Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
(повне найменування вищого навчального закладу)

Інститут математики, економіки і механіки
(повне найменування інституту/факультету)

Кафедра оптимального керування та економічної кібернетики
(повна назва кафедри)

Дипломна робота

бакалавра
(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему: **«Розв'язання навігаційної задачі Цермело для довільного осьового поля швидкостей»**

«The solution to the navigation Cermelo problem for any axial field of velocities»

Виконав: студент денної форми навчання
напряму підготовки 6.040301 Прикладна математика

Горбулін Михайло Олександрович
(прізвище, ім'я, по-батькові)

Керівник д.ф.-м.н., доц. Скрипник Н.В.
(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали, підпис)

Рецензент к.ф.-м.н., доц. Єфимова Г.О.
(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Рекомендовано до захисту:
Протокол засідання кафедри
№_____ від _____ р.

Завідувач кафедри

_____ _____
(підпис) (прізвище, ініціали)

Захищено на засіданні ЕК №_____
протокол №____ від _____ р.
Оцінка_____/___ ___/_____
(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Голова ЕК

_____ _____
(підпис) (прізвище, ініціали)

Одеса – 2017

Зміст

Вступ 3
1.Основні рівняння задачі 4
2.Побудова аналітичного розв'язку 6
3.Чисельні розв'язки 10
4.Переваги принципу максимуму Понтрягіна 17
Висновки 18
Література 19
ДОДАТОК А 20
ДОДАТОК Б 23
ДОДАТОК С 26
ДОДАТОК Д 28

Вступ

В дипломній роботі розглядається питання пошуку розв'язку задачі Цермело про швидкодію переходу з однієї стінки каналу на іншу у випадку, коли швидкість потоку спрямована по осі каналу і довільна по поперечній координаті (окремі випадки - лінійне та вихрове поля).

Задача Цермело оптимального керування об'єктом, який переміщається в заданому довільному полі швидкостей, є класичною. Зазвичай її розв'язок будується чисельно, оскільки отримання аналітичних розв'язків через нелінійність більшості задач керування практично неможливо. Ця нелінійність задачі керування має місце, навіть якщо вихідна кінематична задача лінійна. Тому можливі аналітичні розв'язки таких задач завжди цікаві.

В статті [2] отримано аналітичний розв'язок для закону керування курсом при довільній осьовій швидкості в каналі. Подальший розв'язок доводиться будувати із застосуванням обчислювальних засобів. В [2] розглянуто метод пристрілки, який у данному випадку виявився найбільш зручним з практичної точки зору: за обраним початковим керуванням знаходять точки, в які потрапляє рухомий об'єкт в кінці шляху. Данний алгоритм в [2] реалізовано в пакеті Mathcad – побудовано таблицю залежності координати кінця та часу руху від початкового керування. Користуючись цими результатами, завжди можна вибрати початкове керування для потрапляння в задану точку на протилежній стороні каналу. Але відповідних обчислень в статті [2] не наведено.

В дипломній роботі в пакеті Matlab реалізовано алгоритми побудови вище вказаної таблиці та знаходження оптимального початкового керування по заданому кінцевому стану.

Висновки

В дипломній роботі мною розглянуто розв'язок навігаційної задачі Цермело для довільного плоского осьового поля швидкостей, отриманий в аналітичній і інтегральній формі за допомогою принципу максимуму Понтрягіна. В якості прикладів дано результати конкретних розв'язків задачі при різних формах профілю швидкості і заданих співвідношеннях її базової швидкості і швидкості рухомого об'єкта. Функцію керування отримано аналітично, траєкторні розв'язку будуються з її допомогою в середовищі Matlab як інтеграли.

Отриманий розв’язок можна використовувати для практичних задач по вибору оптимальних шляхів переходу судів в умовах дії природних морських течій (зі змінними характеристиками, як функціями координат).

Література

1. **Моисеев Н.Н.** Численные методы в теории оптимальных систем. -*М.: Наука*, 1974. -424 с.
2. **Пашенцев С.В.** Задача Цермело: аналитическое решение для линейного поля скоростей // *Вестник МГТУ*. – 202- Т.5, № 2. -С.187-192.
3. **Лазарев Ю.Ф.** Начала программирования в среде MatLAB**:** Учебное пособие. – Киев:НТУУ ”КПИ”,2003. -424с.

ДОДАТОК А

```
function dip_prak
v0=0.5;v1=0.6;
syms y;
tt=[60:10:170];
u=zeros(1,length(tt));
t=zeros(1,length(tt));
x=zeros(1,length(tt));
for i=1:length(tt)
u_0=pi*tt(i)/180;
C=v0+1/cos(u_0);
u(i)=u_0;
xf=@(y)((v0+4*v1*y*(1-y))*(-(v0+4*v1*y*(1-
y))+C)+1)/(sqrt((C-(v0+4*v1*y*(1-y)))^2-1));
x(i)= sign(cos(u_0))*int(xf,y,0,1);
tf=@(y)(1/(sin(atan(sqrt((C-(v0+4*v1*y*(1-y)))^2-
1)))));
t(i)=int(tf,y,0,1);
end
x
t
end

function draw
v0=0.5;v1=0.6;
u_0=pi*70/180;
C=v0+1/cos(u_0);
delta=0.01;
t=[0:delta:1];
x=zeros(length(t));
yy=zeros(length(t));
x(1)=0;
yy(1)=0;
for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
xf=sign(cos(u_0))*((v0+4*v1*yy(i)*(1-yy(i)))*(-
(v0+4*v1*yy(i)*(1-yy(i)))+C)+1)/(sqrt((-
(v0+4*v1*yy(i)*(1-yy(i)))+C)^2-1));
x(i+1)= x(i)+xf*delta;
end
u2_0=pi*140/180;
C2=v0+1/cos(u2_0);
delta=0.01;
t=[0:delta:1];
```

```
x2=zeros(length(t));
yy2=zeros(length(t));
x2(1)=0;
yy2(1)=0;
for i=1:length(t)-1
yy2(i+1)=i*delta;
xf2=sign(cos(u2_0))*((v0+4*v1*yy2(i)*(1-yy2(i)))*(-
(v0+4*v1*yy2(i)*(1-yy2(i)))+C2)+1)/(sqrt((-
(v0+4*v1*yy2(i)*(1-yy2(i)))+C2)^2-1));
x2(i+1)= x2(i)+xf2*delta;
end
figure
plot(x,yy);
title('Мал. 2 б')
figure
plot(x2,yy2);
title('Мал. 3 б')
end


function draw2
v0=0.5;v1=0.6;
u_0=pi*70/180;
C=v0+1/cos(u_0);
delta=0.01;
t=0:delta:1;
yy=zeros(length(t));
yy(1)=0;
u(1)=70;
for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
if cos(u_0)>0
    u(i+1)=180*atan(sqrt((-(v0+4*v1*yy(i+1)*(1-
yy(i+1)))+C)^2-1))/pi;
else u(i+1)=180*(pi-atan(sqrt((-(v0+4*v1*yy(i+1)*(1-
yy(i+1)))+C)^2-1)))/pi;
end
end
u2_0=pi*140/180;
C2=v0+1/cos(u2_0);
delta=0.01;
t=0:delta:1;
yy2=zeros(length(t));
yy2(1)=0;
u2(1)=140;
for i=1:length(t)-1
```

```
yy2(i+1)=i*delta;
if cos(u2_0)>0
    u2(i+1)=180*atan(sqrt((-(v0+4*v1*yy(i+1)*(1-
yy(i+1)))+C2)^2-1))/pi;
else u2(i+1)=180*(pi-atan(sqrt((-(v0+4*v1*yy(i+1)*(1-
yy(i+1)))+C2)^2-1)))/pi;
end
end
figure
plot(u,yy);
title('Мал. 2 а')
figure
plot(u2,yy2);
title('Мал. 3 а')
end
```

ДОДАТОК Б

```
function dip_prak2
v0=0.5;v1=0.3;
syms y;

tt=[40:10:140];
u=zeros(1,length(tt));
t=zeros(1,length(tt));
x=zeros(1,length(tt));
for i=1:length(tt)
u_0=pi*tt(i)/180;
C=v0+1/cos(u_0);
u(i)=u_0;
xf=@(y)((v0+v1*sin(3*pi*y))*(-
(v0+v1*sin(3*pi*y))+C)+1)/(sqrt((C-
(v0+v1*sin(3*pi*y)))^2-1));
x(i)= sign(cos(u_0))*int(xf,y,0,1);
tf=@(y)(1/(sin(atan(sqrt((C-(v0+v1*sin(3*pi*y)))^2-
1)))));
t(i)=int(tf,y,0,1);

end
x
t
end
```

```
function draw3_1
v0=0.5;v1=0.3;

u_0=pi*70/180;
C=v0+1/cos(u_0);
delta=0.01;
t=0:delta:1;
yy=zeros(length(t));
yy(1)=0;
u(1)=70;

for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
if cos(u_0)>0
    u(i+1)=180*atan(sqrt((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)^2-1))/pi;
else u(i+1)=180*(pi-atan(sqrt((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)^2-1)))/pi;
end
end

u_0=pi*70/180;
C=v0+1/cos(u_0);
delta=0.01;
t=[0:delta:1];
x=zeros(length(t));
yy=zeros(length(t));
x(1)=0;
yy(1)=0;
for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
xf=sign(cos(u_0))*((v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1))))*((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)+1)/(sqrt((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)^2-1));
x(i+1)= x(i)+xf*delta;
end

figure
plot(u,yy);
title('Мал. 5 а')
figure
plot(x,yy);
title('Мал. 5 б')
end
```

```
function draw3_2
v0=0.5;v1=0.3;

u_0=pi*70/180;
C=v0+1/cos(u_0);
delta=0.01;
t=0:delta:1;
yy=zeros(length(t));
yy(1)=0;
u(1)=v0;
ob1=1/cos(u_0)+1;
ob2=1/cos(u_0)-1;

for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
if cos(u_0)>0
    u(i+1)=v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1));
else u(i+1)=v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1));
end
end

plot(u,yy);
hold on;
plot(ob1,t);
plot(ob2,t);
hold off;
title('Мал. 4')
axis([0,5,0,1]);
end
```

ДОДАТОК С

```
function new
global v0 v1 xxx tt;
v0=0.5;
v1=0.6;
xxx=1.1;

u=fsolve(@fun,70);
u

syms y;
tt=[u];
u=zeros(1,length(tt));
t=zeros(1,length(tt));
for i=1:length(tt)
u_0=pi*tt(i)/180;
C=v0+1/cos(u_0);
u(i)=u_0;
tf=@(y)(1/(sin(atan(sqrt((C-(v0+4*v1*y*(1-y)))^2-
1)))));
t(i)=int(tf,y,0,1);
end

t
draw
end

function z=fun(u0)
global v0 v1 xxx delta t;
delta=0.0001;
t=[0:delta:1];

x=zeros(length(t));
yy=zeros(length(t));
u_0=pi*u0/180;
C=v0+1/cos(u_0);
for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
xf=sign(cos(u_0))*((v0+4*v1*yy(i)*(1-yy(i)))*(-
(v0+4*v1*yy(i)*(1-yy(i)))+C)+1)/(sqrt((-
(v0+4*v1*yy(i)*(1-yy(i)))+C)^2-1));
x(i+1)= x(i)+xf*delta;
end
```

```
z=x(length(t))-xxx;
end

function draw
global v0 v1 tt

u_0=pi*tt/180;
C=v0+1/cos(u_0);
delta=0.01;
t=0:delta:1;
yy=zeros(length(t));
yy(1)=0;
u2(1)=tt;

for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
if cos(u_0)>0
    u2(i+1)=180*atan(sqrt((-(v0+4*v1*yy(i+1)*(1-
yy(i+1)))+C)^2-1))/pi;
else u2(i+1)=180*(pi-atan(sqrt((-(v0+4*v1*yy(i+1)*(1-
yy(i+1)))+C)^2-1)))/pi;
end
end

x=zeros(length(t));
yy=zeros(length(t));
x(1)=0;
yy(1)=0;

for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
xf=sign(cos(u_0))*((v0+4*v1*yy(i)*(1-yy(i)))*(-
(v0+4*v1*yy(i)*(1-yy(i)))+C)+1)/(sqrt((-
(v0+4*v1*yy(i)*(1-yy(i)))+C)^2-1));
x(i+1)= x(i)+xf*delta;
end

figure
plot(u2,yy);
title('u(y)')
figure
plot(x,yy);
title('x(y)')
end
```

ДОДАТОК Д

```
function new2
global v0 v1 xxx tt;
v0=0.5;
v1=0.6;
xxx=1.1;

u=fsolve(@fun,70);
u

syms y;
tt=[u];
u=zeros(1,length(tt));
t=zeros(1,length(tt));
for i=1:length(tt)
u_0=pi*tt(i)/180;
C=v0+1/cos(u_0);
u(i)=u_0;
tf=@(y)(1/(sin(atan(sqrt((C-(v0+v1*sin(3*pi*y)))^2-
1)))));
t(i)=int(tf,y,0,1);
end

t
draw
end

function z=fun(u0)
global v0 v1 xxx delta t;
delta=0.0001;
t=[0:delta:1];

x=zeros(length(t));
yy=zeros(length(t));
u_0=pi*u0/180;
C=v0+1/cos(u_0);
for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
xf=sign(cos(u_0))*((v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1))))*((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)+1)/(sqrt((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)^2-1));
x(i+1)= x(i)+xf*delta;
end
```

```
z=x(length(t))-xxx;
end

function draw
global v0 v1 tt

u_0=pi*tt/180;
C=v0+1/cos(u_0);
delta=0.01;
t=0:delta:1;
yy=zeros(length(t));
yy(1)=0;
u2(1)=tt;

for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
if cos(u_0)>0
    u2(i+1)=180*atan(sqrt((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)^2-1))/pi;
else u2(i+1)=180*(pi-atan(sqrt((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)^2-1)))/pi;
end
end

x=zeros(length(t));
yy=zeros(length(t));
x(1)=0;
yy(1)=0;

for i=1:length(t)-1
yy(i+1)=i*delta;
xf=sign(cos(u_0))*((v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1))))*((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)+1)/(sqrt((-
(v0+v1*sin(3*pi*yy(i+1)))+C)^2-1));
x(i+1)= x(i)+xf*delta;
end

figure
plot(u2,yy);
title('u(y)')
figure
plot(x,yy);
title('x(y)')
end
```