Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
(повне найменування вищого навчального закладу)

Інститут математики, економіки і механіки
(повне найменування інституту/факультету)

Кафедра геометрії і топології
(повна назва кафедри)

Дипломна робота

бакалавра
(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему: **«Рімановий простір другого наближення»**
«Riemannian space of second approximation»

Виконав: студент заочної форми навчання
напряму підготовки 6.04020101 Математика
Гульцов Павло Семенович
(прізвище, ім'я, по-батькові)

Керівник к.ф.-м.н., доцент Покась С.М.
(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали, підпис)
Рецензент к.ф.-м.н., доцент Безкоровайна Л.Л.
(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Рекомендовано до захисту
Протокол засідання кафедри
№8 від 8 червня 2017 року

Захищено на засіданні ЕК №7
Протокол № 18 від 13.06.17
Оцінка добре С (75)
(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Завідувач кафедри
(підпис) Покась С.М.

Голова ЕК
(підпис) Щоголев С.А.

Одеса - 2017

Вступ

Розглянемо ріманів простір V_n, віднесений до довільної системи координат $x^1, x^2, \ldots, x^n$ з метрическим тензором $g_{ij}(x)$. В околі будь-якої його точки $M_0(x_0^n)$ побудуємо простір $\widetilde{V}_n^2$ визначив його метричний тензор $\widetilde{g}_{ij}(x)$ наступним чином:

$$\widetilde{g}_{ij}(x) = \underset{0}{g_{ij}} + \frac{1}{3}\underset{0}{R_{i\alpha\beta j}}\, y^{\alpha} y^{\beta},$$

де

$$\underset{0}{g_{ij}} = g_{ij}(M_0), \quad \underset{0}{R_{il_1l_2j}} = R_{l_1l_2j}(M_0)$$

Якщо у просторі V_n перейти до рімановоі системи координат с початком у точці M_0 і розкласти метричний тензор $g_{ij}(x)$ у ряд Тейлора в околі даної точки, то можна переконатися, що при $y^h = x^h$ простір $\widetilde{V}_n^2$ реалізує наближення другого порядку для V_n і тому відображає геометричні властивості вихідного простору з деяким степенем точності.

Ідея дослідження геометричних об'єктів в околі довільної точки з точністю того чи іншого порядку застосовувалась у геометрії і призводила до більш глибокого вивчення цих об'єктів. Так, наприклад, у теорії кривих у диференціальному околі першого порядку виникає інваріантний вектор дотичної. Це дозволяє ввести поняття довжини дуги кривої та вибрати її як параметр кривої. У диференціальному околі другого порядку будується вектор головної нормалі та кривина кривої. При розкладанні диференціального околу третього порядку ми отримуємо скрут кривої. Аналогічні методи застосовувалися і у теорії поверхонь: дослідження поверхні у диференціальному околі першого порядку приводить до першої квадратичної форми поверхні, за допомогою визначаються довжина дуги кривої та поверхні, кут між кривими на поверхні, площа замкнутої області; у диференціальному околі другого порядку виникає друга квадратична форма поверхні, а на її основі будується теорія кривини поверхні.

У § 1 даної роботи приведено розкладення метричного тензора ріманового простору у коваріантний ряд Тейлора.

§ 2 містить властивості ріманового простору другого наближення $\overset{2}{\widetilde{V}}_n$.

§ 3 містить властивості ріманового простору другого наближення для простору ненульової постійної кривини.

У § 4 наведено приклад: для ріманового простору Ейнштейна V_4, який реалізує стаціонарно циліндричне симетричне поле тяжіння, побудовано його наближення – простір $\overset{2}{\widetilde{V}}_4$.

Література

1. А.В. Крутоголова, С.М. Покась, Л.Г. Цехмейструк «Индуцированные отображения римановых пространств второго приближения» Математичні студії, Т. 42 №2, стр. 220-224.
2. С.М. Покась «Группы Ли движений в римановом пространстве второго приближения» Известия Пензенского государственного педагогического университета им. В.Г. Белинского, физико-математические науки, №26. ч.1. 2011 г. стр. 173-183.
3. А.З. Петров «Новые методы в ОТО», М, Наука, 1966, стр. 496.
4. Л.П. Эйзенхарт «Риманова геометрия», М, ИЛ, 1948, стр. 316.
5. С.М. Покась, А.В. Крутоголова «Геометрия римановых пространств второго приближения», Proceedings of the International geometry center, Vol 8, №3-4, 2015, pp 53-59.