

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

(повне найменування вищого навчального закладу)

Інститут математики, економіки і механіки

(повне найменування інституту/факультету)

Кафедра диференціальних рівнянь

(повна назва кафедри)

Дипломна робота

спеціаліста

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему: «Побудова та дослідження різноманітних математичних
моделей»

Виконала: студентка заочної форми навчання
напряму підготовки 7.04020101 Математика

Малішенко Вікторія Петрівна

(прізвище, ім'я, по-батькові)

Керівник кандидат фіз.-мат. наук

доцент Шарай Н. В.

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали, підпис)

Рецензент доктор фіз.-мат. наук

проф. Євтухов В.М.

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ 8 від 16.05.2017 р.

Захищено на засіданні ЕК № 7

протокол № 31 від 16.06.17 р.

Оцінка добре / 19 / 75
(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Завідувач кафедри

Голова ЕК

(підпис)

Євтухов В. М.

(прізвище, ініціали)

(підпис)

Щоголев С.А.

(прізвище, ініціали)

Одеса – 2017

4 /к 593795

Зміст

ВСТУП	3
Розділ 1. Математичне моделювання та медицина.....	4
1.1. Лімфоцити і розпізнавання антигену.....	4
1.2. Схема роботи імунної системи.....	5
1.3. Моделювання як метод наукового пізнання та його значення для медицини.....	7
Розділ 2. Чисельні алгоритми реалізації математичних моделей.....	11
2.1. Задача Коші для систем рівнянь найпростішої моделі інфекційного захворювання.....	11
2.2. Чисельний алгоритм розв'язання задачі Коші для диференціальних рівнянь з запізнілим аргументом на основі методів Рунге-Кутта-Фельберга.....	13
2.3. Реалізація алгоритму RKF45 - DDE	15
2.4. Різницева апроксимація. Аналіз збіжності різницевої апроксимації	17
2.5. Асимптотичний розклад глобальної помилки методу (ψ_p^s, π_q) за ступенями величини кроку інтегрування.....	21
2.6. Реалізація алгоритму метода інтегрування системи диференціальних рівнянь. Характеристики алгоритму	26
Розділ 3. Модель інфекційного захворювання.....	30
3.1. Побудова рівнянь моделі і аналіз результатів.....	30
3.2. Аналіз найпростішої моделі захворювання	35
3.3. Стаціонарні рішення, що описують стан здорового організму.....	36
3.4. Стаціонарні рішення імітують хронічний процес захворювання.....	39
3.5. Розвиток хвороби в організмі зі слабким імунітетом . Розвиток хвороби в організмі з сильним імунітетом	42
3.6. Форми хвороби.	45

Розділ 4. Побудова математичних моделей.....	49
4.1. Математичні моделі поширення хвороб. Класична SIR – модель SEIRD -модель.....	49
4.2. Чисельне моделювання.....	53
Висновок.....	56
Список літератури.....	58

Вступ

У сучасній біології накопичені безпрецедентно величезні обсяги експериментальних даних, зберігання, обробка і осмислення яких неможливо без залучення сучасних інформаційних технологій і ефективних математичних методів аналізу даних і моделювання біологічних систем і процесів. Методи і інструменти математичного моделювання і комп'ютерних наук відіграють вирішальну роль у розвитку сучасних областей молекулярної і клітинної біології і біофізики, структурної біології, фізико-хімічної біології, генної інженерії, біомедичної інженерії, фізіології, фундаментальної медицини.

Дана робота присвячена проблемам побудови та аналізу математичних моделей в імунології. Імунологія - це біологічна дисципліна, що вивчає закони функціонування системи імунітету організму.

У другій половині двадцятого століття широкий розвиток отримала така супутня медицині наука як імунологія. Успіхи, досягнуті в імунології, мають прямий вплив на методи лікування, на всю клінічну практику в медицині. Проблеми імунології тісно пов'язані з проблемами лікування (післяопераційне загоєння ран, трансплантація органів, ракові захворювання, алергії і імунодефіцити).

На молекулярному рівні описуються, в основному, взаємодія типу "антиген-антитіло". Клітинний рівень включає в себе опису взаємодії антигену з клітинами, зв'язування клітинних рецепторів, імуноглобулінами і комплементом, реакції комплементу, взаємодії "антиген-антитіло-клітина". На міжклітинному рівні розглядаються взаємодії між антиген-презентуючими кліткою і лімфоцитів, між Т- і В-лімфоцитами, а також клітинна цитотоксичність.

Висновок

У даній роботі розглянуті моделі поширення інфекційних захворювань: SIR, SEIRD. Зроблено аналіз цих моделей.

На підставі реальних даних про лихоманці Ебола в Сьєрра-Леоне та Ліберії під час спалаху в 2014 році, моделі були реалізовані чисельно в середовищі MATLAB. Отриманий при моделюванні результатів дозволили порівняти дані моделі між собою, і показати практичну застосовність пропоновані нами модель. Порівняння до того ж показав придатність розроблені нами модель для подальших досліджень на стійкості або наявності програмного управління.

Також в роботі показано, що, незважаючи на велику кількість втрат серед населення, на момент закінчення епідемії у всіх розглянутих моделях є деяка кількість сприйнятливих індивідумів. Тобто лихоманка закінчується через певний проміжок часу і без стороннього втручання. Хоча зовнішній вплив на перебіг епідемії може суттєво пом'якшити важкий характер перебігу епідемії.

Такі результати ми змогли отримати використовуючи тільки статистичні дані, без фінансових витрат, що дає перевагу при використанні методу математичного моделювання. Більш того, ми наочно показали, як за допомогою математичних моделей можна не тільки відобразити реальну картину того чи іншого процесу, а й спрогнозувати динаміку процесу в майбутньому. Наведені в нашій роботі математичні моделі реалізовувалися за допомогою звичайних диференціальних рівнянь.

В якості досліджуваного об'єкта ми вибрали динаміку перебігу вірусу Ебола в двох африканських країнах. На основі цих даних ми побудували кілька математичних моделей, рухаючись від більш простий до більш складної. Зі збільшенням параметром моделі, ми спостерігаємо підвищення точності прогнозу. Однак, все ж ми приходимо до висновку, що модель -

об'єкт ідеалізований, що не враховує багато факторів, а тому не претендує на абсолютну точність.

Математична модель незамінна при вивченні об'єктів, що не піддаються емпіричному дослідженню в силу своїх особливостей і застосовується не тільки в вірусології, як було показано вище, але і в біології, астрономії, економіці, політології, соціології та багатьох інших галузях.

Список літератури

1. Амосов Н.М. «Штучний розум» .До., 1986.
2. Ешбі У.Р. «Введення в кібернетику». М., 1990..
3. Імунологія: У 4 т .: Пер. з англ. / Под ред. У. Пола. М., 1988.
4. Марчук І.І. «Математичні моделі в імунології» М., 1994.
5. Математичні моделі біологічних систем / Под ред. Г.М.Франк. М., 1971.
6. Математичні моделі в імунології та медицині / Упоряд. Г.И.Марчук, Л.Н.Белих. М., 1986.
7. Математичне моделювання вірусного гепатиту /Н.І.Нісевич, Г.И.Марчук, І.І.Зубікова, І.Б.Погожев. М., 1981
8. Ройт А., Бростофф Дж., Мейл Д. Імунологія. М., 2000.
9. Шишкін В.І., ЯНЧЕНКОВА Е.Н. Математична модель імунної мережі з урахуванням поділу Т-клітин на субпопуляції // Фізична механіка / Под ред. Б.В.Філіппова. СПб., 1998..