А. П. Чебаненко, Ю. М. Каракіс

ФІЗИКА НАПІВПРОВІДНИКІВ

Частина IV

Домішкова фотопровідність; рух носіїв заряду

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені І. І. МЕЧНИКОВА
ФАКУЛЬТЕТ МАТЕМАТИКИ, ФІЗИКИ ТА ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

А. П. Чебаненко, Ю. М. Каракіс

ФІЗИКА НАПІВПРОВІДНИКІВ

Частина IV

Домішкова фотопровідність; рух носіїв заряду

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК

до спеціального курсу лекцій
«Фізика напівпровідників»

ОДЕСА
ОНУ
2023

УДК 621.315.59(076.5)
Ч-195

Автори:

А. П. Чебаненко, кандидат фізико-математичних наук, доцент ф-ту МФІТ ОНУ імені І. І. Мечникова;

Ю. М. Каракіс, провідний фахівець ф-ту МФІТ ОНУ імені І. І. Мечникова.

Рецензенти:

І. В. Загінайло, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри фізики Одеської державної академії будівництва і архітектури;

Ю. К. Корнієнко, кандидат фізико-математичних наук, доцент Одеського національного технологічного університету;

В. А. Борщак, доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник міжвідомчого науково-навчального фізико-технічного центру.

Рекомендовано до друку науково-методичною радою
ОНУ імені І. І. Мечникова.
Протокол № 5 від 20.10.2022 р.

Чебаненко А. П.

Ч-195 Фізика напівпровідників. Ч. IV. Домішкова фотопровідність; рух носіїв заряду : навч.-метод. посіб. до спец. курсу лекцій «Фізика напівпровідників» / А. П. Чебаненко, Ю. М. Каракіс – Одеса : Одес. нац. ун-т ім. І. І. Мечникова, 2023. – 64 с.

ISBN 978-617-689-469-8

Навчально-методичний посібник написано відповідно до діючої програми дисципліни «Фізика напівпровідників». Мета даного видання – допомогти студентам в їх самостійній роботі над відповідним курсом. Вказівки сприятимуть розробці у студентів навичок самостійної експериментальної роботи, та застосування теоретичних знань для вирішення практичних задач.

Для студентів IV-го курсу факультету математики, фізики та інформаційних технологій, що обрали спеціальності «Фізика та астрономія» і «Прикладна фізика та наноматеріали».

УДК 621.315.59(076.5)

ISBN 978-617-689-469-8

© Чебаненко А. П., Каракіс Ю. М., 2023
© Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, 2023

ЗМІСТ

Вступ 4

V. Домішкова фотопровідність 5

5.1. Домішкова фотопровідність, зв'язана з одним типом рівнів домішковий центрів 6
5.2. Індукована домішкова фотопровідність 14
5.3. Термооптичні переходи і подвійні оптичні переходи 19
5.4. Оптична перезарядка домішкових центрів 25
5.5. Від'ємна фотопровідність 26
Питання для самоперевірки 29
Тестові завдання для змістового модуля 30

VI. Явища, обумовлені рухом носіїв заряду у фоточутливих кристалах 32

6.1. Довжина екранування Дебая. Розподіл концентрації носіїв заряду і поля в частково освітленому напівпровіднику 32
6.2. Розподіл носіїв заряду в однорідному зразку при генерації їх світлом 47
Питання для самоперевірки 56
Тестові завдання для змістового модуля 57

Список рекомендованої літератури 59

Приставки і множники СІ 61

Фізичні константи 62

ВСТУП

Це видання є продовженням частин I-III навчально-методичного посібника “Фізика напівпровідників”. Якщо попередні частини I-III були присвячені статистиці носіїв заряду, процесам їх рекомбінації і захоплення на пастки, то в частині IV розглядаються особливості формування струму через зовнішні дії на напівпровідниковий кристал.

Особливістю напівпровідників є їх значна чутливість до впроваджених домішок. Тому велика увага надана розгляду виникаючих при цьому відмінностей в кінетиці формування фотоструму і іншим ефектам, пов’язаних з домішковою провідністю.

Зазвичай при фотозбудженні передбачається рівномірний розподіл світлового потоку щодо поверхні зразка. Це ідеальна модель, що практично ніколи не реалізується в експерименті. Тому в розділі V розглянуто нюанси розподілу зарядів, внутрішньої напруженості поля і виникаючих потенціалів при явно неоднорідній дії в моделі частково освітленого кристала.

У завершальному розділі VI досліджуються процеси струмоутворення при освітленні напівпровідника з боку його фронтальної поверхні, як це завжди і відбувається при вимірюваннях.

В кінці кожного розділу приведено контрольні питання і тестові завдання для самоконтролю засвоєння матеріалу та вказано опорні константи, корисні у фізиці напівпровідників.

V. ДОМІШКОВА ФОТОПРОВІДНІСТЬ

Світло окрім міжзонних переходів може викликати переходи між домішковими рівнями і дозволеними зонами. Поглинання світла, пов'язане з такими переходами, називається "домішковим", а виникаюча при цьому фотопровідність "домішковою".

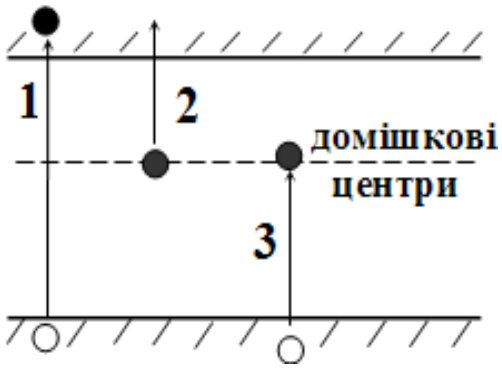

**Рис. 5.1. Зонна діаграма напівпровідника.
Перехід 1 - при збудженні власним світлом,
переходи 2 і 3 - при домішковому збудженні**

Під час переходу 1 на рис. 5.1 в результаті фотозбудження виникають вільні електрони і вільні дірки. При домішковому фотозбудженні один з носіїв виявляється вільним: під час переходу 2 – електрони є вільними, а дірки зв'язаними; під час переходу 3 – вільними дірки, а зв'язаними є електрони. Домішкова фотопровідність, таким чином, виступає як істотно монополярна.

Наявність домішкових центрів приводить до появи додаткової чутливості в довгохвильовій області спектру. За відсутності домішкових центрів спектральний розподіл фотоструму має вигляд, показаний кривою 1 на рис. 5.2. Якщо ж є домішкові центри, то спектральний розподіл має вигляд, зображений кривою 2. Іноді домішковий максимум буває чіткіше вираженим. Можуть мати місце декілька смуг домішкової фотопровідності, відповідних декільком типам домішкових центрів.

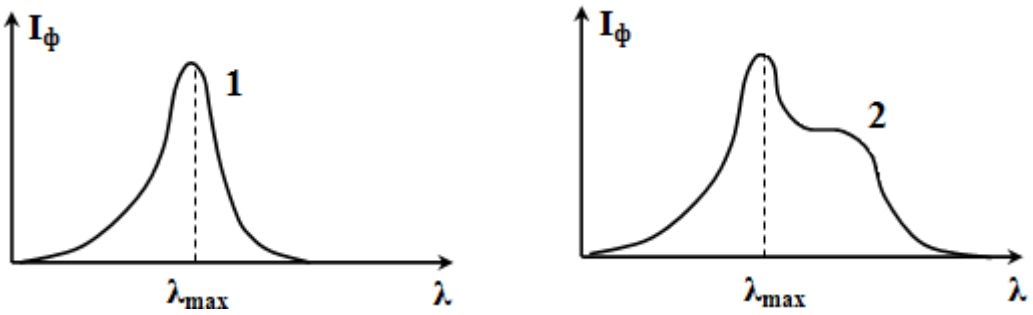

Рис. 5.2. Спектральний розподіл фотоструму для нелегованих зразків (1) і за наявності домішки (2)

5.1. Домішкова фотопровідність, зв'язана з одним типом домішкових центрів

Вважаємо, що в одиниці об'єму напівпровідника є N_i домішкових рівнів, розташованих на глибині E_i від дна зони провідності (рис 5.3). Концентрація електронів на цих рівнях нехай становить n_i. На зонній схемі покажемо можливі переходи, пов'язані з вказаними домішковими рівнями.

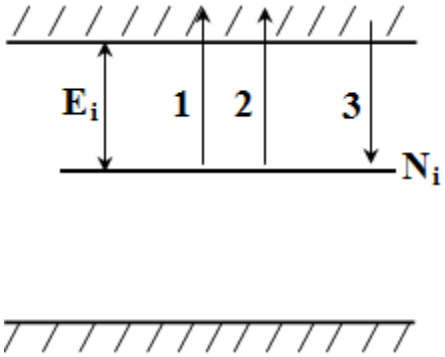

Рис. 5.3. Зонна схема напівпровідника з домішковими рівнями

1 – Оптичне збудження

Інтенсивність фотозбудження зазвичай дорівнює Lαβ. У разі домішкового поглинання величина коефіцієнта поглинання α визначається параметрами домішкових центрів. Якщо в 1 $см^3$ є N_i домішкових атомів, і кожний з них має поперечний переріз захоплення

для фотона q, то оскільки кожен поглинений фотон приводить до збудження електрона, то $\alpha = qn_i$.

Розмірності: $[q] = см^2$; $[n_i] = \frac{1}{см^3}$; $[\alpha] = см^2 \cdot \frac{1}{см^3} = \frac{1}{см}$.

Фізичний зміст α – це величина обернено пропорційна товщині шару, пройшовши скрізь який світло слабшає в e разів: $L = L_0 e^{-\alpha d}$; d – товщина.

Враховуючи це, інтенсивність фотозбудження буде дорівнювати $Lqn_i\beta$.

2 - Термічне збудження

Темп термічного збудження запишеться як

$$n_i v S_n N_c e^{-\frac{Ei}{kT}} = n_i v S_n N_{ci}.$$

Тут введено позначення $N_{ci} = N_c e^{-\frac{Ei}{kT}}$.

3 - Захоплення електронів на домішкові рівні

Темп цього процесу дорівнює $nvS_n (N_i - n_i)$.

Запишемо кінетичне рівняння для електронів провідності:

$$\frac{dn}{dt} = Lqn_i\beta + n_i v S_n N_{ci} - nvS_n (N_i - n_i). \qquad (5.1)$$

У даному випадку домішкової фотопровідності домішкові рівні N_i виконують роль і рекомбінаційних центрів, тому втрат загальної кількості електронів спостерігатися не буде, і кінетичне рівняння для повної кількості електронів матиме вигляд:

$$\frac{d(n + n_i)}{dt} = 0, \quad \text{тобто} \quad n + n_i = \text{const}.$$

Нехай концентрація електронів, утворених в зоні провідності теплом (без освітлення), дорівнює n_0, а звільнених світлом Δn. Тоді:

$$n = n_0 + \Delta n$$

Аналогічно $n_i = n_{i0} + \Delta n_i$.

Оскільки концентрація збуджених в зону провідності електронів дорівнює їх зменшенню на домішкових центрах, то очевидно, що

$$\Delta n = -\Delta n_i.$$

Тоді $$n_i = n_{i0} - \Delta n.$$

Підставивши значення n і n_i в рівняння (5.1) отримаємо

$$\frac{d(n_0 + \Delta n)}{dt} = Lq\beta(n_{i0} - \Delta n) + (n_{i0} - \Delta n)vS_n N_{ci} - (n_0 + \Delta n)\cdot vS_n(N_i - n_{i0} + \Delta n).$$

В правій частині рівності у всіх доданках окрім першого розкриємо дужки:

$$\frac{dn_0}{dt} + \frac{d\Delta n}{dt} = Lq\beta(n_{i0} - \Delta n) + \underline{n_{i0}\, vS_n\, N_{ci}} - \Delta n\, vS_n\, N_{ci} - \underline{n_0 vS_n N_i} +$$

$$+ \underline{n_0\, n_{i0}\, vS_n} - n_0\, \Delta n\, vS_n - \Delta n\, vS_n N_i + \Delta n\, n_{i0}\, vS_n - (\Delta n)^2 vS_n.$$

Підкреслені доданки разом складають:

$$n_{i0}\, vS_n\, N_{ci} - n_0 vS_n\,(N_i - n_{i0}) = \frac{dn_0}{dt}.$$

Тут перший доданок зліва – це темп термічного викиду носіїв; другий доданок – це темп захоплення на рівні термічно збуджених носіїв; права частина – це зміна з часом концентрації термічно збуджених носіїв.

Скоротивши на ці величини і виносячи за дужки $\Delta n v S_n$, отримаємо:

$$\frac{d\Delta n}{dt} = Lq\beta(n_{i0} - \Delta n) - vS_n\, \Delta n\, (N_{ci} + n_0 + N_i - n_{i0} + \Delta n). \qquad (5.2)$$

Цим нелінійним рівнянням описується в загальному випадку кінетика домішкової фотопровідності.

Істотною відмінністю домішкової фотопровідності від власної є те, що інтенсивність генерації носіїв не є постійною навіть при L = const. Як це видно з рівняння (5.2), перший член, що визначає генерацію, сам містить Δn. (А у разі власної фотопровідності f завжди пропорційне L).

Рівняння можна записати інакше, об’єднавши всі члени, що містять Δn:

$$\frac{d\Delta n}{dt} = Lq\beta n_{i0} - \underline{vS_n}\,\Delta n\,\left(\frac{Lq\beta}{vS_n} + N_{ci} + n_0 + N_i - n_{i0} + \Delta n\right). \qquad (5.3)$$

У разі власної фотопровідності рівняння (5.3) мало б вигляд:

$$\frac{dn}{dt} = f - \frac{n}{\tau_n}.$$

Приведемо наше рівняння (5.3) до такого вигляду, а саме, перепишемо його так

$$\frac{d\Delta n}{dt} = Lq\beta n_{i0} - \frac{\Delta n}{\tau^{світ}_{миттєв}}. \qquad (5.4)$$

Тут введено позначення

$$\tau^{світ}_{миттєв} = \frac{1}{vS_n\left(\frac{Lq\beta}{vS_n} + N_{ci} + n_0 - n_{i0} + N_i + \Delta n\right)}.$$

Це миттєвий час життя, оскільки він змінюється в процесі релаксації через зміну Δn. Він залежить також і від інтенсивності світла L (L входить у вираз для τ), тому ставимо індекс “світ”.

Якщо світло вимкнути і вимірювати релаксацію спаду фотоструму, то миттєвий час (оскільки L=0, а значить і $\frac{Lq\beta}{vS_n} = 0$), запишеться у вигляді

$$\tau^{темн}_{миттєв} = \frac{1}{vS_n(N_{ci} + n_0 - n_{i0} + N_i + \Delta n)}.$$

Якщо порівняти миттєві часи життя зростання і спаду фотоструму, то одержимо, що:

$$\frac{1}{\tau^{світ}_{миттєв}} - \frac{1}{\tau^{темн}_{миттєв}} = Lq\beta. \qquad (5.5)$$

Тобто $\tau_{миттєв}^{світ} < \tau_{миттєв}^{темн}$.

Таким чином, кінетика домішкової фотопровідності характеризується своєрідною асиметрією: зростання фотопровідності відбувається швидше, ніж її спад.

Це використовують для визначення важливого параметра, що характеризує процес збудження, а саме, перерізу захоплення q фотона домішковим центром, аналізуючи різницю між кінетикою зростання і спаду домішкової фотопровідності.

При освітленні $(\frac{d\Delta n}{dt})_{св} = Lq\beta n_{i0} - \frac{\Delta n}{\tau_{миттєв}^{світ}}$.

В темряві $(\frac{d\Delta n}{dt})_{темн} = -\frac{\Delta n}{\tau_{миттєв}^{темн}}$.

Звідси $\frac{1}{\tau_{миттєв}^{світ}} = \frac{Lq\beta n_{io} - (\frac{d\Delta n}{dt})_{св}}{\Delta n}$

і $\frac{1}{\tau_{миттєв}^{темн}} = -\frac{(\frac{d\Delta n}{dt})_{темн}}{\Delta n}$.

Тоді різниця

$$\frac{1}{\tau_{миттєв}^{світ}} - \frac{1}{\tau_{миттєв}^{темн}} = \frac{1}{\Delta n}[Lq\beta n_{i0} - (\frac{d\Delta n}{dt})_{св} + (\frac{d\Delta n}{dt})_{темн}].$$

Розглянемо релаксацію зростання і спаду фотоструму в тих точках, де концентрація Δn однакова. Позначимо її через Δn′. Тоді запишемо

$$\frac{1}{\tau_{миттєв}^{світ}} - \frac{1}{\tau_{миттєв}^{темн}} = \frac{1}{\Delta n'}[Lq\beta n_{i0} - (\frac{d\Delta n}{dt})_{св} + (\frac{d\Delta n}{dt})_{темн}]. \quad (5.6)$$

Прирівнюючи праві частини рівнянь (5.5) і (5.6), отримаємо:

$$Lq\beta = \frac{1}{\Delta n'}\left[Lq\beta n_{i0} - \left(\frac{d\Delta n}{dt}\right)_{св} + \left(\frac{d\Delta n}{dt}\right)_{темн}\right].$$

Враховуючи, що $Lq\beta n_{i0}$ визначається з початкової ділянки кривої зростання фотоструму, тобто

$$Lq\beta n_{i0} = \left(\frac{d\Delta n}{dt}\right)^{початк}_{світ},$$

маємо:

$$Lq\beta = \frac{1}{\Delta n'}\left[\left(\frac{d\Delta n}{dt}\right)^{початк}_{світ} - \left(\frac{d\Delta n}{dt}\right)_{св} + \left(\frac{d\Delta n}{dt}\right)_{тем}\right]. \qquad (5.7)$$

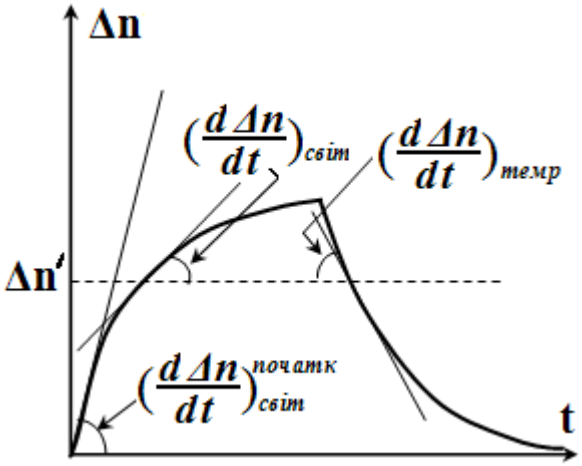

Рис. 5.4. Релаксація струму при вмиканні і вимиканні світла

Вимірявши криву релаксації при вмиканні і вимиканні світла (рис 5.4), визначають початковий нахил $\left(\frac{d\Delta n}{dt}\right)^{початк}_{світ}$ і нахили при якомусь значенні $\Delta n'$. По цих значеннях визначають величину $Lq\beta$. Звідси, знаючи величину L і β (найчастіше можна покласти β=1), знаходять шукане q.

В якості концентрації $\Delta n'$, при якій визначається q, зручно вибрати $\Delta n_{стац}$. Якщо ми вибираємо $\Delta n' = \Delta n_{стац}$, то в цьому випадку, оскільки при стаціонарному значенні концентрації вже не відбувається її змін, і

$$\left(\frac{d\Delta n}{dt}\right)_{тем} = \left(\frac{d\Delta n}{dt}\right)^{початк}_{темн}$$

$$(\frac{d\Delta n}{dt})_{св} = 0.$$

В результаті

$$q = \frac{1}{L\beta\Delta n_{стац}} [(\frac{d\Delta n}{dt})^{початк}_{світ} + (\frac{d\Delta n}{dt})^{початк}_{темн}]. \quad (5.8)$$

Тобто, тепер для визначення перерізу захоплення q фотона домішковим центром достатньо знайти початкові нахили кривих зростання і спаду фотоструму.

Розглянемо люкс-амперну характеристику (ЛАХ) у разі домішкової фотопровідності, тобто знайдемо залежність $\Delta n = \Delta n(L)$.

При власній фотопровідності ЛАХ були лінійними, сублінійними і надлінійними.

Для аналізу ЛАХ у разі домішкової фотопровідності запишемо ще раз кінетичне рівняння (5.4):

$$\frac{d\Delta n}{dt} = Lq\beta n_{i0} - \frac{\Delta n}{\tau^{світ}_{міттєв}},$$

де $$\tau^{світ}_{міттєв} = \frac{1}{vS_n(\frac{Lq\beta}{vS_n} + N_{ci} + n_0 - n_{i0} + N_i + \Delta n)}. \quad (5.9)$$

В стаціонарному випадку $\frac{d\Delta n}{dt} = 0$ і з (5.4) маємо

$$Lq\beta n_{i0} = \frac{\Delta n_{стац}}{\tau^{світ}_{миттєв}},$$

де $\Delta n_{стац}$ – стаціонарна концентрація електронів. Звідси

$$\Delta n_{стац} = Lq\beta n_{i0}\tau^{світ}_{миттєв}.$$

Підставимо сюди значення $\tau^{світ}_{миттєв}$ з (5.9), отримаємо:

$$\Delta n_{стац} = \frac{Lq\beta n_{i0}}{vS_n(\frac{Lq\beta}{vS_n} + N_{ci} + n_0 - n_{i0} + N_i + \Delta n)} . \qquad (5.10)$$

Проаналізуємо цей вираз. При малих інтенсивностях світла, коли

$$\frac{Lq\beta}{vS_n} << N_{ci} + n_0 - n_{i0} + N_i + \Delta n ,$$

причому останнім доданкам в знаменнику (5.10) можна нехтувати, оскільки $\Delta n << N_{ci}$; n_0 ; n_{i0} ; N_i. Тоді отримаємо

$$\Delta n_{стац} = \frac{Lq\beta n_{i0}}{vS_n(N_{ci} + n_0 - n_{i0} + N_i)} .$$

Інакше кажучи, $\Delta n_{стац} \sim L$, тобто ЛАХ лінійна. При великих інтенсивностях світла, коли

$$\frac{Lq\beta}{vS_n} >> N_{ci} + n_0 - n_{i0} + N_i + \Delta n$$

в знаменнику формули (5.10) можна нехтувати всіма доданками окрім першого. Отримаємо

$$\Delta n_{стац} = \frac{Lq\beta n_{i0}}{vS_n(\frac{Lq\beta}{vS_n})} = n_{io}.$$

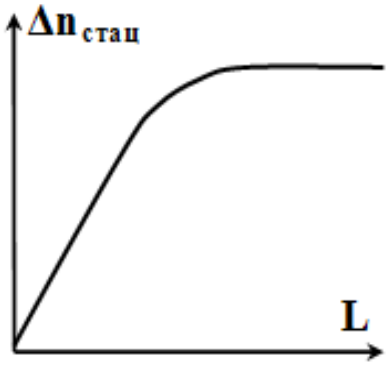

Рис. 5.5. Люкс-амперна характеристика

Тобто при великих інтенсивностях світла ЛАХ досягає насичення (рис 5.5). Це пов'язано з тим, що при великих L практично всі електрони можуть бути переведені світлом з домішкових рівнів в зону провідності (встановилася динамічна рівновага між інтенсивністю оптичного збудження і темпом захоплення носіїв на рівні).

5.2. Індукована домішкова фотопровідність

У деяких фотопровідниках разом з домішковою фотопровідністю виявляється своєрідний ефект індукованої домішкової фотопровідності. Цей ефект полягає у тому, що в напівпровіднику, в якому у нормальному стані домішкова фотопровідність відсутня або незначна, після попереднього підсвічування з області власного поглинання з'являється домішкова провідність або відбувається її різке збільшення.

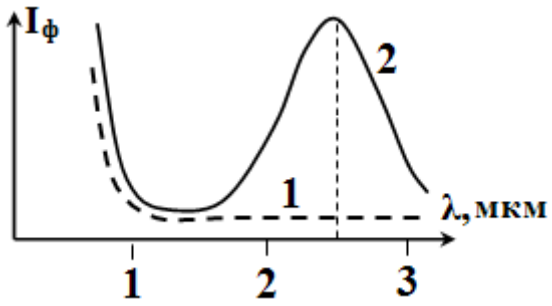

Рис. 5.6. Індукована домішкова провідність
1 - початковий стан; 2 - після попереднього засвічення

На рисунку 5.6 приведено спектральний розподіл фотоструму в CdSe при температурі рідкого азоту до і після попереднього засвічування з області власного поглинання.

Виникнення індукованої домішкової фотопровідності пояснюється тим, що "власне" збудження в результаті подальших процесів захоплень приводить до заповнення електронами до цього порожніх пасткових центрів. Якщо тепер засвітити кристал світлом,

що збуджує електрони з цих пасток, то це приведе до виникнення домішкової фоточутливості.

Розглянемо зонну схему напівпровідника, що містить N_i пасткових рівнів, розташованих на глибині E_i від дна зони провідності. Крім того, в кристалі міститься N_r центрів рекомбінації.

Нехай напівпровідник при низькій температурі засвітили світлом з області власного поглинання. В результаті цього виникли вільні електрони і вільні дірки. Дірки зразу ж захоплюються рекомбінаційними центрами N_r, а електрони частково рекомбінують на рівнях N_r, а частково осідають на пастки N_i (рис. 5.7). Нехай їх концентрація на пастках n_i. При достатньо низькій температурі електрони на пастках знаходитимуться досить довго.

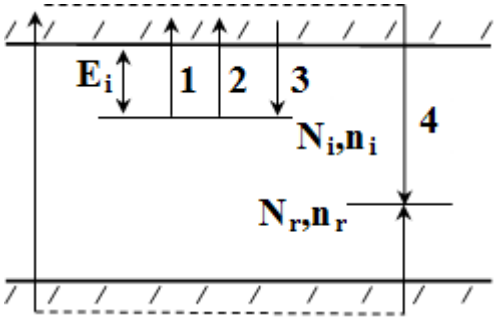

Рис. 5.7. Зонна схема напівпровідника з пастковими і рекомбінаційними рівнями

Якщо тепер збуджувати кристал домішковим світлом, то відбудеться оптична іонізація пасток, що приводить до домішкової фотопровідності.

Кінетичні процеси в поданій моделі можуть бути записані системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \dfrac{dn}{dt} = Lq\beta n_i + n_i v S_n^i N_{ci} - nvS_n^i(N_i - n_i) - nvS_n^r(N_r - n_r) & (5.11) \\ \dfrac{dn_i}{dt} = -Lq\beta n_i - n_i v S_n^i N_{ci} + nvS_n^i(N_i - n_i) & (5.12) \end{cases}$$

Тут S_n^i і S_n^r – поперечні перерізи захоплення електрона пастковим рівнем і центром рекомбінації.

Рівняння (5.11) відображує зміну концентрації вільних електронів. У ньому перші два доданка справа відповідають утворенню вільних електронів в результаті оптичного і термічного збудження. Третій і четвертий доданки справа – це темп зменшення концентрації вільних електронів за рахунок повторного захоплення і рекомбінації.

Рівняння (5.12) відображує зміну концентрації електронів на пастках.

Якщо температура низька, то $N_{ci} = N_c e^{-\frac{E_i}{kT}}$ мале і після попереднього засвічення "власним" світлом (без оптичного збудження "домішковим" світлом) пасткові рівні N_i заповнені повністю, тобто $N_i \approx ni$. Тоді в рівняннях (5.11) і (5.12) 2-м і 3-м членами нехтуємо, і система запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} \dfrac{dn}{dt} = Lq\beta n_i - nvS_n^r(N_r - n_r) \\ \dfrac{dn_i}{dt} = -Lq\beta n_i \end{cases}.$$

Оскільки $\tau_n = \dfrac{1}{nvS_n^r\,(N_r - n_r)}$, то перше рівняння запишеться у вигляді

$$\frac{dn}{dt} = Lq\beta n_i - \frac{n}{\tau_n}. \qquad (5.13)$$

Концентрація дірок на рекомбінаційних центрах ($N_r - n_r$) пов'язана з концентрацією зв'язаних і вільних електронів ($n_i + n$), тому τ_n не постійна величина [τ_n збільшується з часом оскільки ($N_r - n_r$) зменшується з часом]. Але якщо розглядати початкові стадії процесу, коли $n_i >> n$, то ($n_i + n$), що дорівнює ($N_r - n_r$), спочатку змінюється незначно. Вважатимемо

$$\tau_n = \frac{1}{nvS_n^r\,(N_r - n_r)} = \text{const}.$$

Отже, система диференціальних рівнянь запишеться у вигляді

$$\begin{cases} \frac{dn}{dt} = Lq\beta n_i - \frac{n}{\tau_n} & (5.13) \\ \frac{dn_i}{dt} = -Lq\beta n_i \ . & (5.14) \end{cases}$$

Розв'яжемо цю систему диференціальних рівнянь. Спочатку знайдемо розв'язок однорідного рівняння (5.14). Його розв'язок після інтегрування ($\frac{dn_i}{n_i} = -Lq\beta dt$):

$$n_i = C e^{-Lq\beta t}.$$

Виходячи з початкової умови, що при t = 0 $n_i = N_i$, знайдемо "C":

$$N_i = C\, e^{-0}; \qquad C = N_i$$

Тоді $$n_i = N_i e^{-Lq\beta t}.$$

Підставляємо це значення n_i в рівняння (5.13). Маємо

$$\frac{dn}{dt} = Lq\beta\, N_i e^{-Lq\beta t} - \frac{n}{\tau_n}. \qquad (5.15)$$

Це неоднорідне диференціальне рівняння. Відповідне однорідне диференціальне рівняння

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau_n}.$$

Розділимо змінні $$\frac{dn}{n} = -\frac{t}{\tau_n}.$$

Його розв'язок $$n = C_1 e^{-\frac{t}{\tau_n}}; \qquad n = U(t) e^{-\frac{t}{\tau_n}}.$$

Вважаючи $C_1 = U(t)$, продиференцюємо:

$$\frac{dn}{dt} = U' e^{-\frac{t}{\tau_n}} - \frac{U}{\tau_n} e^{-\frac{t}{\tau_n}}.$$

Підставляємо $\frac{dn}{dt}$ і n в рівняння (5.15):

$$U' e^{-\frac{t}{\tau_n}} - \cancel{\frac{U}{\tau_n} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}}} + \cancel{\frac{U}{\tau_n} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}}} - Lq\beta N_i e^{-Lq\beta t} = 0.$$

Звідси $$U' = Lq\beta N_i e^{-Lq\beta t} e^{\frac{t}{\tau_n}} = Lq\beta N_i e^{(-Lq\beta + \frac{1}{\tau_n})t}.$$

Звідки, проінтегрувавши, можна записати

$$U = \frac{Lq\beta N_i}{-Lq\beta + \frac{1}{\tau_n}} e^{(-Lq\beta + \frac{1}{\tau_n}) \cdot t} + A.$$

Підставимо значення “U” в вираз для n:

$$n(t) = U e^{-\frac{t}{\tau_n}} = \frac{Lq\beta N_i}{\frac{1}{\tau_n} - Lq\beta} e^{-Lq\beta t} + A e^{-\frac{t}{\tau_n}}.$$

З початкових умов: при t = 0 n = 0, знаходимо константу “А”:

$$0 = \frac{Lq\beta N_i}{\frac{1}{\tau_n} - Lq\beta} e^{-0} + A e^{-0}; \quad A = -\frac{Lq\beta N_i}{\frac{1}{\tau_n} - Lq\beta}.$$

Підставивши значення “А”, отримаємо

$$n(t) = \frac{Lq\beta N_i}{\frac{1}{\tau_n} - Lq\beta} e^{-Lq\beta \cdot t} - \frac{Lq\beta N_i}{\frac{1}{\tau_n} - Lq\beta} e^{-\frac{t}{\tau_n}}.$$

або $$n(t) = \frac{Lq\beta N_i}{\frac{1}{\tau_n} - Lq\beta} \left(e^{-Lq\beta \cdot t} - e^{-\frac{t}{\tau_n}} \right). \qquad (5.16)$$

Якщо побудувати графік цієї залежності, то він виглядатиме, як показано на рис. 5.8.

З формули (5.16) видно, що при $t \to \infty$ $n(t) \to 0$. Експериментальна ж крива, як виявилося, проходить так, як показано пунктиром, тобто фотострум релаксує не до нуля, а до якогось стаціонарного значення $n_{стац} \neq 0$. Це пов'язано з тим, що τ_n не є постійним, а збільшується по мірі зменшення концентрації дірок на рівнях рекомбінації. Виходить, що $(N_i - n_i)$ зростає (все більше електронів покидає пастки), а $(N_r - n_r)$ зменшується, тобто рекомбінація стає набагато меншою, ніж повторне захоплення. Тому, у зв'язку із зростанням τ_n, величина n не спадає до нуля.

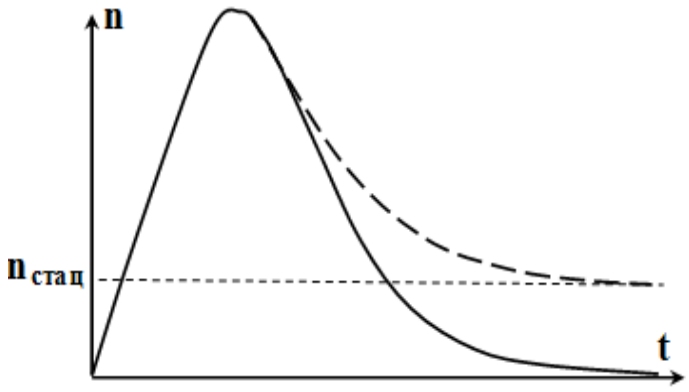

Рис. 5.8. Криві релаксацій

Вивчаючи кінетику індукованої домішкової фотопровідності можна визначити параметри домішкових центрів, як і у разі домішкової фотопровідності.

5.3. Термооптичні переходи і подвійні оптичні переходи

Домішкове збудження може приводити і до біполярної фотопровідності. Біполярність досягається за рахунок

термооптичних переходів та

подвійних оптичних переходів.

А) Термооптичні переходи

В цьому випадку з домішкових центрів в зону провідності електрони збуджуються оптично, а з валентної зони на домішкові центри електрони збуджуються термічно, тобто дірки з рівнів термічно збуджуються в v-зону (рис. 5.9).

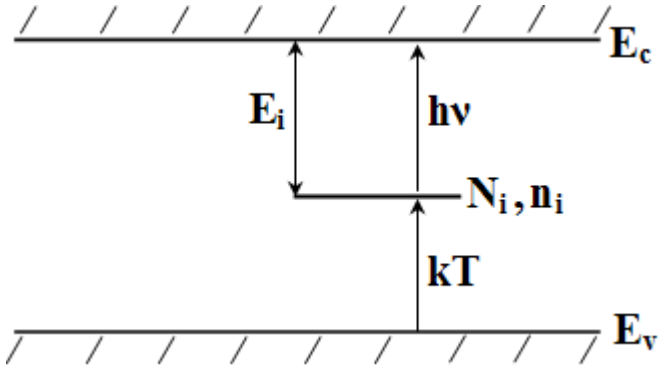

Рис. 5.9. Схема термооптичних переходів

У стаціонарному стані інтенсивність захоплення дірок рівнями N_i і теплової активації їх у валентну зону однакові, тобто

$$p\text{v}\cancel{S_p}n_i = (N_i - n_i)\,\text{v}\cancel{S_p}P_{vi}\,; \quad \text{где} \quad P_{vi} = P_v e^{-\frac{E_g - E_i}{kT}}. \qquad (5.17)$$

Нехай концентрації термічно збуджених носіїв становлять n_0, n_i^0, p_0, а оптично збуджених Δn, Δn_i, Δp. Очевидно

$$n = n_0 + \Delta n\,; \qquad n_i = n_i^0 + \Delta n_i\,; \qquad p = p_0 + \Delta p\ .$$

При наявності освітлення рівняння (5.17) запишеться у вигляді (підставимо значення n_i і p)

$$(p_0 + \Delta p)\,\text{v}\cancel{S_p}(n_i^0 + \Delta n_i) = (N_i - n_i^0 - \Delta n_i)\,\text{v}\cancel{S_p}P_{vi}.$$

Розкриємо дужки

$$p_0 n_i^0 + p_0\Delta n_i + \Delta p\, n_i^0 + \Delta p\Delta n_i = N_i P_{vi} - P_{vi} n_i^0 - \Delta n_i P_{vi}.$$

До освітлення

$$p_0 n_i^0 = (N_i - n_i^0)P_{vi} = N_i P_{vi} - n_i P_{vi}. \qquad (5.18)$$

Враховуючи це, можна взаємно знищити в попередній формулі перший член зліва і два перших справа. Тоді групуючи, одержимо

$$\Delta p(n_i^0 + \Delta n_i) + p_0 \Delta n_i = -\Delta n_i P_{vi}. \qquad (5.19)$$

Запишемо умову зарядової нейтральності

$$\Delta n + \Delta n_i = \Delta p.$$

Звідси $\Delta n_i = \Delta p - \Delta n$.

Підставимо це значення Δn_i в вираз (5.19)

$$\Delta p(n_i^0 + \Delta p - \Delta n) + p_0 (\Delta p - \Delta n) = P_{vi}(\Delta n - \Delta p)$$

Вважатимемо, що термічні переходи набагато інтенсивніші ніж оптичні. Тоді в першому доданку величинами Δp і Δn можна нехтувати в порівнянні з n_i^0. Маємо

$$\Delta p\, n_i^0 + p_0 (\Delta p - \Delta n) = P_{vi}(\Delta n - \Delta p).$$

Розкриємо дужки

$$\Delta p\, n_i^0 + p_0 \Delta p - p_0 \Delta n = P_{vi}\Delta n - P_{vi}\Delta p.$$

Згрупуємо члени по Δp і Δn

$$\Delta p\,(n_i^0 + p_0 + P_{vi}) = \Delta n\,(P_{vi} + p_0).$$

Звідси $$\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{n_i^0 + p_0 + P_{vi}}{P_{vi} + p_0} = 1 + \frac{n_i^0}{P_{vi} + p_0}. \qquad (5.20)$$

Якщо ця величина багато більше одиниці, то провідність монополярна.

З рівняння (5.18)

$$p_0 n_i^0 = (N_i - n_i^0)P_{vi}$$

слідує $p_0 = \frac{(N_i - n_i^0)P_{vi}}{n_i^0}$.

Підставивши значення p_0 в (5.20), отримаємо

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = 1 + \frac{n_i^0 \cdot n_i^0}{P_{vi}N_i - \cancel{n_i^0 P_{vi}} + \cancel{n_i^0 P_{vi}}} .$$

Тобто $$\frac{\Delta n}{\Delta p} = 1 + \frac{(n_i^0)^2}{P_{vi}N_i} . \qquad (5.21)$$

Очевидно, провідність буде монополярною, якщо

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} >> 1, \quad \text{тобто } \frac{(n_i^0)^2}{P_{vi}N_i} >> 1.$$

Одержаний вираз (5.21) буде значно більше одиниці якщо:

1) $P_{vi} = P_v \cdot e^{-\frac{E_g - E_i}{kT}}$ мале, тобто, якщо рівень N_i розташований далеко від валентної зони [$(E_g - E_i)$ – велике];

2) Відношення $\frac{n_i^0}{N_i}$ має бути максимальним, тобто приблизно дорівнювати одиниці, інакше кажучи, рівні повинні бути сильно заповненими.

Таким чином, якщо критерій монополярності виконується, тобто $\frac{(n_i^0)^2}{P_{vi}N_i} >> 1$, то не дивлячись на наявність термооптичних переходів, що приводять до появи вільних дірок, фотопровідність буде все ж таки монополярною.

Б) Подвійні оптичні переходи

Нехай є напівпровідниковий кристал, що містить домішкові центри N_i, розташовані на енергетичній глибині E_i від дна зони провідності (рис. 5.10).

Подвійні оптичні переходи можуть виникнути, якщо енергія фотона hν:

$$E_g > h\nu \geq E_i \quad \text{і} \quad E_g > h\nu \geq E_g - E_i.$$

Світло такої енергії здатне викликати одночасно переходи електронів з домішкових рівнів N_i в зону провідності і переходи електронів з валентної зони на домішкові рівні (або, що те ж саме, переходи дірок з домішкових рівнів у валентну зону).

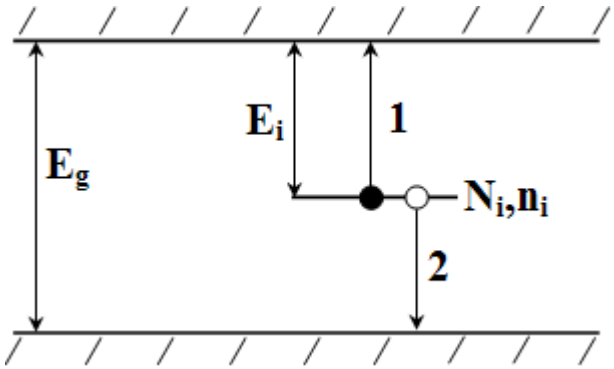

Рис. 5.10. Схема подвійних оптичних переходів

Запишемо кінетичне рівняння для електронів, збуджених світлом, з урахуванням того, що рекомбінація здійснюється через цей же рівень N_i:

$$\frac{d\Delta n}{dt} = Lq_n\beta n_i - \Delta n\,\gamma_n(N_i - n_i). \qquad (5.22)$$

Тут q_n – переріз захоплення фотона домішковим центром, на якому знаходиться електрон; $\gamma_n = vS_n$ – коефіцієнт рекомбінації електронів.

Аналогічно, зміна концентрації дірок, збуджених світлом:

$$\frac{d\Delta p}{dt} = Lq_p\beta(N_i - n_i) - \Delta p\,\gamma_p n_i\,, \qquad (5.23)$$

де q_p – переріз захоплення фотона домішковим центром, на якому знаходиться дірка; $\gamma_p = vS_p$ – коефіцієнт рекомбінації дірок.

В стаціонарному випадку $\frac{d\Delta n}{dt} = 0$ і $\frac{d\Delta p}{dt} = 0.$

Тоді з рівнянь (5.22) і (5.23) випливає

$$Lq_n\beta n_i = \Delta n\, \gamma_n(N_i - n_i).$$

$$Lq_p\beta(N_i - n_i) = \Delta p\, \gamma_p n_i.$$

Звідки $\Delta n = \frac{Lq_n\beta n_i}{\gamma_n(N_i - n_i)}$, $\Delta p = \frac{Lq_p\beta(N_i - n_i)}{\gamma_p n_i}$.

Співвідношення $\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{\cancel{L}q_n\cancel{\beta}n_i \cdot \gamma_p n_i}{\gamma_n(N_i - n_i)\cdot \cancel{L}q_p\cancel{\beta}(N_i - n_i)} = \frac{q_n\gamma_p}{\gamma_n q_p}\frac{n_i^2}{(N_i - n_i)^2}.$

Або, розділивши чисельник і знаменник на n_i^2, отримаємо

$$\frac{\Delta n}{\Delta p} = \frac{q_n\gamma_p}{\gamma_n q_p}\cdot\frac{1}{\left(\frac{N_i}{n_i} - 1\right)^2}.$$

Умовою монополярності фотопровідності є $\frac{\Delta n}{\Delta p} >> 1$.

Значить, для випадку подвійних оптичних переходів критерієм монополярності буде

$$\frac{q_n\gamma_p}{\gamma_n q_p}\cdot\frac{1}{\left(\frac{N_i}{n_i} - 1\right)^2} >> 1 \qquad (5.24)$$

Зазвичай q_n і q_p мало відрізняються між собою і, в цілому, величина $\frac{q_n\gamma_p}{\gamma_n q_p}$ мало відрізняється від одиниці. Тому умова (5.24) виконуватиметься в тому випадку, коли $(\frac{N_i}{n_i} - 1)\to 0$, тобто, якщо $\frac{N_i}{n_i} \to 1$, тобто, коли $N_i \to n_i$.

Таким чином, провідність буде електронною, якщо домішкові рівні в темряві майже повністю заповнені електронами.

Умова діркової провідності

$$\frac{q_n \gamma_p}{\gamma_n q_p} \cdot \frac{1}{\left(\frac{N_i}{n_i} - 1\right)^2} << 1.$$

Тобто, провідність буде дірковою, коли домішкові рівні в темряві майже повністю заповнені дірками.

5.4. Оптична перезарядка домішкових центрів

Освітлення напівпровідника приводить не тільки до зміни концентрації вільних електронів і дірок в вільних зонах, але і до зміни заповнення ними локальних домішкових центрів в забороненій зоні.

У напівпровідниках домішки можуть існувати в різних зарядових станах [одноразово, дворазово, триразово заряджені (містять 1, 2, 3 електрони)], тобто одна і та ж домішка може виконувати роль пасток різної глибини. Глибина пастки пов’язана із зарядовим станом. Пастка є потенційною ямою із стінками, що розходяться. Два носії можуть поміститися в ній тільки на різних енергетичних відстанях від зони провідності.

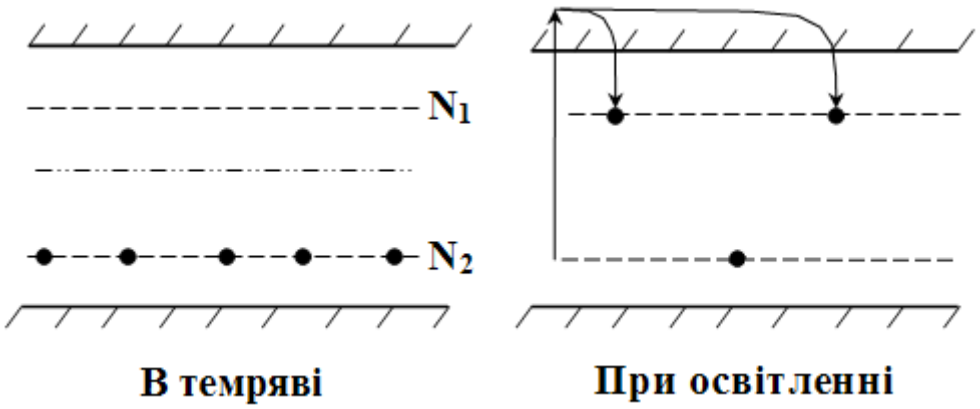

Рис. 5.11. Двохзарядова домішка в напівпровіднику

Нехай в напівпровіднику домішка дає 2 типи центрів (за рахунок різного зарядового стану) і в темряві нижні рівні заповнені

електронами, а верхні ні. Рівень Фермі проходить, як показано на рисунку 5.11.

Якщо тепер освітити напівпровідник світлом, здатним перемістити електрони з рівнів N_2 в с-зону, то електрони можуть захоплюватися на рівні N_1, які раніше були порожніми. Так, в результаті освітлення електрони з рівнів N_2 переселяються на рівні N_1, тобто здійснюється процес “оптичної перезарядки центрів”.

Якщо температура достатньо низька, то після вимкнення світла збережеться нерівноважний стан, викликаний підсвічуванням, оскільки відновлення колишньої рівноваги можливе тільки через с-зону.

Проте можна провести і “зворотну перезарядку”, якщо тепер освітити світлом, що переводить електрони з рівнів N_1 в с-зону.

Оскільки пряма і зворотна оптичні перезарядки відбуваються через с-зону, то вони супроводжуються фотопровідністю з дуже своєрідною кінетикою.

5.5. Від’ємна фотопровідність

З наявністю в кристалах домішкових рівнів зв’язують ефект від’ємної фотопровідності, який полягає в тому, що при освітленні напівпровідника відбувається не збільшення провідності, як це зазвичай спостерігається на досліді, а її зменшення.

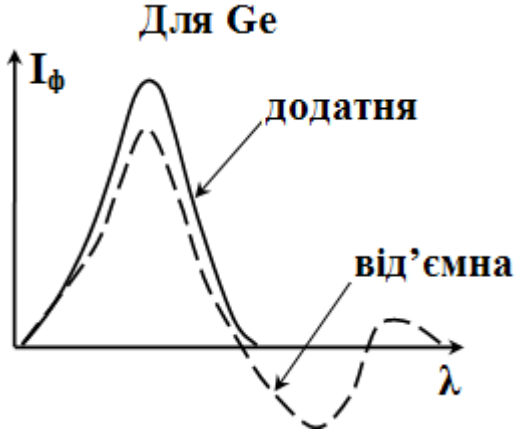

Рис. 5.12. Від’ємна фотопровідність

Найчастіше від'ємна фотопровідність має місце зразу ж за краєм власного поглинання, тобто її максимум зсунутий дещо в довгохвильову область відносно максимуму звичної додатної фотопровідності, як це показано на рис 5.12.

Як правило, цей ефект спостерігається після введення різних домішок або після проведення різних обробок (наприклад, бомбардування напівпровідникового зразка електронами чи іонами).

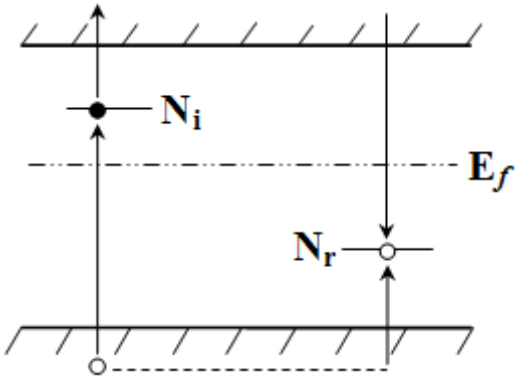

Рис. 5.13. До пояснення від'ємної фотопровідності

Існують різні думки щодо механізму від'ємної фотопровідності. Найбільше поширення набула модель, розглянута Штокманом. Запишемо загальний вираз для питомої фотопровідності:

$$\Delta\sigma = e\Delta n\mu_n + en\Delta\mu_n = \Delta\sigma_{конц} + \Delta\sigma_{рухл}.$$

Нехай в напівпровіднику є локальні рівні N_i, розташовані вище за рівень Фермі. Окрім цих рівнів є рекомбінаційні центри N_r (рис. 5.13).

Припустимо, що переріз захоплення електрона центрами N_i набагато менше, ніж центрами N_r. При освітленні напівпровідника світлом з енергією квантів трохи менше ширини забороненої зони відбувається збудження електронів з валентної зони на рівні N_i.

Дірки при цьому захоплюються на рекомбінаційні центри N_r.

Електрони з рівнів N_i термічно звільняються в с-зону, а дірки на рівнях N_r рекомбінують з електронами провідності. Якщо темп рекомбінаційного процесу буде більше, ніж темп термічного звільнення електронів з N_i-рівнів, то при освітленні відбуватиметься

зменшення темнової концентрації вільних носіїв і, таким чином, спостерігатиметься від'ємна фотопровідність.

Кількісний аналіз умов, необхідних для появи від'ємної фотопровідності може бути проведений при формальному припущенні про те, що в результаті поглинання одного фотона з'являється один додатковий електрон на рівнях N_i і одна дірка на рівнях N_r.

Темп термічного викиду електронів з N_i рівнів в с-зону дорівнює $n_i v S_n^i N_c e^{-\frac{E_i}{kT}}$, де S_n^i – переріз захоплення електрона рівнем N_i.

Темп захоплення електронів рівнями N_r, на яких знаходяться дірки, дорівнює $nvS_n^r(N_r - n_r)$. Або, враховуючи, що $n = N_c e^{-\frac{E_{fn}}{kT}}$ і $N_r - n_r = p_r$, маємо $p_r v S_n^r N_c e^{-\frac{E_{fn}}{kT}}$.

Для спостереження від'ємної фотопровідності необхідне, щоб другий процес проходив швидше першого, тобто щоб $p_r v S_n^r N_c e^{-\frac{E_{fn}}{kT}} > n_i v S_n^i N_c e^{-\frac{E_i}{kT}}$. Але кількість дірок на N_r-рівнях дорівнює кількості електронів на N_i-рівнях, тобто $p_r = n_i$, тому після скорочень отримаємо

$$S_n^r e^{-\frac{E_{fn}}{kT}} > S_n^i e^{-\frac{E_i}{kT}} \quad \text{або} \quad \frac{S_n^r}{S_n^i} > e^{\frac{E_{fn} - E_i}{kT}}.$$

Тобто, для спостереження від'ємної фотопровідності необхідно, щоб переріз захоплення основних носіїв пастковими центрами N_i був меншим, ніж перетин захоплення електронів центрами N_r. Штокман визначив S_n^r для досліджуваних зразків Ge. Його величина виявилася рівною 10^{-21} см^2, тобто дуже маленькою.

Крім цієї моделі існує ще думка про те, що від'ємна фотопровідність може з'являтися внаслідок додаткового розсіяння електронів на пастках в результаті їх оптичної перезарядки.

Пітання для самоперевірки

1. Чим принципово відрізняється домішкова провідність від власної?

2. Що таке миттєвий час життя?

3. Чому кінетика домішкової фотопровідності асиметрична?

4. Що таке переріз захоплення фотона? Як його визначити по кінетиці наростання і спаду фотоструму?

5. Чому люкс-амперна характеристика для домішкової провідності характеризується насиченням?

6. Що таке індукована домішкова фотопровідність?

7. Що таке термічні і подвійні оптичні переходи?

8. Як відбувається оптична перезарядка домішкових центрів?

9. Який механізм від’ємної фотопровідності?

Тестові завдання для змістового модуля

1. Наявність домішкових центрів приводить до появи додаткової чутливості:

   А) У короткохвильовій області спектру;

   Б) У довгохвильовій;

   В) Не змінює чутливість.

2. При домішковій провідності інтенсивність генерації носіїв при постійній інтенсивності світла:

   А) Постійна;

   Б) Зменшується;

   В) Зростає.

3. Після вимкнення світла спад домішкової провідності в порівнянні з її зростанням при освітленні відбувається:

   А) Швидше;

   Б) Повільніше;

   В) Однаково.

4. Домішкова провідність характеризується люкс-амперною характеристикою:

   А) Лінійною;

   Б) Сублінійною;

В) Надлінійною.

5. Індукована провідність після охолодження кристала може виявлятися при збудженні:

А) Власним світлом;

Б) Домішковим світлом;

В) Не залежить від освітлення.

6. Домішкове збудження до біполярної провідності приводити:

А) Може;

Б) Не може;

7. Оптична перезарядка домішкових центрів може здійснюватись:

А) При низькій температурі;

Б) При високій температурі.

8. Від’ємна фотопровідність має місце при освітленні зразка:

А) Короткохвильовим світлом;

Б) Світлом з області максимуму спектрального розподілу;

В) Довгохвильовим світлом.

VI. ЯВИЩА, ОБУМОВЛЕНІ РУХОМ НОСІЇВ ЗАРЯДУ У ФОТОЧУТЛИВИХ КРИСТАЛАХ

6.1. Довжина екранування Дебая. Розподіл концентрації носіїв заряду і поля в частково освітленому напівпровіднику

Розглянемо електронні процеси в напівпровіднику, коли він освітлений частково (рис. 6.1).

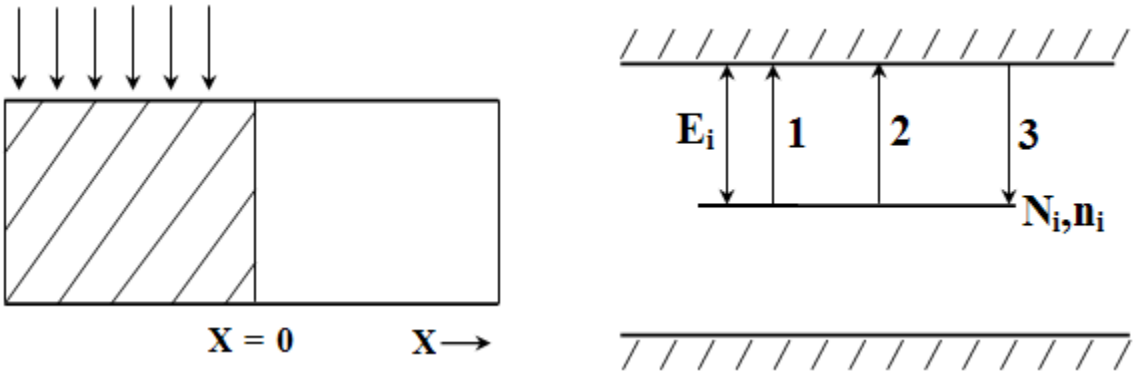

Рис. 6.1. Частково освітлений напівпровідник і його зонна діаграма

Зліва від координати x=0 напівпровідник освітлений, а справа затемнений. Зліва в напівпровіднику протікають процеси, пов’язані з однорідним збудженням. Нехай напівпровідник містить лише один тип домішкових рівнів N_i. Це рівні, з яких відбувається фотозбудження і тепловий закид електронів в зону і на них же відбувається рекомбінація електронів. Інтенсивності вказаних процесів будуть:

1. Фотозбудження: $f = L\chi\beta$, где $\chi = qn_i$;
2. Тепловий закид: $n_i v S_n N_{ci}$;
3. Рекомбінація (захоплення електронів на рівні): $nvS_n(N_i - n_i)$.

В результаті цих процесів в лівій (освітленій) частині кристалу встановлюється концентрація вільних електронів n. При цьому права і ліва частини залишаються електрично нейтральними.

У зв’язку з тим, що кристал освітлений частково, концентрація електронів в лівій частині буде вищою. Це приведе до появи дифузійного струму (внаслідок неоднорідності розподілу концентрації електронів):

$$j_D = eD \operatorname{grad} n ,$$

де D – коефіцієнт дифузії електронів.

У одновимірному випадку:

$$j_D = eD \frac{dn}{dx} . \qquad (6.1)$$

В результаті руху (дифузії) електронів зліва направо ця частина кристала заряджатиметься негативно щодо його лівої частини. В результаті виникатиме електричне поле напруженості E, під дією котрого електрони рухатимуться вліво, створюючи дрейфовий електричний струм:

$$j_E = \sigma E = e\mu n E. \qquad (6.2)$$

Дифузійний струм протікатиме до тих пір, поки він не зрівноважиться дрейфовим струмом, тобто, поки не стане: $j_D = - j_E$. Або

$$eD \frac{dn}{dx} = - e\mu n E.$$

Звідси:
$$\frac{dn}{n} = -\frac{\mu E}{D} dx .$$

Розв’язок цього рівняння:

$$n = C e^{-\frac{\mu E x}{D}} . \qquad (6.3)$$

Тут “C” – константа інтегрування.

З іншого боку, оскільки електрони рухались в електричному полі, то зміниться їх енергія. Якщо x – шлях, пройдений електроном в електричному полі E, то різниця потенціалів на цій ділянці $U = Ex$, а енергія, яку придбає електрон: $W = eU = eEx$.

Ці електрони підлягають розподілу Больцмана (як електрони в невиродженому напівпровіднику), тобто:

$$n = N_c e^{-\frac{W}{kT}}.$$

Або, враховуючи, що W = eEx:

$$n = N_c e^{-\frac{eEx}{kT}} . \qquad (6.4)$$

Порівнюючи (6.3) і (6.4) маємо: (при x=0 константа $C=N_c$) для будь-якої координати *x*

$$\frac{\mu Ex}{D} = \frac{eEx}{kT}.$$

Звідси коефіцієнт дифузії:

$$D = \frac{\mu kT}{e} . \qquad (6.5)$$

Формулу (6.5) називають співвідношенням Ейнштейна. Розмірність $[D] = \frac{см^2}{c}$.

Запишемо рівняння неперервності (рівняння збереження концентрації носіїв струму). Зміна концентрації носіїв в деякому об'ємі напівпровідника може відбуватися в результаті трьох процесів:
1 – генерації носіїв;
2 – їх рекомбінації;
3 – зміни концентрації за рахунок руху електронів в просторових координатах (кількість зарядів, що входять в об'єм, може виявитись відмінною від кількості тих, що виходять). Цей останній процес повинен, очевидно, залежати від швидкостей зміни густини струму з координатою:

$$\frac{\partial n}{\partial x} = L\chi\beta + n_i v S_n N_{ci} - n v S_n (N_i - n_i) + \frac{1}{e} \operatorname{div} j . \qquad (6.6)$$

Кількісний третій член записується як div j. У декартових координатах:

$$\text{div j} = \frac{\partial}{\partial x} j_x + \frac{\partial}{\partial y} j_y + \frac{\partial}{\partial z} j_z .$$

Густина повного струму в будь-якій точці зразка: $j = j_D + j_E$. Підставимо значення j_D і j_E з (6.1) і (6.2):

$$j = eD\frac{dn}{dx} + en\mu E .$$

Враховуючи (6.5) $D = \frac{\mu kT}{e}$, отримаємо:

$$j = e\frac{\mu kT}{e}\frac{dn}{dx} + en\mu E \ . \qquad (6.7)$$

Щоб знайти розв'язок системи рівнянь (6.6) і (6.7) запишемо теорему Остроградского-Гаусса в диференціальній формі (так зване рівняння Пуассона), яка дає зв'язок між напруженістю електричного поля і об'ємною густиною заряду ρ в даній точці:

$$\text{div E} = \frac{4\pi\rho}{\varepsilon} ,$$

У одновимірному випадку:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi\rho}{\varepsilon} .$$

За відсутності дифузії, в кожній точці об'єму n = p і об'ємний заряд відсутній. В результаті дифузії:

1) зліва рухомі носії (електрони) відходять, але там залишаються дірки, заряд яких не скомпенсований;
2) справа – концентрація вільних електронів становить n.

Їх різниця і є надлишковий заряд. Тобто, об'ємна густина заряду:

$$\rho = e\,[(N_i - n_i) - n]$$

Враховуючи це, запишемо:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e}{\varepsilon} [(N_i - n_i) - n] . \qquad (6.8)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (6.6) і (6.8) для одновимірного випадку, знайдемо розподіл концентрації носіїв, заряду і напруженості поля при частковому освітленні напівпровідника. У стаціонарному випадку, коли всі процеси встановились:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = 0; \quad j = 0,$$

а, отже: div E = 0. Тоді рівняння (6.6) запишеться у вигляді

$$L\chi\beta + n_i v S_n N_{ci} - n v S_n (N_i - n_i) = 0. \qquad (6.9)$$

Рахуючи, що: $n = n_0 + \Delta n$

(перший доданок справа за рахунок тепла, другий – світла), маємо

$$n_i = n_{i0} + \Delta n_i.$$

У темряві рівняння (6.9) запишеться у вигляді:

$$n_{i0} v S_n N_{ci} - n_0 v S_n (N_i - n_{i0}) = 0 .$$

Або:

$$n_{i0} v S_n N_{ci} - n_0 v S_n N_i + n_0 v S_n n_{i0} = 0. \qquad (6.10)$$

Підставимо значення n і n_i в рівняння (6.9), на світлі одержимо:

$$L\chi\beta + (n_{i0} + \Delta n_i) v S_n N_{ci} - (n_0 + \Delta n) v S_n (N_i - n_{i0} - \Delta n_i) = 0.$$

Розкриємо дужки:

$$L\chi\beta + \underline{v S_n N_{ci} n_{i0}} + v S_n N_{ci} \Delta n_i - \underline{v S_n n_0 N_i} - v S_n N_i \Delta n +$$
$$+ \underline{v S_n n_0 n_{i0}} + v S_n \Delta n n_{i0} + v S_n n_0 \Delta n_i + \underline{\underline{v S_n \Delta n \Delta n_i}} = 0 .$$

Перші три підкреслені доданки можна знищити згідно з рівнянням (6.10). Окрім цього вважаємо, що підсвічування слабке, тобто $\Delta n << n_0$ і $\Delta n_i << n_{0i}$. Тоді добуток $\Delta n \cdot \Delta n_i$ малий і членом, що його містить, можна знехтувати. Після цих спрощень одержимо:

$$L\chi\beta + v S_n N_{ci} \Delta n_i - v S_n N_i \Delta n + v S_n \Delta n n_{i0} + v S_n n_0 \Delta n_i = 0.$$

Тут Δn_i – зміна концентрації електронів на домішкових центрах. Електрони переходять в с-зону, на домішкових центрах залишаються дірки, тому:

$$\begin{cases} \Delta n_i = \Delta p_i . \\ N_i - n_{i0} = p_{i0} = n_0 \end{cases} \qquad (6.11)$$

Крім того:

У темряві кристал був нейтральним, тому в останньому рівнянні враховано, що $n_0 = p_0$. Згрупуємо доданки по Δn_i і по Δn:

$$L\chi\beta + vS_n \Delta n_i (N_{ci} + n_0) = vS_n \Delta n (N_i - n_{i0}) .$$

Враховуючи (6.11), маємо:

$$L\chi\beta - vS_n \Delta p_i (N_{ci} + n_0) = vS_n \Delta n\, n_0.$$

Звідси:

$$\Delta p_i = \frac{L\chi\beta - \Delta n v S_n n_0}{v S_n (N_{ci} + n_0)} =$$

(поділимо чисельник і знаменник на vS_n):

$$= \frac{\frac{L\chi\beta}{vS_n} - \Delta n\, n_0}{N_{ci} + n_0} . \qquad (6.12)$$

Звернемося тепер до рівняння для j (6.7). У разі, коли j = 0 воно запишеться:

$$\mu kT \frac{dn}{dx} + en\mu E = 0.$$

Звідси:

$$E = -\frac{kT}{en}\frac{dn}{dx} .$$

Підставимо значення $n = n_0 + \Delta n$, отримаємо:

$$E = -\frac{kT}{e(n_0 + \cancel{\Delta n})}\frac{d}{dx}(\cancel{n_0} + \Delta n) = -\frac{kT}{e n_0}\frac{d}{dx}(\Delta n) \cdot$$

У знаменнику першого множника доданком Δn знехтовано через умову $\Delta n << n_0$; під знаком диференціала n_0 відкинуте як постійна величина.

Продиференціюємо праву і ліву частини рівняння для E по *x*:

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{kT}{en_0}\frac{d^2(\Delta n)}{dx^2} \ . \qquad (6.13)$$

Але, згідно з виразом (6.8)

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e}{\varepsilon}[(N_i - n_i) - n]\cdot$$

Підставивши сюди значення $n_i = n_{i0} + \Delta n_i$ і $n = n_0 + \Delta n$, будемо мати:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e}{\varepsilon}(\cancel{N_i - n_{i0}} - \cancel{n_{i0}} - n_0 - \Delta n) = \frac{4\pi e}{\varepsilon}(-n_{i0} - \Delta n)\cdot$$

Тут враховано, що $N_i - n_{i0} = n_0$. Крім того, $-\Delta n_i = \Delta p$, тому:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e}{\varepsilon}(\Delta p - \Delta n)$$

Підставимо сюди значення $\frac{dE}{dx}$ з (6.13):

$$-\frac{kT}{en_0}\frac{d^2(\Delta n)}{dx^2} = \frac{4\pi e}{\varepsilon}(\Delta p - \Delta n)\cdot$$

Або, враховуючи значення Δp з виразу (6.12):

$$-\frac{kT}{en_0}\frac{d^2(\Delta n)}{dx^2} = \frac{4\pi e}{\varepsilon}\left(\frac{\frac{L\chi\beta}{\nu S_n} - \Delta n\, n_0}{N_{ci} + n_0} - \Delta n\right).$$

Приведемо вирази в дужках до спільного знаменника і розділимо ліву і праву частини на $\frac{kT}{en_0}$:

$$-\frac{d^2(\Delta n)}{dx^2}=\frac{4\pi e^2 n_0}{\varepsilon kT}\left(\frac{\frac{L\chi\beta}{\nu S_n}-\Delta n\, n_0-\Delta n N_{ci}-\Delta n n_0}{N_{ci}+n_0}\right).$$

Перепишемо останній вираз у вигляді:

$$\frac{d^2(\Delta n)}{dx^2}-\frac{4\pi e^2 n_0}{\varepsilon kT}\Delta n\left(\frac{N_{ci}+2n_0}{N_{ci}+n_0}\right)+\frac{4\pi e^2 n_0\cdot L\chi\beta}{\varepsilon kT\cdot\nu S_n\cdot(N_{ci}+n_0)}=0\ .$$

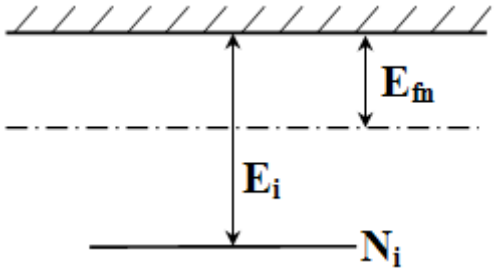

Рис. 6.2. Розташування рівня Фермі відносно домішкових рівнів

При слабкому освітленні Δn мале, тобто домішкові рівні слабо іонізовані. І квазірівень Фермі для електронів знаходиться вище, ніж домішковий рівень N_i, тобто $E_i > E_{fn}$ (рис.6.2).

Але $$n_0 = N_c e^{-\frac{E_{fn}}{kT}};\quad N_{ci} = N_c e^{-\frac{E_i}{kT}}.$$

За умови $E_i > E_{fn}$, маємо: $n_0 >> N_{ci}$. Тоді рівняння спроститься (знехтуємо N_{ci} в порівнянні з n_0):

$$\frac{d^2(\Delta n)}{dx^2}-\frac{8\pi e^2 n_0}{\varepsilon kT}\Delta n+\frac{4\pi e^2\cdot L\chi\beta}{\varepsilon kT\cdot\nu S_n}=0\ .$$

Позначимо $\frac{8\pi e^2 n_0}{\varepsilon kT}=\frac{1}{l_D^2}$; $l_D=\sqrt{\frac{\varepsilon kT}{8\pi e^2 n_0}}$ – довжина екранування Дебая.

Тоді:

$$\frac{d^2(\Delta n)}{dx^2}-\frac{\Delta n}{l_D^2}+\frac{1}{l_D^2}\cdot\frac{L\chi\beta}{2\nu S_n n_0}=0\ .$$

Це неоднорідне диференціальне рівняння 2-го ступеня відносно Δn. Відповідне однорідне рівняння має вигляд

$$\frac{d^2(\Delta n)}{dx^2} - \frac{\Delta n}{l_D^2} = 0 \cdot$$

Воно справедливе для затемненої частини кристала. Його розв'язок дасть закон зміни щільності фотозбудження в затемненій частині. Запишемо відповідне характеристичне рівняння:

$$\alpha^2 - \frac{1}{l_D^2} = 0 \cdot$$

Його розв'язки:

$$\alpha_1 = \frac{1}{l_D} \; ; \; \alpha_2 = -\frac{1}{l_D} \cdot$$

Тоді загальний розв'язок однорідного рівняння має вигляд:

$$\Delta n = C_1 e^{\alpha_1 x} + C_2 e^{\alpha_2 x} .$$

Підставивши значення α_1 і α_2, маємо:

$$\Delta n = C_1 e^{\frac{x}{l_D}} + C_2 e^{-\frac{x}{l_D}} .$$

Перший доданок в цьому рівнянні фізичного змісту не має, оскільки концентрація електронів в глибину затемненої частини кристала не може зростати із зростанням *x*. Тому $C_1 = 0$. Таким чином:

$$\Delta n = C_2 e^{-\frac{x}{l_D}} . \qquad (6.14)$$

Звідси можна визначити фізичний зміст l_D – це відстань від межі освітлення, на якій концентрація нерівноважних носіїв зменшується в *e* разів. Цю величину називають дебаєвським радіусом екранування (довжиною екранування Дебая).

Оцінімо, якого порядку ця величина для CdS:

$$l_D = \sqrt{\frac{\varepsilon kT}{8\pi e^2 n_0}} = \sqrt{\frac{8 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-16} \cdot 3 \cdot 10^2}{8 \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}8^2 \cdot 10^{-20} \cdot 10^{10}}} \approx \sqrt{\frac{3 \cdot 10^{-13}}{6 \cdot 10^{-8}}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \; см \cdot$$

Тобто, глибина проникнення електронів ~0,01 мм та залежить від діелектричної проникності і концентрації вільних електронів.

Таким чином, (6.14) визначає закон зміни концентрації фотозбуджених носіїв з відстанню в затемненій області. Тепер визначимо, як змінюватиметься з координатою Δn в освітленій ділянці кристала. Для цього розв'яжемо неоднорідне диференціальне рівняння з постійним вільним членом

$$\frac{d^2(\Delta n)}{dx^2} - \frac{\Delta n}{l_D^2} + \frac{1}{l_D^2} \cdot \frac{L\chi\beta}{2v S_n n_0} = 0 \quad .$$

Загальним розв'язком цього рівняння буде загальний розв'язок однорідного рівняння плюс частинний розв'язок неоднорідного.

Розв'язок однорідного рівняння є:

$$\Delta n_{одн} = C_1 e^{\frac{x}{l_D}} + C_2 e^{-\frac{x}{l_D}}.$$

Частинним розв'язком неоднорідного рівняння буде випадок, коли вільний член є постійною величиною. Нехай Δn = A. Знайдемо розв'язок. Для цього в початкове рівняння замість Δn підставимо константу A:

$$-\frac{A}{l_D^2} + \frac{1}{l_D^2} \cdot \frac{L\chi\beta}{2v S_n n_0} = 0 \quad .$$

Перший член $\frac{d^2A}{dx^2} = 0$ оскільки "A" – стала.

Звідси $$A = \frac{L\chi\beta}{2v S_n n_0} \quad .$$

Отже, загальне рішення неоднорідного рівняння запишеться у вигляді:

$$(\Delta n)_{осв} = C_1 e^{\frac{x}{l_D}} + C_2 e^{-\frac{x}{l_D}} + \frac{L\chi\beta}{2v S_n n_0} \cdot$$

Цей розв'язок справедливий для $x < 0$. Коли $x \to -\infty$ член з $C_2 \to -\infty$. Отже

$$\begin{cases} \Delta n\big|_{x>0} = C_2 e^{-\frac{x}{l_D}} & (6.14) \\ \Delta n\big|_{x\le 0} = C_1 e^{\frac{x}{l_D}} + \dfrac{L\chi\beta}{2v S_n n_0} \ . & (6.15) \end{cases}$$

Бачимо, що необхідно знайти сталі C_1 і C_2. Скористаємось умовою неперервності, тобто, тим, що при $x = 0$ (тобто на межі)

$$\begin{cases} (\Delta n)^{св} = (\Delta n)^{темн} \\ \left(\dfrac{d\Delta n}{dx}\right)^{св} = \left(\dfrac{d\Delta n}{dx}\right)^{темн} \end{cases}$$

Підставивши в перше рівняння значення Δn при x=0 з (6.14) і (6.15), маємо:

$$C_2 = C_1 + \frac{L\chi\beta}{2v S_n n_0} \ .$$

Для другого рівняння після диференціювання

$$C_2 e^{-\frac{x}{l_D}} = C_1 e^{\frac{x}{l_D}} + \frac{L\chi\beta}{2v S_n n_0},$$

отримаємо $$C_2\left(-\frac{1}{l_D}\right)e^{-\frac{x}{l_D}} = C_1\left(\frac{1}{l_D}\right)e^{\frac{x}{l_D}}.$$

Звідки при $x = 0$ $$-\frac{C_2}{l_D} = \frac{C_1}{l_D}$$ або $C_1 = -C_2$.

Переставимо в перше рівняння замість C_1 значення $-C_2$, одержимо

$$C_2 = -C_2 + \frac{L\chi\beta}{2v S_n n_0} \ .$$

Звідси $$2C_2 = \frac{L\chi\beta}{2v S_n n_0} \ .$$

Тоді $$C_2 = \frac{L\chi\beta}{4\nu S_n n_0} \qquad C_1 = -\frac{L\chi\beta}{4\nu S_n n_0} \quad .$$

Підставивши в (6.14) і (6.15) значення C_1 і C_2 остаточно отримаємо:

В освітленій частині: $$\Delta n\big|_{x\le 0} = \frac{L\chi\beta}{4\nu S_n n_0}(2 - e^{\frac{x}{l_D}}) \quad . \qquad (6.16)$$

В затемненій частині: $$\Delta n\big|_{x\ge 0} = \frac{L\chi\beta}{4\nu S_n n_0} e^{-\frac{x}{l_D}} \quad . \qquad (6.17)$$

Значить, в глибині освітленої частини, при $x \to -\infty$

$$(\Delta n)_{світ} \to \frac{L\chi\beta}{2\nu S_n n_0} = \Delta n_{\max} \quad .$$

На межі освітленої і неосвітленої областей при x = 0

$$\Delta n = \frac{L\chi\beta}{4\nu S_n n_0} = \frac{\Delta n_{\max}}{2} \quad .$$

В глибині затемненої області при $x \to -\infty$, $(\Delta n)_{темн} \to 0$.
Тепер можна визначити розподіл об'ємного заряду $\rho = e(\Delta p_i - \Delta n)$.

Згідно з (6.12): $$\Delta p_i = \frac{\frac{L\chi\beta}{\nu S_n} - \Delta n n_0}{N_{ci} + n_0} \quad .$$

Підставимо це значення у вираз для ρ, одержимо:

$$\rho = e\,\frac{\frac{L\chi\beta}{\nu S_n} - \Delta n n_0 - N_{ci}\Delta n - \Delta n n_0}{N_{ci} + n_0} = e\,\frac{\frac{L\chi\beta}{\nu S_n} - 2\Delta n n_0 - N_{ci}\Delta n}{N_{ci} + n_0} \cdot$$

Враховуючи те, що $n_0 >> N_{ci}$ у останньому виразі можна нехтувати членами з N_{ci}. Маємо:

$$\rho = e\,(\frac{L\chi\beta}{\nu S_n n_0} - 2\Delta n) \cdot$$

Підставляючи сюди значення Δn для освітленої і затемненої частин кристала, отримаємо значення ρ в цих областях.

В освітленій: $$\rho\big|_{x\le 0} = e[\frac{L\chi\beta}{\nu S_n n_0} - 2\frac{L\chi\beta}{4\nu S_n n_0}(2 - e^{\frac{x}{l_D}})]\cdot$$

або $$\rho\big|_{x\le 0} = e\frac{L\chi\beta}{2\nu S_n n_0}e^{\frac{x}{l_D}}\ . \qquad (6.18)$$

Цей заряд позитивний і зростатиме у міру наближення *x* від –∞ до нуля. У затемненій частині

$$\rho\big|_{x\ge 0} = e(\frac{L\chi\beta}{\nu S_n n_0} - \frac{L\chi\beta}{2\nu S_n n_0}e^{-\frac{x}{l_D}})\cdot$$

Перший член в дужках – це перехід щільності зарядів на межі. Цим членом можна нехтувати оскільки в темноті він зникаюче малий. Таким чином, в затемненій частині заряд негативний і змінюється згідно із законом:

$$\rho\big|_{x\ge 0} = -e\frac{L\chi\beta}{2\nu S_n n_0}e^{-\frac{x}{l_D}}\ . \qquad (6.19)$$

Тобто при *x*=0 спостерігається стрибок від $e\frac{L\chi\beta}{2\nu S_n n_0}$ до $-e\frac{L\chi\beta}{2\nu S_n n_0}$.

Визначимо тепер розподіл напруженості електричного поля. Згідно з отриманим вище:

$$E = -\frac{kT}{en_0}\frac{d}{dx}(\Delta n)\cdot$$

Поле в області позитивного заряду спрямоване у бік зменшення густини позитивного заряду. В області негативного заряду поле спрямоване у бік зростання негативного заряду. Тобто в обох випадках вектор Е орієнтований зліва направо. Підставимо значення Δn з (6.16) і (6.17) в записаний вираз для Е. У освітленій частині

$$E\big|_{x\le 0} = -\frac{kT}{en_0}\cdot\frac{L\chi\beta}{4\nu S_n n_0}\cdot\left(-\frac{1}{l_D}e^{\frac{x}{l_D}}\right) = \frac{L\chi\beta kT}{4\nu S_n n_0^2 e l_D}e^{\frac{x}{l_D}} = E_0 e^{\frac{x}{l_D}} \quad . \qquad (6.20)$$

Тут введено позначення $E_0 = \frac{L\chi\beta kT}{4\nu S_n n_0^2 e l_D}$.

В затемненій частині

$$E\big|_{x\ge 0} = -\frac{kT}{en_0}\cdot\frac{L\chi\beta}{4\nu S_n n_0}\cdot\left(-\frac{1}{l_D}\right)e^{-\frac{x}{l_D}} = E_0 e^{-\frac{x}{l_D}} \quad . \qquad (6.21)$$

Тепер знайдемо розподіл потенціалу:

$$V(x) = \int E(x)dx \ . \qquad (6.22)$$

Підставляючи сюди значення напруженості з (20) і (21) маємо:

у освітленій частині кристала $V\big|_{x\le 0} = C_1 + E_0 l_D e^{\frac{x}{l_D}}$,

у затемненій частині $V\big|_{x\ge 0} = C_2 - E_0 l_D e^{-\frac{x}{l_D}}$.

Видно, що в міру збільшення відстані від межі розділу, тобто із зростанням *x*, величина потенціалу $V\big|_{x\ge 0}$ зростає. В той же час при зменшенні *x* від нуля до – ∞ потенціал зменшується. Нехай його якнайменше значення буде V_0. Тоді константа C_1 відшукається з рівняння

$$V_0 = C_1 + E_0 l_D e^{\frac{-\infty}{l_D}} .$$

Звідки $C_1 = V_0$. Значення другої сталої інтегрування можна знайти в точці зшивання функцій при *x*=0: $V\big|_{x\le 0} = V\big|_{x\ge 0}$. Маємо:

$$V_0 + E_0 l_D e^{\frac{0}{l_D}} = C_2 - E_0 l_D e^{-\frac{0}{l_D}} .$$

Звідки $C_2 = V_0 + 2\,E_0 l_D$.

Остаточно $$V\big|_{x\le 0} = V_0 + E_0 l_D e^{\frac{x}{l_D}}.$$

$$V\big|_{x\ge 0} = V_0 + 2E_0 l_D - E_0 l_D e^{-\frac{x}{l_D}}.$$

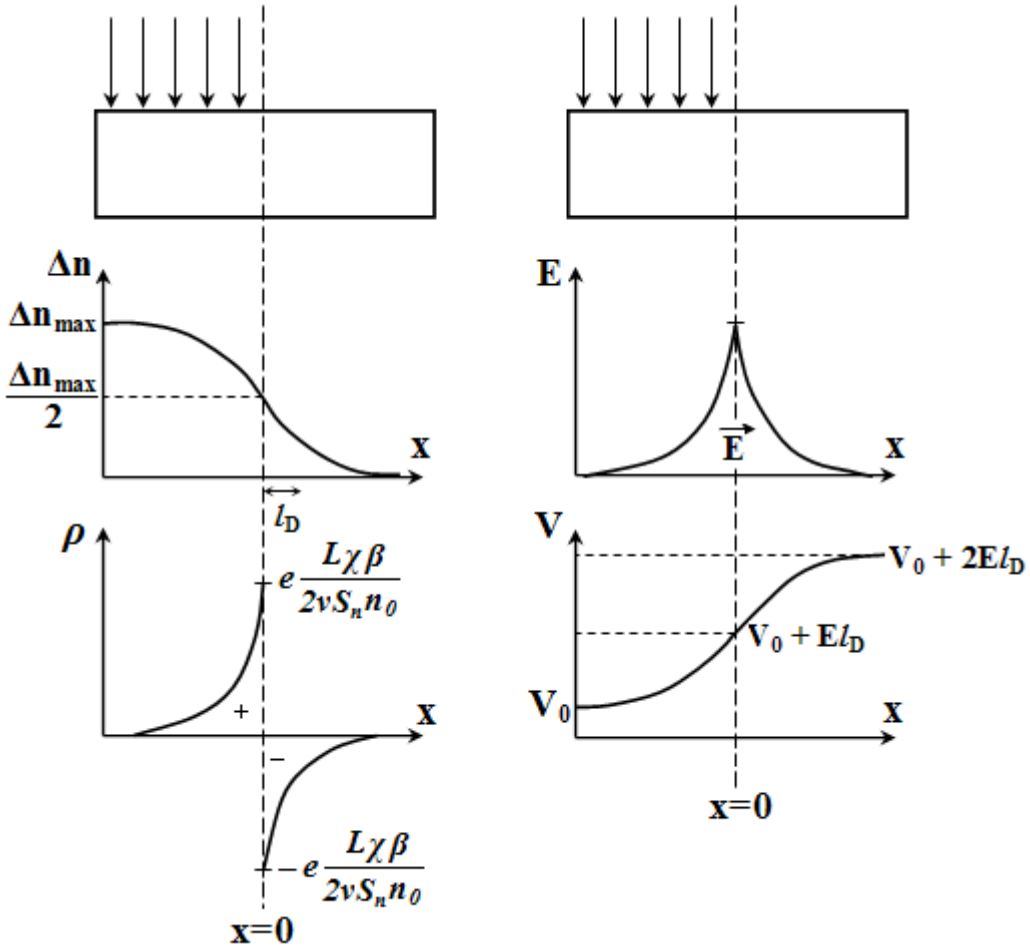

Рис. 6.3. Розподіл концентрації електронів, об'ємної густини заряду, напруженості поля і потенціалу в частково освітленому напівпровіднику

Для визначення потенціалів освітленої і затемненої областей кристала підставимо в (6.22) значення E:

$$\Delta V = E_0 \int_{-\infty}^{0} e^{\frac{x}{l_D}} dx + E_0 \int_{0}^{\infty} e^{-\frac{x}{l_D}} dx = E_0 l_D e^{\frac{x}{l_D}}\Big|_{-\infty}^{0} + E_0 l_D e^{-\frac{x}{l_D}}\Big|_{0}^{\infty} =$$

(Перший доданок відповідає світловій області, другий – затемненій)

$$= E_0 l_D e^0 - E_0 l_D e^{-\infty} + E_0 l_D e^{-0} - E_0 l_D e^{-\infty} = E_0 l_D + E_0 l_D = 2 E_0 l_D \ .$$

У другій строчці враховано, що $e^{-\infty} = 0$ і $e^0 = 1$.

Підставивши значення E_0, одержимо:

$$V = 2 \frac{L \chi \beta k T}{4 v S_n n_0^2 e l_D} l_D = \frac{L \chi \beta k T}{2 v S_n n_0^2 e} \ .$$

Ця різниця потенціалів, що виникає між освітленою і затемненою частинами кристала, називається е. р. с. Дембера.

Окремим випадком цього ефекту є т. з. ефект Дембера, коли зразок освітлюється з боку однієї з поверхонь. Щільність носіїв на поверхні більше, ніж в глибині (через поглинання світла в кристалі). Якщо рухливість електронів більше, ніж дірок, то електрони дифундують в середину кристала і об'єм заряджається негативно відносно поверхні для напівпровідника n-типу. Це дуже помітно при подовжній провідності.

Одержані результати можуть бути представлені на графіках рисунка 6.3.

6.2. Розподіл носіїв заряду в однорідному зразку при генерації їх світлом

Інтенсивність світла зменшується вглиб напівпровідника згідно із законом:

$$-dL = \alpha L dx; \qquad \frac{dL}{L} = -\alpha dx \ ; \qquad L = L_0 e^{-\alpha x},$$

де α – коефіцієнт поглинання, L_0 – загальна кількість квантів, що падають на поверхню за вирахуванням відбитого світла.

У шарі *dx* поглинається αL квантів і утворюється стільки ж носіїв (якщо β=1). Значить, швидкість генерації нерівноважних носіїв

$$q = \alpha L_0 e^{-\alpha x} = q_0 e^{-\alpha x},$$

де q_0 – генерація носіїв на поверхні (рис. 6.4).

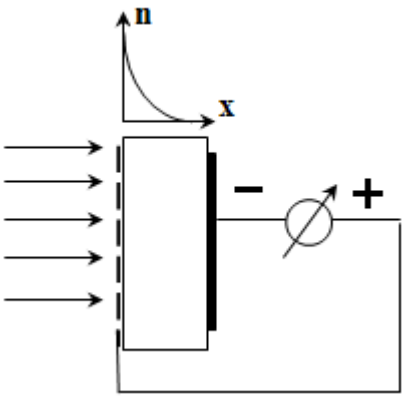

Рис. 6.4. Схема освітлення зразка

Розглянемо струми, що протікають вздовж осі OX. Це струм дифузії носіїв за рахунок градієнта концентрації і дрейфовий струм за рахунок різниці потенціалів (внаслідок порушення нейтральності).

$$j_n = e(n\mu_n E + D_n \frac{dn}{dx})$$

$$j_p = e(p\mu_p E - D_p \frac{dp}{dx}) \cdot$$

Тут в першому рядку “+”, а в другому “–"”, оскільки струм дифузії має однаковий напрямок, а омічний – різний.

Очевидно: $j = j_n + j_p = 0.$

Або: $$n\mu_n E + D_n \frac{dn}{dx} + p\mu_p E - D_p \frac{dp}{dx} = 0 \cdot$$

Очевидно: $$\frac{dn}{dx} = \frac{dp}{dx}.$$

Тоді, замінивши $\frac{dp}{dx}$ на $\frac{dn}{dx}$, отримаємо:

$$E(n\mu_n + p\mu_p) = (D_p - D_n)\frac{dn}{dx} \cdot$$

Звідси: $$E = \frac{D_p - D_n}{n\mu_n + p\mu_p} \cdot \frac{dn}{dx} .$$

Отже:

$$j_n = -j_p = en\mu_n \frac{D_p - D_n}{n\mu_n + p\mu_p} \cdot \frac{dn}{dx} + eD_n \cdot \frac{dn}{dx} = e\frac{n\mu_n D_p - \cancel{n\mu_n D_n} + \cancel{n\mu_n D_n} + p\mu_p D_n}{n\mu_n + p\mu_p} \cdot \frac{dn}{dx}$$

$$j_n = e\frac{n\mu_n D_p + p\mu_p D_n}{n\mu_n + p\mu_p} \cdot \frac{dn}{dx} .$$

Згідно із співвідношенням Ейнштейна $D = \frac{kT}{e}\mu$. Звідки $\mu_n = \frac{eD_n}{kT}$, $\mu_p = \frac{eD_p}{kT}$. Підставивши ці значення μ_n і μ_p, одержимо:

$$j_n = e\frac{nD_nD_p + pD_nD_p}{nD_n + pD_p} \cdot \frac{dn}{dx} = e\frac{D_nD_p(n+p)}{nD_n + pD_p} \cdot \frac{dn}{dx} = eD_{еф} \cdot \frac{dn}{dx} .$$

де $D_{еф} = \frac{D_nD_p(n+p)}{nD_n + pD_p}$ – ефективний коефіцієнт дифузії.

Знак напруженості поля E залежить від різниці (D_p–D_n), тобто, визначається рухливістю електронів і дірок.

Коефіцієнт дифузії $D_{еф}$, що визначає швидкість сумісної дифузії, дорівнює D_p, якщо n >> p і рівний D_n, якщо p >> n, тобто визначається коефіцієнтом дифузії неосновних носії.

Нехай у напівпровіднику є носії, збуджувані теплом (n_0,p_0) і світлом (Δn, Δp), тоді:

$$n = n_0 + \Delta n \quad и \quad p = p_0 + \Delta p .$$

Якщо $\Delta n << (n_0, p_0)$, то, нехтуючи Δn, одержимо

$$D_{еф} = \frac{D_nD_p(n_0 + \cancel{\Delta n} + p_0 + \cancel{\Delta n})}{(n_0 + \cancel{\Delta n})D_n + (p_0 + \cancel{\Delta n})D_p} = \frac{D_nD_p(n_0 + p_0)}{n_0 D_n + p_0 D_p} ,$$

тобто, в цьому випадку коефіцієнт дифузії $D_{еф}$ не залежить від Δn (не змінюється при освітленні).

Знайдемо, як змінюється концентрація електронів з координатою *x*, тобто, n(x).

Розглянемо дві площини, що знаходяться на відстані dx одна від одної (рис. 6.5). Ці площини виділяють шар, об'єм якого: $dx \cdot 1см^2 = dx$.

Концентрація електронів в шарі n(x,t) вважається постійною, оскільки шар дуже малий за товщиною.

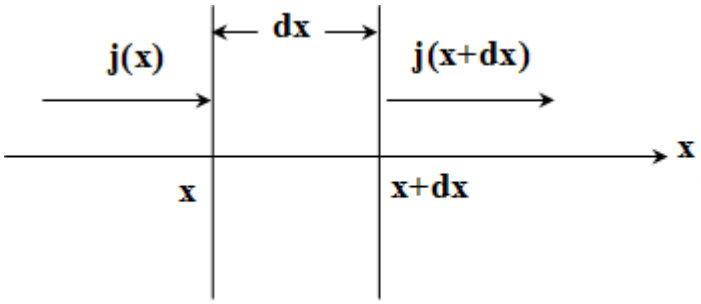

Рис 6.5. Проходження носіїв через виділений шар

Кількість електронів в шарі становитиме n(x,t)·dx. Зміна кількості електронів за час dt в об'ємі dx:

$$n(x,t+dt)dx - n(x,t)dx = \frac{dn}{dx}dx\,dt \quad .$$

Через межу шару *x* за dt секунд входить I_n(x)·dt електронів. Через межу *x*+dx виходить I_n(*x*+dx)·dt. Зміна кількості електронів внаслідок різниці цих потоків буде:

$$I_n(x)dt - I_n(x+dx)dt = -\frac{\partial I_n}{\partial x}dx\,dt \quad .$$

Запишемо дифузійні рівняння для електронів n=n(t,x) і дірок p = p(t,x):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial I_n}{dx} + q - \frac{n-n_0}{\tau_n}$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{\partial I_p}{dx} + q - \frac{p-p_0}{\tau_p} \quad .$$

Враховуючи, що eI_n = – j_n і eI_p = j_p в стаціонарному випадку, коли $\frac{\partial n}{\partial t}=\frac{\partial p}{\partial t}=0$, одержимо:

$$\begin{cases} -\frac{1}{e}\frac{\partial j_n}{\partial x}=q-\frac{n-n_0}{\tau_n} \\ \frac{1}{e}\frac{\partial j_p}{\partial x}=q-\frac{p-p_0}{\tau_p} \end{cases}.$$

Розв'яжемо диференціальне рівняння для електронів. З урахуванням того, що

$$j_n=eD_{еф}\frac{dn}{dx},$$

маємо: $$-D_{еф}\frac{d^2n}{dx^2}=q-\frac{n-n_0}{\tau_n}.$$

Або: $$D_{еф}\frac{d^2n}{dx^2}-\frac{n-n_0}{\tau_n}+q_0e^{-\alpha x}=0\cdot$$

Позначимо $D_{еф}\cdot\tau_n = l^2$. По розмірності величина l – це деяка довжина. Її фізичний зміст – ефективна дифузійна довжина при спільному переміщенні електронів і дірок. Тоді рівняння прийме вигляд:

$$\frac{d^2n}{dx^2}-\frac{n-n_0}{l^2}+\frac{q_0}{D_{еф}}e^{-\alpha x}=0\cdot$$

Це неоднорідне диференціальне рівняння. Його розв'язок складається із загального розв'язку однорідного рівняння і частинного розв'язку неоднорідного рівняння. Частинним розв'язком неоднорідного рівняння є:

$$n - n_0 = C\ e^{-\alpha x},$$

або $$n = n_0 + C\ e^{-\alpha x}.$$

Продиференціювавши: $\frac{dn}{dx}=-\alpha Ce^{-\alpha x}$; $\frac{d^2n}{dx^2}=\alpha^2Ce^{-\alpha x}$.

Підставимо ці значення в рівняння:

$$\alpha^2 C \cancel{e^{-\alpha x}} - \frac{C \cancel{e^{-\alpha x}}}{l^2} + \frac{q_0}{D_{еф}} \cancel{e^{-\alpha x}} = 0 \cdot$$

$$(\alpha^2 l^2 - 1)C + \frac{q_0 l^2}{D_{еф}} = 0 \cdot$$

Звідси $C = \frac{q_0 \tau_n}{1 - \alpha^2 l^2}$ оскільки $l^2 = D_{еф} \tau_n$.

Таким чином, частинний розв'язок неоднорідного рівняння буде

$$n - n_0 = \frac{q_0 \tau_n}{1 - \alpha^2 l^2} e^{-\alpha x} \cdot$$

Знайдемо загальний розв'язок однорідного рівняння

$$\frac{d^2 n}{dx^2} - \frac{n - n_0}{l^2} = 0 \cdot$$

Замінюємо його характеристичним, вважаючи змінною не n, а $(n - n_0)$.

$$\beta^2 - \frac{1}{l^2} = 0 \; ; \quad \beta = \pm \frac{1}{l} \cdot$$

Отже

$$n - n_0 = A e^{-\frac{x}{l}} + B e^{\frac{x}{l}}.$$

То ж, загальне рішення повного неоднорідного рівняння:

$$n - n_0 = \frac{q_0 \tau_n}{1 - \alpha^2 l^2} e^{-\alpha x} + A e^{-\frac{x}{l}} + B e^{\frac{x}{l}}.$$

Константу "B" знаходимо з граничної умови: при $x \to \infty$: $n \to n_0$. Маємо $0 = 0 + 0 + B e^{\frac{x \to \infty}{l}}$. Звідки $B = 0$.

На поверхню кристала виходить потік електронів і дірок і вони рекомбінують на поверхні. Темп поверхневої рекомбінації q_s дорівнює кількості актів рекомбінації на 1 см^2 поверхні в 1 секунду.

$$[q_S]=\frac{1}{см^2\cdot с}\cdot$$

На світлі $q_S^{світ}=np\gamma_S$ де γ_S – коефіцієнт поверхневої рекомбінації.

У темряві $q_S^{темн}=n_0p_0\gamma_S$. Зміна темпу рекомбінації в результаті освітлення:

$$q_S=np\gamma_S-n_0p_0\gamma_S=\gamma_S(np-n_0p_0).$$

Повна кількість електронів $n = n_0+\Delta n$. Повне число дірок $p = p_0+\Delta p$.

Вважаємо, що $\Delta n << n_0, p_0$. Підставимо значення n і p:

$$q_S=\gamma_S(n_0+p_0)\Delta n.$$

Позначимо $\gamma_S(n_0+p_0)$=S – швидкість поверхневої рекомбінації. Її розмірність $[S]=\frac{см}{с}$. Фізичний зміст цієї величини – це швидкість, з якою нерівноважні носії, створені в приповерхневому шарі, рухаються до поверхні внаслідок градієнта концентрації. Враховуючи позначення, одержимо другу крайову умову для визначення константи “А”:

$$q_S=S\Delta n=S(n-n_0)=$$

Кількість носіїв, що підійшли до поверхні напівпровідника за одиницю часу дорівнює кількості рекомбінуючих там носіїв, тому

$$=I_n=\frac{1}{e}j_n.$$

Оскільки $j_n=eD_{еф}\frac{dn}{dx}$, при x=0 отримаємо

$$\frac{1}{e}j_n(0)=D_{еф}\left.\frac{dn}{dx}\right|_0=S[n(0)-n_0].$$

Звідки:
$$\left.\frac{dn}{dx}\right|_0=\frac{q_0\tau_n}{1-\alpha^2l^2}e^{-\alpha x}-\frac{A}{l}.$$

Підставляючи, отримаємо $n(0) = n_0 \frac{q_0 \tau_n}{1-\alpha^2 l^2} + A.$

Або: $$-\frac{D_{еф} q_0 \tau_n \alpha}{1-\alpha^2 l^2} - \frac{D_{еф}}{l} A = \frac{S q_0 \tau_n}{1-\alpha^2 l^2} + AS.$$

Звідки: $$A = -\frac{D_{еф} q_0 \tau_n \alpha + S q_0 \tau_n}{\left(1-\alpha^2 l^2\right)\left(S + \frac{D_{еф}}{l}\right)} = -q_0 \tau_n \frac{(D_{еф}\alpha + S) l}{\left(1-\alpha^2 l^2\right)\left(S l + D_{еф}\right)} =$$

В умовах рівноваги, скільки носіїв створено світлом на поверхні, стільки ж там рекомбінує, $L_0 \alpha = q_0$:

$$= -L_0 \tau_n \alpha l \frac{\alpha \frac{D_{еф}}{S} + 1}{\left(1-\alpha^2 l^2\right)\left(l + \frac{D_{еф}}{S}\right)}.$$

Позначимо $\frac{D_{еф}}{S} = l_S$.

Тоді: $$A = -L_0 \tau_n \alpha l \frac{\alpha l_S + 1}{\left(1-\alpha^2 l^2\right)\left(l + l_S\right)}.$$

Таким чином, в остаточному вигляді розв'язок виглядає так:

$$n - n_0 = \frac{L_0 \tau_n \alpha}{1-\alpha^2 l^2} e^{-\alpha x} - L_0 \tau_n \alpha \frac{l(1+\alpha l_S)}{\left(1-\alpha^2 l^2\right)\left(l + l_S\right)} e^{-\frac{x}{l}},$$

або $$n - n_0 = \frac{L_0 \tau_n \alpha}{1-\alpha^2 l^2}\left[e^{-\alpha x} - \frac{l(1+\alpha l_S)}{l + l_S} e^{-\frac{x}{l}}\right]. \qquad (6.23)$$

Якщо збудження здійснюється власним світлом, що сильно поглинається, то справедливо $\alpha >> \frac{1}{l}$, або $\alpha l >> 1$.

За першої нерівності можна нехтувати доданком $e^{-\alpha x}$ у дужках (6.23) із-за його малості. Враховуючи другу нерівність, можна відкинути одиницю в знаменнику коефіцієнта перед дужками. Тоді після скорочень маємо:

$$\Delta n = n - n_0 = \frac{L_0 \tau_n}{\alpha l} \frac{1 + \alpha l_S}{l + l_S} e^{-\frac{x}{l}}.$$

Концентрація нерівноважних носіїв спадає вглиб від освітлюваної поверхні за експоненціальним законом. Швидкість цього спаду залежить як від зовнішніх чинників, – інтенсивності світла, так і внутрішніх властивостей напівпровідника – коефіцієнта поглинання, часу життя носіїв та їх коефіцієнта дифузії.

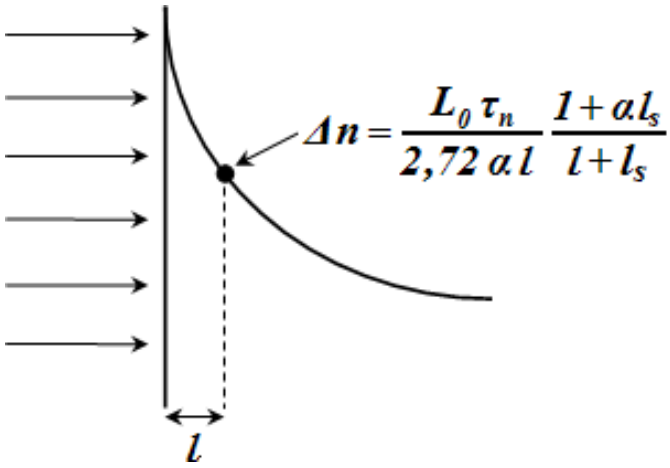

Рис 6.6. Глибина шару проникнення носіїв

Крім того, на цьому розподілі відображається стан поверхні кристалу через величину швидкості поверхневої рекомбінації. Чим вона більша (l_x менша), тим більше фотозбуджених носіїв повертається до поверхні. Тим менша концентрація Δn(x) при тій же координаті.

На відстані $x=l$ від поверхні (рис 6.6) показник експоненти дорівнює одиниці і $\Delta n = \frac{L_0 \tau_n}{2{,}72\, \alpha l} \frac{1 + \alpha l_S}{l + l_S}$. Величина l – це дифузійна довжина, що визначає середню відстань, на яку проникають електронно-діркові пари від місця їх генерації.

Питання для самоперевірки

1. Що таке довжина екранування Дебая? Яка зазвичай її величина?
2. Як концентрація фотозбуджених носіїв розподіляється в затемненій і освітленій частинах кристала?
3. Як електричне поле розподіляється в затіненій і освітленій частинах кристала?
4. Як величина потенціалу розподіляється в затіненій і освітленій частинах кристала?
5. Що таке е. р. с. Дембера? У чому полягає ефект Дембера?
6. Що таке ефективна дифузійна довжина? Чим вона відрізняється від дифузійної довжини електронів і дірок? Коли слід її застосовувати?
7. Що таке швидкість поверхневої рекомбінації?
8. Як формується крива спектрального розподілу фотоструму? Як по ній визначити ширину забороненої зони і час життя носіїв?
9. Що таке “оптична” ширина забороненої зони? Чим вона відрізняється від величини звичайної забороненої зони напівпровідника?

Тестові завдання для змістового модуля

1. При неоднорідному освітленні в затемненій частині кристала концентрація фотозбуджених носіїв з координатою:

   А) Зростає;

   Б) Спадає;

   В) Не змінюється.

2. При неоднорідному освітленні в освітленій частині кристала величина електричного поля з координатою:

   А) Зростає;

   Б) Убуває;

   В) Не змінюється.

3. При неоднорідному освітленні в затіненій частині кристала потенціал з координатою:

   А) Зростає;

   Б) Спадає;

   В) Не змінюється.

4. При фронтальному освітленні кристала темп рекомбінації на освітленій поверхні:

   А) Зростає;

   Б) Зменшується;

В) Не змінюється.

5. Швидкість поверхневої рекомбінації при освітленні:

А) Збільшується;

Б) Зменшується;

В) Не змінюється.

6. При додатковому введенні в кристал пасткових рівнів його довгохвильова чутливість:

А) Зростає;

Б) Зменшується;

В) Не змінюється.

7. “Оптична” ширина забороненої зони в порівнянні з шириною забороненої зони напівпровідника:

А) Більша;

Б) Менша;

В) Дорівнюють одна одній.

8. Величина фотоструму в точці максимуму спектральної чутливості від геометричних розмірів зразка:

А) Залежить;

Б) Не залежить.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бьюб Р. – Фотопроводимость твёрдых тел // М.,: Из-во ин. лит., 1962, 558 с.
2. Рывкин С. М. – Фотоэлектрические явления в полупроводниках // М.,: “Физматгиз”, 1963, 234 с.
3. Роуз А. – Основы теории фотопроводимости // М.,: “Мир”, 1966, 192 с.
4. Практикум по полупроводникам и полупроводниковым приборам – под ред. К. В. Шалимовой // М.,: “Высшая школа”, 1975, 206 с.
5. Шалимова К. В. – Физика полупроводников // М.,: “Энергия”, 1976, 416 с.
6. Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. – Физика полупроводников // М.,: “Наука”, 1977, 672 с.
7. Аут И., Генцов Д., Герман К. – Фотоэлектрические явления // М.,: “Мир”, 1980, 208 с.
8. Лашкарев В. Е., Любченко А. В., Шейкман М. К. – Неравновесные процессы в фотопроводниках // Киев: “Наукова думка”, 1981, 264с.
9. Сердюк В. В., Чемересюк Г. Г., Терек М. – Фотоэлектрические процессы в полупроводниках // Киев–Одесса: Головное издательство Издательского объединения “Вища школа”, 1982, 152 с.
10. Павлов Л. П. – Методы измерения параметров полупроводниковых материалов // М.,: “Высшая школа”, 1987, 238 с.
11. Сердюк В. В., Чемересюк Г. Г. – Фотоэлектрические процессы в полупроводниках // Київ: “Либідь”, 1993, 201 с.
12. Войцеховский А. В., Ижнин И. И., Савчин В. П., Вакив Н. М. – Физические основы полупроводниковой фотоэлектроники // Томск, “Издательский Дом Томского государственного университета”, 2013, 559 с.
13. Чебаненко А. П., Каракіс Ю. М. – “Фізика напівпровідників. Частина І. Параметри і статистика носіїв заряду” // Навчально-

методичний посібник до спеціального курсу лекцій “Фізика напівпровідників”. Видавництво Одеського національного університету. м. Одеса, 2019,. 67 с.

14. Чебаненко А. П., Каракіс Ю. М.– “Фізика напівпровідників. Частина II. Рекомбінація носіїв заряду” // Навчально-методичний посібник до спеціального курсу лекцій “Фізика напівпровідників”. Видавництво Одеського національного університету. м. Одеса, 2020, 68 с.

15. Чебаненко А. П., Каракіс Ю. М. – “Фізика напівпровідників. Частина III. Процеси захоплення носіїв заряду” // Навчально-методичний посібник до спеціального курсу лекцій “Фізика напівпровідників”. Видавництво Одеського національного університету. м. Одеса, 2021, 60 с.

Приставки СІ і множники для утворення десяткових кратних і часткових одиниць і їх найменування

Приставка	Позначення приставки		Множник
	Міжнародне	Російське	
йотта-	Y	И	10^{24}
зетта-	Z	З	10^{21}
екса-	E	Э	10^{18}
пета-	P	П	10^{15}
тера-	T	Т	10^{12}
гіга-	G	Г	10^{9}
мега-	M	М	10^{6}
кіло-	K	К	10^{3}
гекто-	H	Г	10^{2}
дека-	Da	Да	10^{1}
деци-	d	д	10^{-1}
санти-	c	с	10^{-2}
мілі-	m	м	10^{-3}
мікро-	μ	мк	10^{-6}
нано-	n	н	10^{-9}
піко-	p	п	10^{-12}
фемто-	f	ф	10^{-15}
атто-	a	а	10^{-18}
зепто-	z	з	10^{-21}
іокто-	y	и	10^{-24}

ФІЗИЧНІ КОНСТАНТИ

Заряд електрона $e = 4{,}803 \cdot 10^{-10}$ од. СГСЕ $= 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ *Кл*.

Маса вільного електрона $m_0 = 9{,}109 \cdot 10^{-28}$ *г*.

Швидкість світла у вакуумі $c = 2{,}998 \cdot 10^{10}$ *см/с*.

Стала Планка $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ *Дж* $\cdot$ *с* $= 4{,}136 \cdot 10^{-15}$ *еВ* $\cdot$ *с*.

Стала Больцмана $k = 1{,}380 \cdot 10^{-23}$ *Дж/К* $= 8{,}614 \cdot 10^{-5}$ *еВ/К*.

Теплова енергія:

kT = 0,02584 *еВ* при кімнатній температурі (300 *К* = 27 ^{0}*С*);
kT = 0,00663 *еВ* при температурі рідкого азоту (77 *К* = – 196 ^{0}*С*);
kT = 0,00036 *еВ* при температурі рідкого гелію (4,2 *К* = – 269 ^{0}*С*).

Енергія, відповідна 1 *еВ*:

$$1\ \text{еВ} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{Дж}.$$

Для обчислення енергії фотонів (у позасистемних одиницях):

$$h \cdot c = 1239\ \text{еВ} \cdot \text{нм}.$$

Навчальне видання

Чебаненко Анатолій Павлович
Каракіс Юрій Миколайович

ФІЗИКА НАПІВПРОВІДНИКІВ
Частина IV
Домішкова фотопровідність; рух носіїв заряду

НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК
до спеціального курсу лекцій
«Фізика напівпровідників»

В авторській редакції

Підп. до друку 09.03.2023. Формат 60x84/16.
Ум.-друк. арк. 3,72. Наклад 16 пр.
Зам. № 2570.

Видавець і виготовлювач
Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 4215 від 22.11.2011 р.
65082, м. Одеса, вул. Єлісаветинська, 12, Україна
Тел.: (048) 723 28 39, e-mail: druk@onu.edu.ua