

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЙ ЖИДКОСТИ С ПЕРЕМЕННОЙ ВЯЗКОСТЬЮ

Н.Н. Драгуновский, А.П. Царенко, А.В. Власова

Одесский национальный университет имени И. И. Мечникова
ул.Дворянская 2, г.Одесса, 65082, Украина

Разработана методика численного интегрирования для одного класса краевых задач (нелинейность III-го рода) с линейным дифференциальным оператором следующего вида:

$$\varphi_2(x) \cdot \frac{d^2 f}{dx^2} + \varphi_1(x) \cdot \frac{df}{dx} = \Psi(x, f), \quad (1)$$

и граничными условиями III-го рода:

$$\alpha_1 \cdot f' + \beta_1 \cdot f = \phi_1 \text{ при } x = x_0 \text{ и } \alpha_2 \cdot f' + \beta_2 \cdot f = \phi_2 \text{ при } x = x_n, \quad (2)$$

где $x \in [x_0, x_n]$; $\varphi_2(x)$ и $\varphi_1(x)$ – заданные на $[x_0, x_n]$ непрерывные функции, $\Psi(x, f)$ – заданная нелинейная функция; $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \phi_1$ и ϕ_2 – заданные константы.

Численная процедура предполагает замену производных в (1)–(2) их конечно-разностными представлениями, в результате чего краевая задача приводится к нелинейной системе алгебраических уравнений, которая решается итерационным методом Пикара.

Конечно-разностные представления высокого порядка точности формируются на основе интерполяционных многочленов типа Лагранжа, построенных на неравномерной разностной сетке.

Для применения указанного метода была выбрана постановка задачи о напорном неизотермическом течении ньютоновской жидкости в круглой трубе с учетом переменности вязкости и условий теплообмена с внешней средой [1-2]:

$$\begin{cases} \frac{dU}{d\xi} = b_0 \xi \cdot \exp\left(\frac{\delta_0 \theta}{1 + \theta}\right), & U|_{\xi=1} = 0; \\ \xi \frac{d}{d\xi} \left(\xi \frac{d\theta}{d\xi} \right) + a_0 \xi^4 \exp\left(\frac{\delta_0 \theta}{1 + \theta}\right) = 0, & \frac{d\theta}{d\xi} \Big|_{\xi=0} = 0, \quad \frac{d\theta}{d\xi} \Big|_{\xi=1} = -\text{Bi} \cdot \theta \Big|_{\xi=1} \end{cases} \quad (3)$$

Здесь $U(\xi)$ и $\theta(\xi)$ – безразмерные скорость и температура жидкости, $\xi = r/R$ – безразмерная радиальная переменная, R – радиус трубо-

провода.

В качестве конкретной жидкости было взято масло ТМ-1 [3] со следующими теплофизическими параметрами: $T_0 = 293^\circ K$, $\delta_0 = 12.6$, $\rho_0 = 889 \text{ кг/м}^3$, $\mu_0 = 0.01867 \text{ н} \cdot \text{с/м}^2$, $\lambda_0 = 0.119 \text{ Вт/м} \cdot \text{град}$ и радиусом трубы $R = 0.03 \text{ м}$.

Высокая точность разностной схемы и собственное программное обеспечение (использовалась арифметика с максимально возможным количеством знаков в мантиссе действительные числа – 33) позволили выполнить качественный и количественный анализ полученных стационарных профилей, а также выявить ряд новых свойств для течения жидкости, когда учитывается переменность ее вязкости.

Раскрыта важная роль физической кинетики:

$$\mu = \mu_0 \exp(-\delta_0 \theta / (1 + \theta)), \quad \mu_0 = A \cdot \exp(\delta_0),$$

(зависимости вязкости жидкости от ее температуры), реализующей нелинейную взаимную связь гидродинамических характеристик потока жидкости и ее термодинамического состояния.

Проанализированы стационарные решения задачи (3) для нескольких моделей такой зависимости.

Для двух случаев экспоненциальной зависимости вязкости от температуры рассчитаны пределы стационарных режимов течения в круглой трубе. Показано, что критерием перехода к нестационарному режиму течения может быть выбрано условие достижения точкой перегиба профиля скорости ее «критической координаты», наиболее близко расположенной к оси трубопровода.

Работа выполнена на кафедре теоретической механики ИМЭМ ОНУ имени И.И. Мечникова. Авторы выражают искреннюю признательность профессору Асланову С.К. за ряд полезных советов и замечаний, высказанных им при обсуждении данных материалов.

Литература

1. Асланов С.К., Царенко А.П. Пределы существования и устойчивость течения жидкости переменной вязкости в круглой трубе. // *Вестник Одесского ун-та*, 1995. – Вып.1. – С.104 – 111.
2. Драгуновский Н.Н., Царенко А.П. Математическое моделирование течений жидкости с переменной вязкостью // *Вісник Одеського національного університету*, 2008. – Т.13, вип. 17. Математика і механіка. – С. 132 – 146.
3. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, – 1972. – 720с.