Вiсник Одеськ. нац. ун-ту. Матем. i мех. – 2008. – Т.13, вип. 18. – С. 145–152

М Е Х А Н І К А

УДК 662.215.2

С. К. Асланов
Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ НЕУСТОЙЧИВЫХ КОЛЕБАНИЙ В ТВЕРДОТОПЛИВНОЙ КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

Асланов С. К. Математична теорiя збудження нестiйких коливань в твердопаливнiй камерi згоряння. На базi зв'язаної математичної постановки задачi про збурення побудована теорiя нестiйкостi фiзико-хiмiчних i термогазодинамiчних процесiв в камерi згорання твердого ракетного палива.
Ключовi слова: математична теорiя, нестiйкi коливання, твердопаливна камера згоряння.

Асланов С. К. Математическая теория возбуждения неустойчивых колебаний в твердотопливной камере сгорания. На базе сопряженной математической постановки задачи о возмущениях построена теория неустойчивости физико-химических и термогазодинамических процессов в камере сгорания твердого ракетного топлива.
Ключевые слова: математическая теория, неустойчивые колебания, твердотопливная камера сгорания.

Aslanov S. K. The mathematical theory of unstable oscillations stimulation into combustion chamber of rigid propellant. On the base of the conjugate mathematical formulation problem about disturbances the instability theory of physical-chemical and thermogasdynamical processes into combustion chamber of propellant was constructed.
Key words: mathematical theory, unstable oscillations, combustion chamber.

Введение. В результате многочисленных опытов с модельными ракетными двигателями (РД) твердого топлива (ТТ) и натурных огневых испытаний камер сгорания (КС) хорошо известен [1] разнообразный характер самовозбуждения неустойчивых колебаний в широком диапазоне частот, начиная от нескольких герц низкочастотного (н.ч.) интервала и кончая десятком килогерц высокочастотного (в.ч.), т. е. акустического интервала. Такое многообразие развития неустойчивости порождается необычайной сложностью протекающих в КС физико-химических и термогазодинамических процессов, за счет инерционности которых формируются различные механизмы обратной связи. Эти процессы включают в себя, по крайней мере, четыре характерных масштаба времени, существенно отличающихся друг от друга. А именно: акустический — τ_a, связанный с конечным объемом КС; тепловой — τ_0, связанный с приповерхностным прогревом твердой (конденсированной) фазы исходного топлива; масштаб — τ_1, связанный с газофазными превращениями непосредственно у горящей поверхности ТТ; масштаб — τ_2, связанный со временем пребывания окончательных продуктов реакций внутри КС.

Поэтому в имеющихся теоретических исследованиях неустойчивости горения ТТ в камере преобладает предельное упрощение применяемых подходов, когда указанная выше совокупность стационарных процессов рассматривается односторонним путем (без учета их взаимного влияния). Большинство таких исследований остается в рамках диффузионно-теплового аспекта горения конденсированных (к-) систем, с которым можно связать лишь н. ч. – диапазон неустойчивости. Анализ в. ч. – диапазона ограничивался лишь подробным рассмотрением акустической проводимости горящей поверхности ТТ, от величины которой зависит характер отражения импульсов давления, пришедших извне. Физический подход [2] к газодинамической неустойчивости относительно акустических волн, спонтанно возникающих внутри пламени, был основан на качественных соображениях, исходя из предложенного механизма забрасывания в зону газофазных превращений мелких капель, диспергируемых с горящей поверхности ТТ. В анализе [3] малых возмущений стационарного процесса горения пороха в полузамкнутом объеме введено в рассмотрение характерное время пребывания внутри него продуктов реакции, но изменение давления в этом объеме не учитывалось. Попытка такого учета для горения в свободном пространстве осуществлена [4] в сопряженной математической постановке задачи о возмущениях (для зон ТТ и газообразных продуктов сгорания), в которой участвуют пульсации температурного напряжения на горящей поверхности.

Основные результаты. В настоящей работе математическая теория возбуждения неустойчивых колебаний в камере сгорания ТТ построена на базе сопряженной постановки задачи о возмущениях, включающей в себя как изменения температурного профиля предварительного прогрева к-фазы топлива, так и последующие газодинамические процессы внутри объема КС. Таким образом, удается учесть взаимодействие указанных составляющих нестационарного процесса горения ТТ, которые характеризуются совокупностью всех временных масштабов $\tau_0, \tau_1, \tau_a, \tau_2$. Поскольку внимание будет сосредоточено на продольных модах колебаний, естественно воспользоваться квазиодномерной схематизацией геометрии КС в виде канала постоянного поперечного сечения. Спереди он ограничен зарядом ТТ, производящим с поверхности своего торца газообразные продукты сгорания, которые в дальнейшем истекают через выходное сопло. Простейшие предположения о безинерционности химических реакций разложения твердого вещества (во фронте $x = 0$) и сгорания образующихся промежуточных газообразных реагентов (во фронте $x = L_1$) приводят в подвижной системе отсчета, связанной с горящим торцом ТТ, к следующим друг за другом стационарным потокам сред. Прогретый теплопроводностью слой к-фазы топлива занимает область "0" ($x \leq 0$) и имеет скорость V_0, совпадающую со скоростью стационарного распространения процесса горения ТТ. За ней следует пародымогазовая, так называемая «темная» зона "1" $(0 < x < L_1)$ газообразных превращений промежуточных реагентов, движущихся со скоростью V_1;$L_1 = V_1\tau_1$. Процесс завершается областью "2" $(x > L_1)$ окончательных продуктов сгорания, перемещающихся со скоростью V_2 и покидающих КС через выхлопное сопло $x \cong L_2 = V_2\tau_2$. В силу чрезвычайной малости величины V_0 скорости горения ТТ по сравнению с таковыми V_1 и V_2 для газообразных сред изменением положения выходного сопла, вызванным движением системы отсчета, можно пренебречь. Все параметры перечисленных стационарных потоков обозначаются индексами в соответствии с нумерацией областей. Величины этих параметров для областей "1" и "2" могут быть найдены из законов сохранения на фронтах разложения ТТ $x = 0$ и горения $x = L_1$ как скачках разрежения с заданными притоками энергии, скоростью горения V_0 и физико-химическими свойствами исходного топлива. Стационарный температурный профиль предварительного прогрева ТТ (область "0") описывается в [5] решением соответствующего уравнения теплопроводности в виде

$$T^{(0)} = T_0 + (T_{no} - T_0)\exp(V_0 x/\chi_0). \tag{1}$$

Здесь χ_0 и T_0 — температуропроводность и начальная температура ТТ, т.е. вдали от горящей поверхности $x = 0$ с температурой $T_{no}; \tau_0 = \chi_0/V_0^2$ — характерное время процессов к-фазе.

Распределение температуры (1) в исходном ТТ вместе с кусочно-постоянными значениями стационарных параметров в областях "1" и "2" принимаются в качестве основного решения системы общих уравнений теплопроводности и газовой динамики [5]

$$\begin{gathered} L(T) = \chi_0 \tfrac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \quad L(\rho) = -\rho \tfrac{\partial V}{\partial x}; \quad L(V) = -\tfrac{1}{\rho}\tfrac{\partial P}{\partial x}; \quad L(S) = 0; \\ S \approx (P/\rho^{\gamma}); \\ L() = \tfrac{\partial}{\partial t} + V \tfrac{\partial}{\partial x} \end{gathered} \tag{2}$$

для исследования неустойчивости рассматриваемого сопряженного процесса в схематизированной КС. Здесь P, ρ, V, T, γ — давление, плотность, скорость, температура к-фазы, энтропия, отношение теплоемкостей газовых течений.

Линеаризованные возмущения, накладываемые согласно уравнениям [2] на это основное решение и выбираются в форме заданного типа экспоненциальной зависимости от времени $()' \sim exp(\Gamma_j x + \omega t)$ с неизвестным ω. Возмущение положения границ $x = 0 (x = L_1)$ между областями течения задается также в виде $\varepsilon_0(\varepsilon_1) \sim exp \omega t$. В результате проблема устойчивости приводится к задаче на собственные значения ω. Эффект динамической деформации твердой фазы по сравнению с таковым для газообразного состояния "1", "2" не учитывается: $V_0 \equiv 0, \rho_0' \equiv 0$. Поскольку предметом исследования служит неустоичивость по отношению к спонтанно возникающим внутренним возмущениям, из двух решений для ТТ в области "0" ($x < 0$) следует оставить лишь то, которое неограниченно убывает от горящей поверхности $x = 0$ вглубь ТТ, так что из (2) будем иметь

$$\Gamma_0 = \frac{V_0}{2\chi_0}\left(1 + \sqrt{1 + 4\frac{\omega}{\omega_0}}\right), \omega_0 = \frac{V_0^2}{\chi_0^2}. \tag{3}$$

Исходя из идеальности газовых течений, в каждой из областей "1" и "2" ($j = 1, 2$) будем иметь по два (8) акустических возмущения (индекс "a") и по одному энтропийскому (индекс "S") переносимому со средой, т. е. уравнения (2) приводят к

$$\Gamma_{ja}^{(\pm)} = -\frac{\omega}{V_j}\frac{M_j}{M_j \pm 1}, \Gamma_{js} = -\frac{\omega}{V_j}, M_j = \frac{V_j}{a_j}, \tag{4}$$

где M — число Маха, a — скорость звука; $L_2 = a_2 \tau_a$.

Таким образом, в совокупности с возмущениями положений поверхностей газификаций ТТ (ε_0) и плоскости окончания газофазных превращений "1" (ε_1) приходим к наличию в данной постановке задачи без начальных условий к девяти возмущениям экспоненциального типа.

В качестве граничных условий для них используются законы сохранения массы, импульса и энергии в виде интегральных теорем [5], которые применяются к возмущенной области "1" газофазных превращений и к слою в окрестности плоскости $x = L_2$ окончания этих превращений, целиком включающей в себя ее возмущенное положение. В результате окончательно можно прийти к уравнению при $x = 0$

$$\begin{gathered}(1-q)\frac{d\varepsilon_0}{dt} - (1-\frac{1}{\delta})\frac{d\varepsilon_1}{dt} - \sigma'_{10} = 0,\\ \frac{K\alpha}{m_0}(T' + \frac{dT^{(0)}}{dx}\varepsilon_0) - \sigma'_{11} = 0,\\ (1 - \frac{1}{q} - \frac{\chi_0 c_0}{qV_0^3}\frac{dT^{(0)}}{dx})\frac{d\varepsilon_0}{dt} + (\delta-1)\frac{d\varepsilon_1}{dt} + \frac{c_0}{V_1}(T' + \frac{\chi_0}{V_0}\frac{\partial T'}{\partial x}) - R'_1 = 0\end{gathered} \tag{5}$$

и при $x = L_1$ —

$$\delta\sigma'_{10} - \sigma'_{20} = 0,\ \sigma'_{11} - \sigma'_{21} = 0,\ R'_1 - \delta R'_2 = 0,$$

где

$$\sigma'_{j1} = (1+\ell)V'_j + (1+M_j^2)\frac{P'_j}{\rho_j V_j} - \frac{V_j}{\ell_{pj}}S'_j,\ R'_j = V'_j + \frac{P'_j}{\rho_j V_j} + \frac{V_j}{\ell_{pj}}\frac{S'_j}{(\gamma-1)M_j^2}\, m_0 =$$

$$= \rho_0 V_0, q = V_1/V_0 = \rho_0/\rho_1 \gg 0; \delta = V_2/V_1 = \rho_1/\rho_2 > 1.$$

Большая величина K требует учета температурного напряжения в балансе импульса, тем более что ниже везде будут фигурировать только $K_{\alpha q}$. Влияние термической деформации в уравнении теплопроводности и законах сохранения не учитывается по причине относительной малости [7].

Седьмое граничное условие следует из того, что в критическом сечении выходного сопла Лаваля ($x \approx L_2$) всегда обеспечивается режим максимального расхода [6], поскольку давление в КС реактивного двигателя намного превосходит наружное. Вытекающее отсюда отсутствие изменения расхода при линеаризованных возмущениях состояний дает следующее требование:

$$V'_2 + \frac{P'_2}{\rho_2 V_2} - \frac{V_2}{C_{p2}}\left[1 + \frac{2}{(\gamma_2+1){M_2}^2}\right]S'_2 = 0, \qquad \text{при } x \cong L_2. \tag{6}$$

Остальные два условия, необходимые для математического замыкания настоящей задачи о возмущениях, должны описывать взаимодействие между возникающими термогазодинамическими возмущениями и физико-химическими процессами, происходящими при разложении k-фазы и сгорании в темной зоне "1" образующихся при этом промежуточных реагентов, выражающимися, в конечном итоге, изменениями массовой скорости сгорания ТТ $\rho_0(d\varepsilon_0/dt)$ и протяженности зоны промежуточных реагентов "1" $L_1' = \varepsilon_1(t+\tau_1) - \varepsilon_0(t)$.

Тем самым данные условия приобретают характер уравнений для формирующихся механизмов обратной связи, а их ввод производится с позиций квазистационарности процессов, протекающих в k-фазе топлива и в «темной» зоне.

Это позволит варьировать известный вид стационарных зависимостей [8] для массовой скорости горения ТТ и температуры его горящей поверхности: $m, T_n/(\varphi, p)$, где φ, p — градиент температуры k-фазы и давление газа непосредственно на указанной поверхохсти. Исключая φ и следуя методике [8] перевода зависимости $(\varphi, p \to (T_0, p_1))$, можно, в итоге, получить для приращения скорости горения $m' = -\rho_0(d\varepsilon_0/dt)$ следующее уравнение при $x = 0$:

$$\frac{d\varepsilon_0}{dt} + \alpha_1 \frac{{V_0}^2}{\chi_0} q\varepsilon_0 + \gamma_1\alpha_2(1-\alpha_3)\frac{{P_1}'}{\rho_1 V_1} M_1^2 + \frac{\alpha_1 V_1}{T_{no} - T_0} T' = 0, \tag{7}$$

где $\alpha_1 = \frac{k}{r}$, $\alpha_2 = \frac{\nu(r-1)-\mu k}{k+r-1}$, $\alpha_3 = \frac{\mu(k-1)-\nu r}{\nu(r-1)-\mu k}\alpha_1$.

$$k = (T_{no} - T_0)\frac{\partial(\ln m_0)}{\partial(\ln T_0)},\ r = \frac{\partial T_{no}}{\partial T},\ \mu = \frac{1}{T_{no} - T_0}\ \frac{\partial T_{no}}{\partial p_1}, \nu = \frac{\partial(\ln m_0)}{\partial(\ln p_1)}$$

находятся из стационарных законов горения: $m_0, T_{no}/(T_0, p_1)$.

Простейшее предположение о процессе сгорания прмежуточных реагентов области "1" в нормальном фронте пламени $x = L_1$ позволяет найти приращение L_1' протяженности этой зоны газофазных превращений с полностью варьирования выражения для оценки толщины предпламенного прогрева $L_1 \cong \frac{\chi_1}{V_1}$, $\chi_1 = \lambda_1/(\rho_1 V_1 C_p)$; коэффициент теплопроводности λ_1 и теплоемкость C_p принимаются постоянными. За величину вариаций P_1, V_1, S_1 естественно принять, по аналогии с [9], суммарные измерения возмущений, интегрально накопленных в зоне "1" при движении прогревающейся частицы смеси вдоль траектории $x = V_1(t'-t)$. В результате получим второе упавнение обратной связи

$$\frac{L_1'}{L_1} = \frac{1}{L_1}\big[\varepsilon_1(t+\tau_1) - \varepsilon_0(t)\big] = -\int\limits_t^{t+\tau_1} \frac{\partial\sigma_{10}^{'}}{\partial x}|_{x=V_1(t')-1}\, dt'. \tag{8}$$

Постановка возмущений типа (3), (4) в условиях(5)–(8) приводит к системе девяти линейных однородных уравнений относительно амплитуд этих возмущений. Равенство нулю ее определителя дает окончательно сложное трансцендентное уравнение для искомых собственных значений ω следующего вида:

$$\tilde{\omega}(shu + F_1 M_1 + F_2 M_2^2) = 0. \tag{9}$$

Громоздкие выражения F включают в себя, наряду с $\bar{\omega} = \omega\tau_0$, $u = \omega\tau_a$, $u_2 = \omega\tau_2$, $z = \omega\tau_1$, также весь комплекс фигурировавших выше характеристик стационарного режима процессов в КС.

Разделение н.ч.- и в.ч.-неустойчивости производится с позиции $\xi = \tau_a/\tau_0 \ll \ll 1$, т. е. разведения между собой величин временных масштабов акустических процессов в КС и тепловой релаксации в k-фазе. Так, в случае в.ч.-неустойчивости в качестве основного масштаба времени естественно выступает

τ_a, т. е. считается $u \sim 1$. Тогда для реализации механизма положительной обратной связи необходимо согласование масштабов времени процессов в газовой фазе области "1" («темной» зоне) и акустических в объеме КС, т. е. выполнение $\tilde{\tau} = \tau_1/\tau_a \sim 1$.

Поскольку скорость продуктов реакции в КС невелика, то число Маха $M_2 = L_2/a_2 = \tau_a/\tau_2 \ll 1$ можно принять в качестве асимптотически малого параметра и искать решение уравнения (9) в виде представления по степеням M_2

$$u = u_0 + u_1 M_2 + O(M_2^2). \qquad (10)$$

При этом $z = u\tau_1/\tau_a, \tilde{\omega} = u\tau_0/\tau_a$ выражаются через u. В результате находим

$$shu_0 = 0, \quad u_0 = in\pi, \qquad (n = 0, 1, 2, ...),$$

$$u_1 = \gamma_2(1 - \frac{1}{\gamma_1})\frac{\rho_0 c_0}{Kaq}\sqrt{\frac{n\pi}{2\xi}}\{N_+ - 1 + i(N_- - 1)\}, \qquad (11)$$

где

$$N_+ = N[\cos(n\pi\tilde{\tau}) \pm \sin(n\pi\tilde{\tau})], N = (n\pi\tau)^2 b + a, a = \sqrt{2}(1 - \frac{\gamma_1}{\gamma_2\delta}\frac{\gamma_2 - 1}{\gamma_1 - 1}) > 0,$$

$$b = \sqrt{2}(1 - \frac{1}{\delta}) > 0, \xi = \frac{\tau_a}{\tau_0} \ll 1.$$

Причем слагаемое $u_1 M_2 \sim (M_2/\sqrt{\xi})$ будет действительно носить характер асимптотической поправки в (10), коль скоро можно считать $(M_2/\xi) \sim 1$. Таким образом, критерий возбуждения неустойчивых колебаний $Reu_1 > 0$ определяется неравенством

$$N_+ > 1, \quad \text{или} \quad \sqrt{2}N\cos[(n\pi\tilde{\tau}) - (\pi/4)] > 1, \qquad (12)$$

в котором $N > 0$ всегда, а величина δ выражается через тепловыделение Q в газовой фазе: $\delta - 1 = (Q/a_1^2)$.

Заключение. Полученный критерий дает совокупность участков возбуждения прогрессивно нарастающих колебаний в зависимости от параметра $\tilde{\tau}$ количественного согласования временных масштабов акустики КС и газофазных превращений «темной» зоны. Главный член u_0 асимптотики (10) соответствует по (11) значениям акустических частот для закрытой с обоих концов трубы длины L_2, что совпадает с известными наблюдениями для КС [1]. Мнимая часть u_1 служит асимптотической поправкой этих частот на различные эффекты течения внутри камеры.

В н.ч.-неустойчивости в качестве основного масштаба времени выступает тепловой τ_0, т. е. $\tilde{\omega} = \omega\tau_0 \sim 1$. Тогда для реализации механизма положительной обратной связи необходимо согласование масштабов времени процессов в k-фазе и прибывания продуктов в КС, т. е. $\tilde{\tau_2} = (\tau_2/\tau_0) \sim 1$. Решение уравнения (9) можно искать в виде представления по степеням малого параметра ξ

$$\tilde{\omega} = \tilde{\omega_0} + \tilde{\omega_1}\xi + O(\xi^2), \qquad (13)$$

при этом $u = \tilde{\omega}\xi$, $z = \tilde{\omega}\xi\tilde{\tau}$ выражаются через $\tilde{\omega}$.

В результате для главного члена ω_0 асимптотически (13) будем иметь следующее трансцендентное уравнение с бесконечным множеством комплексных корней:

$$(\frac{1}{2}e^{-\tilde{\omega_0}\tilde{\tau_2}}-1)\{1+\frac{C}{\delta K_2}[(\Gamma_0-1)(\frac{1}{\tilde{\omega_0}}+\tilde{\alpha_1})-1]\}+\frac{1}{\gamma_2-1}(\frac{\gamma_2}{\gamma_1 K_2}-\tilde{\omega_0}\tilde{\tau_2})=0, \quad (14)$$

где $C=\frac{C_0(T_{no}-T)}{a_1^2}$, $K_2=C\tilde{\alpha_1}\frac{K\alpha q}{\rho_0 C_0}$, $\tilde{\alpha_1}=[c\alpha_2\gamma_1\frac{K\alpha q}{\rho_0 C_0}(1-\frac{\alpha_1\beta_2}{\alpha_2\beta_1})+\frac{\alpha_1}{\beta_1}]^{-1}$.

Выделение в последнем $y=\sqrt{4\tilde{\omega_0}+1}=2\Gamma_0(\chi_0/V_0)-1$ и последующее возведение в квадрат позволяет получить квазилентный член с главным членом [10]. Согласно теореме Л. С. Понтрягина, безусловная неустойчивость имеет место лишь для квазимногочленов без главного члена. Поэтому в нашем случае должен существовать критерий, определяющий н.ч.-неустойчивые колебания ($Re\tilde{\omega_0}>0$). Совокупность участков их возбуждения и соответствующие частоты могут быть найдены численными расчетами. С целью получения двусторонней аналитической оценки диапазонов неустойчивости имеет смысл рассмотреть два предельных математических случая — $\tilde{\tau_2}<<1$ и $\tilde{\tau_2}>>1$.

В первом из них для главного члена асимптотики $\tilde{\omega_0}=\tilde{\omega}_{00}+\tilde{\omega}_{01}\tau_2+\ldots$ приходим в конечном итоге из (14) к квадратному уравнению по y. Нетрудно убедиться, что неустойчивость его комплексных корней, с которой связаны нарастающие колебания, возможна при

$$\frac{K\alpha q}{\rho_0 C_0}\gamma_1\beta_1>1-\frac{C\gamma_1}{2\delta}(1-\frac{1}{\gamma_2})(1-\beta_2), \qquad Re(\tilde{\omega}_{00})>0. \quad (15)$$

Асимптотика второго предельного случая $\tilde{\omega_0}=(\tilde{\omega}'_{00})/\tilde{\tau_2}+O(1)$ приводит уравнение (14) к следующему виду:

$$exp(-\tilde{\omega}'_{00})=[2\tilde{\omega}'_{00}/(\gamma_2-1)]+1+2\gamma_2[1+\rho_0C_0/(K\alpha qC)]/(\gamma_2-1)$$

Исследуя его комплексные корни, можно выделить область неустойчивых колебаний

$$(Re(\tilde{\omega}'_{00})>0): \qquad \frac{K\alpha qC}{\rho_0 C_0}\gamma_1\beta_1<1. \quad (16)$$

Таким образом, полученные неравенства (15), (16) совместно ограничивают зону неустойчивости решений общего уравнения (14).

1. **Исследование** реактивных двигателей на твердом топливе [текст] / Под ред. Саммерфилда. – М: ИЛ, 1963. – 244 с.
2. **Щелкин К. И.** О высокочастотных пульсациях при горении твердого топлива [текст] / К. И. Щелкин // Доклады АН СССР. – Том 156, № 5. – 1964. – С. 1176–1179.
3. **Зельдович Я. Б.** Об устойчивости горения порохов в полузамкнутом объеме [текст] / Я. Б. Зельдович // ПМТФ, – № 1. – 1963.
4. **Асланов С. К.** Внутренние возмущения давления и устойчивость горения твердого топлива [текст] / С. К. Асланов // Горение конденсированных систем. – АН СССР, Черноголовка. – 1977. – С. 59–67.

5. **Ландау Л. Д.** Гидродинамика [текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1987. – 256 с.
6. **Лойцянский Л. Г.** Механика жидкости и газа [текст] / Л. Г. Лойцянский. – М.: Физматгиз, 1950. – 784 с.
7. **Ландау Л. Д.** Теория упругости [текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1987. – 256 с.
8. **Новожилов Б. В.** Нестационарное горение твердых ракетных топлив [текст] / Б. В. Новожилов. – М.: Наука, 1973. – 145 с.
9. **Асланов С. К.** Критерий неустойчивости медленного горения газовых смесей [текст] / С. К. Асланов // Физика горения и взрыва. – № 3. – 1965.
10. **Постников М. М.** Устойчивые многочлены [текст] / М. М. Постников. – М.: Наука, 1981. – 176 с.
11. **Афанасьев В. В.** Расчеты электрических цепей на программируемых микрокалькуляторах [текст] / В.В. Афанасьев, О.Н. Василевский. – М.: Энергоиздат, 1992. – 190 с.