# Пространство Бергмана и проектор Бергмана в кольце

З. М. Лысенко

*Институт математики, экономики и механики ОНУ им. И. И. Мечникова, Одесса, Украина*
ivanpribegin@rambler.ru

Пусть $D$ — область в комплексной плоскости $\mathbb{C}$. В пространстве $L_2(D)$ со стандартной плоской мерой Лебега $d\nu(z) = dxdy, z = x + iy$, рассмотрим замкнутое подпростанство $A^2(D)$ (пространство Бергмана по области $D$), состоящее из функций, аналитических в $D$ ; $E \simeq G$ — изоморфизм пространств $E$ и $G$.

Обозначим

$$K_j = \{z \in \mathbb{C} : 0 < |z| < R_i\},\ j = \overline{1,2}; \quad K = \{z \in \mathbb{C} : 0 < R_1 < |z| < R_2\}.$$

**Теорема 1.** $A^2(K) \simeq A^2(K_1) \oplus A^2(K_2)$.

Через $B_k$ обозначим проектор (проектор Бергмана) пространства $L_2(K)$ на $A^2(K)$. Введём также обозначения: $\ell_2^+$ — подпространство $\ell_2$, состоящее из последовательностей $\{c_n\}_{n\in\mathbb{Z}}$ таких, что $c_n = 0$, $n \in \{-1; -2; \dots\}$; $P^+$ — ортогональный проектор $\ell_2$ на $\ell_2^+$; $L_0^i$ — одномерное подпространство пространства $L_2([0; R_j), rdr)$, порождённое $\ell_0^j = \sqrt{2}/R_j$, $j = 1, 2$; $P_0^j$ — одномерный проектор $L_2([0; R_j), rdr)$ на $L_0^j$, имеющий вид

$$P_0^j f = \frac{2}{R_j^2} \int\limits_0^1 f(\rho)\rho d\rho,\ j = 1, 2.$$

Из результатов, полученных для случая единичного круга (см. [1]) вытекает

**Теорема 2.** *Существует унитарный оператор $U$, устанавливающий изометрический изоморфизм пространства $L_2(K)$ на*

$$(L_2([0; R_1), rdr) \otimes \ell_2) \otimes (L_2([0; R_2), rdr) \otimes \ell_2),$$

*при котором:*

*a) пространство Бергмана $A^2(K)$ в круговом кольце $K$ отображается на $(L_0^1 \otimes \ell_2^+) \otimes (L_0^2 \otimes \ell_2^+)$;*

*b) $UB_kU^{-1} = (P_0^1 \otimes P^+) \otimes (P_0^2 \otimes P^+)$.*

1. N. L. Vasilevski, Commutative Algebras of Töplitz Operators on the Bergman Space, Basel : Birkhäuser, 2008. – 417 pp.