Вісник Одеськ. нац. ун-ту. Матем. і мех. – 2012. – Т. 17, вип. 1-2(13-14). – С. 121–128

УДК 517.929.4

В. В. Пічкур*, М. С. Сасонкіна**
*Київський національний університет імені Т. Г. Шевченка
**Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

АПРОКСИМАЦІЯ МАКСИМАЛЬНОЇ МНОЖИНИ ПОЧАТКОВИХ УМОВ У ЗАДАЧІ ПРАКТИЧНОЇ СТІЙКОСТІ СИСТЕМ З БАГАТОЗНАЧНОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ

Пічкур В. В., Сасонкіна М. С. Апроксимація максимальної множини початкових умов у задачі практичної стійкості систем з багатозначною правою частиною. У роботі аналізується наближення множини початкових умов практичної стійкості лінійного диференціального включення та рівняння з похідною Хукухари за допомогою дискретних включень. Одержано опорний функціонал такої апроксимації, функцію Мінковського і функцію деформації.
Ключові слова: дискретне включення, практична стійкість, оптимальна множина.

Пичкур В. В., Сасонкина М. С. Аппроксимация максимального множества начальных условий в задаче практической устойчивости систем с многозначной правой частью. В работе анализируется приближение множества начальных условий практической устойчивости для дифференциального включения и уравнения Хукухары с помощью дискретных включений. Получены опорный функционал такой аппроксимации, функция Минковского и функция деформации.
Ключевые слова: дискретное включение, практическая устойчивость, оптимальное множество.

Pichkur V. V., Sasonkina M. S. Approximation of the maximal set of initial conditions in the problem of practical stability of systems with set-valued right-hand side. In this paper the approximations of the optimal set of initial conditions for practical stability of differential inclusion and Hukuhara equation using by discrete inclusion are considered. In linear case Minkowki function, inverse Minkowki function, and support function of these approximations are obtained.
Key words: discrete inclusions, practical stability, optimal set.

Вступ.

При дослідженні систем за умов невизначеності один з підходів полягає у переході до аналізу розв'язків систем з багатозначною правою частиною. В роботах [4, 9, 8, 7] описано методи наближення розв'язків диференціальних включень і рівняння Хукухари за допомогою дискретних включень, а також оцінки точності апроксимації множин досяжності. Тому перехід до дискретних включень дає змогу наближено розв'язувати задачі аналізу розв'язків різних видів систем з багатозначною правою частиною на основі єдиного підходу.

В работі за допомогою дискретних включень отримані наближення множини початкових умов практичної стійкості лінійного диференціального включення та рівняння з похідною Хукухари. Одержані опорний функціонал такої апроксимації, функцію Мінковського і функцію деформації. В основі проведеного дослідження лежать результати робіт [2, 3].

У статті будемо використовувати такі позначення: $\mathbb{R}^n$ – евклідовий n - вимірний простір, $\|\cdot\|$ – евклідова норма, $\langle\cdot,\cdot\rangle$ – скалярний добуток, що породжує евклідову норму в $\mathbb{R}^n$, $intA$ – множина внутрішніх точок, ∂A – границя, $[0,N]=\{0,1,...,N\}$ – множина індексів, $c(A,\psi)=\sup\limits_{a\in A}\langle a,\psi\rangle$, $\psi\in\mathbb{R}^n$ – опорна функція множини $A\subset\mathbb{R}^n$, S – одинична сфера, $K_r(a)$ – замкнена куля радіуса r з центром у точці $a\in\mathbb{R}^n$, $comp(\mathbb{R}^n)$ – множина всіх непорожніх компактів з $\mathbb{R}^n$, $conv(\mathbb{R}^n)$ – множина всіх непорожніх опуклих компактів з $\mathbb{R}^n$, $A^\sigma=A+\sigma K_1(0)$ – σ -розширення множини $A\subset\mathbb{R}^n$, $A^{<\sigma>}=\{a: a+K_\sigma(0)\subset A\}$ – σ -звуження множини $A\subset\mathbb{R}^n$.

1. Диференціальне включення.

1.1. Загальна схема апроксимації. Розглянемо диференціальне включення

$$\dot{x}(t)\in F(x(t)), \tag{1}$$

де $F: comp(\mathbb{R}^n)\to comp(\mathbb{R}^n)$ – ліпшицеве багатозначне відображення, $x(t)$ – розв'язок включення (1), $X(t,X_0)$ – його множина досяжності, $X(t_0)=X_0$, $X_0\in\mathbb{R}^n$.

Нехай $G_0\in comp(\mathbb{R}^n)$ — множина початкових умов, фазові обмеження задаються за допомогою кусково постійного багатозначного відображення $\Phi:[t_0,T]\to$ $\to conv(\mathbb{R}^n)$, $\Phi(t)=\Phi_k$, де $t\in[t_k,t_{k+1}]$, $t_0<t_1<...<t_N<t_N+1=$ $=T, t_{k+1}-t_k=\delta, k\in[0,N]$. Має місце таке означення [2].

Означення 1. *Розв'язок включення (1) називається* $\{G_0,\Phi(t),t_0,T\}$ *– стійким, якщо* $X(t,G_0)\subset\Phi(t), t\in[t_0,T]$.

Вводимо сітку $\tau_0<\tau_1<...<\tau_N<\tau_N+1=T$, $\tau_{k+1}-\tau_k=\delta$, $k\in[0,N]$, яка містить точки $\{t_i\}$. Без обмеження загальності вважаємо, що $\{\tau_i\}=\{t_i\}$. Переходимо за допомогою схеми Ейлера до дискретного рівняння [8, 7]

$$X_{k+1}(\cdot): t\to X_{k+1}(t)=X_k(t_k)+(t-t_k)F(t_k,X_k(t_k)),$$
$$t\in[t_k,t_{k+1}], k=0,1,...,N.$$

Позначимо $X(k)=X_k(t_k)$,

$$\widetilde{F_k}(X(k))=X(k)+(t_{k+1}-t_k)F(t_k,X(k)).$$

Отримуємо дискретне рівняння $X(k+1)=\widetilde{F_k}(X(k))$. Йому відповідає дискретне включення

$$x(k+1)\in\widetilde{F_k}(x(k)). \tag{2}$$

Оскільки відображення F задовольняє умові Ліпшиця, тоді знайдуться такі N_1, c, що для всіх $N>N_1$ буде існувати такий розв'язок $\widetilde{x}$ дискретного включення (2), що

$$\max_{0\le k\le N}\|\widetilde{x}(t_k)-x(t_k)\|\le c\delta.$$

Тоді

$$x(t_k)\in\widetilde{x}(t_k)+K_{c\delta}(0),\ k=1,2,...,N.$$

Для виконання умов практичної стійкості накладаємо умову

$$\widetilde{x}(t_k) + K_{c\delta}(0) \subset \Phi(k),\ k = 0, 1, 2...N.$$

Це включення можна записати у такий спосіб:

$$\widetilde{x}(k) \in \Phi(k)^{<c\delta>},\ k = 0, 1, 2...N.$$

Позначимо $\widetilde{G}_*$ максимальну за включенням множину початкових умов задачі практичної стійкості дискретного включення (2) за фазових обмежень $\Phi(k)^{<c\delta>}$, де $k \in [0, N]$. Множина $\widetilde{G}_*$ є апроксимацією максимальної множини початкових умов в задачі практичної стійкості диференціального включення (1) за фазових обмежень, що задаються компактами $\Phi(k)$, $k \in [0, N]$. Ми завжди можемо вибрати δ так, щоб $\Phi(k)^{<c\delta>} \neq \emptyset$, $k \in [0, N]$.

1.2. Випадок лінійного диференціального включення. Розглянемо включення

$$\dot{x}(t) \in A(t)x(t) + F(t),$$

де $x \in \mathbb{R}^n$, $A(t)$ – матриця розмірності $n \times n$, $F(t) \in conv(\mathbb{R}^n)$, $t \in [t_0, T]$.

За допомогою схеми Ейлера переходимо до дискретного включення

$$x(k+1) \in x(k) + \delta(A(k)x(k) + F(k)).$$

Його можна подати у вигляді

$$x(k+1) \in (E + \delta A(k))x(k) + \delta F(k),$$

де E – одинична матриця розмірності $n \times n$. Позначимо $\widetilde{A}(k) = E + \delta A(k)$, $\widetilde{F}(k) = \delta F(k)$. Тоді

$$x(k+1) \in \widetilde{A}(k)x(k) + \widetilde{F}(k). \tag{3}$$

Запишемо множину досяжності включення (3) у вигляді

$$X\,(k, X_0) = \Theta(k)X_0 + \Omega(k),$$

де

$$\Theta(k) = \widetilde{A}_{k-1} \cdots \widetilde{A}_1 \widetilde{A}_0,$$
$$\Omega(k) = \widetilde{F}(k-1) + \widetilde{A}_{k-1}\widetilde{F}(k-2) + \cdots + \widetilde{A}_{k-1}\widetilde{A}_{k-2} \ldots \widetilde{A}_1 \widetilde{F}(0).$$

Нехай $\Phi(k)$ – опуклі компакти, $k \in [0, N]$. Запишемо опорну функцію, функцію Мінковського та функцію деформації множини $\widetilde{G_*}$. Позначимо

$$\zeta(\xi) = \min_{k \in [0,N]} \Big(c(\Phi(k)^{<c\delta>}, (\Theta(k)^*)^{-1}\,\xi) - c(\Omega(k), (\Theta(k)^*)^{-1}\,\xi) \Big).$$

Отже,

$$\langle x_0, \xi \rangle \leq \zeta(\xi).$$

Так як $\langle x_0, \xi \rangle \leq c(\widetilde{G}_*, \xi) \leq \zeta(\xi)$, то множина $\widetilde{G}_*$ має вигляд

$$\widetilde{G}_* = \{x : \langle x, \xi \rangle \leq \zeta(\xi)\}$$

і $c(\widetilde{G}_*, \xi) = \overline{co}\zeta(\xi)$ [6].

Знайдемо функціонал Мінковського для множини $\widetilde{G}_*$. За означенням функції Мінковського [6]

$$m_*(x) = \inf\{\lambda > 0 : \frac{x}{\lambda} \in \widetilde{G}_*\}.$$

Якщо $x_0 \in \widetilde{G}_*$, то

$$\Theta(k)\frac{x_0}{\lambda} + \Omega(k) \subset \Phi(k)^{<c\delta>}$$

для всіх $k \in [0, N]$. За допомогою опорних функцій останнє включення записується так:

$$\left\langle \Theta(k)\frac{x_0}{\lambda}, \psi \right\rangle + c(\Omega(k), \psi) \leq c(\Phi(k)^{<c\delta>}, \psi).$$

З властивостей опорних функцій маємо

$$c(\Phi(k)^{<c\delta>}, \psi) \leq co(c(\Phi(k), \psi) - c\delta||\psi||) \leq c(\Phi(k), \psi) - c\delta.$$

Тоді

$$\left\langle \Theta(k)\frac{x_0}{\lambda}, \psi \right\rangle + c(\Omega(k), \psi) \leq c(\Phi(k), \psi) - c\delta$$

для всіх $\psi \in S$ [6]. Так як $0 \in int\widetilde{G}_*$, то $\Omega(k) \subseteq int\Phi(k)^{<c\delta>}$, де $k \in [0, N]$. Звідси $c(\Phi(k), \psi) - c\delta - c(\Omega(k), \psi) > 0$. Звідси

$$\lambda \geq \frac{\langle \Theta(k)x_0, \psi \rangle}{c(\Phi(k), \psi) - c\delta - c(\Omega(k), \psi)}$$

для всіх $k \in [0, N]$ і для всіх $\psi \in S$. Одержуємо функцію Мінковського у вигляді

$$m_*(x) = \max_{k \in [0,N]} \max_{\psi \in S} \frac{\langle \Theta(k)x_0, \psi \rangle}{c(\Phi(k), \psi) - c\delta - c(\Omega(k), \psi)}.$$

Запишемо функцію деформації множини $\widetilde{G}_*$. За означенням функції деформації [1]

$$d_*(\ell) = \sup\{\lambda > 0 : \lambda\ell \in \widetilde{G}_*\},$$

де $\ell \in S$. Якщо $\lambda\ell \in \widetilde{G}_*$, то $\Theta(k)\lambda\ell + \Omega(k) \subset \Phi(k)^{<c\delta>}$. Останнє включення еквівалентне

$$\langle \Theta(k)\lambda\ell, \psi \rangle + c(\Omega(k), \psi) \leq c(\Phi(k), \psi) - c\delta$$

для всіх $k \in [0, N]$, $\psi \in S$ [6]. Тоді з $\langle \Theta(k)\ell, \psi \rangle > 0$ маємо

$$\lambda \leq \frac{c(\Phi(k), \psi) - c\delta - c(\Omega(k), \psi)}{\langle \Theta(k)\ell, \psi \rangle}.$$

Остаточно

$$d_*(\ell) = \min_{k \in [0,N], \psi \in P(k)} \frac{c(\Phi(k), \psi) - c\delta - c(\Omega(k), \psi)}{\langle \Theta(k)\ell, \psi \rangle},$$

де $P(k, \ell) = \{\psi \in S : \langle \Theta(k)\ell, \psi \rangle > 0\}$.

2. Рівняння Хукухари.

2.1. Загальна схема апроксимації. Розглянемо диференціальне рівняння з похідною Хукухари

$$D_h X(t) = F(t, X(t)), \tag{4}$$

де $F : \mathbb{R}^1 \times conv(\mathbb{R}^n) \to conv(\mathbb{R}^n)$ – багатозначне відображення, $D_h X(t)$ – похідна Хукухари багатозначного відображення $X : \mathbb{R}^1 \to conv(\mathbb{R}^n)$.

Фазові обмеження $\Phi : [t_0, T] \to conv(\mathbb{R}^n)$, $\Phi(t) = \Phi_k$, де $t \in [t_k, t_{k+1}]$, $t_0 < t_1 < ... < t_N < t_{N+1} = T, t_{k+1} - t_k = \delta, k \in [0, N]$. Тобто фазові обмеження є кусково-сталими.

Означення 2. *Розв'язок рівняння (4) називається* $\{G_0, \Phi(t), t_0, T\}$ *– стійким, якщо* $X(t, G_0) \subset \Phi(t)$, *де* $X(t_0) = G_0$, $t \in [t_0, T]$.

Вводимо сітку $\tau_0 < \tau_1 < ... < \tau_N < \tau_{N+1} = T$, $\tau_{k+1} - \tau_k = \delta$, $k \in [0, N]$. Без обмеження загальності $\{\tau_i\} = \{t_i\}$. Переходимо за допомогою схеми Ейлера до дискретного рівняння [4]

$$X_{k+1}(\cdot) : t \to X_{k+1}(t) = X_k(t_k) + (t - t_k) F(t_k, X_k(t_k)),$$
$$t \in [t_k, t_{k+1}],\ X_0(t_0) = X_0,\ k = 0, 1, ..., N.$$

Позначимо

$$R = \max_{k \in [0,N]} D(X, X_k), D(X, X_k) = \max_{t \in [t_{k-1}, t_k]} h(X(t), X_k(t)).$$

Нехай $F(\cdot, \cdot)$ задовільняє таким умовам:
1) $F(\cdot, \cdot)$ – неперервна за (t, X) на $\mathbb{R}^1 \times conv(\mathbb{R}^n)$;
2) $F(t, \cdot)$ задовольняє умові Ліпшиця за X з постійною $H > 0$, тобто

$$h(F(t, X), F(t, Y)) \le H h(X, Y),\ t \in \mathbb{R}^1;$$

3) розв'язок $X(\cdot)$ системи (4) має другу неперервну похідну на $[t_0, T]$ таку, що

$$h(D_h(D_h X(t)), 0) < K,\ t \in [t_0, T].$$

Тоді з теореми про апроксимацію рівняння Хукухари за схемою Ейлера маємо таку оцінку ([4], теорема 2):

$$R < \frac{\delta K}{2}[(1/H + \delta)(exp[T \cdot H] - 1) + \delta].$$

Позначимо $X(k) = X_k(t_k)$,

$$\widetilde{F_k}(X(k)) = X(k) + (t_{k+1} - t_k) F(t_k, X(k)).$$

Отримуємо дискретне рівняння $X(k+1) = \widetilde{F_k}(X(k))$. Йому відповідає дискретне включення

$$x(k+1) \in \widetilde{F_k}(x(k)). \tag{5}$$

Тоді

$$X(t) \subset X(k) + K_R(0),\ t \in [t_k, t_{k+1}].$$

Отже, для умов практичної стійкості будемо вимагати виконання включення

$$X(k) + K_R(0) \subset \Phi(k),\ k = 0, 1, 2 ... N,$$

це включення можна записати

$$X(k) \subset \Phi(k)^{<R>},\ k = 0, 1, 2 ... N.$$

Позначимо $\widetilde{G}_*$ – максимальну за включенням множину початкових умов задачі практичної стійкості дискретного включення (5) за умови, що фазові обмеження задаються за допомогою $\Phi(k)^{<R>}$, $k \in [0, N]$. Множина $\widetilde{G}_*$ задає оцінку максимальної множини початкових умов у відповідній задачі практичної стійкості рівняння Хукухари (4). З залежності R від δ випливає, що ми завжди можемо вибрати δ так, щоб $\Phi(k)^{<R>} \neq \emptyset$.

2.2. Лінійний випадок. Розглянемо лінійне рівняння Хукухари вигляду

$$D_h X(t) = A(t)X(t) + F(t), \tag{6}$$

де $x \in \mathbb{R}^n$, $A(t)$ – матриця розмірності $n \times n$, $F(t) \in conv(\mathbb{R}^n)$, $t \in [t_0, T]$.

За допомогою схеми Ейлера для (6) переходимо до дискретного включення

$$x(k+1) \in (E + \delta A(k))x(k) + \delta F(k),$$

де E – одинична матриця розмірності $n \times n$. Позначимо

$$\widetilde{A}(k) = E + \delta A(k),\ \widetilde{F}(k) = \delta F(k).$$

Тоді одержуємо дискретне включення

$$x(k+1) \in \widetilde{A}(k)x(k) + \widetilde{F}(k).$$

Нехай фазові обмеження $\Phi(k)$ є опуклими компактами. Знайдемо опорну функцію, функцію Мінковського та функцію деформації множини $\widetilde{G_*}$. Запишемо множину досяжності у вигляді

$$X(k, X_0) = \Theta(k)X_0 + \Omega(k),$$

де

$$\Theta(k) = \widetilde{A}_{k-1} \cdots \widetilde{A}_1 \widetilde{A}_0,$$
$$\Omega(k) = \widetilde{\ }(k-1) + \widetilde{A}_{k-1}\widetilde{\ }(k-2) + \cdots + \widetilde{A}_{k-1}\widetilde{A}_{k-2} \ldots \widetilde{A}_1\widetilde{\ }(0).$$

Позначимо

$$\zeta(\xi) = \min_{k \in [0,N]} \Big(c(\Phi(k)^{<R>}, (\Theta(k)^*)^{-1}\xi) - c(\Omega(k), (\Theta(k)^*)^{-1}\xi) \Big).$$

Отже,

$$\langle x_0, \xi \rangle \leq \zeta(\xi).$$

Так як $\langle x_0, \xi \rangle \leq c(\widetilde{G}_*, \xi) \leq \zeta(\xi)$, то множина $\widetilde{G}_*$ має вигляд

$$\widetilde{G}_* = \{x : \langle x, \xi \rangle \leq \zeta(\xi)\}$$

і $c(\widetilde{G}_*, \xi) = \overline{co}\zeta(\xi)$ [6].

Знайдемо функціонал Мінковського $m_*(x)$ для множини $\widetilde{G}_*$. Якщо $x_0 \in$ $\in \widetilde{G}_*$, то

$$\Theta(k)\frac{x_0}{\lambda} + \Omega(k) \subset \Phi(k)^{<R>}$$

для всіх $k \in [0, N]$. За допомогою опорних функцій останнє включення записується так:

$$\left\langle \Theta(k)\frac{x_0}{\lambda}, \psi \right\rangle + c(\Omega(k), \psi) \leq c(\Phi(k)^{<R>}, \psi).$$

З властивостей опорних функцій маємо, що

$$c(\Phi(k)^{<R>}, \psi) \leq co(c(\Phi(k), \psi) - R||\psi||) \leq c(\Phi(k), \psi) - R.$$

Тоді

$$\left\langle \Theta(k)\frac{x_0}{\lambda}, \psi \right\rangle + c(\Omega(k), \psi) \leq c(\Phi(k), \psi) - R,$$

для всіх $\psi \in S$ [6]. Так як $0 \in int\widetilde{G}_*$, то $\Omega(k) \subseteq int\Phi(k)^{<R>}$, де $k \in [0, N]$. Звідси $c(\Phi(k), \psi) - R - c(\Omega(k), \psi) > 0$. Тоді

$$\lambda \geq \frac{\langle \Theta(k)x_0, \psi \rangle}{c(\Phi(k), \psi) - R - c(\Omega(k), \psi)},$$

для всіх $k \in [0, N]$, і для всіх $\psi \in S$. За означенням функції Мінковського

$$m_*(x) = \max_{k \in [0,N]} \max_{\psi \in S} \frac{\langle \Theta(k)x_0, \psi \rangle}{c(\Phi(k), \psi) - R - c(\Omega(k), \psi)}.$$

Запишемо функцію деформації $d_*(\ell)$ множини $\widetilde{G}_*$, $\ell \in S$. Якщо $\lambda\ell \in \widetilde{G}_*$, то $\Theta(k)\lambda\ell + \Omega(k) \subset \Phi(k)^{<R>}$. Останнє включення еквівалентне

$$\langle \Theta(k)\lambda\ell, \psi \rangle + c(\Omega(k), \psi) \leq c(\Phi(k), \psi) - R,$$

для всіх $k \in [0, N]$, $\psi \in S$ [6]. Тоді з $\langle \Theta(k)\ell, \psi \rangle > 0$ маємо

$$\lambda \leq \frac{c(\Phi(k), \psi) - R - c(\Omega(k), \psi)}{\langle \Theta(k)\ell, \psi \rangle}.$$

Остаточно

$$d_*(\ell) = \min_{k \in [0,N], \psi \in P(k)} \frac{c(\Phi(k), \psi) - R - c(\Omega(k), \psi)}{\langle \Theta(k)\ell, \psi \rangle},$$

де $P(k, \ell) = \{\psi \in S : \langle \Theta(k)\ell, \psi \rangle > 0\}$.

Висновки. В роботі отримані умови практичної стійкості для диференціального включення та рівняння з похідною Хукухари за допомогою апроксимації їх дискретним включенням. Одержано опорний функціонал, функцію Мінковського і функцію деформації максимальної множини практичної стійкості даної апроксимації.

1. **Башняков О. М.** Практична стійкість, оцінки та оптимізація [текст] / Башняков О. М., Гаращенко Ф. Г., Пічкур В. В. – К.: Київський університет, 2008. – 383 с.
2. **Пічкур В. В.** Про неперервну залежність розв'язків дискретних включень від початкових умов [текст] / Пічкур В. В., Сасонкіна М. С. // Таврический вестник информатики и математики. – 2011. - № 6. – С. 73–80.
3. **Пичкур В. В.** Оптимальные множества начальных условий в задаче практической устойчивости дискретных включений [текст] / Пичкур В. В., Сасонкина М. С. // Bulgarian–Turkish–Ukrainian Scientific Conference "Mathematical Analysis, Differential Equations and Their Applications" (15-20 September, 2010, Sunny Beach, Bulgaria). – Sofia: Academic Publishing House "Prof. Marin Drinov". – 2009. – P. 291–299.
4. **Плотников В. А.** Дифференциальные уравнения с многозначной правой частью. Асимптотические методы [текст] / Плотников В. А., Плотников А. В., Витюк А. Н. – Одесса: Астропринт, 1999. – 356 с.
5. **Плотников А. В.** Дифференциальные уравнения с "четкой" и нечеткой многозначной правой частью. Асимптотические методы: монография [текст] / Плотников А. В., Скрипник Н. В. – Одесса : Астропринт, 2009. — 192 с.
6. **Половинкин Е. С.** Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа [текст] / Половинкин Е. С., Балашов М. В. – М.: Физматлит, 2004. – 416 с.
7. **Dontchev A. L.** Error estimates for discretized differential inclusions [text] / Dontchev A. L., Farkhi E.M. // Computing archive. – 1989. – V. 41, Issue 4. – P. 349—358.
8. **Dontchev Asen** Difference Methods for Differential Inclusions: A Survey [text] / Dontchev Asen, Lempio Frank // SIAM REVIEW. – 1992. – V. 34, № 2. – P. 263–294.
9. **Grammel G.** Towards Fully Discretized Differential Inclusions [text] / Grammel G. // Set-Valued Analysis. – 2003. – V. 11, № 8. – P. 1–8.