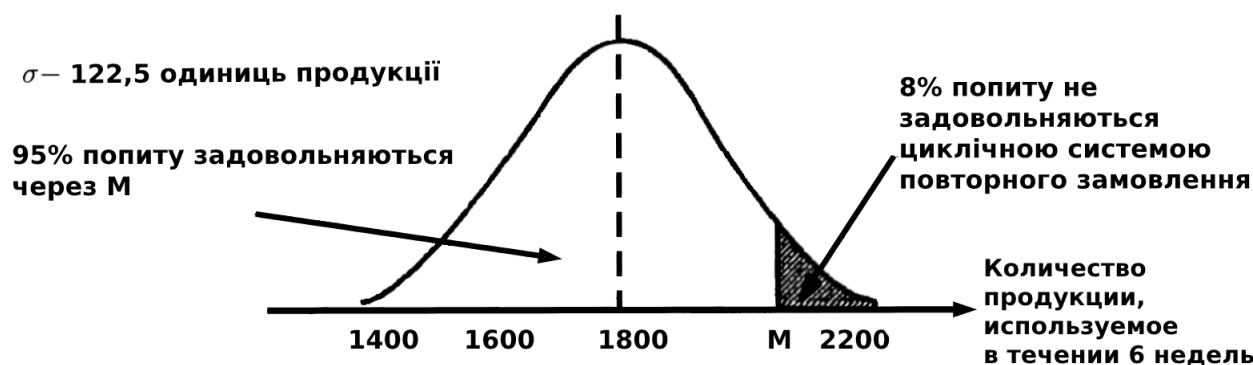


Рис. 6.1. Зміна попиту протягом повторного замовлення та часу постачання

Розмір замовлення вибирається таким чином, щоб рівень запасів зріс до величини M; M, у свою чергу, вибирається так, щоб ймовірність задоволення попиту протягом циклу запасу становила 92%. M представляє собою z стандартних відхилень від середнього, де

$$z = \frac{M - 1800}{122,5}$$

Отже, з таблиці для стандартного нормального розподілу знаходимо, що при $P(z > (M - 1800/122,5) = 0,08; z = 1,405$.

Таким чином,

$$1,405 = \sqrt{\frac{M - 1800}{122,5}}$$

Отже,

$$M = 1800 + (1,405 \times 122,5) = 1972,1$$

Отже, під час кожної перевірки наявності запасів, що проводиться один раз на 4 тижня, буде зроблено нове замовлення, розмір якого дозволить збільшити рівень запасів до 1972 одиниць продукції, за умови

негайного отримання замовлення. Така політика дозволить забезпечити рівень обслуговування, що дорівнює 92%, або в середньому нестачу запасів на рік.

6.2. Модель II: досягнення мінімальної вартості

Алгоритм, який застосовувався в моделі I, можна використовувати також для визначення найбільш прийнятної тривалості циклу повторного замовлення. Рівень запасів M , за якого досягається мінімум загальної змінної вартості за рік можна визначити за аналогією з методом, розглянутим нами в розділі 5, де визначається розмір необхідного резервного запасу.

Використовуючи дані прикладу 8, визначимо фіксований інтервал повторного замовлення:

$C_0 = 50$ ф. ст. за замовлення;

$D = 475$ телевізорів у середньому протягом року;

$C_h = 0,15 \times 250$ ф. ст. $= 37,5$ ф. ст. за телевізор на рік;

$C = 250$ ф. ст. за телевізор;

$C_b = 20$ ф. ст. за телевізор;

$L = 3$ дні.

Тривалість робочого року $= 300$ днів.

Оптимальний інтервал повторного замовлення визначається так:

$$T = \sqrt{\frac{2C_0}{C_h D}} = \sqrt{\frac{2 \times 50}{475 \times 37,5}} = 0,07 \text{ років.}$$

Оптимальний інтервал повторного замовлення складає: $0,07 \times 300 = 21$ робочий день. Припустимо, що робочий рік тривалістю 300 днів складається з 6 робочих тижнів, тоді найбільш прийнятним для подачі повторних замовлень буде інтервал, що дорівнює 4 тижням. Розмір замовлення, який визначається кожен раз на момент його подачі, повинен бути таким, щоб рівень запасів зріс до величини M за умови негайного отримання замовлення, де M мінімізує витрати зберігання резервного запасу та вартість нестачі запасів протягом року.

Розмір резервного запасу визначається як:

$B = (M - \text{середнє значення попиту протягом поставки та циклу})$

повторного замовлення).

Цикл повторного замовлення складає 4×6 робочих днів, а час постачання 3 робочі дні. Тому необхідно враховувати попит, що виникає протягом 27 робочих днів. Нам відомо, що річний попит дорівнює 475 телевізорам за 300 робочих днів, тому середнє значення попиту за 27 днів становитиме: $(475/300) \times 27 = 42,75$ телевізорів. Резервний запас дорівнює $M - 42,75$, а витрати його зберігання за рік - $(M - 42,75) \times 37,5$ ф. ст. на рік. Очікувані витрати, пов'язані з відсутністю запасу протягом року, залежать від коливання попиту протягом досліджуваних 27 днів. На жаль, ми не можемо зробити розрахунки через нестачі інформації, що є у нашому розпорядженні. На практиці нам би довелося згенерувати відповідний розподіл та перевірити його надійність, зібравши додаткові дані. Після того, як цей етап закінчиться, ми могли б приступити до розрахунків, у яких використовуються самі методи за винятком того моменту, що проведення цих розрахунків вимагало б набагато більше часу.

7. Інші аспекти теорії управління запасами

7.1. Розв'язання задачі управління запасами методом динамічного програмування

Розглядається система управління запасами з дискретною продукцією та динамічним детермінованим попитом. Підприємство розробляє стратегію поповнення запасів деякої продукції для заданого періоду часу, який складається з трьох етапів.

Відомі:

розмір заявки споживачів продукції (попит);

витрати на замовлення;

витрати зберігання одиниці виробленої продукції, причому вони змінюються в залежності від етапу.

Підприємство може придбати необхідну кількість продукції, замовивши її у виробника, або виготовити самостійно. Передбачається, що запаси поповнюються миттєво, запізнення поставки та дефіцит неприпустимі. Залежно від ринкової кон'юнктури підприємству може бути вигідно створювати запаси продукції для задоволення попиту в майбутні періоди часу, що пов'язане, проте, з додатковими витратами на зберігання запасів. Розробити програму управління запасами підприємства, тобто визначити обсяги замовлення й період його розміщення, щоб загальні витрати на постачання та зберігання продукції були мінімальними, а попит задовольнявся повністю й своєчасно. Для цього необхідно скласти математичну модель динамічної задачі управління виробництвом та запасами та вирішити її методом динамічного програмування, обґрунтовуючи кожен крок обчислювального процесу.

Рішення

Період i	Попит (од.) β_i	Витрати на оформлення замовлення k_i (грош. од.)	Витрати на зберігання (грош. од.) h_i
1	4	4	3
2	2	3	2
3	1	2	1

$$\text{Функція виробничих витрат: } c_i(y_i) = \begin{cases} 3y_i, & 0 \leq y_i \leq 2 \\ 3y_i, & y_i \geq 3 \end{cases}.$$

Тобто придбання перших двох од. коштує по 3 грош. од., а далі по 3 кожна додаткова.

$$\text{Отже } c_i(y_i) = 3y_i, y_i \geq 0$$

N - парне, тому початковий запас дорівнює $x_1 = 2$.

Крок 1.

$$x_1 = 2, \beta_1 = 4, \quad 0 \leq x_2 \leq 2 + 1 = 3. \quad \min(y_1) = \beta_1 - x_1 = 4 - 2 = 2$$

	$f_1(x_2, y_1) = c_1(y_1) + k_1 + h_1 x_2$				Оптим. Розв.	
x_2	$y_1 = 2$	$y_1 = 3$	$y_1 = 4$	$y_1 = 5$	$f_1(x_2)$	$\widehat{y}_1$
0	10	-	-	-	10	2
1	-	16	-	-	16	3
2	-	-	22	-	22	4
3	-	-	-	28	28	5

Крок 2.

$$\beta_2 = 2, \quad 0 \leq x_3 \leq 1.$$

	$f_2(x_3, y_2) = c_2(y_2) + k_2 + h_2 x_3 + f_1(x_3 + \beta_2 - y_2)$				Оптим. Розв.	
x_3	$y_2 = 0$	$y_2 = 1$	$y_2 = 2$	$y_2 = 3$	$f_2(x_3)$	$\widehat{y}_2$
0	0+22=22	6+16=22	9+10=19	-	19	2
1	2+28=30	2+6+22=30	11+16=27	14+10=24	24	3

Крок 3.

$$\beta_2 = 1, x_4 = 0.$$

	$f_3(x_4, y_3) = c_3(y_3) + k_3 + h_3x_4 + f_2(x_4 + \beta_3 - y_3)$		Оптим. Розв.	
x_4	$y_3 = 0$	$y_3 = 1$	$f_3(x_4)$	$\widehat{y_3}$
0	0+24=24	5+19=24	24	0

Таким чином загальні трати становлять 24 грош од.

$\hat{y}_1 = 2$ - рішення на першому кроці.

Але далі в нас 2 рішення мають однакові витрати. Тому є два варіанта продовження які приводять до таких же грошових витрат. Перший це $\hat{y}_2 = 2, \hat{y}_3 = 1$, а другий $\hat{y}_2 = 3, \hat{y}_3 = 0$

Рекурентне рівняння витрат:

$$f_1(x_2, y_1) = c_1(y_1) + k_1 + h_1x_2$$

$$f_i(x_{i+1}, y_i) = c_i(y_i) + k_i + h_ix_{i+1} + f_{i-1}(x_{i+1} + \beta_i - y_i)$$

Модель:

$$f_3(x_4, y_3) \rightarrow \min$$

$$y_i \geq 0, \quad i = \overline{1,3}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = \overline{1,4}$$

$$x_1 = 2$$

$$x_i, y_i \in \mathbb{Z}$$

x_i - запаси на початку етапа.

y_i - поповнення запасів впродовж етапу.

7.2. Порівняння різних моделей

Найпростіша модель управління запасами ґрунтується на рівнянні вартості запасів для певного періоду часу:

$$\begin{aligned} \text{ТС} = & \text{Вартість подачі замовлення} \\ & + \\ & \text{витрати зберігання (ф. ст. в одиницю часу)} = \frac{C_0 D}{q} + \frac{C_h D}{2} \end{aligned}$$

У даній моделі передбачається повний контроль за всіма аспектами системи управління запасами. Економічний розмір замовлення, якому відповідає мінімальне значення ТС, розраховується як:

$$EOQ = \sqrt{\frac{2C_0 D}{C_h}}$$

Існує безліч способів модифікації основної моделі для застосування її у різних ситуаціях. Включивши до рівняння загальну вартість покупки, можна оцінити вплив знижок на кількість. Використовуючи вартість C_b , що характеризує витрати при нестачі одиниці продукції на певний момент часу, у модель можна запровадити показник планової нестачі запасів. Брак можна дослідити або з погляду втрачених замовлень, або з погляду задоволення замовлень у міру отримання нових поставок продукції.

Ця модель застосовується не тільки до опису процесу отримання замовлень у зовнішнього постачальника, а й до опису процесу серійного виробництва продукції та створення запасів у рамках окремого підприємства. В даному випадку в як ЕОQ виступає економічний розмір партії ЕВQ, а вартість подачі замовлення C_0 замінюється вартість організації виробничого циклу C_s . В деяких випадках, після того як вироблено партію продукції, частина її залишається на складах, утворюючи цим запаси, а частина, що залишилася, безпосередньо використовується у виробничому процесі. Основна модель управління запасами може бути адаптована до цієї ситуації. Введення в модель невизначеності (наближення її до реальної дійсності) ускладнює процес її вирішення та дослідження. При вивченні невизначеності попиту та часу постачання замовлення може бути

розроблено різні види моделей, що відповідають різним цілям створення систем керування запасами.

У рівневій системі повторного замовлення визначається рівень запасів R , на якому проводиться замовлення строго певної кількості продукції EOQ. У циклічній системі повторного замовлення визначається фіксований інтервал часу T , протягом якого при замовленні різної кількості продукції рівень запасів піднімається до величини M . У кожній із цих систем можна використовувати один із двох критеріїв: або досягнення заздалегідь заданого рівня обслуговування, або мінімізація загальної вартості подачі замовлень, зберігання та відсутності (нестачі) запасів.

7.3. Особливості реальних задач управління запасами

Більшість систем управління запасами, що використовуються на практиці, включає у собі сотні і навіть тисячі найменувань продукту. Типовими прикладами є великий універмаг чи завод-виробник. Цілком природно, що у подібній ситуації різні види продукції будуть або повинні використовуватися по різному. Тому доцільно обмежити дослідження тими товарами, які мають високу річну вартість, не беручи до уваги продукцію з низькою річною вартістю. Одним із способів практичної реалізації цього положення є складання списку всіх видів продукції, що представляє собою запаси, в порядку зменшення річної вартості її продажу. Дуже мабуть, що у списку з'явиться ефект Парето, тобто, близько 20% товарів становитимуть 80% загальної вартості. Саме цим 20% видів продукції слідує приділити першочергову увагу, оскільки, як очікується, ці товари дозволять отримати найбільшу віддачу від досліджень у галузі моделювання систем управління запасами. Всередині цієї групи товарів, що мають високу річну вартість, можна виділити різні види продукції. Одні товари потрапляють у цю групу, оскільки вони використовуються у досить великих кількостях, інші — через досить високу вартість одиниці продукції.

Наприклад, під час обслуговування авіаліній використовується величезна кількість палива, один літр якого коштує лише кілька пенсів, проте річний показник вартості палива досить високий через великий обсяг його споживання. Крім цього, є запасні двигуни, річна вартість яких також висока, оскільки кожен із двигунів є досить дорогим. І той, і інший товар найімовірніше виявляться в числі найменувань продукції з списку, що становлять 20% товарів з найбільш високими показниками річної вартості, однак, способи моделювання завдань управління запасами для кожного із зазначених товарів будуть різні.

Проблеми, пов'язані з наявністю кількох видів продукції, можуть ще більше ускладнюватися при обмеженні на складські потужності чи фінансові ресурси, відпущені на створення запасів продукції. Практично будь-який магазин – це великий склад. Наявність прилавків або вільної площі є лімітуючим фактором, суворо визначеним з погляду планування

кожного конкретного магазину. У цьому випадку адміністрація повинна вирішити, який простір слід виділити кожному виду продукції. Дослідження щодо вдосконалення систем управління запасами та вивчення попиту споживача у великих універмагах ведуться вже багато років. Наприклад, смугові коди, автоматизовані контрольно-касові пункти, мікрокалькулятори – все це результати зусиль адміністрації магазинів із забезпечення наявності на своїх місцях необхідних товарів у певні моменти часу. Ми розглядали в основному моделі, у яких мінімізується загальна річна змінна вартість запасів, а між тим самим, різні торгові підприємства найчастіше організують роботу своїх магазинів таким чином, щоб отримувати максимальний прибуток.

Більшість систем управління запасами включає відразу кілька магазинів, наприклад, центральний універмаг, що здійснює постачання продукції в більш дрібні, підпорядковані йому магазини. У цій ситуації адміністрації доводиться приймати рішення про те, які товари слід зберігати та продавати тільки у центральному універмазі, а які — лише у дрібних магазинах, а які й у центральному, і в підлеглих йому магазинах. Крім того, адміністрація центрального універмагу має вирішити, в якому обсязі і з якою частотою слід замовляти кожен вид товарів. Необхідно зіставити витрати зберігання запасів на різних рівнях з адміністративними та транспортними витратами, пов'язаними з частою доставкою товарів від центрального універмагу до підпорядкованих йому магазинів. Математичну модель, що описує подібні проблеми, можна побудувати тільки при умові прийняття досить великої кількості спрощуючих припущень. Якщо система управління запасами є настільки складною, набагато кориснішими при її моделюванні можуть виявитися не математичні моделі, розглянуті в даній розділі, а імітаційні методи.

Висновки

В кваліфікаційній роботі вивчено теоретичні концепції, пов'язані з економічним розміром замовлення, оптимальними стратегіями замовлення та іншими аспектами управління запасами. Застосування математичних методів та моделей дозволило встановити оптимальні значення розміру замовлення та інтервалу між замовленнями для максимізації ефективності та зниження витрат, для конкретних прикладів розв'язано задачу управління запасами.

Список літератури

1. Методи та моделі прийняття рішень у міжнародному бізнесі, Литвиненко Н.П., Терещенко Т.О. – К.: Центр учбової літератури, 2021. –336 с.
2. Моделі та методи прийняття рішень : навч. посібник / О. Ф. Волошин, С. О. Мащенко. – К.: «Київський університет», 2010. – 336 с.
3. Теория принятия решений. Раздел : Риск. Методы оценки и измерения: учебно-методическое пособие / О. Д. Кичмаренко, Е. В. Платонова - Одесса: «Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова», 2013.-68 с.