

КОНЦЕНТРАЦІЯ НАПРУЖЕНЬ ПОБЛИЗУ ТРІЩИНИ

Віктор Реут, Юрій Молоканов

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

reut@onu.edu.ua, molokanov9@gmail.com

Розглядається плоска задача теорії пружності концентрації напружень біля кінців скінченної тріщини всередині смуги $\{-a < x < b, |y| < \infty\}$. До смуги прикладене довільне фінітне (за змінною y) навантаження. У середині смуги вздовж відрізка $\{x = 0, |y| < 1\}$ розташована тріщина, на береги якої діють нормальне та дотичне навантаження. Береги смуги знаходяться у стані гладкого контакту.

Показано, що така задача за умов згасання рішень при $|y| \rightarrow \infty$ зводиться до такої крайової задачі:

$$\begin{cases} \Delta^2 \sigma_x = -[\Delta X' + (1+\nu)X'''] + [\Delta Y'' - (1+\nu)Y'''], & -a < x < b, |y| < \infty, \\ x = -a, b: \tau_{xy} = \nu = 0, \\ x = \pm 0, |y| < 1: \sigma_x = p(y), \tau_{xy} = t(y). \end{cases} \quad (1)$$

Тут $\sigma_x(x, y)$, $\tau_{xy}(x, y)$ — нормальне та дотичне навантаження відповідно; $u(x, y)$, $v(x, y)$ — переміщення точок смуги вздовж осей OX та OY відповідно, що пов'язані співвідношеннями

$$\begin{cases} \tau_{xy}' = -\sigma_x' - X, \\ Ev''' = [\Delta \sigma_x - (1+\nu)\sigma_x''] + X' - Y'', \\ Eu'''' = -[\Delta \sigma_x' + (1+\nu)\sigma_x'''] - [\Delta X + (1+\nu)X''] - \nu X + Y'''. \end{cases} \quad (2)$$

Крапкою в (1) та (2) позначено похідну за змінною y , штрихом — похідну за змінною x .

Зазначимо, що хоча й задача розв'язувалась для випадку гладкого контакту берегів смуги, її можна узагальнити на випадок довільних крайових умов.

Після застосування повного інтегрального перетворення Фур'є за змінною y задачу було зведено до одновимірної крайової, що дозволило після побудови функції Гріна звести її до системи двох сингулярних інтегральних рівнянь відносно невідомих стрибків нормальних і дотичних

напружень при переході через тріщину:

$$\begin{cases} \frac{d^2}{dy^2} \int_{-1}^1 \chi(\eta) \ln \frac{1}{|y-\eta|} d\eta + \int_{-1}^1 \chi(\eta) K_{11}(y, \eta) d\eta + \int_{-1}^1 \mu(\eta) K_{12}(y, \eta) d\eta = p(y), & |y| < 1 \\ \frac{d^2}{dy^2} \int_{-1}^1 \mu(\eta) \ln \frac{1}{|y-\eta|} d\eta + \int_{-1}^1 \chi(\eta) K_{21}(y, \eta) d\eta + \int_{-1}^1 \mu(\eta) K_{22}(y, \eta) d\eta = t(y), & |y| < 1 \end{cases}$$

Цю систему за допомогою метода ортогональних поліномів було зведено до нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь типу Пуанкаре — Коши відносно коефіцієнтів розкладення шуканих стрибків за поліномами Чебишова другого роду.

Було побудовано графіки коефіцієнтів інтенсивності напружень (КІН) біля кінців тріщини в залежності від геометричних параметрів задачі. Наведемо графіки КІН для випадку задачі $X(x, y) = Y(x, y) \equiv 0$, $a = 0.2$ та а) $p(y) \equiv 1, t(y) \equiv 0$; б) $p(y) \equiv 1, t(y) \equiv 1$ (рис. 1):

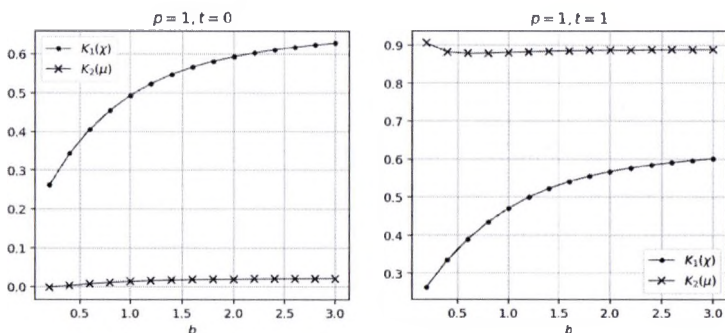


Рис. 1

1. Моссаковский В. И., Рыбка М. Т. Обобщение критерия Гриффитса-Снеддона на случай неоднородного тела // Прикл. матем. и мех. — 1964.— 28, № 6. — С. 1061—69.
2. Попов Г. Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. / Г. Я. Попов. — Москва: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. — 344 с.

THE STRESS CONCENTRATION NEAR THE CRACK

A plane elasticity problem of the stress concentration at the tips of a finite crack inside an infinite strip is considered. An arbitrary finite (by variable y) load is applied to the strip. Normal and shear loads are applied to the crack faces. A case of a slider joint of the strip sides is considered. A graph of dependence of the stress intensity factor (SIF) near the crack tips on geometric parameters of the problem is plotted.