

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова  
Інститут математики, економіки і механіки  
Кафедра математичного аналізу

## Дипломна робота

бакалавра

на тему: **Про обернену нерівність Гельдера**

«On the reverse Holder inequality»

Виконав: студент денної форми навчання  
напряму підготовки  
6.040201 Математика

Сухінін Артем Олександрович

Керівник: д. ф.-м. н. Кореновський А. О.

Рецензент: *зоч. Леончик Є.Ю.*

Рекомендовано до захисту:  
Протокол засідання кафедри  
№ 7 від «26» 05, 2017р.

Завідувач кафедри

*А.М. Кореновський*

Захищено на засіданні ЕК № \_\_\_\_\_

Протокол № 15 від «13.06.2017р.

Оцінка задов. / Д / 70

Голова ЕК

*Сухінін* Шоголев С.А.

*ш/к 593 743*

Одеса — 2017 р.

## ЗМІСТ

<b>Вступ</b>	3
<b>1 Степеневі середні та їх властивості</b>	4
<b>2 Обернена нерівність Гельдера</b>	10
<b>3 Обернена нерівність Гельдера для степеневих функцій</b>	13
<b>Висновки</b>	18
<b>Список літератури</b>	19

## ВСТУП

В даній роботі вивчається обернена нерівність Гельдера на додатній піввісі та проблема розширення цієї нерівності на всю дійсну вісь для невід'ємних монотонних функцій на  $\mathbb{R}_+ = (0, +\infty)$ , зокрема для степеневі функції  $f(x) = x^{-1/\gamma}$  ( $\gamma \neq 0$ ) і її парного продовження. Особлива увага приділяється граничним випадкам степеневих середніх та їх відношенню.

Основною задачею є знаходження точної верхньої межі відношення показників  $\|\bar{f}\|_{\alpha,\beta}, \|f\|_{\alpha,\beta}$ , що виражається сталою  $K_{\alpha,\beta}$ . Результати отримані для випадків, коли один з показників  $\alpha, \beta$  або 0, або  $+\infty$ .

Обернена нерівність Гельдера та класи функцій, що їй задовільняють, часто застосовуються в теорії вагових просторів та при вивченні властивостей максимальних операторів Харді-Літтлвуда, оператора Кальдерона-Зігмунда та інших. Також дані класи функцій застосовуються при вивченні квазіконформних відображення та для вивчення поведінки розв'язків дифференціальних рівнянь.

Робота складається зі вступу, трьох розділів, висновка і списку літератури. У першому розділі надається означення для степеневих середніх та основні властивості, якими вони володіють. Другий розділ присвячений оберненій нерівності Гельдера для довільних монотонних функцій. Детальні обчислення та властивості оберненої нерівності Гельдера для степеневі функції і її парного продовження надані у третьому розділі.

## ВИСНОВКИ

У данній роботі вивчалася проблема продовження оберненої нерівності Гельдера для степеневих функцій з додатньої піввісі на всю дійсну вісь. Особлива увага приділялася випадкам, коли один з параметрів  $\alpha, \beta$  дорівнює нулю або прямує до нескінченності. Отримали аналітичні вирази для  $\mathcal{K}_{\alpha, \beta}$ , що дозволяє знаходити точні значення зміни відношення середніх для фіксованих  $\alpha, \beta$  при парному продовженню функції  $f(x) = x^{-1/\gamma} (\gamma \neq 0)$ .

Найкращий результат було отримано при  $\alpha = 0, \beta = +\infty$  та  $\alpha = -\infty, \beta = 0$ . В цьому випадку вдалося отримати точне значення змінної  $\eta$ , для кожного фіксованого  $\gamma$ , при якій досягається масимальне значення виразу  $\mathcal{K}_{0, +\infty}$ . В інших випадках знайти точне значення  $\mathcal{K}_{\alpha, \beta}$  не вдалося, через складність отриманих рівнянь.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. — 7-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 572 с.
2. Кореновський А. О. Середні коливання, обернені нерівності та рівновимірні переставлення функцій: дис. ...доктора фіз.-мат. наук : 01.01.01/Кореновський Анатолій Олександрович.-О.,2006.-324 с.
3. Кореновский А. А. Об обратном неравенстве Гёльдера / А. А. Кореновский // Матем. заметки. — 2007. — Т. 81, вып. 3. — С. 361–373.
4. Харди Г. Г. Неравенства / Г. Г. Харди, Дж. Е. Литтлвуд, Г. Полиа; пер. с англ. В. И. Левина; с доп. В. И. Левина и С. Б. Стечкина. — М.: Гос. изд-во иностр. лит., 1948. — 456 с.
5. Натансон, И.П. Основы теории функций вещественной переменной / И.П. Натансон. — Л. : ЛГУ, 1941. — 294 с.