

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені І. І. МЕЧНИКОВА

Я. І. Вовчук, Ю. О. Дорошенко, Д. Д. Поліщук, В. І. Сидоров

«ОСНОВИ ФІЗИЧНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ»

Частина 1

МЕХАНІКА

Навчально-методичний посібник за курсом загальної фізики

ОДЕСА

ОНУ

2013

УДК 53 (531-534)
ББК 22.2я7
В 611

*Рекомендовано до друку:
рішенням Навчально-методичної ради ОНУ імені І. І. Мечникова
Протокол № 1 від 25 жовтня 2012 р.*

Автори:

Я. І. Вовчук, к.ф.-м. н., доцент кафедри загальної та хімічної фізики
ОНУ імені І. І. Мечникова;
Ю. О. Дорошенко, к.ф.-м.н., доцент кафедри загальної та хімічної фізики
ОНУ імені І. І. Мечникова;
Д. Д. Поліщук, к.ф.-м.н., доцент кафедри загальної та хімічної фізики
ОНУ імені І. І. Мечникова;
В. І. Сидоров, к.ф.-м.н., доцент кафедри загальної та хімічної фізики
ОНУ імені І. І. Мечникова.

Рецензенти:

С. В. Козицький – доктор фізико-математичних наук, професор,
завідуючий кафедрою теоретичної механіки
Одеської національної морської академії;
О. В. Дорошенко – доктор технічних наук, професор,
професор кафедри технічної термодинаміки
Одеської національної академії харчових технологій;
О. М. Герєга – доктор технічних наук, доцент,
завідуючий кафедрою фізики Одеської державної академії будівництва
та архітектури;

Науковий редактор:

А. Н. Золотко – доктор фізико-математичних наук, професор,
завідуючий кафедрою загальної та хімічної фізики ОНУ імені І. І. Мечникова

ISBN 978-617-689-040-9

Вовчук Я. І.

В 611 **«Основи фізичного експерименту», Частина 1, МЕХАНІКА** : навч.-
метод. посіб. / Я. І. Вовчук, Ю. О. Дорошенко, Д. Д. Поліщук,
В. І. Сидоров – Одеса : Одеський націон. ун-т імені І. І. Мечникова,
2013. – 138 с.

Посібник супроводжує викладення класичної нерелятивістської механіки в нормативних курсах загальної фізики для студентів природничих спеціальностей – біологія, географія, геологія і охоплює динаміку поступального і обертового рухів твердого тіла та динаміку рідини, роботу і енергію, деформацію твердого тіла, коливання і хвилі.

ISBN 978-617-689-040-9

УДК 53 (531-534)
ББК 22.2я7

© Я. І. Вовчук, Ю. О. Дорошенко, Д. Д. Поліщук, В. І. Сидоров, 2013
© Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, 2013

"Вивчитися правильно вимірювати - один з найбільш важливих, але і найбільш важко здійснених етапів науки. Досить одного помилкового вимірювання, щоб перешкодити відкриттю закону і, що ще гірше, привести до встановлення неіснуючого закону".

С.І. Вавилов

ПЕРЕДМОВА

Всі природничі науки, без виключення, ґрунтуються на експериментальних дослідженнях. Результати цих досліджень слугують фундаментом для побудови теорії. І саме експеримент є вирішальним критерієм істинності теорії і достовірності її передбачень. В основі будь-якого кількісного експерименту лежать вимірювання. За відомими словами Галілео Галілея "... потрібно вимірювати все вимірне і робити вимірним те, що поки ще не піддається вимірюванню". Державним стандартом України ДСТУ 2681-94 визначено, що "вимірювання - це відображення вимірюваних величин їх значеннями шляхом експерименту та обчислень за допомогою спеціальних технічних засобів". Тому висококваліфікований спеціаліст в біології, геології і географії має володіти основними навичками в проведенні вимірів і визначенні їх точності, вмінням поставити експеримент, використовуючи в ньому відому вимірювальну техніку, знати теоретичні засади фізики і методики досліджень, які в ній використовуються.

Цей посібник має допомогти студентам біологічного та геолого-географічного факультетів університету вивчити "абетку" фізичного експерименту, навчитися різним способам вимірювань, грамотному оформленню отриманих результатів і їх статистичної обробки, на прикладі проведених ними дослідів здобути досвід практичного використання знань, отриманих при вивченні підходів, методів і результатів розділу "Механіка", що викладається у відповідних курсах загальної фізики

1. ОРГАНІЗАЦІЯ І ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

1.1. Правила роботи в лабораторії

Перед проведенням фізичного практикуму викладач проводить інструктаж студентів з охорони праці, про що робиться відповідний запис в Журналі інструктажу, в якому розписуються студенти і викладач, що проводив інструктаж.

Студентові необхідно мати при собі зошит для лабораторних робіт (**робочий зошит**), в який заносяться **конспекти** до виконуваних робіт, мікрокалькулятор, ручку, олівець і лінійку.

Кожен студент відповідно до учбового плану зобов'язаний впродовж семестру виконати і здати усі завдання практикуму.

На поточному занятті викладач повідомляє кожному студентові номер і назву завдання практикуму, яке йому належить виконувати на наступному занятті.

Студент зобов'язаний приходити на заняття практикуму без запізнення і підготовленим до виконання завдання. У домашню підготовку входять вивчення теоретичного матеріалу по цій темі. Для цього використовуються:

1 - підручники, 2 - конспект лекцій і 3 - методичні вказівки. Основні положення теорії необхідно законспектувати в робочий зошит. У конспекті мають бути відображені: мета роботи, суть фізичного явища, що вивчається, визначення використовуваних величин і одиниці їх виміру, основні закономірності і залежності між фізичними величинами, а також основна ідея методу, використаного в роботі для досягнення поставленої мети, схема установки і відповіді на контрольні питання, які даються у кінці методичних вказівок до кожної роботи.

На початку заняття студент здає викладачеві робочий листок з результатами розрахунків і залік з попередньої роботи.

Студент, що не здав звіт в строк, до виконання наступної роботи не допускається.

Потім студент показує викладачеві свій робочий зошит з конспектом чергового завдання - **за відсутності конспекту студент не допускається до виконання завдання.** Після цього студент проходить співбесіду з викладачем - допуск до роботи, в якому з'ясовується міра його підготовки до виконання лабораторної роботи.

Непідготовлений студент до роботи не допускається.

Студент починає проводити виміри тільки з дозволу викладача після здачі допуску. Викладач має право дозволити студентові почати вимірювання до здачі допуску (поки викладач приймає допуск у інших студентів), але якщо студент потім не зможе здати допуск, результати його роботи анулюються.

Необхідні вимірювальні інструменти, допоміжні прилади і додаткові інструкції студент отримує у завідувача лабораторією.

1.2. Порядок виконання роботи

Отримавши дозвіл на виконання роботи, студент на місці знайомиться з установкою, а також з необхідними додатковими інструкціями до приладів, використаних в установці, визначає ціну поділки приладів і приступає до вимірів.

ЗАБОРОНЯЄТЬСЯ ЗАЛИШАТИ БЕЗ НАГЛЯДУ ВКЛЮЧЕНУ УСТАНОВКУ

Усі результати вимірів заносяться в робочий листок - звіт про роботу на занятті. Після закінчення вимірів студент показує результати викладачеві, який перевіряє їх і підписує робочий листок. У час, що залишився, студент проводить математичну обробку результатів вимірів. Остаточну обробку він виконує вдома і здає звіт викладачеві на наступному занятті.

Без підпису викладача на робочому листку проведені виміри вважаються недійсними.

Оформлення робочого листка.

Робочий листок оформляється на подвійному листі зошита.

Робочий листок			
Прізвище та ініціали студента			
Факультет, № групи			
Дата	Прізвище та ініціали викладача	Допущений (а)	Місце для підпису викладача
		Виконано	Місце для підпису викладача
Назва роботи			
Мета роботи:			
Схема лабораторної установки			
Робочі формули, за якими будуть виконуватися розрахунки фізичних величин, що визначаються у роботі.			

Рис. 1. Вид першої сторінки Робочого листка.

На першій сторінці студент приводить відомості про себе і викладача, а також назву і особливості роботи.

На наступних сторінках робиться запис і обробка результатів вимірів. При виконанні однотипних вимірів результати заносяться в спеціальні таблиці, куди також записуються результати обчислень. У робочому листку також проводяться *усі проміжні і чорнові розрахунки*. *Робочий листок повинен містити повний звіт про виконану роботу.*

При оцінці роботи студента викладач враховує усі етапи роботи над звітом. Тому **замінювати робочий листок іншим, “чистішим і акуратнішим”, але без підпису викладача не дозволяється.** Якщо звіт повернений студентові на доопрацювання, то усі виправлення вносяться в той же примірник робочого листка або наводяться на додаткових листах, які підклеюються в початковий варіант робочого листка.

Якщо в роботі необхідно представити графічний опис функціональної залежності, графік будують на міліметрівці і вклеюють в робочий листок. Графік має бути озаглавлений. На осях мають бути позначені фізичні величини і одиниці їх виміру.

У кінці робочого листка мають бути сформульовані висновки за результатами роботи.

1.3. Залікові вимоги

У процесі опитування при допуску і виконанні роботи ***студент повинен:***

- показати ясне і чітке розуміння мети роботи;
- уміти пояснити фізичну суть явищ, які будуть вивчатися в роботі, знати визначення вимірюваних фізичних величин і одиниці їх виміру, вміти вивести формули, що описують явища, які вивчаються в роботі;
- розуміти методику вимірів, знати принципи роботи приладів, використаних у роботі;
- уміти правильно визначити похибку вимірів;
- проаналізувати основні джерела похибки.

При заліку по кожній роботі враховуються:

- результати опитувань при допуску;
- якість відповідей на контрольні питання;
- якість виконання роботи, ретельність вимірів;
- значення отриманих результатів і правильність їх запису;
- оформлення звіту відповідно до вимог до нього;
- грамотне застосування математичних методів обробки результатів вимірів.

1.4. Рекомендації щодо підготовки до роботи

1. Уважно прочитати назву роботи і опис роботи повністю, не звертаючи уваги на виведення формул і самі формули. Знайти в ній слова, сенс яких не відомий або не зрозумілий. Доцільно скласти список усіх незрозумілих слів.
2. Знайти і уважно прочитати у підручнику і конспекті лекцій матеріал, який відноситься до роботи і пояснює сенс і зміст незрозумілих слів в списку. При необхідності сенс цих слів можна пошукати в довідковій літературі, у тому числі, за допомогою Інтернету.
3. Повторно прочитати опис роботи і розібратися в тому:
 - у чому полягає мета роботи;
 - яке фізичне явище в ній вивчається;
 - як визначаються фізичні величини, що використовуються або мають бути знайдені в роботі;
 - у чому полягає основна ідея методу дослідження в роботі;
 - які фізичні закони використовуються в роботі для досягнення мети роботи і як формулюються ці закони;
 - як виводяться робочі формули, які мають бути використані в роботі;
 - які фізичні величини мають бути виміряні в роботі, які одиниці їх виміру і якими методами - прямими або непрямыми - вони мають бути виміряні;
 - з яких основних частин і приладів складається лабораторна установка, яке їх призначення в досліді.
4. Результати виконання п.3 законспектувати в робочому зошиті.
5. Підготувати робочий листок і накреслити в ньому таблиці, в які вноситимуться результати вимірів.
6. На останній сторінці робочого листка записати відповіді на контрольні питання до роботи.

2. ВКАЗІВКИ ДО ВИМІРЮВАНЬ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН І ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРІВ

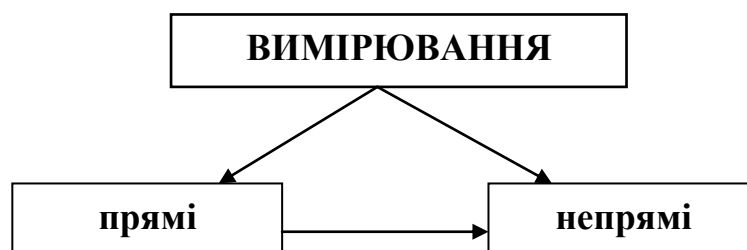
2.1. Про вимірювання фізичних величин

Виміряти фізичну величину - означає визначити, скільки разів у ній міститься одиниця виміру такої величини.

Іншими словами, вимірювана величина порівнюється з деяким заздалегідь вибраним еталонним значенням.

Розрізняють наступні види вимірювань:

- **прямі**, коли вимірюється безпосередньо сама досліджувана фізична величина. Сюди відносяться, наприклад, виміри довжини, маси, часу і так далі;
- **непрямі**, коли значення фізичної величини знаходяться не за допомогою прямих вимірів, а за відомою залежністю між цією величиною і величинами, отриманими за допомогою прямих вимірів, тобто використовується формула, в яку підставляються значення фізичних величин виміряних за допомогою прямих вимірів.



Наприклад, щоб розрахувати площу стола ($S = a \cdot b$), необхідно виміряти його довжину (a) і ширину (b). Виміри довжини і ширини є **прямими вимірами**, а визначення площі стола - **непрямим виміром**.

При проведенні вимірювань необхідно виходити з того, що абсолютно точних вимірів ніколи не буває. Усі вимірювання неминуче супроводжуються помилками (похибками) і отримані результати приблизно визначають вимірювану величину. (Тут обидва терміни – “*помилка*” і “*похибка*” - використовуються як **синоніми** і не означають помилкову дію.)

Тому завдання **вимірювань** складається з:

1. *знаходження значення вимірюваної величини;*
2. *оцінки похибки, допущеної при вимірі.*

В якості найкращого наближення до дійсного значення вимірюваної величини приймається середнє арифметичне від результатів багатократних вимірів.

Експериментатор-початківець зазвичай вважає, що усі виміри, які виконуються в експерименті, слід проводити як можна точніше і тоді остаточний результат буде ближчий до дійсного значення. Проте це не завжди необхідно. Важливо планувати і проводити дослід так, щоб точність остаточного результату відповідала його меті. Наприклад, при вивченні росту рослин немає необхідності користуватися приладами, що дозволяють вимірювати довжину з точністю до 0,001 мм, але така точність потрібна, наприклад, при вивченні клітин. При проведенні дослідів, в яких вимірювана величина визначається непрямыми вимірами, важливо пам'ятати, що помилка остаточного результату визначається помилками первинних величин, і що помилки первинних величин по-різному впливають на остаточний результат. Тому при плануванні експерименту слід зменшувати похибку виміру тих величин, помилки визначення яких дають найбільший вклад в остаточну помилку результату. Цього можна досягти, збільшуючи кількість вимірів, застосовуючи досконалішу апаратуру, змінюючи методику експерименту, і іншими способами.

2.2. Похибки (помилки) прямих вимірювань

При прямих вимірюваннях можуть виникати помилки трьох типів : грубі помилки (промахи), систематичні помилки, випадкові помилки.



2.2.1. Грубі помилки, або промахи.

Грубою похибкою вимірів (промахом) називають похибку виміру, що істотно перевищує очікувану за даних умов похибку.

Часто джерелом цих помилок є недостатня увага експериментатора. Вони можуть бути зумовлені також неправильним записом показань приладу, описками, різкою зміною умов досліду, якого експериментатор не помітив, і тому подібними факторами. **Такі помилки слід виявляти і виключати.**

2.2.2. Систематичні помилки.

Систематичними помилками називають помилки, що залишаються постійними упродовж однієї серії вимірювань, коли виміри проводяться одним і тим методом і за допомогою одних і тих приладів.

Систематичні помилки можуть з'являтися внаслідок:

- неправильного вибору методики вимірів (*методичні*);
- недосконалості приладів, невірної установки вимірювальних приборів, постійної дії на прилад зовнішніх чинників (*інструментальні або приладові*);
- особливостей сприйняття виміру особою експериментатора (*особові*).

Систематична помилка найчастіше дає відхилення результату виміру від дійсного значення в один бік. Тому **зменшити систематичну похибку збільшенням числа вимірів неможливо.**

В деяких випадках при багатократних вимірюваннях якої-небудь фізичної величини результат залишається постійним. Це означає, що чутливості вимірювального приладу не вистачає для того, щоб виявити відмінності у випадкових значеннях окремих вимірів. У цьому випадку для проведеної серії вимірювань за абсолютну похибку вимірів приймають інструментальну (приладову) похибку, таку, що допускається приладом.

Для проведеної серії вимірів ця похибка є *систематичною*. Похибка приладу вказується в його паспорті. На деяких приладах вказані їх відносні похибки - клас точності приладу, тобто максимально можлива відносна систематична похибка приладу, виражена у відсотках від найбільшого значення

величини, вимірюваної в діапазоні роботи приладу. За значенням відомої відносної систематичної похибки і виміряному значенню величини легко визначити абсолютну систематичну похибку.

Якщо похибка приладу не вказана на ньому або в його паспорті, за похибку приладу приймають половину його ціни поділки. Наприклад, при вимірюванні довжини лінійкою, на якій нанесені тільки сантиметри, необхідно вважати, що абсолютна систематична похибка дорівнює 0,5 см, а при вимірі часу секундоміром, на якому відстань між двома поділками шкали відповідає 0,2 с, за абсолютну систематичну похибку слід обирати значення 0,1 с.

Повністю виключити систематичні помилки неможливо, оскільки навіть еталонні прилади мають похибку і будь-яка теорія явища не може бути абсолютно строгою, а експериментальна методика досконалою.

Тому при обробці результатів дослідів ***необхідно враховувати абсолютну систематичну похибку***.

2.2.3 Випадкові помилки.

Випадковими помилками називаються відхилення значень окремих вимірів від середнього значення, зміну яких неможливо передбачити.

Випадкові помилки в експерименті завжди існують і є причиною розбігу результатів повторних вимірів. ***Випадкові помилки можуть бути як позитивними, так і негативними.*** Вони є наслідком випадкових, неконтрольованих перешкод, вплив яких на процес вимірювання неможливо врахувати. Цих перешкод дуже багато. Вони мають різну фізичну природу і відрізняються мірою дії на процес вимірювання. ***Можна взяти заходи до усунення перешкод, які мають найбільший вплив, але усунути їх повністю неможливо.*** Тому оцінити величину таких помилок можна тільки з деякою вірогідністю.

Для того, щоб уявити собі, як виникають випадкові помилки, скористаємося наступною аналогією. Нехай із закріпленої жорстко рушниці стріляють у нерухому мішень. Досвід показує, що кулі не попадають в одну й ту ж точку

мішені, і відхилення проявляються обов'язково (див. рис. 2.1). Причиною цих відхилень може бути, наприклад, порив вітру, нерівномірність укладання порохового заряду, неоднорідність кулі і таке інше. Очевидно, що подібні відхилення викликані випадковими чинниками і носять імовірнісний характер.

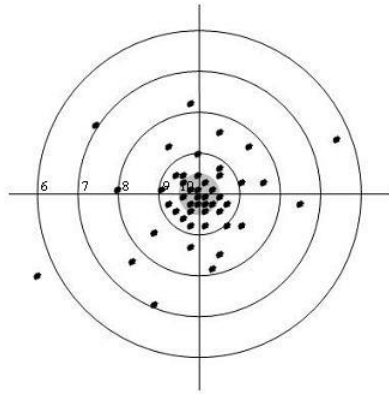


Рис. 2.1. Картина випадкових попадань у мішень із закріпленої рушниці.

Для оцінки впливу випадкових помилок на результати вимірювань використовується математична обробка дослідницьких даних з використанням елементів теорії вірогідності і статистики, яка буде розглянута нижче. Результати такої обробки дають величину *абсолютної випадкової похибки вимірів*.

Точність вимірів характеризується значеннями *абсолютної похибки* і *відносної похибки* вимірів.

Абсолютною похибкою вимірів називається похибка вимірів, яка обумовлена відхиленням вимірюваного значення від дійсного значення і представлена в одиницях вимірюваної величини.

Нагадаємо, що *в якості найкращого наближення до дійсного значення вимірюваної величини приймається середнє арифметичне від результатів багатократних вимірів*

Абсолютна похибка вимірів враховує усі можливі помилки вимірювань. Оскільки при проведенні вимірювань систематична і випадкова помилки виникають незалежно одна від одної і ніяк одна з одною не пов'язані, *абсолютна похибка вимірів визначається як корінь квадратний з суми*

квадратів значень абсолютної систематичної похибки і абсолютної випадкової похибки.

Відносною похибкою вимірювань називається відношення абсолютної похибки вимірів до середнього арифметичного значення вимірюваної величини.

Тому відносна похибка дає наочне уявлення про точність вимірів, оскільки показує, яку долю від вимірюваної величини складає абсолютна похибка її виміру. Часто її виражають у долях одиниці або відсотками.

2.3. Обробка результатів прямих вимірів.

При прямих вимірюваннях досліджувана фізична величина вимірюється безпосередньо. Позначимо цю величину літерою a .

Експериментаторові необхідно оцінити величину похибки, яка допущена при вимірюваннях. Як вказано вище, *абсолютна похибка вимірювань* враховує усі можливі помилки вимірювань і *визначається як корінь квадратний з суми квадратів значень абсолютної систематичної похибки і абсолютної випадкової похибки.*

Абсолютна систематична похибка може бути оцінена за величиною інструментальної похибки вимірювального приладу.

Абсолютна випадкова похибка, як показує математична теорія похибок, характеризується двома числами: величиною цієї помилки $\Delta a_{\text{вип}}$ і числовим значенням вірогідності того, що результат виміру відрізняється від дійсного значення не більше, ніж на величину $\pm \Delta a_{\text{вип}}$.

Для того, щоб виявити випадкові помилки необхідно провести виміри кілька разів.

Нехай *промахи* усунені і виконано усього N послідовних вимірів величини a , в результаті яких отримано N її значень. Позначимо ці значення $a_1, a_2, \dots, a_N$. (Вважається, що усі виміри виконані одним й тим методом і однаково ретельно. При цьому, оскільки результат кожного з цих вимірів є випадковою величиною, деякі з них можуть співпадати.)

У досліді завжди проводять якусь конкретну, іноді не дуже велику кількість вимірів. (Наприклад, виміряні тільки 3, 5 або 10 значень). Крім того, в реальному експерименті обмежуються, як правило, тільки однією серією вимірів. Отже, з безлічі усіх можливих значень вимірюваної величини дослід дає усього лише N випадкових значень, які називаються **випадковою вибіркою**.

Теорія вірогідності рекомендує (дає) способи визначення результату вимірів і оцінки його похибки.

В якості дійсного значення вимірної величини a в досліді зазвичай обирають середнє арифметичне значення a_{cp} , яке обчислюється за формулою:

$$a_{cp} = \frac{1}{N} (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i \quad (2.3.1)$$

Оцінкою абсолютного значення випадкової похибки вибіркового середнього арифметичного значення є величина середньоквадратичного відхилення середнього арифметичного значення, яка розраховується за формулою:

$$\Delta a_{\text{ср}} = t_{\alpha}(N) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta a_i^2}{N(N-1)}} \quad (2.3.2)$$

Тут: N - число вимірів, $a_{cp} - a_1 = \Delta a_1, a_{cp} - a_2 = \Delta a_2, \dots, a_{cp} - a_N = \Delta a_N$ - значення відхилень кожного з вимірів a_i від вибіркового середнього a_{cp} ; $t_{\alpha}(N)$ - коефіцієнт Стюдента, число α - коефіцієнт надійності (чи коефіцієнт довірчої вірогідності).

Коефіцієнт Стюдента $t_{\alpha}(N)$ дозволяє врахувати, що при обробці результатів реальних дослідів випадкові похибки визначаються за даними з однієї серії відносно невеликої кількості вимірів.

Значення коефіцієнта Стюдента $t_{\alpha}(N)$ для різної кількості проведених вимірів N і значень коефіцієнта надійності α приведені в **таблиці 2.1**.

Розширена таблиця $t_{\alpha}(N)$ приведена в розділі “Таблиці” посібника (таблиця 4).

Таблиця 2.1.

Значення коефіцієнта Стьюдента.

α	$t_{\alpha}(N)$ для різних кількостей прямих вимірів N								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0.9	6.31	2.92	2.35	2.13	2.02	1.94	1.89	1.86	1.83
0.95	12.71	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26
0.99	63.66	9.29	5.84	4.60	4.03	3.71	3.50	3.36	3.35

Коефіцієнт надійності α задає числове значення вірогідності того, що будь-який проведений вимір величини a відрізнятиметься від розрахованого вибіркового середнього арифметичного значення a_{cp} не більше, ніж на величину $\pm \Delta a_{вин}$.

Це означає, що завдане значення коефіцієнта надійності (чи коефіцієнта довірчої вірогідності) α визначає, яку ширину інтервалу значень величини a поблизу числа a_{cp} слід вибирати, щоб будь-який вимір з вірогідністю, що дорівнює α , потрапляв у цей інтервал

$$(a_{cp} - \Delta a_{вин}, a_{cp} + \Delta a_{вин}). \quad (2.3.3)$$

Такий інтервал називається довірчим інтервалом.

Очевидно, що ширина довірчого інтервалу, дорівнює $2 \Delta a_{вин}$, і має бути тим більше, чим більша надійність вимагається від вимірювань.

Отже, **довірчий інтервал** для випадкової похибки **середнього арифметичного значення** лежить в межах від $a_{cp} - \Delta a_{вин}$ до $a_{cp} + \Delta a_{вин}$.

Наприклад, якщо зроблені 100 вимірів, для значення $\alpha = 0,95$ величина довірчого інтервалу має бути такою, щоб вірогідність попадання в нього окремого виміру складала 95%, тобто щоб у цей інтервал потрапляли 95 вимірів

зі 100. Якщо знову звернутися до аналогії із стрільбою із закріпленої рушниці, то для $\alpha = 0,95$ діаметр круглої мішені слід вибрати таким, щоб 95% пострілів потрапляли в це коло, і тільки 5% “пішли в молоко”.

У разі, коли за порядком величини випадкова і систематична похибки вимірів порівнянні, абсолютну похибку виміру Δa_{Σ} знаходять за формулою

$$\Delta a_{\Sigma} = \sqrt{\Delta a_{\text{сист}}^2 + \Delta a_{\text{вип}}^2}, \quad (2.3.4)$$

і довірчий інтервал вказують у вигляді

$$a_{cp} - \Delta a_{\Sigma} \leq a_{cp} \leq a_{cp} + \Delta a_{\Sigma} \quad (2.3.5)$$

Для оцінки точності вимірів, окрім довірчого інтервалу і абсолютної похибки розраховують також **відносну похибку виміру величини a**

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta a_{\Sigma}}{a_{cp}} \quad (2.3.6)$$

Остаточний результат вимірювань фізичної величини a представляють у вигляді середньоарифметичного значення a_{cp} з вказівкою довірчого інтервалу

$$a = (a_{cp} \pm \Delta a_{\Sigma}), \quad (2.3.7)$$

а також одиниць її виміру, відносної похибки ε_a і коефіцієнта надійності α .

Важливо пам'ятати, що вираз (2.3.7) є формою представлення результатів вимірів. Ця форма в стислому виді показує, яке значення обрано в якості дійсного значення вимірюваної величини і якою є величина довірчого інтервалу. **Складати і віднімати величини a_{cp} і Δa_{Σ} у виразі (2.3.7) не можна.**

Порядок проведення і обробки результатів прямих вимірів.

1. Результати прямих вимірів занести в таблицю.
2. Таблиця _____. Результати прямих вимірів величини a .

№	a_i	a_{cp}	$\Delta a_i = a_i - a_{cp}$	$\Delta a_i^2 = (a_i - a_{cp})^2$	$\Delta a_{\text{вип}}$
1					
2					
3					
...					

3. Знайти середньоарифметичне значення вимірюваної величини a_{cp} і занести це значення в таблицю.
4. Знайти відхилення кожного з окремих вимірів від середньоарифметичного значення $\Delta a_i = a_i - a_{cp}$.
5. Знайти значення квадратів відхилень окремих вимірів $\Delta a_i^2 = (a_i - a_{cp})^2$.
6. Вибрати значення коефіцієнта надійності α .
7. Для заданого значення коефіцієнта надійності α і кількості проведених вимірів N знайти відповідне значення коефіцієнта Стюдента $t_\alpha(N)$ в **таблиці 2.1** цього розділу, або в розширеній **таблиці 4** в розділі “Таблиці” посібника.
8. Розрахувати абсолютну випадкову похибку середньоарифметичного $\Delta a_{\text{вип}}$ за формулою:

$$\Delta a_{\text{вип}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta a_1^2 + \Delta a_2^2 + \dots + \Delta a_N^2}{N(N-1)}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta a_i^2}{N(N-1)}}$$

і занести її значення в таблицю.

9. Визначити абсолютну систематичну похибку вимірів $\Delta a_{\text{сист}}$.
10. Визначити абсолютну похибку вимірів, тобто **напівширину довірчого інтервалу** для випадкової похибки **середнього арифметичного значення**

$$\Delta a_{\Sigma} = \sqrt{\Delta a_{\text{сист}}^2 + \Delta a_{\text{вип}}^2}$$

11. Розрахувати відносну похибку ε_a , розділивши абсолютну похибку Δa_{Σ} на середньоарифметичне значення вимірюваної величини a_{cp} .

Записати кінцевий результат у наступному виді:

$$a = a_{cp} \pm \Delta a_{\Sigma}, \quad \varepsilon_a = \frac{\Delta a_{\Sigma}}{a_{cp}}, \quad \alpha =$$

У разі, коли в досліді проводяться прямі вимірювання декількох фізичних величин, при обробці вимірів коефіцієнти надійності прямих вимірів слід задавати однаковими.

2.4. Обробка результатів непрямих вимірів

На відміну від прямих вимірів, де фізична величина вимірюється безпосередньо, при непрямих вимірах фізична величина розраховується за результатами прямих вимірів за формулою, яка задає зв'язок між цією величиною і тими, які визначалися в результаті прямих вимірів.

Позначимо величину, яку потрібно розрахувати за даними прямих вимірів, літерою Z .

Порядок визначення величини Z має бути наступним:

1. **Розрахувати середнє значення** величини Z , **підставляючи** у відому з теорії **формулу середні арифметичні значення прямих вимірів**.
2. **Обчислити відносну похибку** непрямого виміру ε_Z , використовуючи результати розрахунків відносних похибок прямих вимірів.
3. **Обчислити абсолютну похибку** непрямого виміру за формулою:

$$\Delta Z = Z_{cp} \cdot \varepsilon_Z$$

Наприклад, якщо фізична величина Z задана формулою $Z = a \cdot b \cdot c$, де a , b і c - величини, які визначаються прямими вимірюваннями, величину Z знаходять як

$$Z_{cp} = a_{cp} \cdot b_{cp} \cdot c_{cp},$$

а відносна похибка непрямого вимірювання величини Z розраховується за формулою:

$$\varepsilon_Z = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2 + \varepsilon_c^2}.$$

Вирази для розрахунку відносних і абсолютних похибок непрямих вимірювань величин, які повинні визначатися в цьому практикумі, будуть наведені у відповідних вказівках до проведення кожної роботи.

Загальні правила знаходження відносної похибки непрямих вимірювань при довільному виді функції, яка задає зв'язок результатів прямих і непрямих вимірювань, описані в розділі 2.5 посібника “Обчислення похибок непрямих вимірів”.

При обчисленні помилок непрямих вимірювань слід мати на увазі, що відносні похибки прямих вимірювань дають різний внесок в остаточну помилку. При цьому, щоб не виконувати громіздких розрахунків, **слід порівняти між собою всі відносні похибки прямих вимірювань, визначити максимальну з них, і знехтувати тими, які щонайменше втричі менше максимальної**. Наприклад, розраховуючи відносну похибку за формулою $\varepsilon_Z = \sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2 + \varepsilon_c^2}$, після підставлення числових значень отримуємо $\varepsilon_Z = \sqrt{0,1^2 + 0,02^2 + 0,005^2}$. У підкорінному виразі значеннями ε_b і ε_c можна нехтувати і вважати, що $\varepsilon_Z = \varepsilon_a = 0,1$.

Остаточний результат непрямих вимірювань має бути записаний так само, як і для прямих вимірювань.

$$Z = Z_{cp} \pm \Delta Z, \quad \varepsilon_Z = \quad, \quad \alpha =$$

2.5. Обчислення похибок непрямих вимірів

При вимірюваннях фізичні величини найчастіше можуть бути знайдені тільки в результаті непрямих вимірів, тобто з використанням формул, які задають зв'язок між цими величинами і такими, що виміряні безпосередньо.

Розглянемо випадок, коли у формулу, за якою визначається величина, що підлягає непрямому вимірюванню (позначимо її Z) входять N різних фізичних величин a_i , значення яких можуть бути виміряні безпосередньо. Тоді в загальному вигляді формулу, яка описує зв'язок між цими величинами, можна записати так

$$Z = f(a_1, a_2, \dots, a_N) \quad (2.5.1)$$

Середнє значення непрямого виміру Z_{cp} отримується при підстановці у формулу середніх значень фізичних величин $a_{i\,cp}$, визначених прямими вимірами (дивись розділ 2.4 посібника “Обробка результатів непрямих вимірів”), а саме $Z_{cp} = f(a_{1\,cp}, a_{2\,cp}, \dots, a_{N\,cp})$.

Математична теорія похибок показує, що абсолютна похибка непрямого виміру ΔZ має визначатися як

$$\Delta Z = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial a_i} \Delta a_{i\Sigma} \right)^2}. \quad (2.5.2)$$

Тут:

$\Delta a_{i\Sigma}$ - абсолютна похибка середнього значення прямого вимірювання величини a_i з врахуванням випадкової і систематичної похибки (дивись розділ 2.3 посібника “Обробка результатів прямих вимірів”),

$\frac{\partial f}{\partial a_i}$ - так звана **частинна похідна** - тобто *похідна від функції f за аргументом a_i , яку знаходять, вважаючи, що всі інші аргументи цієї функції є постійними.*

Визначення абсолютної похибки непрямих вимірів за формулою (2.5.2) застосовується як перший крок в тих випадках, коли в залежності (2.5.1) величини a_i , знайдені при прямих вимірюваннях, входять, в основному, як доданки.

На другому кроці при цьому визначається відносна похибка непрямого виміру ε_Z

$$\varepsilon_Z = \frac{\Delta Z}{Z_{cp}}. \quad (2.5.3)$$

У випадку, коли величини a_i входять до виразу (2.5.1) у вигляді співмножників в довільних ступенях, спочатку визначається відносна похибка непрямого виміру ε_Z .

При цьому, найзручнішим способом, який суттєво спрощує практичне знаходження вигляду ε_Z , є використання формули

$$\varepsilon_Z = \frac{\Delta Z}{Z_{cp}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial(\ln f)}{\partial a_i} \Delta a_{i\Sigma} \right)^2}. \quad (2.5.4)$$

Зазначимо, що, оскільки найчастіше фізичні величини є розмірними, при використанні виразу (2.5.4) і знаходженні логарифму $f(a_1, a_2, \dots, a_N)$ всі величини a_i формально вважаються безрозмірними.

Другим кроком в цьому випадку є визначення абсолютної похибки непрямого виміру ΔZ

$$\Delta Z = \varepsilon_Z \cdot Z_{cp}. \quad (2.5.5)$$

Застосування формул (2.5.2) - (2.5.5) дозволяє оцінити абсолютні і відносні похибки непрямого виміру величини Z для будь-якого вигляду формули (2.5.1), що пов'язує цю величину з величинами a_i , які вимірюються безпосередньо (прямо) і значення абсолютних похибок прямих вимірювань є відомими.

Вигляд формул для обчислення абсолютних і відносних помилок непрямих вимірювань величин Z для деяких конкретних видів функцій $f(a_1, a_2, \dots, a_N)$, що зустрічаються найчастіше, наведено в **таблиці 2.2**.

Таблиця 2.2.

Формули для розрахунку похибок непрямих вимірів

Вид функції	Абсолютна похибка	Відносна похибка
$Z = a \pm b$	$\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}$	$\frac{\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}}{a_{cp} \pm b_{cp}}$
$Z = C_1 a \pm C_2 b,$ ($C_1 = const, C_2 = const$)	$\sqrt{C_1^2 \Delta a^2 + C_2^2 \Delta b^2}$	$\frac{\sqrt{C_1^2 \Delta a^2 + C_2^2 \Delta b^2}}{C_1 a_{cp} \pm C_2 b_{cp}}$
$Z = a^2 \pm b^2$	$\sqrt{4a_{cp}^2 (\Delta a)^2 + 4b_{cp}^2 (\Delta b)^2}$	$\frac{\sqrt{4a_{cp}^2 (\Delta a)^2 + 4b_{cp}^2 (\Delta b)^2}}{a^2 \pm b^2}$
$Z = a \cdot b$	$\sqrt{(b_{cp} \Delta a)^2 + (a_{cp} \Delta b)^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b_{cp}}\right)^2}$
$Z = a^n$	$na_{cp}^{n-1} \Delta a$	$n \frac{\Delta a}{a_{cp}}$
$Z = \ln a$	$\frac{\Delta a}{a_{cp}}$	$\frac{\Delta a}{\ln a_{cp} \cdot a_{cp}}$
$Z = \frac{a}{b}$	$\frac{\sqrt{(b_{cp} \Delta a)^2 + (a_{cp} \Delta b)^2}}{b_{cp}^2}$	$\sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b_{cp}}\right)^2}$
$Z = \exp\left(\frac{a}{C}\right), C = const$	$\exp\left(\frac{a_{cp}}{C}\right) \cdot \frac{\Delta a}{C}$	$\frac{\Delta a}{C}$
$Z = \sin\left(\frac{a}{C}\right), C = const$	$\cos\left(\frac{a_{cp}}{C}\right) \cdot \frac{\Delta a}{C}$	$ctg\left(\frac{a_{cp}}{C}\right) \cdot \frac{\Delta a}{C}$
$Z = \cos\left(\frac{a}{C}\right), C = const$	$\sin\left(\frac{a_{cp}}{C}\right) \cdot \frac{\Delta a}{C}$	$tg\left(\frac{a_{cp}}{C}\right) \cdot \frac{\Delta a}{C}$
$Z = tg\left(\frac{a}{C}\right), C = const$	$\frac{1}{\cos^2\left(\frac{a_{cp}}{C}\right)} \cdot \frac{\Delta a}{C}$	$\frac{2}{\sin\left(\frac{2a_{cp}}{C}\right)} \cdot \frac{\Delta a}{C}$
$Z = ctg\left(\frac{a}{C}\right), C = const$	$\frac{1}{\sin^2\left(\frac{a_{cp}}{C}\right)} \cdot \frac{\Delta a}{C}$	$\frac{2}{\sin\left(\frac{2a_{cp}}{C}\right)} \cdot \frac{\Delta a}{C}$

3. ПРАВИЛА ПРЕДСТАВЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ

3.1. Правила заокруглення

При заокругленні числа, слід пам'ятати, що *остання значуща цифра¹ не змінюється, якщо перша цифра, яку відкидають, менше 5, і збільшується на одиницю, якщо вона дорівнює або більше 5.*

Наприклад

при заокругленні числа 36,8564 можливі різні варіанти заокругленого значення залежно від того, скільки значущих цифр необхідно в ньому зберегти: 35,8560, або 35,860, або 35,90, або 36,0. Якщо цифра, що відкидається, дорівнює 5, а за нею немає значущих цифр, то заокруглення робиться на найближче парне число, тобто остання цифра, що зберігається, залишається незмінною, якщо вона парна, і збільшується на одиницю, якщо непарна.

Наприклад

число 0,435 заокруглюємо до 0,44, а число 0,465 - до 0,46.

При численних заокругленнях парні і непарні числа зустрічаються приблизно однаково часто, тому можна чекати, що помилки, викликані заокругленнями, взаємно компенсуються.

При записі результатів математичних операцій додавання, віднімання, множення і ділення з наближеними числами з рештою слід зберегти стільки десяткових знаків, скільки їх міститься у тому числі, яке містить найменше число десяткових знаків.

Наприклад

при складанні наближених чисел $23,2 + 0,442 + 7,2475 = 30,8895$ результат записується так: **30,9**.

при множенні наближених чисел $30,9 \cdot 1,83643 = 56,745687$ результат записується так: **56,7**.

При піднесенні до ступеня в результаті слід зберегти стільки значущих

¹ **Значущі цифри** в наближених обчисленнях - це *всі цифри числа, починаючи з першої зліва, відмінної від нуля, до останньої, за правильність якої можна ручатися*. Наприклад, в запису результату зважування 0,03020 кг значущими цифрами будуть 3, 0, 2 і 0.

цифр, скільки їх має число, що підноситься до ступеня.

Наприклад

$$(11,38)^2 = 129,5044 \approx 129,50.$$

При обчисленні проміжних результатів слід брати на одну цифру більше, ніж вказано в правилах заокруглення при виконанні математичних дій над числами. У остаточному результаті ця “запасна” цифра відкидається.

У тих випадках, коли отримані значення фізичних величин багато більше або багато менше одиниці, їх прийнято записувати у вигляді числа між 1 і 10, помноженого на відповідну міру десяти, тобто записувати число у стандартному вигляді.

Наприклад

$$114863538 = 1,14863538 \cdot 10^8 \approx 1,15 \cdot 10^8,$$

$$0,00003527 = 3,527 \cdot 10^{-5} \approx 3,53 \cdot 10^{-5}.$$

3.2. Правила запису результатів обробки вимірів

При виконанні обчислень необхідно керуватися практично необхідною точністю. При обчисленнях на калькуляторі на його індикатор автоматично виводиться багато цифр. Це може створювати хибне враження великої точності результату. Необхідно пам'ятати, що результати вимірів є наближеними числами. Тому записувати остаточні результати обчислень з числом знаків, більшим, ніж вимагається для цих вимірів, недоцільно. Слід також звертати увагу на форму запису наближених чисел. Наприклад, наближені числа 13,8 і 13,800 відрізняються одне від іншого. Запис 13,8 означає, що вірними є лише цифри цілих і десятих долей. Запис 13,800 означає, що вірними є також соті і тисячні долі.

Остаточний результат обчислень записують до першої сумнівної цифри, яка визначається першою значущою цифрою сумарної абсолютної похибки.

При цьому, як вказано вище, під ***значущими цифрами*** в наближених обчисленнях ***розуміють усі цифри числа, починаючи з першої ліворуч,***

відмінної від нуля, до останньої, за точність якої можна ручатися.

Наприклад, якщо вимір маси, зроблений з абсолютною похибкою $\Delta m = \pm 0,0001$ г, дав результат $m = 0,0752$ г, то значущими цифрами будуть 7 і 5, а у випадку, коли вимір дав результат $m = 2374$ г з абсолютною похибкою $\Delta m = \pm 2$ г, значущими цифрами є 2, 3 і 7. Результати вимірювань мають бути записані так: $m = (0,0750 \pm 0,0001)$ г або $m = (2370 \pm 2)$ г.

Величина випадкової абсолютної похибки завжди визначається з деякою випадковою помилкою - тобто з *похибкою визначення похибки*. Можна показати, що *при десяти вимірах помилка випадкової абсолютної похибки перевищує 30%* і зі зменшенням кількості виконаних вимірів ця величина зростає.

Отже, *порядок запису результатів обчислень* при обробці прямих вимірів має бути наступний:

1. *Результат розрахунку вибіркового середнього арифметичного значення вимірюваної величини a_{cp} записується з кількістю значущих цифр, яка на одну більше, ніж отримується при прямих вимірах.*

2. *Значення відхилень $\Delta a_i = a_{cp} - a_i$ кожного з вимірів a_i від вибіркового середнього a_{cp} записується з кількістю значущих цифр, яка на одну більше, ніж виходить при прямих вимірах.*

3. *Значення квадратів відхилень $(\Delta a_i)^2$ кожного з вимірів a_i від вибіркового середнього a_{cp} і суми цих квадратів - $\sum_{i=1}^N (\Delta a_i)^2$ - записуються з кількістю значущих цифр удвічі більшим, ніж Δa_i .*

4. *Значення абсолютної випадкової похибки вибіркового середнього арифметичного $\Delta a_{вин}$ записуються*

з однією значущою цифрою, якщо ця цифра ≥ 4 ,

з двома значущими цифрами, якщо ця цифра < 4 .

Наприклад, якщо при розрахунку $\Delta a_{вин}$ на калькуляторі вийшло 0,4126,

записується $\Delta a_{\text{вип}} = 0,4$, але у тому разі, коли калькулятор дає 0,2861, записується $\Delta a_{\text{вип}} = 0,29$.

5. Значення сумарної помилки Δa_{Σ} записується за правилом пункту 4.

6. *При записі остаточного результату вимірювань у формі $a = (a_{\text{ср}} \pm \Delta a_{\Sigma})$ значення $a_{\text{ср}}$ записують, включаючи і першу сумнівну цифру, яка визначається першою значущою цифрою сумарної абсолютної похибки.*

Наприклад:

При обчисленні середнього значення величини $a_{\text{ср}}$, при вимірі якої в міліметрах визначені 3 значущих цифри, на калькуляторі отримано число 50,26666667.

При розрахунку відхилень слід використати значення $a_{\text{ср}} = 50,27$ мм.

Значення відхилень $\Delta a_i = a_{\text{ср}} - a_i$ тоді повинні містити 2 значущих цифри, а

значення квадратів відхилень $(\Delta a_i)^2$ і суми квадратів відхилень $\sum_{i=1}^N (\Delta a_i)^2$ - 4 значущих цифри.

Якщо при розрахунку *абсолютної випадкової похибки* вибіркового середнього арифметичного $\Delta a_{\text{вип}}$ на калькуляторі виходить число 0,13619163 його необхідно заокруглити і записати у вигляді

$$\Delta a_{\text{вип}} = 0,14 \text{ мм.}$$

Якщо *абсолютна систематична похибка* складала $\Delta a_{\text{сист}} = 0,1$ мм, розрахунок *сумарної абсолютної похибки* на калькуляторі дасть число 0,17204605 і значення *сумарної абсолютної похибки* має бути записане так

$$\Delta a_{\Sigma} = 0,17.$$

Тоді результат вимірів записується у вигляді $a = (50,27 \pm 0,17) \text{ мм.}$

3.3. Правила побудови графіків

Графік є найбільш наочним способом представлення отримуваних в експерименті залежностей фізичних величин однієї від одної. Графічне відображення даних дозволяє:

- легко виявити можливі грубі помилки, які можуть виникнути в процесі проведення вимірів;
- порівняти результати досліду із залежністю, яка передбачається теорією;
- візуально визначити, чи міняється різко характер залежності, що вивчається, в різних діапазонах зміни незалежної змінної;
- якщо характер залежності змінюється різко, дізнатися, поблизу якого значення незалежної змінної відбувається ця зміна;
- встановити емпіричний зв'язок між досліджуваними величинами;
- у разі, якщо заздалегідь відомо або можна припустити, що залежність, що вивчається, описується лінійною функцією $y = Ax + B$, знайти чисельні значення постійних A і B .

При побудові фізичного графіку по горизонтальній осі - осі *абсцис* - відкладають *незалежну* змінну. На вертикальну вісь - вісь *ординат* - наносять значення *залежної* величини. Іншими словами, *по осі абсцис* відкладають *причину*, а *по осі ординат* - *наслідок*.

Для побудови графіків використовується міліметрівка, на якій заздалегідь нанесена сітка з кроком в 1 мм.

Значення незалежної змінної і діапазон її зміни в досліді встановлює експериментатор. Значення і діапазон зміни залежної змінної визначаються результатами прямих або непрямих вимірів. Вид графіку залежить від того, які масштаби будуть вибрані для відображення значень незалежної і залежної змінних. Будувати графік слід так, щоб максимально ефективно використати наявний лист міліметрівки.

Особливість побудови фізичних графіків полягає в тому, що точка перетину осей не повинна обов'язково відповідати нульовим значенням змінних.

Порядок розмітки осей графіку :

1. Задати діапазон відображення незалежної змінної на осі абсцис трохи більшим використаного в досліді.
2. Таким самим чином задати діапазон відображення залежної змінної на осі ординат.

3. Поряд з кінцями осей записати позначення фізичних величин, що відкладаються по цих осях, і одиниці, в яких вони вимірювалися в дослідах. Для зручності одиницю виміру слід доповнювати десятковим множником так, щоб масштабні ділення на осях мінялися в межах від 1 до 10. Наприклад, якщо значення фізичної величини d , які мають бути показані на графіці, змінювалися в діапазоні від $d = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ до $d = 7,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, на осі слід записати $d, 10^{-3} \text{ м}$.

4. На кожну вісь нанести масштабні поділки так, щоб одному сантиметру на кожній з осей відповідали одна, дві, п'ять або десять одиниць виміру незалежної і залежної змінних.

При побудові графіку слід уникати інших масштабів, щоб не ускладнювати нанесення на нього експериментальних або розрахункових значень.

Лінії осей координат, написи на осях і точки на графіці слід наносити тільки олівцем.

Після розмітки осей на міліметровку наносяться результати вимірів, які краще всього позначати на графіці кружками, квадратами або хрестиками так, щоб центр відмітки відповідав значенням незалежної і залежної змінних. При цьому для кожної експериментальної точки відрізками, які відкладаються ліворуч та праворуч, а також донизу і вгору від центру відмітки, вказуються похибки вимірів незалежної і залежної змінних. Якщо ці похибки однакові для усіх експериментальних точок, допускається приводити відповідний “хрест похибок” на вільному полі графіку.

Не можна олучати нанесені точки, отримані в досліді, ламаною або кривою лінією.

Якщо на графіці наводяться тільки дані досліді, експериментальна крива проводиться наближено як “найкраща” плавна лінія, яка описує усі дослідницькі дані. Тобто вона проводиться так, щоб по обидві сторони від неї потрапляла приблизно однакова кількість експериментальних точок. Існують математичні методи, що дозволяють в деяких випадках провести “найкращу” лінію за результатами теоретичної обробки результатів експерименту. Правила застосування одного з таких методів, методу найменших квадратів, описані в посібнику в розділі 3.4 “Метод найменших квадратів”.

Якщо на графіці дані дослідю порівнюються з теоретичною залежністю, експериментальна крива на графіці не проводиться.

Приклад побудови графіку за результатами дослідю з нанесеною на ньому методом найменших квадратів “найкращої” апроксимаційної лінії наведено в розділі 3.4 “Метод найменших квадратів”.

3.4. Метод найменших квадратів

Одна з важливих цілей проведення експериментальних досліджень полягає в тому, щоб з’ясувати, чи існує яка-небудь залежність між фізичними величинами. Якщо залежність спостерігається в досліді, експериментатор прагне встановити характер цієї залежності, тобто знайти вид функції, яка описує знайдену залежність. Можливий також і інший варіант, коли існування взаємозалежності фізичних величин передбачається теоретично. Тоді перед експериментатором стоїть завдання підтвердити або спростувати справедливості цих теоретичних передбачень. В обох варіантах отримані в досліді дані, в першу чергу, представляються в найбільш зручному і наочному вигляді - графіком. При цьому незалежною змінною покладається та з фізичних величин, значення якої задаються і цілеспрямовано змінюються в досліді. Кожному значенню незалежної змінної відповідає значення іншої величини, яка вимірюється. Ця вимірювана величина розглядається як залежна змінна¹. Завдання в цьому випадку полягає в тому, щоб експериментальна крива, яка проводиться на графіку, найкращим чином описувала отримані в досліді точки. Нижче, на прикладі окремого випадку - лінійної залежності - описаний один з методів побудови такої “найкращої”, тобто ***найбільш вірогідної***, кривої який називається ***метод найменших квадратів - МНК***.

Будемо припускати, що похибки вимірювання значень незалежної змінної малі настільки, що ними можна знехтувати, і що похибки виникали тільки при визначенні значень залежної змінної. (Таке припущення виконується в

¹ При цьому, природно, дослід повинен проводитися так, щоб всі інші величини, які можуть змінюватися в досліді, зберігали постійні значення.

реальних дослідах досить часто. Якщо ж воно неприйнятне, побудова кривої методом найменших квадратів значно ускладнюється.).

Не обмежуючи загальності отриманих виразів, проілюструємо застосування **МНК** побудовою прямої, що описує залежність напруги деформації, яка виникає при розтягуванні тіла, від величини відносного видовження тіла. Тут F_{np} - сила пружності, S - площа поперечного перерізу тіла, L - початкова довжина тіла, Δl - абсолютне видовження тіла. Як відомо, за законом Гука (дивись лабораторну роботу № 2) напруга деформації є пропорційною відносному видовженню тіла. Тому слід очікувати, що дані досліду для такої залежності повинні апроксимуватися лінійною функцією виду $\sigma = a \frac{\Delta l}{L} + b$.

Тут: a - кутовий коефіцієнт, тобто тангенс кута нахилу прямої на графіку,

b - постійна, яка задає зсув цієї прямої вздовж осі ординат вгору або вниз.

Задачею є провести таку пряму лінію, яка менш за все відхиляється від експериментальних точок

Звернемося до результатів вимірювань цих величин, які представлені в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1.

Результати вимірювань відносного видовження тіла і напруги деформації

$\frac{\Delta l_i}{L}, 10^{-3}$	0,14	0,34	0,65	0,88	1,20	1,76	1,88	2,36
$\sigma_i, 10^6 \frac{H}{м^2}$	0,2	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5

Нанесемо ці дані на графік - рис. 3.1.

Для того, щоб провести на графіку пряму, яка найкраще апроксимує дані досліду, необхідно визначити значення кутового коефіцієнта a і координати

однієї точки, через яку має проходити апроксимаційна пряма. Значенням незалежної змінної в досліді $\frac{\Delta l}{L}$ відповідають ординати точок $\sigma_i^{експ}$ на цій

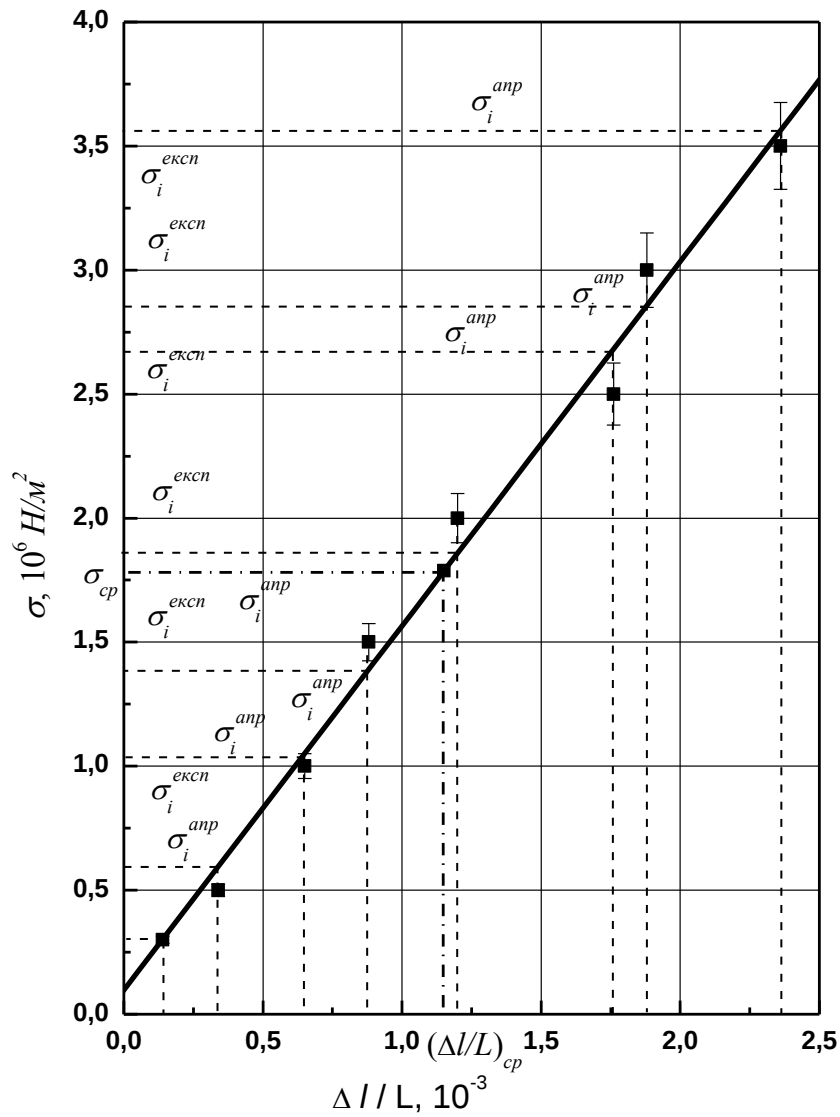


Рис. 3.1. Залежність напруги деформації від відносного видовження тіла.

■ - дані дослідю.

Пряма проведена методом найменших квадратів.

прямій. Згідно з методом найменших квадратів пряму треба провести так, щоб сума квадратів відхилень виміряних в досліді значень $\sigma_i^{експ}$ від відповідних ординат прямої $\sigma_i^{анп}$ для кожного із значень була мінімальною. Тобто, мінімальною повинна бути величина

$$\sum_{i=1}^N (\sigma_i^{експ} - \sigma_i^{анп})^2 = \sum_{i=1}^N \left[\sigma_i^{експ} - \left(a \frac{\Delta l_i}{L} + b \right) \right]^2.$$

Ця умова і визначила назву методу **МНК**.

Математична теорія **МНК** показує, що найкраща пряма проходить через точку з координатами

$$\left(\frac{\Delta l}{L} \right)_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta l_i}{L} \right)}{N}, \quad \sigma_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N (\sigma_i^{експ})}{N}, \quad (3.4.1)$$

де N - число вимірювань.

При цьому кутовий коефіцієнт a повинен розраховуватися за формулою

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta l_i}{L} \cdot \sigma_i^{експ} \right) - \sigma_{cp} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta l_i}{L} \right)}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta l_i}{L} \right)^2 - \left(\frac{\Delta l}{L} \right)_{cp} \cdot \sum_{i=1}^N \left(\frac{\Delta l_i}{L} \right)} \quad (3.4.2)$$

Для дослідних даних, наведених у **таблиці 3.1**, середні значення змінних є:

$$\left(\frac{\Delta l}{L} \right)_{cp} = 1,15125, \quad \sigma_{cp} = 1,7875, \quad \text{і коефіцієнт } a \text{ апроксимаційної прямої на рис. 5.1}$$

дорівнює $a = 1,47$.

Слід зауважити, що, оскільки в не навантаженому стані нитки абсолютне видовження має дорівнювати нулю, і закон Гука стверджує, що залежність між напругою деформації та відносним видовженням тіла є прямо пропорційною, на перший погляд здається, що більш правильним було б шукати рішення у вигляді $\sigma = a \frac{\Delta l}{L}$. Тобто так, щоб апроксимаційна крива проходила через початок координат. Однак для всього інтервалу, в якому в досліді змінювалися значення величини напруги знайдена методом **МНК** пряма краще задовольняє

експериментальним точкам, ніж пряма, що проходить через нулі координат. Крім того, величина зсуву апроксимаційної кривої вздовж осі ординат в точці, де $\frac{\Delta I}{L} = 0$, дозволяє оцінити величину систематичної похибки, що виникала при проведенні вимірювань.

У загальному випадку, коли лінійною функцією описується залежність фізичної величини Y від величини X : $Y = a X + b$, формули (3.4.1), (3.4.2) мають вигляд

$$X_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i)}{N}, \quad Y_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^N (Y_i^{експ})}{N}, \quad (3.4.3)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i \cdot Y_i^{експ}) - Y_{cp} \cdot \sum_{i=1}^N (X_i)}{\sum_{i=1}^N (X_i)^2 - X_{cp} \cdot \sum_{i=1}^N (X_i)} \quad (3.4.4)$$

Зрозуміло, не завжди зв'язок між фізичними величинами в досліді описується рівнянням прямої лінії. В деяких випадках можна шляхом нескладних перетворень привести до лінійної більш складну залежність. Так, наприклад, якщо слід очікувати, що ця залежність має вигляд $Y = \frac{k}{X} + c$, після

заміни змінних $Z = \frac{1}{X}$, ми отримаємо лінійний зв'язок між Y та Z : $Y = kZ + c$.

Так само, якщо $Y = ab^X$, після логарифмування за основою b отримаємо лінійний зв'язок між логарифмами Y та X : $\log_b Y = \log_b a + X$.

Математична теорія **МНК** дозволяє знаходити не тільки коефіцієнти рівняння $Y = a X + b$, але й величини похибок визначення цих коефіцієнтів. Докладніше про сам метод **МНК** і його обґрунтування можна дізнатися, наприклад, з книги Дж. Сквайрс "Практическая физика", М., "Мир", 1971.

Слід підкреслити, що метод найменших квадратів не може дати відповіді на питання про те, яка функція найкраще підходить для апроксимації даних фізичного експерименту. Відповідь на це питання має бути знайденою на підставі фізичних міркувань.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ К ПРОВЕДЕННЮ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

Лабораторна робота № 1

ВИМІРЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ РОЗМІРІВ ТІЛ І ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ ОБ'ЄМІВ

Цілі роботи:

- навчитися проводити прямі виміри лінійних розмірів тіл за допомогою штангенциркуля і мікрометра,
- освоїти використання ноніуса;
- експериментально визначити об'єми циліндра і кулі;
- навчитися застосовувати правила обробки результатів прямих і непрямих вимірювань.

Порядок проведення роботи

1. Визначення об'єму циліндра.

Об'єм циліндра можна визначити за формулою $V = \frac{\pi d^2 h}{4}$. Для цього необхідно провести прямі вимірювання його діаметру d і висоти h .

Прямі виміри

За допомогою штангенциркуля провести 5 вимірів діаметра циліндра.

Результати вимірів діаметру циліндра занести в таблицю 1.1:

Таблиця 1.1.

Прямі виміри діаметру циліндра

№	$d_i, \text{мм}$	$d_{cp}, \text{мм}$	$\Delta d_i = d_i - d_{cp}, \text{мм}$	$(\Delta d_i)^2 = (d_i - d_{cp})^2, \text{мм}^2$	$\Delta d_{вип}, \text{мм}$
1					
...					
5					

Середній діаметр циліндра d_{cp} знайти за формулою:

$$d_{cp} = \frac{1}{N} (d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i$$

Значення середнього діаметру циліндра занести в таблицю 1.1.

Обчислення похибок виміру діаметру циліндра:

1. Знайти відхилення кожного з вимірів d_i від вибіркового середнього d_{cp}

$$\Delta d_i = d_{cp} - d_i.$$

2. Знайти значення квадратів відхилень окремих вимірів $(\Delta d_i)^2$.
3. Вибрати значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$
4. Для заданого значення коефіцієнта надійності α і кількості проведених вимірів N знайти в таблиці 2.1 (див. стор. 16) відповідне значення коефіцієнта Стюдента $t_\alpha(N)$.
5. Розрахувати абсолютну випадкову похибку вибіркового середнього арифметичного діаметру циліндра $\Delta d_{\text{вип}}$ за формулою:

$$\Delta d_{\text{вип}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta d_1^2 + \Delta d_2^2 + \dots + \Delta d_N^2}{N(N-1)}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta d_i^2}{N(N-1)}}$$

і занести її значення в таблицю 1.1.

6. Розрахувати абсолютну похибку виміру діаметру Δd_Σ , тобто напівширину довірчого інтервалу за формулою:

$$\Delta d_\Sigma = \sqrt{\Delta d_{\text{сист}}^2 + \Delta d_{\text{вип}}^2}$$

де $\Delta d_{\text{сист}}$ - систематична похибка вимірів штангенциркулем.

7. Розрахувати відносну похибку виміру діаметру за формулою

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d_\Sigma}{d_{cp}}$$

Записати результати виміру діаметру циліндра у вигляді:

$$d = (d_{cp} \pm \Delta d_\Sigma) \text{ мм}, \quad \varepsilon_d = \quad, \quad \alpha = 0.95$$

За допомогою штангенциркуля провести 5 вимірів висоти циліндра.

Результати вимірів висоти циліндра занести в таблицю 1.2.

Таблиця 1.2.

Прямі виміри висоти циліндра

№	$h_i, \text{мм}$	$h_{cp}, \text{мм}$	$\Delta h_i = h_i - h_{cp}, \text{мм}$	$(\Delta h_i)^2 = (h_i - h_{cp})^2, \text{мм}^2$	$\Delta h_{\text{вун}}, \text{мм}$
1					
...					
5					

Середню висоту циліндра h_{cp} знайти за формулою:

$$h_{cp} = \frac{1}{N} (h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h_i$$

Значення середньої висоти циліндра занести в таблицю 1.2.

Обчислення похибок виміру висоти циліндра:

1. Знайти відхилення кожного з вимірів h_i від вибіркового середнього h_{cp}

$$\Delta h_i = h_{cp} - h_i$$

2. Знайти значення квадратів відхилень окремих вимірів $(\Delta h_i)^2$.
3. Вибрати значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$
4. Для заданого значення коефіцієнта надійності α і кількості проведених вимірів N знайти в таблиці 2.1 (див. стор. 16) відповідне значення коефіцієнта Стюдента $t_\alpha(N)$.
5. Розрахувати абсолютну випадкову похибку вибіркового середнього арифметичного висоти циліндра $\Delta h_{\text{вун}}$ за формулою:

$$\Delta h_{\text{вун}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta h_1^2 + \Delta h_2^2 + \dots + \Delta h_N^2}{N(N-1)}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta h_i^2}{N(N-1)}}$$

і занести її значення в таблицю 1.2.

6. Розрахувати абсолютну похибку виміру висоти Δh_Σ , тобто напівширину довірчого інтервалу за формулою:

$$\Delta h_{\Sigma} = \sqrt{\Delta h_{\text{сист}}^2 + \Delta h_{\text{вип}}^2}$$

де $\Delta h_{\text{сист}}$ - систематична похибка вимірів штангенциркулем.

7. Розрахувати відносну похибку виміру висоти за формулою:

$$\varepsilon_h = \frac{\Delta h_{\Sigma}}{h_{cp}}$$

Записати результати виміру висоти циліндра у вигляді:

$$h = (h_{cp} \pm \Delta h_{\Sigma}) \text{ мм}, \quad \varepsilon_h = \quad, \quad \alpha = 0.95$$

Непрямі виміри

Об'єм циліндра обчислити за формулою:

$$V_{cp} = \frac{\pi d_{cp}^2 h_{cp}}{4}.$$

Обчислення похибок визначення об'єму циліндра:

1. Визначити відносну похибку визначення об'єму за формулою:

$$\varepsilon_V = \sqrt{\left(\frac{2\Delta d_{\Sigma}}{d_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h_{\Sigma}}{h_{cp}}\right)^2} = \sqrt{(2\varepsilon_d)^2 + (\varepsilon_h)^2}$$

2. Розрахувати абсолютну похибку при визначенні об'єму циліндра за формулою:

$$\Delta V = \varepsilon_V V_{cp}.$$

Записати результат визначення об'єму циліндра у вигляді:

$$V = (V_{cp} \pm \Delta V) \text{ мм}^3, \quad \varepsilon_V = \quad, \quad \alpha = 0.95$$

2. Визначення об'єму кулі.

Об'єм кулі можна визначити за формулою $V = \frac{\pi d^3}{6}$. Для цього необхідно

провести прямі вимірювання його діаметру d .

За допомогою мікрометра провести 5 вимірів діаметра кулі.

Результати вимірів діаметру кулі занести в таблицю 1.3:

Прямі виміри

Таблиця 1.3.

Прямі виміри діаметру кулі

№	$d_i, \text{мм}$	$d_{cp}, \text{мм}$	$\Delta d_i = d_i - d_{cp}, \text{мм}$	$(\Delta d_i)^2 = (d_i - d_{cp})^2, \text{мм}^2$	$\Delta d_{\text{вун}}, \text{мм}$
1					
...					
5					

Середній діаметр кулі d_{cp} знайти за формулою:

$$d_{cp} = \frac{1}{N} (d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d_i$$

Значення середнього діаметру кулі занести в таблицю 1.3.

Обчислення похибок виміру діаметру кулі :

1. Знайти відхилення кожного з вимірів d_i від вибіркового середнього d_{cp}

$$\Delta d_i = d_{cp} - d_i.$$

2. Знайти значення квадратів відхилень окремих вимірів $(\Delta d_i)^2$.
3. Вибрати значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$
4. Для заданого значення коефіцієнта надійності α і кількості проведених вимірів N знайти в таблиці 2.1 (див. стор. 16) відповідне значення коефіцієнта Стюдента $t_\alpha(N)$.
5. Розрахувати абсолютну випадкову похибку вибіркового середнього арифметичного діаметру кулі $\Delta d_{\text{вун}}$ за формулою:

$$\Delta d_{\text{вун}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta d_1^2 + \Delta d_2^2 + \dots + \Delta d_N^2}{N(N-1)}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta d_i^2}{N(N-1)}}$$

і занести її значення в таблицю 1.3.

6. Розрахувати абсолютну похибку виміру діаметру кулі Δd_Σ , тобто напівширину довірчого інтервалу за формулою:

$$\Delta d_\Sigma = \sqrt{\Delta d_{\text{сист}}^2 + \Delta d_{\text{вун}}^2}$$

де $\Delta d_{\text{сист}}$ - систематична похибка вимірів мікрометром.

7. Розрахувати відносну похибку виміру діаметру кулі за формулою:

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d_{\Sigma}}{d_{cp}}$$

Записати результати виміру діаметру кулі у вигляді:

$$d = (d_{cp} \pm \Delta d_{\Sigma})_{мм}, \quad \varepsilon_d = \quad , \quad \alpha = 0.95$$

Непрямі виміри

Об'єм кулі обчислити за формулою

$$V_{cp} = \frac{\pi d_{cp}^3}{6}.$$

Обчислення похибок визначення об'єму кулі :

1. Визначити відносну похибку визначення об'єму кулі за формулою:

$$\varepsilon_V = \sqrt{\left(\frac{3\Delta d_{\Sigma}}{d_{cp}}\right)^2} = 3\varepsilon_d$$

2. Розрахувати абсолютну похибку визначення об'єму кулі за формулою:

$$\Delta V = \varepsilon_V V_{cp}$$

Записати результат визначення об'єму кулі у вигляді:

$$V = (V_{cp} \pm \Delta V)_{мм^3}, \quad \varepsilon_V = \quad , \quad \alpha = 0.95$$

Контрольні питання

1. Який фізичний зміст має коефіцієнт надійності α ?
2. Що характеризує величина довірчого інтервалу?
3. Для чого вводиться коефіцієнт Стьюдента?
4. Як зміниться довірчий інтервал, якщо при заданому числі вимірів збільшувати коефіцієнт надійності?
5. Як зміниться довірчий інтервал, якщо при заданому коефіцієнті надійності збільшувати число вимірів?
6. Вивести формули для абсолютної і відносної похибок виміру об'єму паралелепіпеда, якщо його розміри (a , b , c) вимірювалися безпосередньо.

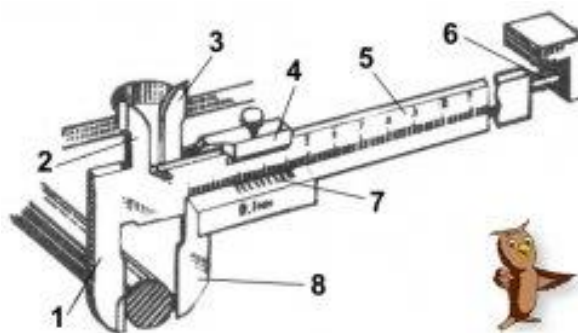


Рис. 1.1. Штангенциркуль ШЦ-1.

1, 8 - губки для зовнішніх вимірів, 2,3 - губки для внутрішніх вимірів, 4 - рухома рамка, 5 - штанга, 6 - лінійка глибиноміра, 7 - ноніус

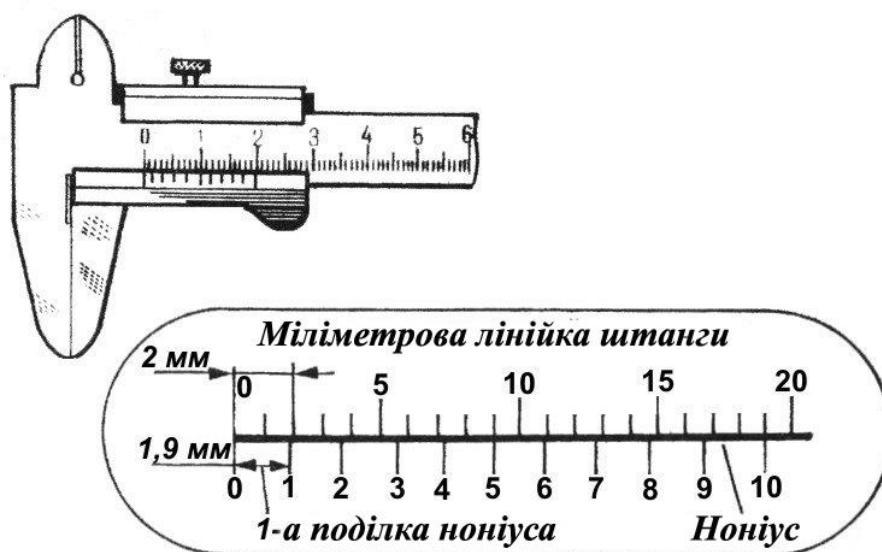


Рис. 1.2. Пристрій ноніуса.

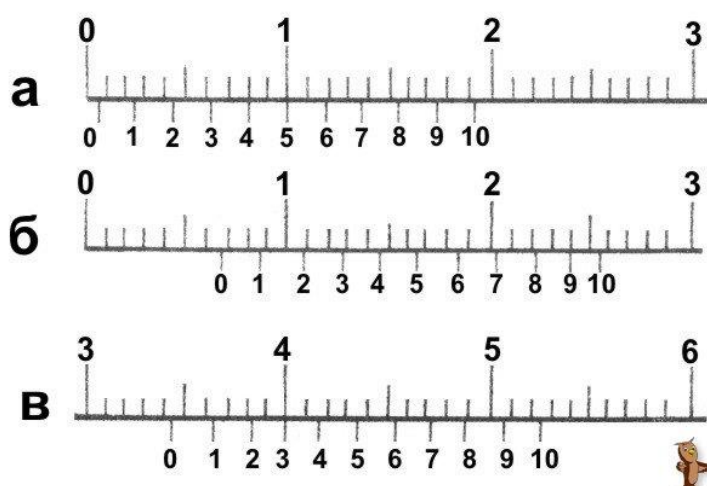


Рис.1.3. Виміри за допомогою ноніуса.

а) $l = 0,5 \text{ мм}$ б) $l = 6,9 \text{ мм}$; в) $l = 34,3 \text{ мм}$

Рисунки 1.1 - 1.3 - <http://sh-fizika.ru/1536-izmerenie-shtangencirkulem.html>

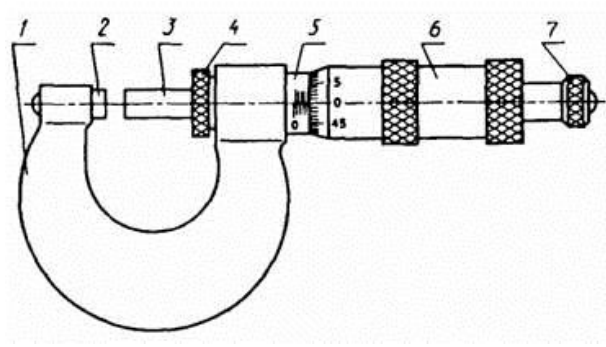


Рис.1.4. Мікрометр МК.

1 - скоба; 2 - п'ята; 3 - вимірювальна штанга; 4 - стопор; 5 - внутрішній нерухомий циліндр; 6 - зовнішній рухомий циліндр; 7 - тріскачка.

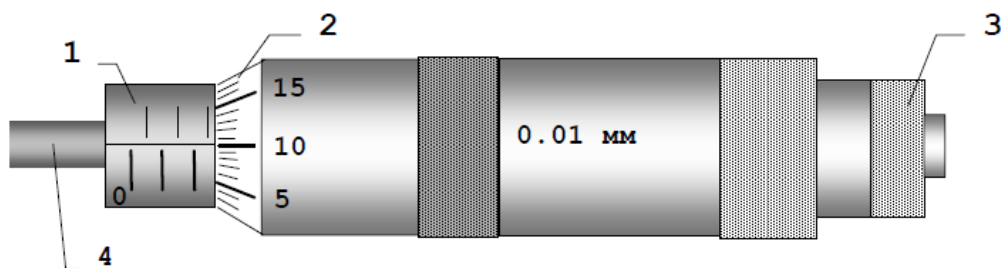


Рис. 1.5. Вимір за допомогою мікрометра.

1 - груба лінійна шкала, нанесена на внутрішній циліндр (основна шкала - нижня, з поділками в 1 мм, верхня шкала з поділками, відстані між якими також дорівнюють 1 мм, але верхня шкала зміщена відносно нижньої на 0,5 мм);

2 - точна мікрометрична шкала, нанесена на зовнішній рухомий циліндр (зазвичай ця шкала містить 50 поділок, ціна її поділки вказана на барабані і зазвичай складає 0,01 мм)

3 - тріскачка

4 - рухома вимірювальна штанга.

Відлік за грубою лінійною шкалою робиться по останній поділці, яка не закрита барабаном, що обертається.

На рис. 1.5 значення виміру мікрометром становить 2,60 мм.

Лабораторна робота № 2

ВИВЧЕННЯ ПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ТВЕРДОГО ТІЛА І ВИЗНАЧЕННЯ МОДУЛЯ ЮНГА

Цілі роботи:

- навчитися проводити прямі виміри за допомогою індикатора зміщення;
- експериментально визначити модуль Юнга сталі для деформації розтягування;
- навчитися представляти результати досліду у вигляді графіку.

Усі реальні тверді тіла під дією на них зовнішніх сил деформуються.

Деформація - *це зміна взаємного положення частин тіла під дією зовнішніх сил, яка призводить до зміни його форми і об'єму.*

Пружними (оборотними) називаються деформації, які зникають після припинення дії зовнішніх сил, коли тіло приймає первинні розміри і форму.

Пластичні (необоротні, залишкові) деформації зберігаються в тілі після припинення дії зовнішніх сил.

Залежно від характеру зміни форми і розмірів тіл розрізняють наступні **види деформації: розтягування, стиску, зсування, кручення, згинання.**

Пружність речовини - *це властивість, яка характеризує його здатність деформуватися оборотно.*

Будь-яка деформація пружного тіла супроводжується виникненням пружних сил. Вони виникають внаслідок того, що зовнішня сила викликає зміщення одних частин тіла відносно інших. Кожна частина тіла діє на частини, що оточують її, які, у свою чергу, чинять на неї рівну і протилежну дію. Тому через будь-яку площину, подумки виділену усередині тіла, передається дія двох рівних і протилежних за напрямом сил. Дія цих сил характеризується **пружною напругою.**

Пружною напругою називається відношення сили пружності до величини площі перерізу, на яку вона діє

$$\sigma = \frac{F_{np}}{S}.$$

При зміні зовнішньої сили деформація, що викликається цією силою, також змінюється. Відповідно змінюється і величина виникаючої напруги деформації. Для простих видів деформації - розтягування або стиску - величину деформації можна характеризувати або значенням абсолютної зміни Δx якого-небудь початкового розміру тіла x_0 , або величиною **відносної деформації** $\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_0}$.

Експериментально встановлено, що **для малих деформацій напруга деформації σ прямо пропорційна відносній деформації ε - закон Гука**

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (2.1)$$

де коефіцієнт пропорційності E називається **модулем Юнга**.

Цей закон можна сформулювати і в іншій формі: **для малих деформацій сила пружності $\vec{F}_{np}$ прямо пропорційна величині деформації $\vec{\Delta x}$:**

$$\vec{F}_{np} = -k \cdot \vec{\Delta x}, \quad (2.2)$$

де k - коефіцієнт пружності, а знак "-" означає, що сила пружності завжди спрямована в бік протилежний напрямку деформації.

У практичних задачах, де важливо знати величину напруги, яка виникає при деформації матеріалу, наприклад, при розрахунках властивостей кісток, гірських порід або металевих конструкцій, однією з найважливіших характеристик матеріалу є модуль Юнга для деформації розтягування або стиску.

Із співвідношення (2.1) видно, що **модуль Юнга** вимірюється в Н/м^2 і **чисельно дорівнює нарузі деформації, при якій відносна деформація тіла дорівнює одиниці, тобто нарузі, яка змінила б розмір тіла удвічі**. Модуль Юнга характеризує пружні властивості різних речовин.

Закон Гука справедливий для області пружних деформацій. При збільшенні деформуючої сили пряма пропорційність сили пружності і величини деформації порушується. Після припинення дії зовнішньої сили виникає **залишкова деформація**, тобто деформація стає **пластичною**.

Значення напруги, що розмежовує області пружних і пластичних деформацій, називають межею пружності тіла.

Подальше збільшення зовнішньої сили може зруйнувати тіло. *Напруга, вище за яку тіло руйнується, називається межею міцності.*

Визначення модуля Юнга за деформацією розтягування.

Розглянемо випадок деформації розтягування тіла, що має усюди однакову товщину (прикладом такого тіла можуть слугувати однорідна нитка, дріт, зв'язка, ділянка кровоносної судини). Якщо верхній кінець тіла закріпити, а до нижнього підвісити вантаж вагою P , то вона видовжиться - виникне деформація розтягування.

На рисунку 2.1. наведена схема проведення досліду із сталеву ниткою.

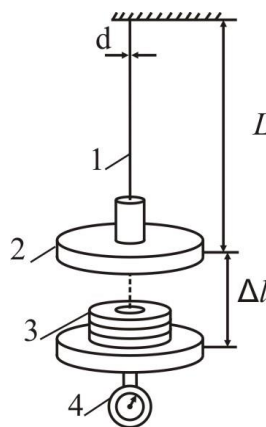


Рис. 2.1. Схема лабораторної установки.

1 - сталеву нитка, 2 - платформа для вантажів, 3 - вантажі, 4 - індикатор зміщення.

Позначимо початкову довжину сталеву нитки - L , а величину її абсолютного видовження - Δl . Тоді відносна деформація є відносне видовження $\varepsilon = \frac{\Delta l}{L}$. Коли вантажі на платформі знаходяться в рівновазі, сила пружності $F_{пр}$ дорівнює за величиною силі ваги вантажу $P = mg$. Тому

виникаюча пружна напруга σ дорівнює $\sigma = \frac{F_{np}}{S} = \frac{mg}{S}$, де m - маса вантажу, g - прискорення вільного падіння, S - площа поперечного перерізу нитки. Тоді закон Гука - $\sigma = E \cdot \varepsilon$ - можна записати у вигляді $\frac{mg}{S} = E \frac{\Delta l}{L}$. Якщо врахувати, що площа перерізу нитки дорівнює $S = \frac{\pi d^2}{4}$, де d - діаметр нитки, для визначення модуля Юнга отримаємо вираз:

$$E = \frac{4L}{\pi d^2} \frac{\Delta l}{P} \quad (2.3)$$

Порядок виконання роботи

Прямі вимірювання

Записати параметри лабораторної установки і умов проведення досліду в таблицю 2.1.

Таблиця 2.1.

Параметри установки і умови досліду

Найменування параметра	Одиниці виміру	Значення параметра
Довжина нитки, L	m	
Діаметр нитки, d	$10^{-3} m$	

Встановити стрілку індикатора зміщення на нуль.

- Послідовно навантажити платформу одним, двома, трьома і так далі вантажами, відмічаючи за допомогою індикатора зміщення після кожного додавання вантажу **сумарну** величину абсолютного видовження нитки Δl_i .
- Послідовно розвантажити платформу, знімаючи з неї спочатку один, потім два і так далі вантажі, відмічаючи для кожного значення навантаження величини абсолютного видовження нитки Δl_i .
- Обчислити значення відношень абсолютних видовжень нитки до

відповідних значень сили ваги навантаження $\frac{\Delta l_i}{P_i}$ і знайти середнє значення цієї

величини $\left(\frac{\Delta l}{P}\right)_{cp}$.

4. Обчислити значення відносних видовжень нитки ε , тобто відношень абсолютних видовжень нитки до початкової довжини нитки $\varepsilon = \frac{\Delta l_i}{L}$.

5. Обчислити відповідні значення напруги деформації за формулою

$$\sigma_i = \frac{F_{np\ i}}{S} = \frac{4P_i}{\pi d_{cp}^2}$$

Результати вимірювань і розрахунків занести в таблицю 2.2.

Таблиця 2.2.

Результатів прямих вимірів і розрахунків

№	$m,$ $кг$	$P_i,$ H	$\Delta l_i,$ $10^{-3} м$	$\frac{\Delta l_i}{P_i},$ $10^{-4} \frac{м}{H}$	$\left(\frac{\Delta l}{P}\right)_{cp},$ $10^{-4} \frac{м}{H}$	$\Delta\left(\frac{\Delta l_i}{P_i}\right),$ $10^{-4} \frac{м}{H}$	$\left[\Delta\left(\frac{\Delta l_i}{P_i}\right)\right]^2,$ $10^{-8} \frac{м^2}{H^2}$	$\Delta\left(\frac{\Delta l}{P}\right)_{вин},$ $10^{-4} \frac{м}{H}$	$\frac{\Delta l_i}{L},$ 10^{-3}	$\sigma_i,$ $10^6 \frac{H}{м^2}$
1										
...										
10										

Обчислення похибок прямих вимірювань:

1. Розрахувати для значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$ абсолютну похибку відношень абсолютних видовжень нитки до відповідних значень сили

ваги навантаження $\Delta\left(\frac{\Delta l}{P}\right)_{вин}$ за формулою

$$\Delta\left(\frac{\Delta l}{P}\right)_{вин} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \left[\Delta\left(\frac{\Delta l_i}{P_i}\right)\right]^2}{N(N-1)}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\left[\Delta\left(\frac{\Delta l_1}{P_1}\right)\right]^2 + \dots + \left[\Delta\left(\frac{\Delta l_5}{P_5}\right)\right]^2}{N(N-1)}}.$$

2. Розрахувати відносну похибку відношень абсолютних видовжень нитки до відповідних значень сили ваги навантаження за формулою

$$\varepsilon_{\left(\frac{\Delta l}{P}\right)} = \frac{\Delta\left(\frac{\Delta l}{P}\right)_{\text{вип}}}{\left(\frac{\Delta l}{P}\right)_{\text{ср}}}$$

Результати розрахунків внести в таблицю 2.2.

Записати результат визначення відношення абсолютного видовження нитки до сили ваги навантаження у вигляді

$$\frac{\Delta l}{P} = \left[\left(\frac{\Delta l}{P} \right)_{\text{ср}} \pm \Delta \left(\frac{\Delta l}{P} \right)_{\text{вип}} \right] \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{Н}}; \quad \varepsilon_{\left(\frac{\Delta l}{P}\right)} = \quad , \alpha = 0.95$$

Непрямі виміри

Розрахувати середнє значення модуля Юнга за формулою (2.3)

$$E_{\text{ср}} = \frac{4L}{\pi d^2 \left(\frac{\Delta l}{P} \right)_{\text{ср}}}.$$

Обчислення похибок визначення модуля Юнга:

1. Визначити відносну похибку визначення модуля Юнга, вважаючи, що абсолютна похибка вимірювання довжини нитки дорівнює $\Delta L = 0,01 \text{ м}$, а абсолютна похибка вимірювання діаметру нитки складає $\Delta d = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ за формулою:

$$\varepsilon_E = \frac{\Delta E}{E_{\text{ср}}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 + \left(2 \frac{\Delta d}{d} \right)^2 + \left[\frac{\Delta \left(\frac{\Delta l}{P} \right)_{\text{вип}}}{\left(\frac{\Delta l}{P} \right)_{\text{ср}}} \right]^2},$$

2. Розрахувати абсолютну похибку визначення модуля Юнга за формулою

$$\Delta E = \varepsilon_E E_{\text{ср}}.$$

Записати результат визначення модуля Юнга у вигляді

$$E = (E_{cp} \pm \Delta E) \cdot 10^{11} \frac{H}{M^2}, \quad \varepsilon_E = \quad , \alpha = 0.95$$

Визначення модуля Юнга за допомогою графіку:

1. Нанести розраховані значення напруги деформації σ_i в залежності від експериментальних значень відносного видовження нитки $\varepsilon = \frac{\Delta l_i}{L}$ на графік.
2. Провести на графіку пряму так, щоб з обох сторін від неї виявилася приблизно однакова кількість точок.¹
3. За графіком знайти значення модуля Юнга як тангенс кута нахилу прямої до осі абсцис.
4. Зіставити значення модуля Юнга, визначені за формулою (2.3) і за графіком.

Побудову графіка виконати відповідно до вказівок, викладених в розділі 3.4 посібника “Правила побудови графіків”.

Контрольні питання

1. Які види деформацій ви знаєте?
2. Поясніть фізичний зміст модуля Юнга для деформації розтягування?
3. Що таке залишкова деформація?
4. Для якої області деформацій справедливий закон Гука?
5. Як пов’язані між собою коефіцієнт пружності і модуль Юнга для деформацій розтягування та стиску?
6. Що таке межа пружності?

¹ На вимогу викладача експериментальна пряма на цьому графіку має бути побудована за допомогою математично обґрунтованого методу, приведенного в розділі 3.4 “Метод найменших квадратів”.

Лабораторна робота № 3

ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАХОВОГО КОЛЕСА

Цілі роботи:

- ознайомитися з методами використання законів динаміки поступального і обертального рухів, а також закону збереження механічної енергії при таких рухах;
- експериментально визначити момент інерції махового колеса;
- знайти теоретичне значення моменту інерції махового колеса за даними прямих вимірів його геометричних розмірів.

Тверда фаза - це один з агрегатних станів речовини. Зовнішня відмітна особливість цієї фази полягає в тому, що за відсутності дій на тверде тіло його форма і розміри зберігаються незмінними. При вирішенні великої кількості задач щодо руху твердого тіла можна використовувати ідеалізовану модель - **абсолютно тверде тіло**.

Абсолютно твердим називається тіло, розміри і форма якого зберігаються при його взаємодії з іншими тілами. Це означає, що відстань між будь-якими двома точками такого тіла завжди залишається сталою.

Довільний рух абсолютно твердого тіла можна описати, розглядаючи його як комбінацію двох основних видів руху: поступального і обертального. **Поступальним називається рух, при якому будь-яка пряма, подумки проведена в тілі, залишається паралельною самій собі.**

Обертальним називається рух, при якому усі точки тіла описують кола, центри яких розташовані на одній прямій, яка називається вісь обертання.

Досліди показують, що характер руху твердого тіла і зміни швидкості його руху визначаються не лише дією на нього з боку інших тіл, але і особливою властивістю тіла - **інерцією**. **Інерція - це властивість тіла зберігати стан руху або спокою відносно інерціальних систем відліку за відсутності або врівноваженні зовнішніх дій на нього.**

Мірою інерції для поступального руху тіла є маса (інертна маса).

Фізична величина, що характеризує інерційні властивості тіла в обертальному русі, називається моментом інерції тіла.

Момент інерції є аналогом маси для обертального руху навкруг закріпленої осі.

Момент інерції тіла, так само, як і маса тіла, є адитивною величиною.¹

Таблиця 3.1.

Аналогії для двох основних видів руху твердого тіла.

ПОСТУПАЛЬНИЙ РУХ		ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ	
Фізичні величини			
Маса	m	Момент інерції	$I = mr^2$
Швидкість	$\vec{v}$	Кутова швидкість	$\vec{\omega}$
		Лінійна швидкість	$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
Прискорення	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Кутове прискорення	$\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
		Лінійне прискорення	$\vec{a} = \vec{\beta} \times \vec{r}$
Кількість руху (імпульс)	$\vec{p} = m\vec{v}$	Момент кількості руху (імпульсу)	$\vec{L} = I\vec{\omega}$
Сила	$\vec{F}$	Момент сили	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$
Кінетична енергія	$E_k = \frac{mv^2}{2}$	Кінетична енергія	$E_k = \frac{I\omega^2}{2}$
Закони динаміки			
Другий закон Ньютонa	$F = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\vec{a}$	Другий закон динаміки	$\vec{M} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = I\vec{\beta}$
Закон збереження кількості руху (імпульсу)	$\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i = const$	Закон збереження моменту кількості руху (імпульсу)	$\sum_{i=1}^n I_i \vec{\omega}_i = const$

¹ У фізиці величина називається адитивною, якщо її значення можна знайти як суму значень складових частин.

Для того, щоб описати обертальний рух довільного однорідного абсолютно твердого тіла навколо нерухомої осі, його масу m можна подумки розбити на малі частини масою Δm_i . Кожну з цих частин можна розглядати як матеріальну точку, що обертається на відстані r_i від осі.

Момент інерції матеріальної точки, що обертається на відстані r_i від осі дорівнює добутку її маси на квадрат відстані до даної осі обертання

$$I_i = \Delta m_i r_i^2.$$

Для твердого тіла момент інерції відносно осі його обертання дорівнює сумі моментів інерції усіх частин цього тіла відносно цієї ж осі:

$$I = \sum_i \Delta m_i r_i^2. \quad (3.1)$$

Для тіл, в яких речовина густиною ρ розподілена безперервно, момент інерції може бути визначений інтегруванням за об'ємом тіла:

$$I = \int_{(V)} r^2 dm = \int_{(V)} r^2 \cdot \rho(r) dV.$$

Але аналітичне обчислення такого інтеграла можливе тільки для тіл правильної геометричної форми. У загальному випадку момент інерції складним чином залежить від розподілу маси, і обчислення інтеграла виявляється дуже складною задачею. Тоді для визначення моменту інерції таких тіл застосовують різні експериментальні методи.

Визначення моменту інерції махового колеса

Махове колесо (маховик) - це масивне колесо, яке використовують як накопичувач кінетичної енергії обертання (інерційний акумулятор).

Момент інерції махового колеса, яке в цій роботі є однорідним кільцем циліндричної форми масою M , з зовнішнім радіусом R_1 і внутрішнім - R_2 (відповідні діаметри колеса D_1 і D_2), можна визначити теоретично інтегруванням, яке дає такий вираз:

$$I = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2) = \frac{1}{8} M(D_1^2 + D_2^2) \quad (3.2)$$

Для експериментального визначення моменту інерції махового колеса в цій роботі використовується установка, схема якої приведена на рис. 3.1.

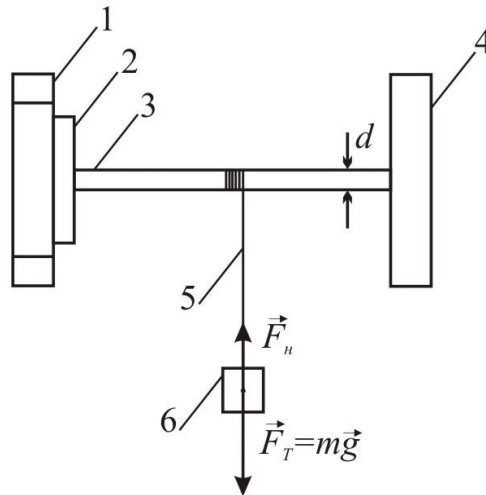


Рис. 3.1. Схема лабораторної установки.

1 - махове колесо, 2 - диск, 3 - вал, 4 - протизвага, 5 - нитка, 6 - вантаж.

У ній махове колесо (1), закріплене на диску (2), разом з протизвагою (4) насаджено на вал (3), який може обертатися з малим тертям навколо горизонтальної осі, розташованої на деякій висоті над підлогою. На вал (3) намотується нитка (5), до вільного кінця якої прикріплений вантаж (6) масою m . Вантаж піднятий на висоту h , має потенціальну енергію $E_n = mgh$. Якщо звільнити вал, вантаж почне опускатися, приводячи систему тіл (1) - (4), тобто махове колесо разом з диском, валом і протизвагою, в обертання. При цьому потенціальна енергія вантажу (6) перетворюється в кінетичну енергію поступальної руху вантажу $E_k = \frac{mv^2}{2}$ і кінетичну енергію обертального руху системи тіл (1) - (4) $E'_k = \frac{I_0\omega^2}{2}$. Тут I_0 - загальний момент інерції системи тіл (1) - (4), що обертається. В мить, коли вантаж досягне нижньої точки, тобто коли нитка розмотається на повну довжину, його потенціальна енергія

повністю перейде в кінетичну енергію цих двох рухів $\frac{mv_{\text{макс}}^2}{2} + \frac{I_0\omega_{\text{макс}}^2}{2}$.

Оскільки ці рухи прискорені, у цей момент швидкості поступального руху вантажу (6) і обертального руху системи (1) - (4) досягнуть максимальних значень $v_{\text{макс}}$ і $\omega_{\text{макс}}$.

Якщо вважати систему, що включає махове колесо, диск, вал, противагу і вантаж, замкнутою, закон збереження енергії для неї дає:

$$mgh = \frac{mv_{\text{макс}}^2}{2} + \frac{I_0\omega_{\text{макс}}^2}{2}, \quad (3.3)$$

При записі рівняння (3.3) вважається, що нитка не розтягується і її масою в порівнянні з масою вантажу можна знехтувати, а робота сили тертя дорівнює нулю.

Максимальне значення лінійної швидкості прямолінійного руху вантажу $v_{\text{макс}}$ можна визначити, якщо припустити, що він рухається рівноприскорено. Тоді, враховуючи, що початкова швидкість руху вантажу дорівнює нулю, із співвідношень $v_{\text{макс}} = a \cdot t_0$, $h = \frac{at_0^2}{2}$ отримуємо

$$v_{\text{макс}} = \frac{2h}{t_0}, \quad (3.4)$$

де t_0 - час руху вантажу від верхньої до нижньої точки (час повного розмотування нитки).

Очевидно, що значення лінійної швидкості точок, що лежать на поверхні валу, співпадає зі швидкістю поступального руху вантажу, оскільки нерозтяжна нитка намотана на вал і розмотується без проковзування. Тоді максимальне значення кутової швидкості обертального руху системи (1) - (4) пов'язано з максимальною лінійною швидкістю точки на поверхні валу співвідношенням

$$\omega_{\text{макс}} = \frac{v_{\text{макс}}}{r} = \frac{2v_{\text{макс}}}{d}, \quad (3.5)$$

де r - радіус валу, d - його діаметр.

З урахуванням співвідношень (3.4) і (3.5) закон збереження енергії (3.3) можна переписати у вигляді:

$$mgh = \frac{2mh^2}{t_0^2} + \frac{8h^2}{d^2 t_0^2} I_0 \quad (3.6)$$

звідки момент інерції системи тіл (1) - (4) дорівнює

$$I_0 = \frac{md^2(gt_0^2 - 2h)}{8h}. \quad (3.7)$$

Тобто момент інерції системи тіл (1) - (4) можна визначити за допомогою величин, які входять у вираз (3.7) і можуть бути безпосередньо вимірними.

Аналогічний вираз, і тим же способом, можна отримати для моменту інерції I_1 системи тіл (2) - (4), яка залишається, якщо зняти махове колесо з диска

$$I_1 = \frac{md^2(gt_1^2 - 2h)}{8h}, \quad (3.8)$$

де t_1 - час руху вантажу від верхньої до нижньої точки (час повного розмотування нитки) в умовах, коли система тіл (2) - (4) обертається без махового колеса.

Оскільки момент інерції тіла є величина адитивна, момент інерції махового колеса можна визначити як різницю $I = I_0 - I_1$. Тоді, з урахуванням співвідношень (3.7) і (3.8) отримуємо:

$$I = \frac{md^2g}{8h}(t_0^2 - t_1^2) \quad (3.9)$$

Отже, при відомих значеннях маси вантажу m , діаметру валу d і довжини нитки h момент інерції махового колеса може бути визначений експериментально за результатами прямих вимірювань значень часу розмотування нитки : t_0 і t_1 .

Порядок виконання роботи

Записати параметри лабораторної установки і умови проведення досліду в таблицю 3.1.

Таблиця 3.1.

Параметри установки і умови досліду

Найменування параметра	Одиниці виміру	Значення параметра
Маса махового колеса, M	кг	
Зовнішній діаметр махового колеса, D_1	м	
Внутрішній діаметр махового колеса, D_2	м	
Маса вантажу, m	кг	
Довжина нитки, h	м	

Прямі виміри

1. За допомогою секундоміра провести 5 вимірів часу руху t_0 вантажу масою m від верхньої до нижньої точки для системи тіл (1) - (4) із закріпленням на диску маховим колесом.
2. За допомогою секундоміра провести 5 вимірів часу руху t_1 вантажу масою m від верхньої до нижньої точки для системи тіл (2) - (4) без махового колеса.

Результати вимірів часів руху вантажу t_i занести в таблицю 3.2.

Таблиця 3.2.

Результати прямих вимірів часів руху вантажу.

№	t_i, c	t_{cp}, c	$\Delta t_i, c$	$(\Delta t_i)^2, c^2$	$\Delta t_{sun}, c$
Із закріпленим маховим колесом (t_0)					
1					
...					
5					
Без махового колеса (t_1)					
1					
...					
5					

3. За допомогою штангенциркуля провести 5 вимірів діаметру валу d_i .

Результати вимірів діаметру валу d_i занести в таблицю 3.3.

Таблиця 3.3.

Результати прямих вимірів діаметру валу.

№	$d_i, 10^{-3} \text{ м}$	$d_{cp}, 10^{-3} \text{ м}$	$\Delta d_i, 10^{-3} \text{ м}$	$(\Delta d_i)^2, 10^{-6} \text{ м}$	$\Delta d_{\text{вун}}, 10^{-3} \text{ м}$
1					
...					
5					

Обчислення похибок прямих вимірів:

1. Розрахувати для значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$ абсолютну похибку випадкових вимірів часу t_0 .

$$\Delta t_{0\text{вун}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta t_{01}^2 + \Delta t_{02}^2 + \dots + \Delta t_{0N}^2}{N(N-1)}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta t_{0i}^2}{N(N-1)}}$$

2. Розрахувати абсолютну похибку виміру часу t_0 за формулою

$$\Delta t_{0\Sigma} = \sqrt{\Delta t_{\text{сисм}}^2 + \Delta t_{0\text{вун}}^2}$$

3. Розрахувати для значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$ абсолютну похибку випадкових вимірів часу t_1 .

$$\Delta t_{1\text{вун}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta t_{11}^2 + \Delta t_{12}^2 + \dots + \Delta t_{1N}^2}{N(N-1)}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta t_{1i}^2}{N(N-1)}}$$

4. Розрахувати абсолютну похибку виміру часу t_1 за формулою

$$\Delta t_{1\Sigma} = \sqrt{\Delta t_{\text{сисм}}^2 + \Delta t_{1\text{вун}}^2}$$

Записати результат визначення часів руху вантажу у вигляді

$$t_0 = (t_{0cp} \pm \Delta t_{0\Sigma}) c, \quad \varepsilon_{t_0} = \quad, \alpha = 0.95$$

$$t_1 = (t_{1cp} \pm \Delta t_{1\Sigma}) c, \quad \varepsilon_{t_1} = \quad, \alpha = 0.95$$

5. Розрахувати для значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$ абсолютну похибку випадкових вимірів діаметру валу d

$$\Delta d_{\text{вип}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta d_1^2 + \Delta d_2^2 + \dots + \Delta d_N^2}{N(N-1)}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta d_i^2}{N(N-1)}}.$$

6. Розрахувати абсолютну похибку виміру діаметру валу d за формулою

$$\Delta d_{\Sigma} = \sqrt{\Delta d_{\text{сист}}^2 + \Delta d_{\text{вип}}^2}$$

де $\Delta d_{\text{сист}}$ - систематична похибка вимірів штангенциркулем.

Записати результат визначення діаметру валу у вигляді

$$d = (d_{cp} \pm \Delta d_{\Sigma}) \cdot 10^{-3} \text{ м}, \quad \varepsilon_d = \quad, \alpha = 0.95$$

7. За допомогою лінійки виміряти зовнішній D_1 і внутрішній D_2 діаметри махового колеса.

Результати вимірів внести в таблицю 3.1.

Непрямі виміри

1. Розрахувати середнє експериментальне значення моменту інерції махового колеса за формулою (3.9)

$$I_{cp} = \frac{m d_{cp}^2 g}{8h} (t_{0cp}^2 - t_{1cp}^2)$$

2. Розрахувати теоретичне значення моменту інерції махового колеса за формулою

$$I = \frac{1}{8} M (D_1^2 + D_2^2)$$

Обчислення похибок експериментального визначення махового колеса:

1. Визначити відносну похибку визначення експериментального значення моменту інерції махового колеса за формулою:

$$\varepsilon_I = \sqrt{\left(\frac{2\Delta d_{\Sigma}}{d_{cp}}\right)^2 + \frac{4\left((t_{0cp})^2 \cdot (\Delta t_{0\Sigma})^2 + (t_{1cp})^2 \cdot (\Delta t_{1\Sigma})^2\right)}{\left((t_{0cp})^2 - (t_{1cp})^2\right)^2}}.$$

2. Розрахувати абсолютну похибку при визначенні моменту інерції махового колеса за формулою

$$\Delta I = \varepsilon_I I_{cp}$$

Записати результат експериментального визначення моменту інерції махового колеса у вигляді

$$I = (I_{cp} \pm \Delta I) \text{ кг} \cdot \text{м}^2, \quad \varepsilon_I = \quad, \quad \alpha = 0.95$$

Контрольні питання

1. Що таке момент інерції? Яку роль він грає в динаміці обертального руху? У яких одиницях він вимірюється?
2. Які основні спрощуючі припущення використані при виведенні формули для розрахунку експериментального значення моменту інерції махового колеса?
3. Який закон лежить в основі виведення цієї формули? Сформулюйте його.
4. Момент якої сили приводить колесо в обертальний рух?
5. Чи зміниться визначений в роботі момент інерції махового колеса для іншого розташування осі обертання?
6. Пояснити можливі причини розбіжності експериментального і теоретичного значень моменту інерції махового колеса.

Лабораторна робота № 4

ДОСЛІДЖЕННЯ СТАЦІОНАРНОГО ПОТОКУ РІДИНИ В ТРУБІ

Цілі роботи:

- експериментально визначити витрату рідини за даними результатів прямих вимірювань;
- розрахувати витрату рідини теоретично, використовуючи рівняння нерозривності і рівняння Бернуллі для течії ідеальної рідини, за показаннями витратоміру Вентурі;
- порівняти експериментальні і теоретичні результати і перевірити припустимість застосування уявлення про ідеальну рідину для опису течії реальної рідини.

До основних властивостей рідини, що відрізняють її від інших агрегатних станів речовини, відносяться:

- здатність змінювати форму, практично не міняючи свого об'єму, і тому набувати форми посудини, в якій вона знаходиться;
- текучість - виникнення потоку часток рідини у напрямі дії на неї скільки завгодно малої зовнішньої сили.

Не дивлячись на те, що між рідиною і газом існує багато відмінностей, в механіці при вивченні руху і умов рівноваги рідини або газу, а також умов обтікання ними твердих тіл, використовується однаковий підхід, при якому рідина і газ розглядаються як *суцільне безперервне текуче середовище* з певними фізичними властивостями. Тому цей розділ механіки називається *механіка рідини і газу* або *гідромеханіка*.

Рух рідини (газу) називається течією. Найбільш поширеною причиною виникнення течії рідини (газу) є відмінність (перепад) тисків в різних точках середовища. У реальній рідині (газі), що рухається, завжди виникають сили внутрішнього тертя. Проте, якщо умови течії такі, що сили внутрішнього тертя малі в порівнянні з іншими діючими силами (пружності, тяжіння і таке інше),

то рідину (газ) можна вважати практично нев'язкою. На відміну від газу, об'єм рідини, а тому і її густина, дуже слабо залежать від зовнішнього тиску, що дозволяє для багатьох задач нехтувати її стисливістю.

Уявна рідина, яка не має в'язкості і не стискається діючими на неї силами, називається ідеальною.

Через властивість текучості рух рідини (газу) неможливо описати рухом якої-небудь однієї її точки. Тому для опису течії рідини (газу) необхідно знати, або як рухаються усі подумки виділені малі об'єми – “частки рідини або газу”, або значення і напрями векторів швидкості для кожної точки простору, заповненого рідиною (газом), і те, як змінюються ці вектори з часом. ***Миттєва картина розподілу швидкостей $\vec{v}(\vec{r}, t)$ для усіх точок рідини, що тече, у момент часу t називається полем швидкостей.***

Рух рідини (газу) зручно і наочно зображується за допомогою ліній течії. ***Лінією течії в полі швидкостей називається така уявна лінія, напрями дотичних до якої в даний момент часу співпадає з напрямом швидкості рідини в точці дотику.*** На рисунок, що зображує течію рідини (газу), лінії течії наносять так, щоб густина їх була більше там, де рух швидший, і менше - в області малих швидкостей.

Існує два граничні режими течії рідини (газу). ***Течія називається ламінарною, якщо при уявному розподілі потоку на тонкі подовжні шари кожен з них ковзає відносно сусідніх, не перемішуючись з ними. Турбулентною називається течія, при якій уздовж потоку відбувається інтенсивне утворення вихрів і перемішування рідини (газу).***

Ламінарна течія спостерігається при невеликих швидкостях руху. При ламінарній течії рідини (газу) вздовж труби шар рідини (газу), що примикає до поверхні труби, через сили молекулярного зчеплення немовби “прилипає” до твердої поверхні і залишається нерухомим. Чим далі наступні шари від стінок труби, тим більше їх швидкості. Максимальне значення швидкості досягається на осі труби. При турбулентній течії частки рідини набувають складових

швидкостей, які перпендикулярні течії, тому вони можуть переходити з одного шару в іншій.

Течія рідини (газу) називається сталою, або стаціонарною, якщо вектори швидкостей в кожній її точці зберігаються постійними з плином часу. В цьому випадку поле швидкостей стаціонарне. При стаціонарній течії рідини (газу) лінії течії співпадають з траєкторіями руху часток рідини (газу).

Через кожну точку подумки проведеного в рідині (газі) довільного замкненого контуру в один і той же момент часу можна провести лінію течії і при цьому тільки одну. Сукупність усіх цих ліній течії утворює поверхню, яка називається поверхнею течії, а частина рідини (газу), обмежена цією поверхнею, називається трубкою течії. Якщо поперечний переріз трубки течії настільки малий, що значення основних характеристик течії - швидкість течії, тиск, густина рідини (газу) і її температури - однакові в усіх точках цього перерізу, така трубка називається елементарною трубкою течії. Оскільки швидкість рідини усюди спрямована по дотичній до ліній течії, рідина (газ) не може проходити через бічну поверхню трубки течії ані всередину об'єму трубки, ані з нього, тобто поверхня трубки течії є непроникною.

Інтегральною характеристикою течії рідини (газу) слугує **витрата, тобто кількість рідини, що протікає в одиницю часу через переріз потоку**. Розрізняють **об'ємну і масову витрати** рідини.

Об'ємна витрата рідини (газу) - це об'єм рідини (газу), що протікає в одиницю часу через поперечний переріз потоку $Q_v = \frac{V}{t}$. Об'ємна витрата рідини вимірюється в $\text{м}^3/\text{с}$ або в $\text{см}^3/\text{с}$.

Масова витрата рідини (газу) - це маса рідини (газу), що протікає в одиницю часу через поперечний переріз потоку $Q_m = \frac{m}{t}$. Масова витрата вимірюється в $\text{кг}/\text{с}$ або в $\text{г}/\text{с}$.

У разі, коли течія стаціонарна, із закону збереження маси виходить, що масова витрата рідини (газу), що протікає через будь-який переріз трубки течії, зберігається постійною, оскільки рідина (газ) не проходить через стінки трубки течії. Тобто для будь-яких двох довільних поперечних перерізів трубки S_1 і S_2 (рис. 4.1) повинна виконуватися умова:

$$Q_{m1} = Q_{m2}. \quad (4.1)$$

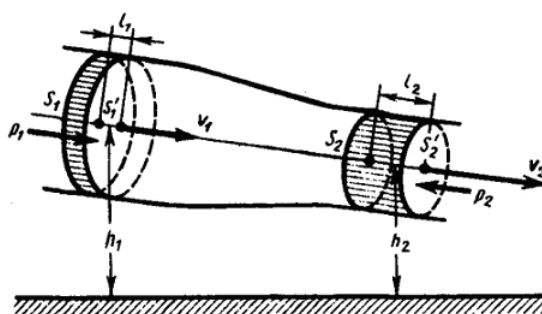


Рис. 4.1. Елементарна трубка течії.¹

$S_1 = S_1'$ і $S_2 = S_2'$ - довільні перерізи, перпендикулярні напрямкам швидкості рідини. У цих перерізах: p_1 та p_2 - значення внутрішнього тиску в рідині, v_1 та v_2 - швидкості течії, h_1 і h_2 - висоти, на яких знаходяться елементи рідини, що розглядаються.

Для елементарної трубки течії масу рідини (газу) густиною ρ , що пройшла через переріз S зі швидкістю v за проміжок часу Δt , можна виразити як $m = \rho \cdot V = \rho \cdot l \cdot S = \rho \cdot v \cdot \Delta t \cdot S$. Тоді рівняння (4.1) набуває вигляду:

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot S_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot S_2, \quad (4.2)$$

або, оскільки перерізи S_1 і S_2 вибрані довільно

$$\rho \cdot v \cdot S = \text{const}. \quad (4.2a)$$

Рівняння (4.2a) носить назву рівняння нерозривності і є математичним відображенням закону збереження маси в гідродинаміці.

¹ Рис. 3.1 запозичений з підручника: Трофимова Т.И. Курс фізики. – М.: “Высшая школа”, 2001. - 542 с.

Для стаціонарної течії ідеальної, нестисливої ($\rho_1 = \rho_2$) рідини, рівняння нерозривності має вигляд

$$v_1 S_1 = v_2 S_2, \quad (4.3)$$

або
$$v \cdot S = \text{const} \quad (4.3a)$$

Тобто швидкість ідеальної рідини в трубці течії тим більше, чим вужче поперечний переріз трубки. А оскільки добуток швидкості рідини на площу перерізу трубки течії дорівнює об'ємній витраті рідини $Q_V = \frac{V}{t} = \frac{l}{t} S = v \cdot S$, рівняння (4.3a) означає, що **при стаціонарній течії ідеальної рідини об'ємна витрата рідини зберігається постійною в будь-якому поперечному перерізі потоку.**

Оскільки в ідеальній рідині сили тертя відсутні, при її течії робота зовнішніх сил по переміщенню деякої маси рідини витрачається тільки на зміну її повної механічної енергії. **Згідно із законом збереження енергії**, зміна повної енергії при течії ідеальної рідини має дорівнювати роботі зовнішніх сил при переміщенні маси рідини:

$$\left(mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2} \right) - \left(mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} \right) = A.$$

Для елементарної трубки течії (див. рис. 4.1) на рідину, яка знаходиться між перерізами S_1 і S_2 , діють сили тиску $F_1 = p_1 S_1$ у напрямі течії рідини і $F_2 = p_2 S_2$ назустріч її руху. При зміщенні елемента рідини в перерізі S_1 на відстань l_1 сила F_1 здійснює роботу $A_1 = F_1 \cdot l_1 = p_1 \cdot S_1 \cdot l_1$. При цьому в перерізі S_2 такий же об'єм зміщується на відстань l_2 і робота $A_2 = -F_2 \cdot l_2 = -p_2 \cdot S_2 \cdot l_2$ здійснюється проти сили F_2 , тобто робота A_2 від'ємна. Тому роботу зовнішніх сил F_1 і F_2 , з урахуванням рівності об'ємів рідини, що проходять через обидва перерізи S_1 і S_2 ($S_1 \cdot l_1 = S_2 \cdot l_2 = V$), можна записати так:

$$A = A_1 + A_2 = F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2 = p_1 \cdot S_1 \cdot l_1 - p_2 \cdot S_2 \cdot l_2 = p_1 V - p_2 V.$$

Тоді **закон збереження енергії** для будь-яких двох довільних поперечних перерізів S_1 і S_2 елементарної трубки течії в сталій (стаціонарній) течії ідеальної рідини дає

$$mgh_2 - mgh_1 + \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = p_1V - p_2V$$

звідки

$$p_1V + mgh_1 + \frac{mv_1^2}{2} = p_2V + mgh_2 + \frac{mv_2^2}{2}, \quad (4.4)$$

де m - маса рідини, що протікає через перерізи S_1 і S_2 за малий проміжок часу t , V - об'єм, який займає ця маса, p_1 і p_2 - значення внутрішнього тиску в рідині, v_1 і v_2 - швидкості течії, h_1 та h_2 - висоти, на яких знаходяться дані елементи рідини, в перерізах S_1 і S_2 , відповідно (див. рис. 4.1).

Якщо розділити усі члени рівняння (4.4) на об'єм V , тобто записати закон збереження енергії для одиниці об'єму рідини, отримуємо **рівняння**, уперше отримане **Д. Бернуллі** і тому назване його ім'ям:

$$p_1 + \rho gh_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \rho gh_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}, \quad (4.5)$$

або

$$p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const}. \quad (4.5a)$$

Величина p називається статичним тиском рідини.

Величина ρgh - гідростатичний тиск, є питомою, тобто розрахованою на одиницю об'єму, потенціальною енергією рідини в полі сили тяжіння.

Величина $\frac{\rho v^2}{2}$ - динамічний тиск, є питомою кінетичною енергією рідини.

Сума статичного, гідростатичного і динамічного тисків $p + \rho gh + \frac{\rho v^2}{2}$ називається повним тиском рідини.

Тоді зміст **закону**, що описується рівнянням Бернуллі, можна сформулювати так: **при стаціонарній течії ідеальної рідини повний тиск зберігається постійним у будь-якому поперечному перерізі потоку.**

Нагадаємо, що *густина* рідини, тобто *маса одиниці об'єму рідини* дорівнює $\rho = \frac{m}{V}$, а *тиск* - це *фізична величина рівна відношенню сили F , діючої на перпендикулярну до неї поверхню S , до величини цієї поверхні $p = \frac{F}{S}$.*

Одиниця тиску - 1 **Паскаль** (**Па**) - це тиск, що створюється силою величиною 1 *Н*, рівномірно розподіленою на перпендикулярній до неї поверхні площею 1 *м²* (1 **Па**=1 *Н/м²*).

Якщо трубка течії розташована горизонтально, тобто $h_1 = h_2$, рівняння Бернуллі набуває вигляду

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} \quad (4.6)$$

або
$$p + \frac{\rho v^2}{2} = \text{const} \quad (4.6a)$$

Визначення об'ємної витрати рідини.

У роботі експериментально перевіряється можливість застосування рівняння нерозривності і рівняння Бернуллі, отриманих для течії ідеальної, тобто нестисливої нев'язкої рідини, для визначення об'ємної витрати при течії реальної рідини. Ця перевірка здійснюється опосередковано шляхом порівняння даних безпосереднього експериментального визначення об'ємних витрат води через трубопровід установки з передбаченнями теорії. Теоретичне значення об'ємної витрати рідини розраховуються за допомогою вказаних рівнянь за значеннями перепаду тиску на диференціальному манометрі, підключеному до витратоміру Вентурі.

Витратомір Вентурі є циліндричною трубкою змінного перерізу, яка включається в розрив трубопроводу. Принцип дії витратоміру Вентурі заснований на явищі перерозподілу значень статичного і динамічного тисків в потоці рідини або газу під час переходу течії зі звуженої ділянки трубки в широкую (чи у зворотному напрямі). До цих ділянок підключається

диференціальний манометр, який є U - образною трубкою, що наповнена ртуттю.

На рисунку 4.2 наведена схема лабораторної установки для дослідження стаціонарного потоку рідини.

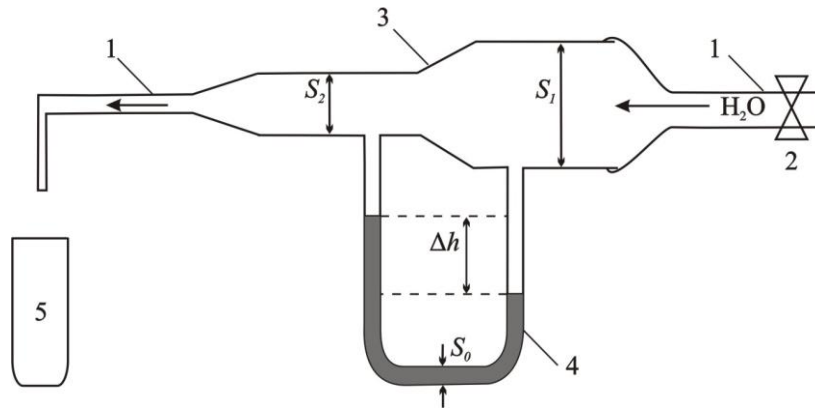


Рис. 3.2. Схема лабораторної установки.

1 - трубопровід, 2 - кран, 3 - витратомір Вентурі, 4 - диференціальний ртутний манометр, 5 - мірна посудина для води.

Рівняння (4.6) дозволяє виразити швидкість течії води в довільному перерізі магістралі, вздовж якої тече рідина в лабораторній установці, через значення перепаду тиску $p_1 - p_2$ на диференціальному манометрі, підключеному до витратоміру Вентурі, який встановлено горизонтально:

$$v_2 = \sqrt{v_1^2 - \frac{2}{\rho_{води}}(p_2 - p_1)}.$$

Звідси, з урахуванням рівняння нерозривності (4.3) $v_1 S_1 = v_2 S_2$, отримуємо:

$$v_2 = S_1 \sqrt{\frac{2(p_1 - p_2)}{\rho_{води}(S_1^2 - S_2^2)}} \quad (4.7)$$

Рідина в манометричних трубках диференціального манометра знаходиться в рівновазі, коли тиски в перерізі S_0 урівноважують один одного (див. рис. 4.2):

$$p_1 + \rho_{р\text{туті}} \cdot g \cdot h_{pm1} + \rho_{води} \cdot g \cdot h_{e1} = p_2 + \rho_{р\text{туті}} \cdot g \cdot h_{pm2} + \rho_{води} \cdot g \cdot h_{e2}.$$

Тому величина перепаду тиску $p_2 - p_1$ дорівнює

$$p_1 - p_2 = \rho_{р\text{туті}} \cdot g \cdot (h_{pm2} - h_{pm1}) + \rho_{води} \cdot g \cdot (h_{e2} - h_{e1})$$

або, оскільки

$$(h_{pm2} - h_{pm1}) = -(h_{e2} - h_{e1}) = \Delta h,$$

де Δh - різниця висот стовпчиків ртуті в манометричних трубках диференціального манометра

$$p_1 - p_2 = (\rho_{ртуті} - \rho_{води}) \cdot g \cdot \Delta h. \quad (4.8)$$

Площі перерізів витратоміру Вентурі пов'язані з їх діаметрами співвідношеннями

$$S_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} \text{ та } S_2 = \frac{\pi D_2^2}{4}. \quad (4.9)$$

Після підстановки (4.8) і (4.9) в рівняння (4.7) вираз для швидкості течії v_2 приймає вигляд

$$v_2 = D_1^2 \sqrt{\frac{2 \cdot (\rho_{ртуті} - \rho_{води}) \cdot g \cdot \Delta h}{\rho_{води} (D_1^4 - D_2^4)}},$$

і значення об'ємної витрати води $Q_V = v_2 S_2$ можна розраховувати за формулою:

$$Q_V = \frac{\pi D_1^2 D_2^2}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot g \cdot \Delta h}{D_1^4 - D_2^4} \cdot \left(\frac{\rho_{ртуті}}{\rho_{води}} - 1 \right)} \quad (4.10)$$

Експериментально значення об'ємної витрати води Q_V визначаються за вимірами часу заповнення заданого об'єму в мірній посудині t за формулою:

$$Q_V = \frac{V}{t} \quad (4.11)$$

Порядок виконання роботи

Записати параметри лабораторної установки і умови проведення досліду в таблицю 4.1.

Прямі виміри

Усі виміри і розрахунки провести для трьох значень напору води в магістралі.

Таблиця 4.1.
Параметри установки і умови досліду

Найменування параметра	Одиниці виміру	Значення параметра
Густина ртуті, $\rho_{\text{ртуті}}$	$\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	
Густина води, $\rho_{\text{води}}$	$\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	
Діаметр широкого перерізу, D_1	см	
Діаметр вузького перерізу, D_2	см	
Об'єм мірної посудини, V	см ³	
Перепад рівнів ртуті в манометрі, Δh_1	см	
Перепад рівнів ртуті в манометрі, Δh_2	см	
Перепад рівнів ртуті в манометрі, Δh_3	см	

Таблиця 4.2.
Результати прямих вимірів.

Перепад рівнів ртуті в манометрі, Δh_1					
№	t_i, c	t_{cp}, c	$\Delta t_i, c$	$(\Delta t_i)^2, c^2$	$\Delta t_{\text{вун}}, c$
1					
...					
5					
Перепад рівнів ртуті в манометрі, Δh_2					
№	t_i, c	t_{cp}, c	$\Delta t_i, c$	$(\Delta t_i)^2, c^2$	$\Delta t_{\text{вун}}, c$
1					
...					
5					
Перепад рівнів ртуті в манометрі, Δh_3					
№	t_i, c	t_{cp}, c	$\Delta t_i, c$	$(\Delta t_i)^2, c^2$	$\Delta t_{\text{вун}}, c$
1					
...					
5					

1. Відкрити кран на магістралі і встановити довільне значення напору води, якому відповідає перепад рівнів ртуті в манометричних трубках поблизу середини шкали диференціального манометра.
2. Визначити величину встановленого перепаду рівнів ртуті Δh в манометричних трубках диференціального манометра.
3. За допомогою секундоміра провести 5 вимірів часу t заповнення мірної посудини об'єму V . В процесі проведення вимірів контролювати постійність значення встановленого перепаду рівнів ртуті. Результати вимірів часу заповнення t_i занести в таблицю 4.2.

Обчислення похибок прямого вимірювання часу:

1. Розрахувати для значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$ абсолютну похибку випадкових вимірів часу t за формулою

$$\Delta t_{\text{вун}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \dots + \Delta t_N^2}{N(N-1)}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta t_i^2}{N(N-1)}}$$

2. Розрахувати абсолютну похибку вимірювання часу t за формулою.

$$\Delta t_{\Sigma} = \sqrt{\Delta t_{\text{сист}}^2 + \Delta t_{\text{вун}}^2}$$

3. Розрахувати відносну похибку визначення часу заповнення мірної посудини за формулою

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t_{\Sigma}}{t_{cp}}$$

Записати результат визначення часу повного заповнення мірної посудини у вигляді

$$t = (t_{cp} \pm \Delta t_{\Sigma}) c, \quad \varepsilon_t = \quad, \quad \alpha = 0.95$$

Непрямі виміри

1. Розрахувати значення об'ємної витрати води за формулою (4.11) для трьох значень напору води в магістралі.

2. Розрахувати теоретичні значення об'ємної витрати води за формулою (4.10) для трьох значень напору води в магістралі (перепаду тисків на ртутному манометрі).

ЗМІНЮВАТИ ВЕЛИЧИНУ НАПОРУ НЕОБХІДНО ПЛАВНО, ТАК, ЩОБ ЗАПОБІГТИ ПОПАДАННЮ РТУТІ В МАГІСТРАЛЬ.

Обчислення похибок визначення об'ємної витрати:

1. Визначити відносну похибку визначення об'ємної витрати рідини, вважаючи абсолютну похибку вимірів об'єму рідини рівної $\Delta V = 10 \text{ см}^3$, за формулою:

$$\varepsilon_Q = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_{\Sigma}}{t_{cp}}\right)^2}.$$

2. Розрахувати абсолютну похибку при визначенні об'ємної витрати рідини за формулою

$$\Delta Q = \varepsilon_Q Q_{cp}.$$

Записати результат експериментального вимірювання об'ємної витрати рідини у вигляді

$$Q = (Q_{cp} \pm \Delta Q) \frac{\text{см}^3}{\text{с}}, \quad \varepsilon_Q = \quad, \quad \alpha = 0.95$$

Контрольні питання

7. Що таке об'ємна витрата рідини? У яких одиницях вона вимірюється?
8. Що таке масова витрата рідини? У яких одиницях вона вимірюється?
9. Наслідком якого закону є рівняння нерозривності? Сформулюйте цей закон.
10. Наслідком якого закону є рівняння Бернуллі? Сформулюйте цей закон.
11. Чому і як змінюється швидкість руху рідини в трубі змінного перерізу?
12. Як залежить величина перепаду тисків на перерізах витратоміру Вентурі від об'ємної витрати рідини?

Лабораторна робота № 5

ВИЗНАЧЕННЯ КОЕФІЦІЄНТА ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ РІДИНИ ЗА ДОПОМОГОЮ КАПІЛЯРА (МЕТОД ПУАЗЕЙЛЯ)

Цілі роботи:

- навчитися застосовувати метод капіляра для вимірювання в'язкості рідини;
- експериментально перевірити справедливість закону Пуазейля для течії в'язкої нестисливої рідини;
- експериментально визначити динамічну в'язкість води.

При русі *реальної рідини* (газу) усередині неї завжди виникають сили, які перешкоджають переміщенню одних частин рідини відносно інших, тобто *внутрішнє тертя*.

В'язкістю називається властивість рідини (газу) чинити опір відносному зміщенню її частин.

При ламінарній течії рідини (газу)¹ її об'єм можна подумки розділити на окремі тонкі суміжні шари, які немов би ковзають один відносно одного, не перемішуючись. Тоді в'язкість рідини можна описати як прояв сил тертя між цими шарами. При цьому ці сили тертя в кожній точці рідини спрямовані вздовж дотичної до поверхні шарів у цій точці. Дія сил внутрішнього тертя проявляється в тому, що з боку шару, що рухається швидше, на шар, що рухається повільніше, діє сила, яка його прискорює. З боку ж шару, що рухається повільніше, на шар, що рухається швидше, діє гальмівна сила. Реальна природа цих сил полягає в характері руху і взаємодії молекул рідини (газу) що рухаються з різними швидкостями і обмінюються імпульсами. Це питання обговорюватиметься докладно при вивченні молекулярної фізики.

Закон внутрішнього в'язкого тертя експериментально встановив Ньютон.

При стаціонарному ламінарному русі суміжних шарів в'язкої рідини

¹ Дивись лабораторну роботу № 4 “Дослідження стаціонарного потоку рідини в трубі”.

(газу) одного відносно іншого між ними виникають сили внутрішнього тертя (в'язкість), спрямовані по дотичній до поверхні цих шарів.

Абсолютна величина сил внутрішнього тертя прямо пропорційна площі дотику шарів рідини, та складовій градієнта¹ швидкості відносного руху шарів в напрямі перпендикулярному напрямку руху

$$f_{\text{вн.тр}} = \eta \cdot \Delta S \cdot \frac{dv}{dz}. \quad (5.1)$$

Рисунок 5.1 ілюструє ламінарний рух малих елементів поверхні ΔS двох суміжних шарів рідини у напрямі осі X зі швидкостями: v та $v+dv$.

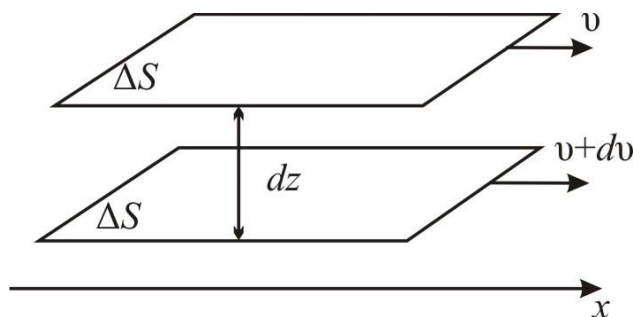


Рис. 5.1. Відносний прямолінійний рух шарів рідини.

Коефіцієнт пропорційності η в формулі (5.1) називається коефіцієнтом внутрішнього тертя або динамічною в'язкістю рідини.

Фізичний зміст коефіцієнта внутрішнього тертя η полягає в тому, що він чисельно дорівнює силі, діючій на одиницю площі поверхні ковзання суміжних шарів рідини (газу), що рухаються, при градієнті швидкості, який дорівнює одиниці.

У системі СІ коефіцієнт внутрішнього тертя (коефіцієнт динамічної в'язкості) вимірюється в **Паскалях помножених на секунду**: $1 \text{ Па} \cdot \text{с} = 1 \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}$.

¹ Нагадаємо, що **градієнтом** фізичної величини називають **вектор, який показує, як швидко змінюється ця величина вздовж кожної з координатних осей, та який спрямований в сторону зростання цієї фізичної величини.**

Ця одиниця не має спеціальної назви. У системі СГС одиниця виміру коефіцієнта динамічної в'язкості називається 1 **Пуаз**: $1 \text{ Пуаз} = 1 \frac{\text{г}}{\text{см} \cdot \text{с}}$.

Пряме визначення коефіцієнта внутрішнього тертя за виразом (5.1) неможливе. Тому для виміру коефіцієнта внутрішнього тертя рідини (газу) найчастіше використовується капілярний і ротаційний методи, а також метод кулі, яка падає (метод Стоксу). У капілярному методі - **методі Пуазейля** - використовується знайдене Пуазейлем теоретичне співвідношення між величиною витрати рідини (газу) і умовами стаціонарної ламінарної течії нестисливої в'язкої рідини (газу) в каналі тієї або іншої геометричної форми. Вимір сили в'язкого тертя в рідині, що знаходиться в проміжку між співвісними циліндрами, один з яких обертається, служить основою ротаційного методу. У методі Стоксу визначається опір, який зазнає тверде тіло при русі відносно рідини (газу) і який обумовлений в'язкістю рідини.

Визначення динамічної в'язкості рідини методом Пуазейля.

У найбільш поширеному варіанті методу Пуазейля застосовується вимірювання об'ємної витрати рідини Q_V при її сталій ламінарній течії через тонку циліндричну трубку постійного перерізу - капіляр.

При ламінарному русі реальної рідини відносно твердого тіла у випадку повного змочування шар, безпосередньо прилеглий до поверхні твердого тіла, “прилипає” до стінки і залишається нерухомим відносно неї. Швидкість інших шарів тим більше, чим далі вони знаходяться від твердої поверхні. Теоретичний аналіз стаціонарної ламінарної течії нестисливої реальної рідини в тонкому капілярі при постійному перепаді тисків на його кінцях показав, що швидкість в поперечному перерізі капіляра міняється за параболічним законом (рис. 5.2)

$$v = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta l} (R^2 - r^2), \quad (5.2)$$

причому на осі трубки при $r = 0$ швидкість максимальна і дорівнює

$$v_{\max} = \frac{(p_1 - p_2)}{4\eta l} R^2 \quad (5.3)$$

де η - коефіцієнт динамічної в'язкості рідини, p_1 та p_2 - значення тиску на кінцях трубки, l та R - довжина і радіус трубки, відповідно, r - відстань від осі трубки до точки, де визначається швидкість руху рідини¹.

З урахуванням закону зміни швидкості течії вздовж перерізу капіляра (5.2) зв'язок між величиною об'ємної витрати і коефіцієнтом внутрішнього тертя при ламінарній течії нестисливої в'язкої рідини по капілярній трубці у разі повного змочування і постійного перепаду тисків на її кінцях задається формулою Пуазейля, яка має вигляд

$$Q_V = \frac{(p_1 - p_2)\pi R^4}{8\eta l}. \quad (5.4)$$

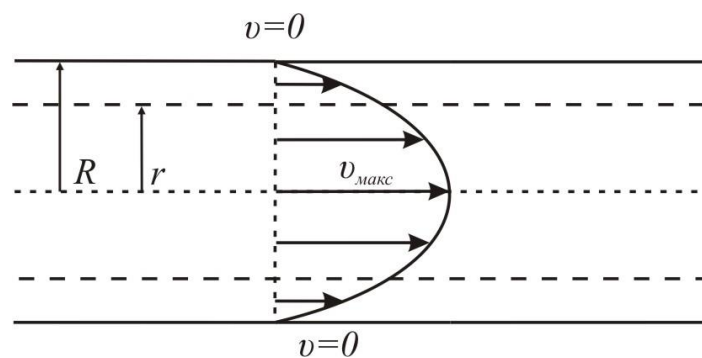


Рис. 5.2. Розподіл швидкостей при ламінарному русі в'язкої рідини в циліндричній трубці.

Отже, об'єм рідини, який протікає через поперечний переріз циліндричної трубки в одиницю часу (Q_V) при стаціонарній ламінарній течії, прямо пропорційний перепаду тисків на кінцях трубки і четвертому ступеню її радіусу, але обернено пропорційний до її довжини і коефіцієнта динамічної в'язкості рідини.

¹ Для ідеальної рідини, в'язкість якої дорівнює нулю, швидкість течії в трубці однакова вздовж всього її поперечного перерізу.

Об'ємну витрату можна визначити прямими вимірюваннями часу t , за який заданий об'єм V протікає через капіляр при сталому русі рідини

$$Q_v = \frac{V}{t}. \quad (5.5)$$

Тоді з виразів (5.4) і (5.5) виходить

$$\eta = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta p}{8V \cdot l} t. \quad (5.6)$$

Тобто для відомих умов ламінарної течії рідини через капіляр радіусу R і довжиною l при величині перепаду тисків на кінцях капіляра $\Delta p = p_1 - p_2$ коефіцієнт динамічної в'язкості рідини η можна визначити експериментально за результатами виміру часу t витікання наперед заданого об'єму рідини.

На рисунку 5.3 представлена схема лабораторної установки для визначення коефіцієнта динамічної в'язкості за методом Пуазейля.

Досліджувана рідина закачується за допомогою форвакуумного насоса в бюретку 1 вище нанесеної на неї верхньої мітки А. Після відключення насоса рідина вільно витікає з бюретки через приєднаний до її нижнього кінця капіляр 2, радіус R і довжина l якого відомі. Відлік часу протікання через капіляр заданого об'єму V , починається в мить, коли верхній рівень рідини в бюретці досягає верхньої мітки А на ній, і закінчується при проходженні рівнем рідини нижньої мітки В.

При стаціонарній ламінарній течії на рідину, що знаходиться усередині капіляра, діють сила тяжіння, сили тиску на рівнях верхнього і нижнього кінців капіляра і сила внутрішнього тертя. Усі ці сили можуть бути виражені через параметри капіляра і характеристики рідини.

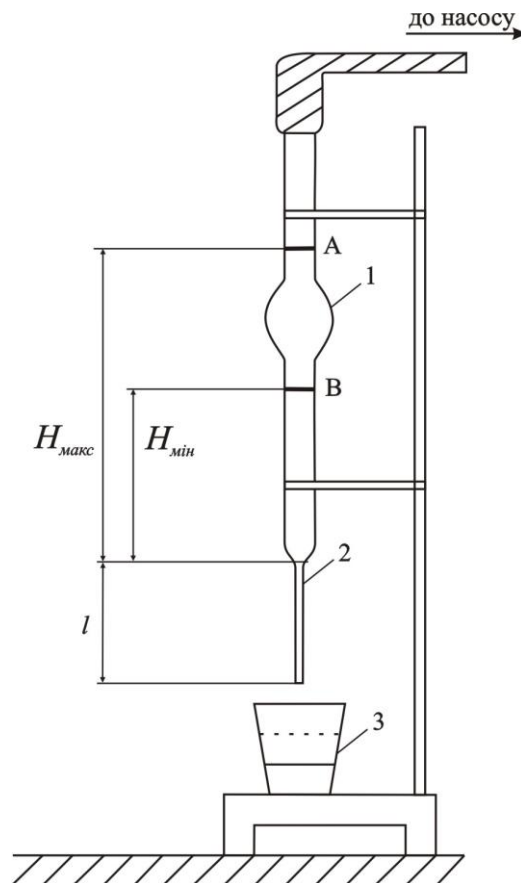


Рис. 5.3. Схема лабораторної установки.

1 - скляна бюретка, 2 - капіляр, 3 - мірна посудина.

Сила тяжіння $F_{тяж} = m_p \cdot g = \rho_p \cdot V \cdot g = \rho_p \cdot \pi R^2 \cdot l \cdot g$ спрямована вниз. Сили тиску F_p на кінцях капіляра визначаються площею його поперечного перерізу і відповідними тисками. На верхньому кінці спрямована вниз сила дорівнює за абсолютною величиною $F_{p1} = (P_{атм} + \rho_p g H) \pi R^2$, де $P_{атм}$ - атмосферний тиск, $\rho_p g H$ - гідростатичний тиск стовпа рідини в бюретці над капіляром, висота якого є H , πR^2 - площа поперечного перерізу капіляра. На нижньому, відкритому, кінці капіляра сила тиску спрямована вгору і дорівнює $F_{p2} = P_{атм} \pi R^2$. Сила в'язкості $f_{вн.тр}$ завжди спрямована в сторону, протилежну до напрямку руху. Тому при течії рідини через капіляр униз вона спрямована вгору і дорівнює за модулем $f_{вн.тр} = \eta \cdot 2\pi r l \cdot \frac{dv}{dr}$. Оскільки течія стала, і рідина рухається з постійною швидкістю, за першим законом Ньютона рівнодіюча усіх

цих сил має дорівнювати нулю. Якщо вибрати напрям прискорення вільного падіння в якості додатного, рівняння руху для рідини в капілярі в проекції на цей напрям має вигляд

$$0 = F_{тяж} + F_{P1} - F_{P2} - f_{вн.тр}, \text{ або}$$

$$0 = \rho_p \cdot \pi R^2 \cdot l \cdot g + (P_{атм} + \rho_p g H) \pi R^2 - P_{атм} \pi R^2 - \eta \cdot 2\pi r l \cdot \frac{dv}{dr}, \quad (5.7)$$

Інтегрування рівняння (5.7) дозволяє знайти вид розподілу швидкості ламінарної стаціонарної течії вздовж радіусу капіляра $v(r)$. З урахуванням цієї залежності вираз, який зв'язує об'ємну витрату рідини, параметри капіляра і динамічний коефіцієнт внутрішнього тертя рідини, має вигляд

$$Q_V = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \rho_p \cdot g \cdot (H + l)}{8 \cdot l \cdot \eta}, \text{ звідки}$$

$$\eta = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \rho_p \cdot g \cdot (H + l)}{8 \cdot l \cdot Q_V}.$$

Оскільки висота рідини в бюретці H зменшується при витіканні рідини від $H_{макс}$ до $H_{мін}$, в розрахунках використовується величина H_0 , яка визначається як сума середньої висоти рідини в бюретці та довжини капіляру

$$H_0 = \frac{H_{макс} + H_{мін}}{2} + l.$$

Тоді остаточний вираз для розрахунку коефіцієнта динамічної в'язкості рідини набуває вигляду

$$\eta = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \rho_p \cdot g \cdot H_0}{8 \cdot V \cdot l} t. \quad (5.8)$$

Порядок виконання роботи

Прямі виміри

Записати параметри лабораторної установки і умови проведення досліду в таблицю 5.1.

Таблиця 5.1.

Параметри установки і умови досліду

Найменування параметра	Одиниці виміру	Значення параметра
Вид рідини	-	вода
Густина рідини, ρ_p	$\frac{г}{см^3}$	
Температура рідини, t°	$^{\circ}C$	
Радіус капіляра, R	$см$	
Об'єм рідини, що знаходиться між мітками на бюретці, V	$см^3$	
Середня висота стовпа рідини, $H_0 = \frac{H_{макс} + H_{мін}}{2} + l$	$см$	

1. За допомогою форвакуумного насоса закачати воду в бюретку на 4 - 5 *см* вище рівня верхньої мітки.
2. Відключити форвакуумний насос.
3. В мить, коли рівень рідини в бюретці опуститься до верхньої мітки, включити секундомір.
4. Визначити за допомогою секундоміра час, впродовж якого через капіляр протікає об'єм рідини, що знаходиться між верхньою і нижньою мітками на бюретці.
5. Повторити виміри 5 разів.

Результати вимірів часу витікання рідини занести в таблицю 5.2.

Таблиця 5.2.

Результати прямих вимірів часу витікання рідини.

№	t_i, c	t_{cp}, c	$\Delta t_i, c$	$(\Delta t_i)^2, c^2$	$\Delta t_{вин}, c$
1					
...					
5					

Обчислення похибок прямих вимірів:

1. Розрахувати для значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$ абсолютну похибку випадкових вимірів часу витікання рідини t за формулою:

$$\Delta t_{\text{вун}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta t_1^2 + \Delta t_2^2 + \dots + \Delta t_N^2}{N(N-1)}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta t_i^2}{N(N-1)}}$$

2. Розрахувати абсолютну похибку виміру часу витікання рідини за формулою

$$\Delta t_{\Sigma} = \sqrt{\Delta t_{\text{сисм}}^2 + \Delta t_{\text{вун}}^2}$$

де $\Delta t_{\text{сисм}}$ - систематична помилка визначення часу витікання рідини секундоміром.

3. Розрахувати відносну похибку за формулою

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta t_{\Sigma}}{t_{\text{cp}}}$$

Записати результат визначення часу витікання рідини у вигляді

$$t = (t_{\text{cp}} \pm \Delta t_{\Sigma}) \text{ с}, \quad \varepsilon_t = \quad, \alpha = 0.95$$

Непрямі виміри

Розрахувати значення коефіцієнта внутрішнього тертя води за формулою (5.8)

$$\eta_{\text{cp}} = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \rho_p \cdot g \cdot H_0}{8 \cdot V \cdot l} t$$

Обчислення похибок визначення коефіцієнта внутрішнього тертя :

1. Визначити відносну похибку визначення коефіцієнта внутрішнього тертя води за формулою:

$$\varepsilon_{\eta} = \sqrt{\left(4 \frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_{\Sigma}}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H_0}{H_0}\right)^2}$$

Радіус, довжина капіляра, середня висота стовпа рідини, об'єм рідини, а також абсолютні похибки їх виміру вказані на лабораторній установці.

2. Розрахувати абсолютну похибку при визначенні коефіцієнта внутрішнього

тертя води за формулою

$$\Delta\eta = \varepsilon_{\eta} \eta_{cp} \cdot$$

Записати результат визначення внутрішнього тертя води у вигляді

$$\eta = (\eta_{cp} \pm \Delta\eta) \text{ Пуаз}, \quad \varepsilon_{\eta} = \quad, \quad \alpha = 0.95$$

3. Порівняти отримане експериментального значення коефіцієнта внутрішнього тертя води з літературними даними для в'язкості води при температурі досліду, які наведені в **таблиці 10** в розділі “Таблиці” посібника.

Контрольні питання

1. Поясніть причини виникнення внутрішнього тертя при русі реальних рідин
2. Як спрямовані сили внутрішнього тертя, що діють на суміжні шари рідини?
3. Чому дорівнює сила в'язкого тертя між шарами рідини?
4. Яка течія називається ламінарною?
5. Для якого виду течії формула Пуазейля є слушною для визначення об'ємної витрати рідини при її русі в трубі?
6. У яких одиницях вимірюється коефіцієнт динамічної в'язкості?

Лабораторна робота № 6

ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ОСІДАННЯ МЕТОДОМ СТОКСА

Цілі роботи:

- перевірити можливість застосування формули Стокса для розрахунку сили опору при русі тіла обтічної форми в рідині;
- ознайомитися з принципом рішення зворотних задач у фізиці;
- експериментально і теоретично визначити швидкість руху кульки у в'язкій рідині.

При русі тіла в реальній рідині або газі виникає опір руху, який викликається в'язкістю середовища. У разі, коли швидкість тіла відносно рідини (газу) мала, обтікання тіла можна вважати **ідеальним, тобто таким, при якому за тілом не виникають вихори**. Лінії течії при такому русі зображені на рисунку 6.1.

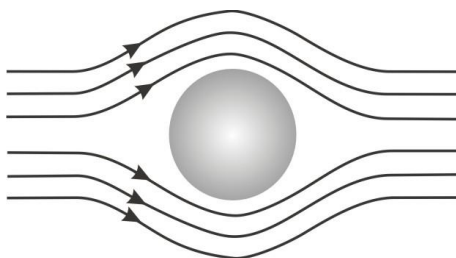


Рис. 6.1. Обтікання кулі ідеальною рідиною та реальною рідиною при малій швидкості руху.

Шар рідини, безпосередньо прилеглий до тіла, немов би “*прилипає*” до нього і рухається разом з ним. Оскільки між шарами рідини діє сила в'язкого тертя, на цей шар рідини з боку дотичного до нього діє гальмуюча сила. В той же час нерухомий відносно тіла шар рідини прискорює і залучає до руху сусідній з ним шар. І такий процес передається в напрямку перпендикулярному до напрямку руху твердого тіла. Тобто тіло, яке рухається в рідині, немов би тягне за собою прилеглі шари рідини, а тому зазнає опір своєму руху з боку

рідини. При малих швидкостях відносний рух шарів має ламінарний характер. Конкретні значення швидкості руху тіла в реальній рідині, для яких обтікання можна приблизно вважати ідеальним, залежать не тільки від швидкості руху тіла, але й від розмірів тіла та від густини і в'язкості рідини. Безрозмірна величина, яка зв'язує між собою швидкість руху тіла v , розмір тіла - d та характеристики рідини: ρ і η – густину і коефіцієнт внутрішнього тертя (динамічної в'язкості) рідини, називається **числом Рейнольдса** Re ¹

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\eta},$$

Значення числа Re , для яких обтікання тіла рідиною можна вважати ідеальним, обмежуються областю $Re < 1$

Стокс теоретично встановив, що для кульки радіусом r (тобто діаметром d), яка рухається зі швидкістю v у в'язкому середовищі, сила опору руху визначається співвідношенням

$$\vec{F}_{mp} = -6\pi\eta r \vec{v} = -3\pi\eta d \vec{v}. \quad (6.1)$$

Строге рішення було отримане Стоксом для випадку ламінарного обтікання кульки необмеженою в'язкою рідиною, яка на межі з тілом і на нескінченному віддаленні від нього нерухома.

Як у природі, так і у практичній діяльності людини часто зустрічається явище **осідання частинок у газі або в рідині під дією сили тяжіння, коли густина частинок більше густини середовища**. Таке явище називається **седиментація** (від латин. *sedimentum* - осідання). Седиментація в природі призводить до утворення осадових гірських порід, освітлення води у водоймищах, звільненню атмосфери від рідких крапель і твердих частинок, що

¹ За фізичним змістом число Рейнольдса є відношенням кінетичної енергії рідини, яка притаманна шару рідини під час руху до величини роботи сили опору(в'язкого тертя), яка діє на цей шар з боку сусідніх шарів. А фізичний зміст коефіцієнта внутрішнього тертя (динамічної в'язкості) η полягає в тому, що він чисельно дорівнює силі, яка діє на одиницю площі поверхні ковзання суміжних шарів рідини (газу), що рухаються, при градієнті швидкості, що дорівнює одиниці.

знаходяться в ній. У техніці це явище використовується, наприклад, для розшарування частинок різної густини в розчинах, суспензіях, виділення твердої фази з рідин або газів і таке інше.

Експериментальне вивчення падіння (осідання) **кульки у в'язкій рідині** служить одним з основних способів визначення коефіцієнта внутрішнього тертя (динамічної в'язкості) η , який зветься **методом Стоксу**. У той же час, застосування формули Стоксу (6.1) дозволяє вирішувати **зворотну задачу**: за допомогою відомого значення коефіцієнта внутрішнього тертя рідини (газу) розраховувати швидкість осідання частинок або крапель у в'язкому середовищі. Така задача виникає, наприклад, якщо знаходити необхідно умови ефективного застосування седиментації в технологічних процесах.

Визначення швидкості сталого руху кульки у в'язкій рідині.

На кульку масою m_k , що вільно падає в рідині, діють три сили: сила тяжіння $\vec{F}_{тяж} = m_k \vec{g}$, спрямована вертикально униз, сила Архімеда $\vec{F}_A = -m_p \vec{g}$ (m_p - маса рідини, яка витиснена кулькою), яка виштовхує кульку вгору, та сила опору, що спрямована у бік, протилежний напрямку руху кульки, тобто вертикально вгору і задається формулою Стокса (6.1) $\vec{F}_{mp} = -3\pi\eta d \vec{v}$. Тому рівняння руху кульки має вигляд:

$$m_k \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_{тяж} + \vec{F}_A + \vec{F}_{mp} \quad (6.2)$$

Величини сили тяжіння і сили Архімеда можна знайти, визначивши маси однорідної кульки і витісненої нею рідини через об'єм кульки, густину матеріалу кульки і густину рідини $m_k = V_k \rho_k$, $m_p = V_k \rho_p$, а об'єм кульки - через її діаметр $V_k = \frac{1}{6}\pi d^3$:

$$F_{тяж} = V_k \rho_k g = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho_k g, \quad (6.3)$$

$$F_A = V_k \rho_p g = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho_p g. \quad (6.4)$$

Нехай початкова швидкість руху кульки при її падінні у рідині дорівнює нулю. Під дією сили тяжіння ця швидкість починає збільшуватися. Тобто, на початку руху кульки її прискорення відмінне від нуля і спрямоване до Землі. Спрямуємо вісь X вертикально униз (рисунок 6.2).

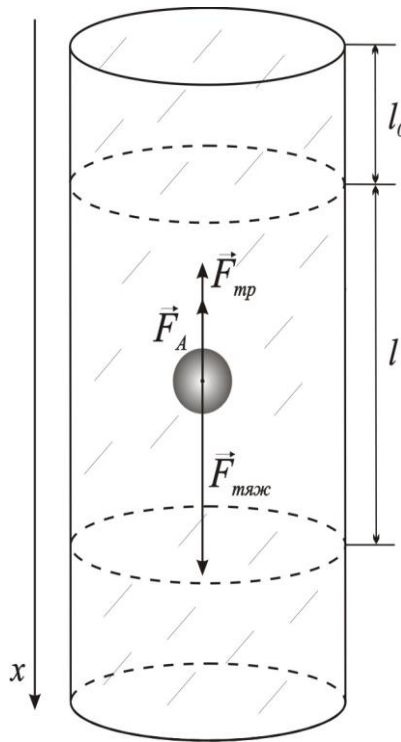


Рис. 6.2. Сили, які діють на кульку, що падає у в'язкій рідині.

Рівняння руху кульки (6.2) в проекції на задану вісь X з урахуванням виразів (6.1), (6.3) і (6.4) для абсолютних величин сили тяжіння $F_{тяж}$, сили в'язкого тертя $F_{тр}$ і архімедової сили F_A перепишемо у вигляді:

$$\frac{1}{6}\pi d^3 \rho_{\kappa} \frac{dv}{dt} = \frac{1}{6}\pi d^3 \rho_{\kappa} g - \frac{1}{6}\pi d^3 \rho_p g - 3\pi d \eta v, \quad \text{або}$$

$$\rho_{\kappa} \frac{dv}{dt} = \rho_{\kappa} g - \rho_p g - 18 \frac{\eta v}{d^2} \quad (6.5)$$

Сила тяжіння і сила Архімеда не залежать від швидкості руху кульки, тоді як сила опору прямо пропорційна швидкості. На початку падіння кульки її швидкість безперервно зростає - кулька рухається прискорено, тому сила опору збільшується. Це збільшення відбувається до тих пір, поки сила в'язкого тертя

не врівноважить різницю сили тяжіння і виштовхуючої сили. Тому на деякій відстані від поверхні рідини l_0 , де така рівновага настане, прискорення кульки стане рівним нулю, і при подальшому падінні вона рухатиметься з постійною швидкістю. Тоді рівняння руху (6.5) набере вигляду

$$0 = V_{\kappa} \rho_{\kappa} g - V_{\kappa} \rho_p g - 3\pi d \eta v.$$

Після нескладних алгебраїчних перетворень, отримуємо рівняння:

$$0 = (\rho_{\kappa} - \rho_p) g - 18 \frac{\eta v}{d^2},$$

яке дає змогу визначити зв'язок між швидкістю рівномірного руху кульки, діаметром кульки і коефіцієнтом динамічної в'язкості

$$v = \frac{1}{18} \cdot \frac{\rho_{\kappa} - \rho_p}{\eta} g \cdot d^2 \quad (6.6).$$

Вираз (6.6) отримано з використанням формули Стоксу, яка справедлива лише при падінні кульки в безмежному середовищі. Якщо кулька падає вздовж осі циліндричної трубки діаметром D_0 , необхідно враховувати вплив тертя рідини, що залучається до руху кулькою, об стінки трубки. У цьому випадку для розрахунку теоретичного значення швидкості падіння кульки у в'язкій рідині використовується більш строга формула

$$v = \frac{1}{18} \cdot \frac{\rho_{\kappa} - \rho_p}{\left(1 + 2,4 \frac{d}{D_0}\right) \eta} g \cdot d^2. \quad (6.7)$$

В тому разі, коли кулька рухається рівномірно на відомому шляху l , швидкість її падіння в рідині може бути визначена експериментально за результатами виміру часу рівномірного руху t :

$$v = \frac{l}{t}. \quad (6.8)$$

Співставлення значень швидкості кульки, отриманих в результаті розрахунку за формулою (6.7) і при прямому вимірі часу її падіння у в'язкій рідині при рівномірному русі, дозволяє перевірити правомірність використання

формули Стокса для визначення сили опору, яку зазнає тверде тіло, що рухається в такій рідині

Схема лабораторної установки для визначення швидкості падіння кульки у в'язкій рідині наведена на рисунку 6.3.

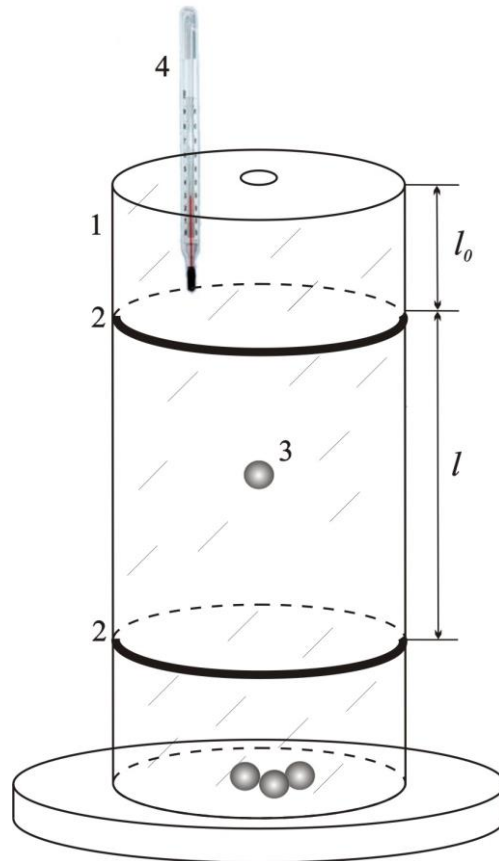


Рис. 6.3. Схема лабораторної установки.

1 - скляний циліндр, заповнений гліцерином, 2 - кільцеві мітки, 3 - кулька, що падає, 4 - термометр.

Верхня мітка на лабораторній установці відмічає відстань від поверхні рідини l_0 , на якій можна вважати, що рівнодійна сил, діючих на кульку, стає рівною нулю. Відстань між верхньою і нижньою мітками l визначає довжину шляху при рівномірному русі кульки.

Порядок виконання роботи

Прямі виміри

Записати параметри лабораторної установки і умови проведення досліду до таблиці 6.1.

1. Визначити температуру гліцерину і результат занести до таблиці 6.1.
2. Визначити за графіком у розділі “Таблиці” **таблиця 9** значення коефіцієнта динамічної в’язкості гліцерину при температурі дослідів і результат занести до таблиці 6.1.

Таблиця 6.1.

Параметри установки і умови дослідів

Найменування параметра	Одиниці виміру	Значення параметра
Вид рідини	-	гліцерин
Густина рідини, ρ_p	$\frac{г}{см^3}$	
Температура рідини, t°	$^\circ C$	
Динамічна в’язкість рідини, η	$пуаз$	
Густина матеріалу кульки, ρ_k	$\frac{г}{см^3}$	
Діаметр скляного циліндра, D_0	$см$	
Відстань між мітками, l	$см$	

3. Відібрати одну з 3-х кульок.
4. За допомогою мікрометра виміряти діаметр кульки 5 разів.

Результати вимірів занести до таблиці 6.2.

Таблиця 6.2.

Прямі виміри діаметрів кульок

№	$d_i, \text{ см}$	$d_{cp}, \text{ см}$	$\Delta d_i = d_i - d_{cp}, \text{ см}$	$(\Delta d_i)^2 = (d_i - d_{cp})^2, \text{ см}^2$	$\Delta d_{\text{вип}}, \text{ см}$
Кулька № 1					
1					
...					
5					
Кулька № 2					
...					
Кулька № 3					
1					
...					
5					

5. Опустити кульку в отвір у кришці, що закриває скляну трубку з гліцерином.
6. Виміряти час руху кульки наступним чином: увімкнути секундомір у мить, коли кулька проходить повз першу (верхню) мітку на скляному циліндрі; вимкнути секундомір, коли кулька проходить повз другу (нижню) мітку.

При спостереженні за рухом кульки в моменти, коли вона проходить повз мітки, око спостерігача повинно знаходитися на одному рівні з міткою.

7. Результати вимірювання часу руху t_i кульок занести до таблиці 6.3.
8. Повторити дослід з іншими кульками і результати виміру часу падіння кульок занести до таблиці 6.3.

Таблиця 6.3.

Швидкості руху кульок в гліцерині

№	Діаметр кульки $d_{cp\ i}, \text{ см}$	Час руху кульки $t_i, \text{ с}$	Швидкість руху кульки $v, \frac{\text{см}}{\text{с}}$	
			Експеримент формула (6.8)	Теорія формула (6.7)
1				
2				
3				

Обчислення похибок прямих вимірів діаметрів кульок:

Результати розрахунків для кожної з кульок внести до таблиці 6.3.

1. Знайти середньоарифметичне значення діаметру $d_{cp\ i}$ для кожної з кульок.
2. Вибрати значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$
3. Розрахувати абсолютну похибку випадкових вимірів діаметру кожної з кульок $\Delta d_{\text{вип}\ i}$ за формулою:

$$\Delta d_{\text{вип}\ i} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta d_1^2 + \Delta d_2^2 + \dots + \Delta d_N^2}{N(N-1)}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta d_i^2}{N(N-1)}}.$$

4. Розрахувати абсолютну похибку виміру діаметру $\Delta d_{\Sigma i}$ для кожної з кульок за формулою:

$$\Delta d_{\Sigma i} = \sqrt{\Delta d_{\text{сист}}^2 + \Delta d_{\text{вип } i}^2}$$

де $\Delta d_{\text{сист}}$ - систематична похибка вимірів мікрометром.

5. Розрахувати відносну похибку діаметру кожної з кульок за формулою:

$$\varepsilon_{d i} = \frac{\Delta d_{\Sigma i}}{d_{\text{ср } i}}$$

Записати результати експериментального виміру діаметрів кульок $d_{\text{ср } i}$ у вигляді

$$d_i = (d_{\text{ср } i} \pm \Delta d_{\Sigma i}) \text{ см}, \quad \varepsilon_{d i} = \quad, \quad \alpha = 0.95.$$

Значення діаметрів кульок d_i із зазначенням абсолютних похибок їх визначення занести до таблиці 6.3.

Непрямі виміри

1. Розрахувати експериментальні значення швидкостей руху в гліцерині для кожної з кульок за формулою (6.8)

$$v_i^{\text{експ}} = \frac{l}{t_i}.$$

2. Розрахувати теоретичні значення швидкостей руху в гліцерині для кожної з кульок за формулою (6.7)

$$v = \frac{1}{18} \cdot \frac{\rho - \rho_p}{\left(1 + 2,4 \frac{d}{D_0}\right) \eta} g \cdot d^2$$

Обчислення похибок визначення швидкості руху кульок:

1. Розрахувати відносну похибку експериментального визначення швидкості руху кожної кульки $\varepsilon_{v_i^{\text{експ}}}$, вважаючи абсолютну похибку виміру довжини ділянки її рівномірного руху рівною $\Delta l = 0,5 \text{ см}$, а абсолютну похибку виміру

часу руху рівною систематичній похибці використаного в досліді секундоміра, за формулою:

$$\varepsilon_{v_i^{експ}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_{сисм}}{t_i}\right)^2}$$

2. Розрахувати абсолютну похибку експериментального визначення швидкості руху кожної кульки

$$\Delta v_i^{експ} = \varepsilon_{v_i^{експ}} v_i^{експ}.$$

Записати результат визначення швидкості руху кожної кульки у вигляді:

$$v^{експ} = \left(v_i^{експ} \pm \Delta v_i^{експ}\right) \frac{см}{с}, \quad \varepsilon_{v_i^{експ}} = \quad, \alpha=0.95.$$

Експериментальні значення швидкостей руху для кожної з кульок із зазначенням абсолютних похибок їх визначення внести до таблиці 6.3.

3. Розрахувати відносну похибку теоретичного визначення швидкості руху кожної кульки, вважаючи відносну похибку значення коефіцієнта динамічної в'язкості $\varepsilon_\eta = 0,05$, за формулою:

$$\varepsilon_{v_i^{теор}} = \sqrt{\left(\frac{2\Delta d_{\Sigma i}}{d_{ср i}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \eta}{\eta}\right)^2}.$$

4. Розрахувати абсолютну похибку теоретичного визначення швидкості руху кожної кульки

$$\Delta v_i^{теор} = \varepsilon_{v_i^{теор}} v_i^{теор}.$$

Записати результат теоретичного визначення швидкості руху кожної кульки у вигляді:

$$v^{теор} = \left(v_i^{теор} \pm \Delta v_i^{теор}\right) \frac{см}{с}, \quad \varepsilon_{v_i^{теор}} = \quad, \alpha=0.95$$

Результати розрахунків швидкостей руху для кожної з кульок із зазначенням абсолютних похибок їх визначення внести до таблиці 6.3.

5. Порівняти отримані теоретичні і експериментальні значення швидкостей падіння для кожної з кульок.

Контрольні питання

1. Які сили діють на кульку, що падає у в'язкій рідині? Запишіть вирази для цих сил.
2. Чому при визначенні швидкості руху кульки у в'язкій рідині відлік часу необхідно починати після того, як кулька пройде деяку відстань l_0 ?
3. Чому в рідині виникає сила в'язкого тертя? Поясніть механізм дії цієї сили.
4. Що таке коефіцієнт динамічної в'язкості? Який його фізичний зміст?
5. Чому дорівнює сила тертя, діюча на кульку при його русі у в'язкій рідині?
6. Чи впливають розміри посудини, в якій знаходиться рідина, на величину сили опору руху тіла в цій рідині? Поясніть свою відповідь.

Лабораторна робота № 7

ГАРМОНІЙНИЙ КОЛИВАЛЬНИЙ РУХ. МАТЕМАТИЧНИЙ МАЯТНИК

Цілі роботи:

- навчитися експериментально визначати основні характеристики гармонійного коливального руху;
- експериментально дослідити можливість застосування ідеалізованої фізичної моделі - математичного маятника - для опису гармонійних коливань реального маятника;
- експериментально визначити локальне значення прискорення вільного падіння.

Коливання - це процес, який багаторазово повторюється через певні проміжки часу. Таке періодичне повторення може бути або точним, або приблизним.

Приклади коливальних явищ : дихання людини, биття його серця, схід і захід Сонця, річні зміни сезонів і таке інше.

У механіці коливання - це періодичні повторення зміни стану руху тіла (чи системи тіл), тобто його (їх) координат, швидкості і прискорення відносно деякого положення рівноваги¹.

Періодом коливань називається проміжок часу T , впродовж якого відбувається повний цикл змін стану руху тіла, тобто здійснюється одне повне коливання.

Частотою коливань - ν називається кількість повних коливань, що здійснюються в одиницю часу.

Розмірність періоду коливань $[T] = \text{с}$, розмірність частоти коливань $[\nu] = \text{с}^{-1}$.

¹ Механічна рівновага — стан механічної системи, при якому сума усіх сил, діючих на кожну її частку, дорівнює нулю, і сума моментів усіх сил, прикладених до тіла відносно будь-якої довільно узятій осі обертання, також дорівнює нулю.

Одиниця виміру частоти, яка визначається одним повним коливанням за секунду, називається 1 *Герц*

Очевидно, що частота ν і період коливань T пов'язані співвідношенням

$$\nu = \frac{1}{T}. \quad (7.1)$$

Оскільки рух тіла періодично повторюється, його координати (швидкість, прискорення) змінюються відносно відповідних значень у положенні рівноваги в межах певних інтервалів.

Амплітудою коливань називається максимальне відхилення від положення рівноваги.

Найпростішими і найважливішими серед різноманіття коливальних рухів є гармонійні коливання.

Гармонійним називається коливання, при якому фізичні величини, що описують рух тіла, - відхилення від стану рівноваги, швидкість, прискорення і таке інше - змінюються в часі за законом косинуса або синуса.

Для відхилення точки, що коливається, x від положення рівноваги у момент часу t цей закон має вигляд

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (7.2a)$$

або

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (7.2б)$$

Тут A - амплітуда коливань, ω - кругова (циклічна) частота, $(\omega t + \varphi_0)$ - фаза коливань, φ_0 - початкова фаза коливань.

Кругова (циклічна) частота - це величина, яка дорівнює числу повних коливань, що відбуваються впродовж 2π секунд.

Кругова (циклічна) частота ω пов'язана з частотою ν та періодом коливань T співвідношеннями

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$

Фаза коливань - це фізична величина, що при заданій амплітуді визначає відхилення коливальної системи від положення рівноваги в даний момент часу.

Фаза коливань використовується переважно для опису гармонійних або близьких до гармонійних коливань.

Ілюстрацією гармонійних коливань служать малі коливання математичного маятника.

Математичним маятником називається матеріальна точка, що підвішена на невагомому нерозтяжному підвісі в однорідному полі сили тяжіння.

Під малими коливаннями розуміють коливання з максимальним відхиленням підвісу від положення рівноваги на кут, що не перевищує 7° .

Математичний маятник є фізичною ідеалізацією реального фізичного маятника. **Фізичним маятником** називається тверде тіло, що здійснює коливання в полі яких-небудь сил відносно точки, що не є центром маси цього тіла, або нерухомої осі, перпендикулярної напрямку дії сил і що не проходить через центр маси цього тіла.

Задовільною моделлю математичного маятника служить масивна куля, підвішена на довгій жорсткій нитці, інший кінець якої закріплений нерухомо,

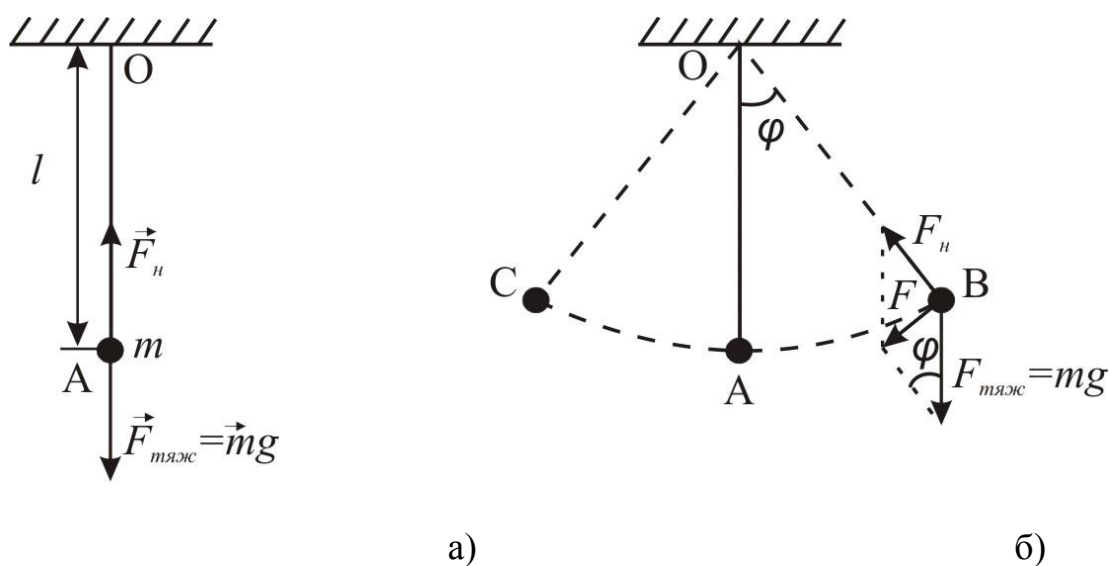


Рис. 7.1. Математичний маятник.

а) - положення рівноваги в стані спокою; б) коливання маятника.

якщо розміри кульки малі в порівнянні з довжиною нитки, а маса нитки набагато менше маси кульки. Опис коливань такого маятника у разі малих амплітуд і при відсутності тертя дозволяє наочно продемонструвати основні закони гармонійних коливань.

Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника.

Розглянемо малі коливання математичного маятника у відсутності тертя. Коли система кулька - нитка знаходиться у спокої (рис. 7.1а), сила тяжіння $\vec{F}_{тяж} = m\vec{g}$, що діє на кульку, врівноважується силою натягу нитки $\vec{F}_n$. При відхиленні зі стану рівноваги (точка А на рисунку 7.1б) на кут φ (точка В на рисунку 7.1б) результуюча сил тяжіння і натягу нитки $\vec{F}$ створює момент сил відносно точки закріплення нитки, який прагне повернути кульку в положення рівноваги. Оскільки нитка не розтягується, абсолютна величина моменту сил у довільний момент часу дорівнює $M = -mg \cdot \sin \varphi \cdot l$. (Знак мінус означає, що вектори моменту результуючої сили $\vec{M}$ і кутового зміщення $d\vec{\varphi}$ завжди спрямовані в протилежні сторони). Кулька, відхилена від положення рівноваги на максимальний кут, рухається по дузі кола до положення рівноваги з прискоренням, за інерцією проходить його і відхиляється у бік, протилежний до первинного відхилення. При цьому рух кульки стає уповільненим аж до повної зупинки в точці С. Потім кулька починає рухатися у зворотному напрямі. Такі рухи повторюються періодично, тобто кулька здійснює коливання. Оскільки сила тяжіння і сила натягу нитки лежать в одній площині, маятник здійснює коливання в тій же площині.

Система, виведена із стану стійкої рівноваги одноразовою короткочасною зовнішньою дією і надана самій собі, здійснює коливання, які називаються вільними.

Відповідно до закону динаміки обертального руху матеріальної точки у

будь-який момент часу абсолютна величина моменту сили M , що викликає обертання, дорівнює добутку моменту інерції кульки $I = m \cdot l^2$ відносно осі обертання¹ (вона проходить через точку О, де закріплена нитка) на його кутове

$$\text{прискорення } \beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}: \quad -mg \cdot \sin \varphi \cdot l = m \cdot l^2 \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Звідки

$$-g \cdot \sin \varphi = l \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (7.3)$$

Якщо ввести позначення

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \quad (7.4)$$

і врахувати, що для малих відхилень ($\varphi \leq 7^\circ$) $\sin \varphi \approx \varphi$, рівняння (7.3) перетворюється на рівняння:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2 \varphi = 0 \quad (7.5)$$

Рішення рівняння (7.5) з початковими умовами: при $t = 0$ $\varphi = \varphi_0$ має вигляд

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_{\text{макс}} \sin(\omega t + \varphi_0), \\ \text{або} \quad \varphi &= \varphi_{\text{макс}} \cos(\omega t + \varphi_0). \end{aligned}$$

Тут $\varphi_{\text{макс}}$ - амплітуда коливань, φ_0 - початкова фаза.

Тобто при малих відхиленнях математичного маятника без тертя його кутове відхилення змінюється в часі за гармонійним законом. Слід мати на увазі, що амплітуда коливань $\varphi_{\text{макс}}$ і початкова фаза φ_0 не можуть бути визначені з диференціального рівняння (7.5). Ці постійні величини задаються початковими умовами, тобто способом збудження коливань.

З виразу (7.4) виходить, що кругова (циклічна) частота ω і період коливань T математичного маятника є функціями лише довжини його підвісу і

¹ Оскільки нитка невагома, центр тяжіння системи кулька - нитка співпадає з центром тяжіння кульки.

прискорення вільного падіння¹

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad (7.6)$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (7.7)$$

У загальному випадку, амплітуда коливань маятника з часом зменшуватиметься - такі коливання називаються затухаючими. Це відбувається через те, що енергія, яка була надана кульці маятника при його відхиленні, поступово переходить у тепло внаслідок дії сил тертя. Тобто, за наявності тертя коливання реального маятника, який моделює математичний маятник, не будуть строго гармонійними і періодичними. Проте, при малих коливаннях, коли вплив сил тертя малий, впродовж досить великого проміжку часу після початкового відхилення такого маятника його коливання будуть дуже близькі до гармонійних. Це дозволяє використовувати співвідношення (7.7) для експериментального визначення прискорення вільного падіння g за даними вимірів періоду коливань модельного математичного маятника. З формули (7.7) витікає:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (7.8)$$

Порядок виконання роботи

Прямі виміри

Записати параметри лабораторної установки і умови проведення досліду до таблиці 7.1.

Таблиця 7.1.

Параметри установки і умови досліду

Найменування параметра	Одиниці виміру	Значення параметра
Довжина нитки маятника, l	m	

¹ Формула (7.7) була уперше отримана і перевірена на досліді голландським вченим Гюйгенсом.

1. Оцінити, на яку максимальну відстань від вертикалі можна відхилити кульку, щоб початковий кут відхилення φ не перевищував 7° за формулою

$$x_{\max} = l \cdot \sin 7^\circ.$$

2. Відхилити кульку від вертикалі на отриману відстань і за допомогою секундоміра провести 5 вимірів часу повних десяти коливань маятника.

3. Розрахувати значення періоду коливань T і його середнє значення T_{cp} .

Результати вимірів часу коливань і розрахунку періоду занести до таблиці 7.2.

Таблиця 7.2.

Результати прямих вимірів часу коливань і розрахунку періоду.

№	t_i, c	T_i, c	T_{cp}, c	$\Delta T_i, c$	$(\Delta T_i)^2, c^2$	$\Delta T_{\text{вун}}, c$
1						
...						
5						

Обчислення похибок прямих вимірів:

1. Розрахувати для значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$ абсолютну похибку випадкових вимірів періоду коливань T за формулою:

$$\Delta T_{\text{вун}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta T_1^2 + \Delta T_2^2 + \dots + \Delta T_N^2}{N(N-1)}} = t_\alpha(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta T_i^2}{N(N-1)}}$$

2. Розрахувати абсолютну похибку виміру періоду коливань маятника за формулою:

$$\Delta T_\Sigma = \sqrt{\Delta T_{\text{сист}}^2 + \Delta T_{\text{вун}}^2}$$

де $\Delta T_{\text{сист}}$ - систематична помилка визначення часу коливань секундоміром.

3. Розрахувати відносну похибку за формулою

$$\varepsilon_T = \frac{\Delta T_\Sigma}{T_{cp}}$$

Записати результати експериментального визначення періоду коливань математичного маятника у вигляді

$$T = (T_{cp} \pm \Delta T_\Sigma) c, \quad \varepsilon_T = \quad, \quad \alpha = 0.95.$$

Непрямі виміри

Розрахувати значення прискорення вільного падіння g_{cp} за формулою:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T_{cp}^2}.$$

Обчислення похибок визначення прискорення вільного падіння:

1. Визначити відносну похибку визначення прискорення вільного падіння g за

формулою: $\varepsilon_g = \sqrt{\left(2 \frac{\Delta T_{\Sigma}}{T_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2}$

Довжина нитки і абсолютна похибка її виміру вказані на установці.

2. Розрахувати абсолютну похибку при визначенні прискорення вільного падіння g за формулою:

$$\Delta g = \varepsilon_g g_{cp}.$$

Записати результати експериментального визначення прискорення вільного падіння у вигляді:

$$g = (g_{cp} \pm \Delta g) \frac{m}{c^2}, \quad \varepsilon_g = \quad, \quad \alpha = 0.95.$$

Порівняти отримане експериментальне значення прискорення вільного падіння з літературними даними для м. Одеси - $g = 9.807 \text{ м/с}^2$.

Контрольні питання

1. Чому величина прискорення вільного падіння g залежить від широти точки на поверхні Землі?
2. Чому при визначенні періоду коливань математичного маятника початковий кут його відхилення від положення рівноваги має бути малим?
3. Момент якої сили повертає маятник до положення рівноваги?
4. Чи є маятник, який використовується у роботі, математичним?
5. Чому період коливань математичного маятника не залежить від його маси?
6. Які величини похибок (абсолютної і відносної) визначення $\sin \varphi$ виникають при використанні наближеної рівності $\sin \varphi \approx \varphi$ для $\varphi = 5^\circ$, $\varphi = 7^\circ$?

Лабораторна робота № 8
ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ПОШИРЕННЯ ЗВУКУ В ПОВІТРІ
МЕТОДОМ ЗСУВУ ФАЗ

Цілі роботи:

- ознайомитися з можливостями застосування осцилографа для вивчення електричних коливань;
- за допомогою осцилографа експериментально вивчити електричні коливання, що створюються звуковим генератором, а також збуджуються в мікрофоні гармонійною звуковою хвилею;
- якісно простежити утворення і зміну фігур Ліссажу при додаванні двох взаємно перпендикулярних гармонійних коливань;
- експериментально визначити значення швидкості звуку в повітрі.

Хвиля - це поширення в просторі коливання будь-якої фізичної величини.

У механіці розглядаються хвилі, що породжуються коливаннями окремих частинок у газоподібному, рідкому або твердому середовищі. Якщо у якійсь точці такого середовища збуджується коливання, в ньому виникає пружна напруга, яка викликає коливання сусідніх точок, тобто коливання передається від однієї точки середовища до іншої і тому поширюється в ньому.

Механічною (пружною) хвилею називається поширення механічних коливань в газоподібному, рідкому або твердому середовищі.

Хвиля, яка поширюється з кінцевою швидкістю (постійною для однорідного середовища), називається хвилею, що біжить.

Поперечною називається хвиля, в якій напрям коливань є перпендикулярним до напрямку поширення хвилі.

Поздовжньою називається хвиля, в якій напрям коливань співпадає з напрямом поширення хвилі.

Напрям поширення хвилі, що біжить, називається променем.

У рідких і газоподібних середовищах можуть поширюватися лише поздовжні механічні хвилі.

У твердих тілах поширюються і поздовжні, і поперечні механічні хвилі.

У механічній хвилі, що біжить, частинки середовища не переміщуються в напрямку поширення хвилі, а здійснюють коливання - кожна частинка коливається біля свого положення рівноваги. Тому механічна хвиля, що біжить, не переносить речовину, але переносить енергію та імпульс.

Найбільш простий вид хвильового процесу - це лінійна гармонійна хвиля однієї частоти.

Лінійною гармонійною хвилею називається поширення гармонійного коливання заданої частоти $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ або $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ з постійною швидкістю без згасання.

Хвиля характеризується:

- *основними параметрами коливання, яке поширюється :*
амплітудою A , круговою (циклічною) ω або лінійною ν частотою, періодом T і початковою фазою φ_0 ;
- *специфічними хвильовими параметрами:*
швидкістю поширення v , фазою хвилі в кожній її точці і довжиною хвилі λ .

Швидкість поширення пружної хвилі v - це швидкість, з якою поширюється в просторі коливання. Швидкість хвилі залежить від характеристики пружних властивостей χ і густини ρ середовища, в якому вона поширюється

$$v = \sqrt{\frac{\chi}{\rho}},$$

Для поздовжніх хвиль $\chi = E$, а для поперечних $\chi = 0,4 \cdot E$, де E - модуль Юнга для деформації стиску (розтягування).

Фаза хвилі в кожній її точці визначається не лише круговою частотою ω і початковою фазою φ_0 коливань джерела, але і тим, який час τ витрачає хвиля на поширення від джерела коливань до заданої точки.

Нехай в точці O середовища, де знаходиться джерело гармонійних коливань $x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, фаза коливань джерела в довільний момент часу t дорівнює $(\omega t + \varphi_0)$ і відхилення частинки середовища від положення рівноваги, що відповідає цій фазі, складає x_O - (рис. 8.1).

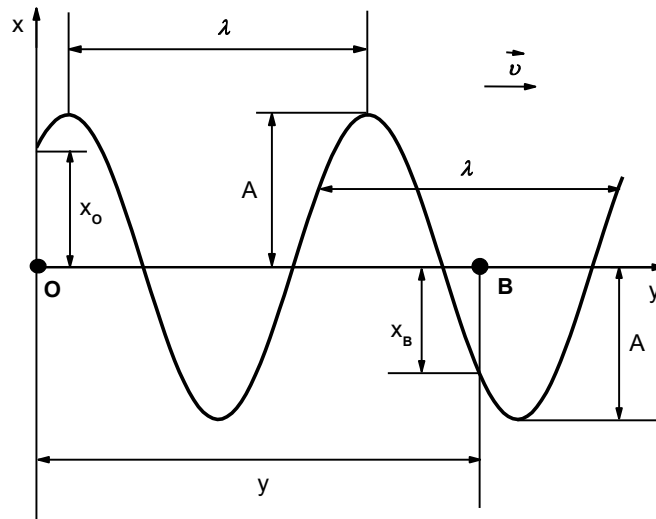


Рис. 8.1. Лінійна гармонійна поперечна хвиля, що поширюється зі швидкістю v вздовж осі Y .

Від цього джерела вздовж осі Y поширюється лінійна гармонійна хвиля. Для того, щоб коливання, збуджене в точці O , досягло довільної точки B , що знаходиться від точки O на відстані y , потрібний деякий проміжок часу, який позначимо τ . Оскільки для лінійної гармонійної хвилі швидкість поширення коливання v постійна, час τ можна виразити через відстань даної точки простору B від джерела коливань як

$$\tau = \frac{y}{v}. \quad (8.1)$$

Фаза коливань частинок середовища в точці B відрізняється від фази коливання в точці O і дорівнює $[\omega(t - \tau) + \varphi_0]$, а відповідне відхилення x_B від положення

рівноваги для коливання у цій точці задається рівнянням

$$x = A \sin[\omega(t - \tau) + \varphi_0] = A \sin\left[\omega\left(t - \frac{y}{v}\right) + \varphi_0\right]. \quad (8.2)$$

Геометричне місце точок, в яких коливання здійснюються в одній і тій самій фазі, називається хвильовою поверхнею.

У найпростішому випадку **плоскої хвилі** хвильові поверхні є паралельними площинами. Якщо джерело коливань можна розглядати як точкове, в однорідному середовищі поширюється **сферична хвиля**, хвильові поверхні якої є концентричними сферами.

Пряма, перпендикулярна хвильовій поверхні називається промінь хвилі.

Довжина хвилі λ - ця найкоротша відстань між поверхнями, де коливання здійснюються в однаковій фазі.

Іншими словами, довжина хвилі це відстань, на яку коливання поширюється за період T зі швидкістю v .

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\omega} = 2\pi \frac{v}{\omega}, \quad (8.3)$$

Тому для будь-якої точки хвилі с координатою y вздовж напрямку її поширення зміщення від положення рівноваги x у будь-який момент часу можна записати у виді

$$x = A \sin\left[\left(\omega t - 2\pi \frac{y}{\lambda}\right) + \varphi_0\right] = A \sin\left[2\pi\left(vt - \frac{y}{\lambda}\right) + \varphi_0\right]. \quad (8.4)$$

Рівняння (8.4) називається рівнянням хвилі.

Для людини дуже важливими є **звукові хвилі**, оскільки звук - одне з основних джерел інформації про світ, що оточує її.

Звуковими (або акустичними) хвилями називаються пружні хвилі, частота коливань яких лежить в інтервалі від $\nu = 20$ Гц до $\nu = 20\,000$ Гц.

У цьому діапазоні частот лежать механічні коливання, які чує людина.

Звукові коливання поширюються в твердих, рідких і газоподібних середовищах з різною швидкістю.

Нечутні, але такі, що відчуються людиною механічні хвилі:

з частотою $\nu < 20$ Гц називаються інфразвуковими

з частотою $\nu > 20\,000$ Гц називаються ультразвуковими.

Звукова хвиля в повітрі - це поширення областей його стиску і розрідження, що чергуються. Така хвиля може бути тільки поздовжньою, оскільки в повітрі, як і у будь-якому іншому газі, можлива тільки деформація стиску (розтягування). У твердих тілах звукові хвилі можуть бути як поздовжніми, так і поперечними, оскільки тверді тіла мають пружність у відношенні до деформацій стиску (розтягування) та зсуву.

Визначення швидкості звуку методом зсуву фаз.

Розглянемо випадок, коли *в деякій точці коливання збуджуються двома гармонійними поперечними хвилями однакової частоти, створюваними незалежними джерелами, для яких площини коливань взаємно перпендикулярні.* До таких хвиль застосуємо принцип суперпозиції (накладання) хвиль:

якщо властивості середовища не змінюються під дією збурень, що створюються хвилями, при поширенні в такому середовищі декількох хвиль, кожна з них поширюється так, ніби інші хвилі відсутні, а результуюче зміщення частинок середовища дорівнює геометричній сумі зміщень частинок, що породжуються кожною окремою хвилею.

Припустимо, що коливання, що збуджується в даній точці першою хвилею, відбувається вздовж осі X

$$x = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}), \quad (8.5)$$

а коливання, що викликається другою хвилею, відбувається вздовж перпендикулярної до X осі Y

$$y = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}), \quad (8.6)$$

Тоді результуючий рух лежить в площині $X - Y$. Щоб знайти траєкторію цього руху, потрібно з рівнянь (8.5) і (8.6) виключити час.

Розглянемо наступні важливі окремі випадки **складання незалежних взаємно перпендикулярних коливань**.

1. **Якщо різниця (зсув) фаз коливань, що складаються, кратна куту π**

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_{01}) - (\omega t + \varphi_{02}) = n\pi,$$

де n - будь-яке ціле число $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\omega t + \varphi_{01} = \omega t + \varphi_{02} + n\pi$$

$$\sin(\omega t + \varphi_{01}) = \sin(\omega t + \varphi_{02} + n\pi) = \pm \sin(\omega t + \varphi_{02}).$$

Тоді ділення рівнянь (8.5) на (8.6) дає

$$\frac{x}{y} = \pm \frac{A_1}{A_2}$$

$$\text{або} \quad y = \pm \frac{A_2}{A_1} x \quad (8.7)$$

Рівняння (8.7) є рівнянням прямої з кутовим коефіцієнтом $k = \pm \frac{A_2}{A_1}$. Отже, у

разі, коли **зсув фаз $\Delta\varphi$ дорівнює $\Delta\varphi = 0, \pm \pi, \pm 2\pi, \dots, \pm n\pi$, результуюче коливання здійснюється вздовж прямої лінії під кутом до осі X , тангенс якого рівний $\operatorname{tg} \alpha = \pm \frac{A_2}{A_1}$** .

2. **Якщо різниця (зсув) фаз коливань кратна непарній кількості кута $\pi/2$**

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_{01}) - (\omega t + \varphi_{02}) = (2m \pm 1)\frac{\pi}{2},$$

де m - будь-яке ціле число $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

$$\omega t + \varphi_{01} = \omega t + \varphi_{02} + (2m \pm 1)\frac{\pi}{2}$$

$$\sin(\omega t + \varphi_{01}) = \sin\left[\omega t + \varphi_{02} + (2m \pm 1)\frac{\pi}{2}\right] = \pm \cos(\omega t + \varphi_{02}).$$

Тоді

$$\frac{x}{A_1} = \pm \cos(\omega t + \varphi_{02}) \quad (8.8)$$

$$\frac{y}{A_2} = \sin(\omega t + \varphi_{02}) \quad (8.9)$$

Якщо звести у квадрат праву і ліву частини рівнянь (8.8), (8.9) і скласти їх, враховуючи основну тригонометричну тотожність $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1$, отримуємо

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1 \quad (8.10)$$

Рівняння (8.10) є рівнянням еліпса з півосями, які дорівнюють амплітуді коливання A_1 вздовж осі X і амплітуді коливання A_2 вздовж осі Y .

Отже, коли зсув фаз $\Delta\varphi$ дорівнює $\Delta\varphi = 0, \pm \pi/2, \pm 3\pi/2, \dots, \pm (2m \pm 1)\pi/2$ траєкторія результуючого зміщення частинок середовища є еліпс з осями розташованими вздовж осей X і Y .

Можна довести, що і **при будь-яких початкових фазах і будь-яких амплітудах в разі складання двох взаємно перпендикулярних коливань однакової частоти результуючий рух точки здійснюватиметься по еліпсу.** Орієнтація цього еліпса відносно осей X і Y залежатиме від фаз і амплітуд коливань, що додаються.

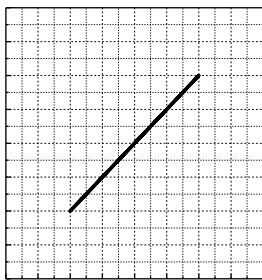
Замкнуті траєкторії, які виходять при складанні двох взаємно перпендикулярних гармонійних коливань називаються фігурами Ліссажу¹

Приклади варіантів фігур Ліссажу для різних значень зсуву фаз $\Delta\varphi$ у разі, коли амплітуди обох коливань рівні, $A_1 = A_2 = A$ приведені на рис. 8.2.

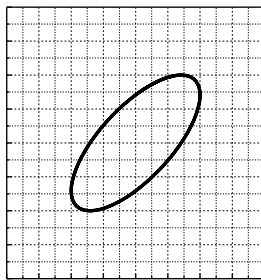
Рівняння (8.7) і/або (8.10) можна використати не лише для того, щоб знаходити відхилення від положення рівноваги в довільній точці на площині $X - Y$, де взаємно перпендикулярні коливання збуджуються двома незалежними гармонійними хвилями однакової частоти. З їх допомогою можна вирішувати **зворотну задачу**: за результатами спостереження за траєкторією руху, що виникає в результаті суперпозиції гармонійних коливань однакової частоти в

¹ Якщо коливання, що складаються, мають різні частоти, траєкторії результуючих рухів точки матимуть досить складний вигляд і форму. Лише у разі, коли частоти коливань по осях X і по Y кратні одна одній, ці траєкторії замкнуті і тоді вони є *фігурами Ліссажу*.

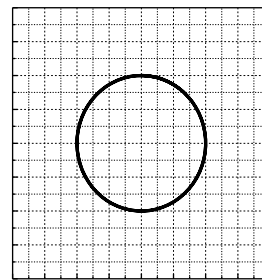
деякій точці, знаходити співвідношення амплітуд взаємно перпендикулярних коливань. Крім того, у разі, коли взаємно перпендикулярні коливання збуджуються двома незалежними гармонійними хвилями однакової частоти, спостереження за зміною виду траєкторії результуючого руху при складанні таких коливань - *пряма* $\leftrightarrow$ *еліпс* - залежно від різниці фаз коливань в деякій точці дозволяє експериментально визначати швидкість або довжину хвиль, що породжують їх.



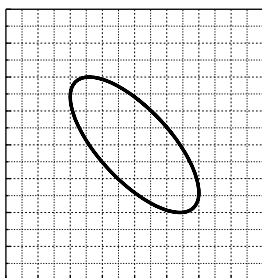
а)



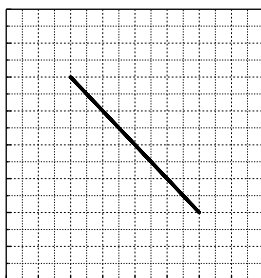
б)



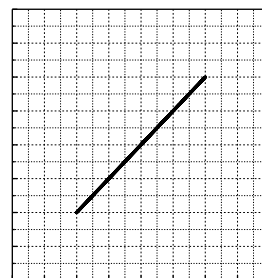
в)



г)



г)



д)

Рис. 8.2. Фігури Ліссажу при складанні взаємно перпендикулярних гармонійних коливань однакових частот і амплітуд $A_1 = A_2 = A$.

а) $\Delta\varphi = 0$; б) $\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$; в) $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$; г) $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{4}$; г) $\Delta\varphi = \pi$; д) $\Delta\varphi = 2\pi$.

Оскільки *фаза хвилі в будь-якій точці залежить від відстані від джерела до цієї точки*, змінюючи відстані між джерелами хвилі і приймальними пристроями, можна змінювати і вид результуючого коливання на пристрої, за допомогою якого проводяться спостереження.

Визначення швидкості звуку в повітрі за результатами складання взаємно перпендикулярних гармонійних коливань.

На рисунку 8.3 приведена схема лабораторної установки.

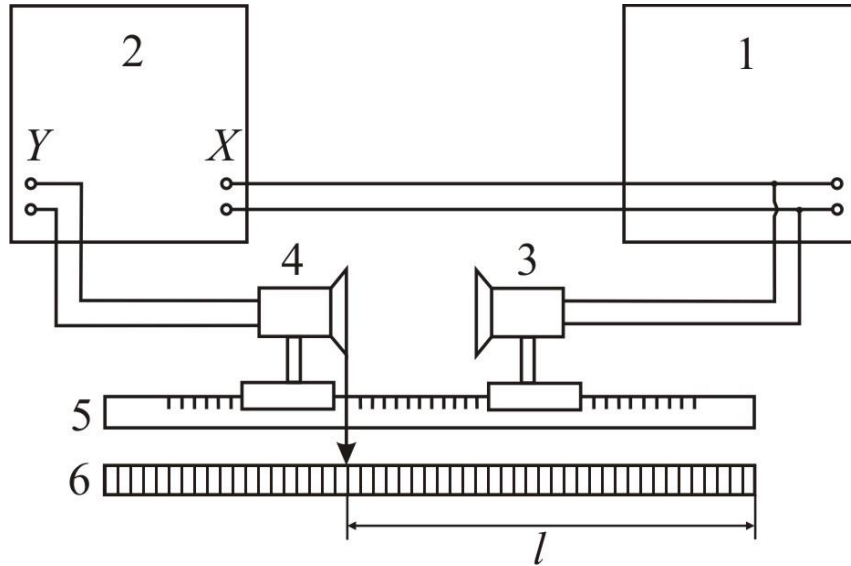


Рис. 8.3. Схема лабораторної установки.

1 - звуковий генератор, 2 - осцилограф, 3 - телефон, 4 - мікрофон
5 - направляюча рейка, 6 - мірна лінійка.

Звукова хвиля створюється телефоном 3, підключеним до звукового генератора 1, який створює синусоїдальний електричний сигнал заданої частоти. Приймачем звукової хвилі служить мікрофон 4, який перетворює звукові коливання в електричні. У мікрофоні механічні коливання його мембрани перетворюються в електричний сигнал, який подається по дротах на вхід “Y” осцилографа 2. Електричний синусоїдальний сигнал, що утворюється на виході звукового генератора, безпосередньо від нього подається по дротах на вхід “X” осцилографа. Траєкторії руху променя осцилографа на його екрані визначаються складанням гармонійних коливань, породжених цими двома електричними сигналами. Оскільки в досліді відбувається складання двох незалежних взаємно перпендикулярних електричних коливань однакової частоти, ці траєкторії є *фігурами Ліссажу*.

Телефон 3 закріплений на направляючій рейці 5, тоді як мікрофон 4 можна переміщати вздовж нього. **Різниця фаз коливань, що фіксуються осцилографом, залежить тільки від часу, який витрачається звуковою хвилею на проходження відстані між телефоном і мікрофоном.** Дійсно, електричні сигнали від телефону і мікрофону потрапляють на осцилограф по дротах із швидкістю світла ($c = 3 \cdot 10^8$ м/с), яка на багато порядків більше швидкості звуку $v_{зв}$, і фазові зсуви коливань мембран мікрофону і телефону постійні.

При переміщенні мікрофону відносно телефону *еліпс на екрані осцилографа вироджується в пряму лінію кожен раз, коли різниця фаз кратна куту π* (дивись умови виконання рівняння (8.7)). **Зміна фази коливань в хвилі на кут π відбувається на відстані, що дорівнює половині довжини хвилі $\lambda/2$.** (Вид фігур Ліссажу для різних значень різниці фаз коливань представлений на рис. 8.2).

Тому прямі виміри відстані між точками, де відбувається перетворення еліпса на пряму, дозволяють визначити довжину звукової хвилі λ . Потім, використовуючи співвідношення (8.3) $\lambda = \frac{v}{\nu}$, легко розрахувати і швидкість звуку в повітрі

$$v_{зв} = \lambda \cdot \nu \quad (8.11)$$

Порядок виконання роботи

Прямі виміри

Записати параметри лабораторної установки і умови проведення досліду в таблицю 8.1.

Таблиця 8.1.

Параметри установки і умови досліду

<i>Найменування параметра</i>	<i>Одиниці виміру</i>	<i>Значення параметра</i>
Частота коливань генератора,	$\Gamma\text{ц}$	
Частота коливань генератора,	$\Gamma\text{ц}$	
Частота коливань генератора,	$\Gamma\text{ц}$	

1. Включити осцилограф і звуковий генератор за допомогою тумблерів **“Мережа”** і дати прогрітись на протязі не менше 5 хвилин.
2. Встановити ручку **“Регулювання виходу”** генератора звукової частоти на нульове значення.
3. За допомогою ручок **“Яскравість”** і **“Фокус”** на осцилографі добитися максимальної чіткості зображення відбитка променя на екрані.
4. Підключити вихідні клеми звукового генератора до входу **“X”** осцилографа.
5. Встановити ручку осцилографа **“Синхронізація”** в положення **“Внутрішня синхронізація”**, отримати на екрані стійку синусоїду і обертаючи верньєр **“Частота”** і ручку на звуковому генераторі **“Регулювання виходу”**, простежити якісно, як змінюється ця синусоїда при зміні частоти і амплітуди коливань, що створюються звуковим генератором.
6. Підключити вихідні клеми мікрофону до входу **“Y”** осцилографа.
7. При положенні ручки осцилографа **“Внутрішня синхронізація”**, простежити якісно, як впливає на амплітуду синусоїди на екрані осцилографа зміна частоти звукової хвилі і її амплітуди, а також відстань мікрофону від телефону.
8. Поставити ручку осцилографа **“Діапазон частот”** в положення **“Вимкнено”** і підключити вихідні клеми звукового генератора до входу **“X”** осцилографа, а клеми мікрофону до входу **“Y”** осцилографа.
9. Встановити задане викладачем значення частоти коливань ν_1 звукового генератора, обертаючи його верньєр **“Частота”**.

10. Встановити телефон в такому положенні, коли відстань між ним і мікрофоном мінімальна.
11. Підвищити напругу на виході генератора, за допомогою ручки **“Регулювання виходу”** так, щоб отримати на екрані осцилографа стійке зображення у вигляді еліпса.
12. Повільно відсовувати мікрофон від телефону по направляючій рейці.
13. Визначити послідовні координати мікрофону l_i на мірній лінійці 6 в точках, де еліпс на екрані осцилографа перетворюється в пряму лінію, і занести ці координати до таблиці 8.2.
14. Виконати ті ж виміри при зворотному русі мікрофону до телефону так, щоб в результаті досліду отримати не менш ніж 15 вимірів.
15. Розрахувати відстані Δl_i між послідовними положеннями мікрофону, де еліпс на екрані осцилографа стягувався в пряму лінію, за формулою

$$\Delta l_i = l_{n+1} - l_n.$$

Розрахувати відповідні значення довжини звукової хвилі $\lambda_i = 2\Delta l_i$.

Результати вимірів l_i і обчислення Δl_i і λ_i занести в таблицю 8.2.

Таблиця 8.2.

Результати прямих вимірів.

№	$l_i, \text{см}$	$\Delta l_i, \text{см}$	$\lambda_i, \text{см}$	$\lambda_{cp}, \text{см}$	$\Delta \lambda_i, \text{см}$	$(\Delta \lambda_i)^2, \text{см}^2$	$\Delta \lambda_{\text{вип}}, \text{см}$
Частота коливань звукового генератора ν_1							
1							
...							
15							
Частота коливань звукового генератора ν_2							
1							
...							
15							
Частота коливань звукового генератора ν_3							
1							
...							
15							

16. Повторити виміри і розрахунки (пункти 9 - 16) для ще двох значень частоти коливань ν_2 і ν_3 звукового генератора і для кожного з них занести результати вимірів в таблицю 8.2.

17. Для кожного з обраних значень частоти коливань звукового генератора ν_i обчислити середні значення довжин хвиль.

Обчислення похибок прямих вимірів:

1. Вибрати значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$
2. Для кожного з обраних значень частоти коливань звукового генератора ν_i розрахувати абсолютну похибку випадкових вимірів λ_i за формулою:

$$\Delta \lambda_{\text{вип } i} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta \lambda_1^2 + \Delta \lambda_2^2 + \dots + \Delta \lambda_N^2}{N(N-1)}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta \lambda_i^2}{N(N-1)}}.$$

Значення $t_{\alpha}(N)$ вибрати за **таблицею 4** розділу “Таблиці” відповідно до кількості отриманих вимірів для кожної з частот коливань звукового генератора.

3. Розрахувати абсолютну похибку виміру $\Delta \lambda_{\Sigma}$

$$\Delta \lambda_{\Sigma i} = \sqrt{\Delta \lambda_{\text{сист}}^2 + \Delta \lambda_{\text{вип } i}^2}$$

де $\Delta \lambda_{\text{сист}}$ - систематична похибка вимірів лінійкою.

4. Розрахувати відносну похибку λ за формулою:

$$\varepsilon_{\lambda} = \frac{\Delta \lambda_{\Sigma}}{\lambda_{\text{ср}}}$$

Записати результати експериментальних вимірів довжини хвилі у вигляді:

$$\lambda = (\lambda_{\text{ср}} \pm \Delta \lambda_{\Sigma}) \text{ см}, \quad \varepsilon_{\lambda} = \quad, \alpha = 0.95.$$

Непрямі виміри

Для кожного з обраних значень частоти коливань звукового генератора ν_i обчислити значення швидкості звуку, що відповідають їм, за формулою:

$$v_{зв i} = \lambda \nu_i,$$

де ν_i - частоти коливань, що створюються звуковим генератором при проведенні досліду.

Обчислення похибок виміру швидкості звуку :

1. Визначити відносну похибку визначення швидкості звуку $\varepsilon_{v_{зв}}$, вважаючи абсолютну похибку виміру частоти $\Delta \nu = 10 \text{ Гц}$, за формулою:

$$\varepsilon_{v_{зв i}}^{експ} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \lambda}{\lambda_{ср}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \nu}{\nu_i}\right)^2}$$

2. Розрахувати абсолютну похибку експериментального визначення швидкості звуку за формулою:

$$\Delta v_{зв i} = \varepsilon_{v_{зв i}} v_{зв i}$$

Записати результат визначення швидкості звуку у вигляді:

$$v = (v_{зв} \pm \Delta v_{зв}) \frac{см}{с}, \quad \varepsilon_{v_{зв}} = \quad , \quad \alpha = 0.95$$

Контрольні питання

1. Запишіть рівняння поширення хвилі.
2. Що являє собою звукова хвиля в повітрі?
3. За яких умов на екрані осцилографа мають бути видні: еліпс, пряма, коло.
4. Яким способом у цій роботі створюється зсув фаз між взаємно перпендикулярними коливаннями променя осцилографа?
5. Які зміни відбуваються, якщо між мікрофоном і телефоном помістити руку або будь-який предмет?
6. Яким співвідношенням пов'язані між собою швидкість звуку, довжина хвилі і частота коливань?

Лабораторна робота № 9

ВИЗНАЧЕННЯ ШВИДКОСТІ ЗВУКУ МЕТОДОМ АКУСТИЧНОГО РЕЗОНАНСУ

Цілі роботи:

- ознайомитися з умовами виникнення акустичного резонансу в стовпі повітря, що знаходиться в трубі;
- експериментально визначити значення швидкості звуку в повітрі по вимірах положень пучностей в звуковій стоячій хвилі.

Коливання, яке виникає в якій-небудь точці пружного середовища, завжди передається пружними силами в сусідні точки простору. При цьому виникає немовби “естафета” передачі коливання, яка породжує його поширення в просторі, - тобто хвиля. Нагадаємо, що

хвиля - це поширення в просторі коливання будь-якої фізичної величини.

Важливо пам'ятати, що при поширенні хвилі частки середовища не переміщуються в просторі разом з хвилею. Вони тільки коливаються відносно точок, які є положеннями рівноваги для кожної частки середовища.

Якщо в середовищі поширюється одночасно декілька хвиль, а середовище таке, що його властивості не змінюються, коли по ньому проходить хвиля (лінійне середовище), для передбачення сумарної дії цих хвиль може використовуватися принцип суперпозиції (складання) хвиль, який формулюється так:

при поширенні декількох хвиль в лінійному середовищі кожна з них поширюється так, ніби інші хвилі відсутні, а результуюче зміщення частки середовища дорівнює геометричній сумі зміщень, що породжуються кожною окремою хвилею.

Характеристики результуючої хвилі в кожній її точці залежать від частот, амплітуд і початкових фаз коливань джерел цих хвиль.

Важливим, як для розуміння явищ природи, так і для практичних застосувань, є випадок одночасного поширення когерентних хвиль.

Хвилі однакової частоти, що поширюються в просторі з постійною різницею фаз, називаються когерентними.

Джерела таких хвиль також називаються когерентними.

Результат складання когерентних хвиль називається інтерференцією.

Відхилення від положення рівноваги для коливань в кожній точці лінійного середовища, куди одночасно приходять дві когерентні хвилі, можна розрахувати, якщо скласти відхилення, що викликаються кожною з цих хвиль.

Частковим випадком інтерференції є накладення двох когерентних гармонійних хвиль, що біжать одна назустріч іншій уздовж однієї прямої.

Розглянемо спрощену задачу, вважаючи, що площини коливань в обох хвилях паралельні, амплітуди коливань однакові $A_1 = A_2 = A$ і початкові фази джерел цих хвиль дорівнюють нулю. (Для поперечних хвиль ці спрощення мають бути доповнені такою умовою: площини коливань в обох хвилях співпадають.)

Виберемо будь-який напрям прямої y , уздовж якої поширюються ці хвилі, за позитивний. Тоді рівняння хвилі, що поширюється в позитивному напрямі, має вигляд:

$$x_1 = A \sin \left(\omega t - 2\pi \frac{y}{\lambda} \right), \quad (9.1)$$

а для зустрічної хвилі:

$$x_2 = A \sin \left(\omega t + 2\pi \frac{y}{\lambda} \right). \quad (9.2)$$

Тут x - величина зміщення від положення рівноваги, ω - кругова частота коливань у хвилях, λ - довжина хвиль.

Знак (+) в рівнянні (9.2) означає, що хвиля поширюється в негативному напрямі уздовж осі Y .

Складання зустрічних хвиль зображене на рис. 9.1.

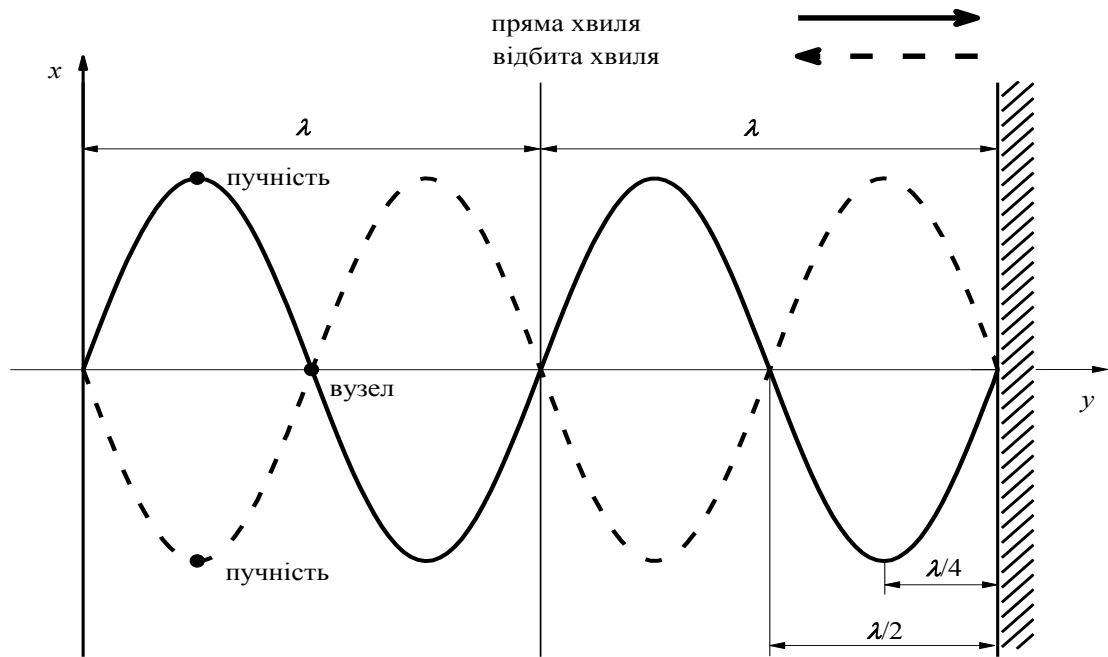


Рис. 9.1. Схема складання зустрічних хвиль.

Рівняння для сумарної хвилі, яка виникає при накладенні зустрічних хвиль, отримується як сума рівнянь (9.1) і (9.2)

$$x = x_1 + x_2 = A \sin \left(\omega t - 2\pi \frac{y}{\lambda} \right) + A \sin \left(\omega t + 2\pi \frac{y}{\lambda} \right), \text{ звідки}$$

$$x = 2A \cos 2\pi \frac{y}{\lambda} \sin \omega t \quad (9.3)$$

З рівняння сумарної хвилі (9.3) видно, що в кожній її точці частота коливань співпадає з частотою первинних (прямої і зворотної) хвиль ω , а амплітуда коливань є змінною і залежить від координати точки y : $A' = 2A \cos 2\pi \frac{y}{\lambda}$.

При цьому **в тих точках, де $\cos 2\pi \frac{y}{\lambda} = 0$, амплітуда результуючої хвилі дорівнює нулю.** У цих точках фази коливань прямої і зворотної хвиль протилежні, тобто відхилення від положення рівноваги, які породжуються кожною з них, спрямовані в протилежні сторони і гасять одне одного, і тому коливання відсутні. **Такі точки називаються вузлами хвилі.**

Координати вузлів, відповідають умові $2\pi \frac{y}{\lambda} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$, тобто

$$y = (2n+1)\frac{\lambda}{4}, \quad (9.4)$$

де n - цілі числа.

У точках, де $\cos 2\pi \frac{y}{\lambda} = 1$, амплітуда коливань максимальна і дорівнює $2A$.

Подвоєння амплітуди в них відбувається тому, що фази коливань обох хвиль (прямой і зустрічної) співпадають. Тоді напрями відхилень від положення рівноваги співпадають і коливання взаємно підсилюються. **Такі точки називаються пучностями хвилі.**

Координати пучностей задаються співвідношенням $2\pi \frac{y}{\lambda} = \pi n$, звідки

$$y = n\frac{\lambda}{2}, \quad (9.5)$$

де n - цілі числа.

Як видно з умов (9.4) і (9.5), **сусідні вузли, як і сусідні пучності, знаходяться на відстані $\lambda/2$, а відстань між найближчими сусідні вузлами і пучностями складає $\lambda/4$** (дивись рис. 9.1).

Очевидно, що **положення вузлів і пучностей не переміщуються в просторі.** Тому **хвиля, яка виникає при накладенні зустрічних когерентних хвиль з однаковими амплітудами, називається стоячою хвилею.**

Стояча хвиля утворюється, наприклад, коли на натягнутій струні, один кінець якої закріплений, а другий вільно коливається, складаються (інтерферують) пряма і відбита хвилі. Якщо в точці, де закріплена струна і де відбувається віддзеркалення хвилі, густина середовища більше або дорівнює густині матеріалу струни, в місці кріплення виникає вузол. **Причина виникнення вузла - зміна фази хвилі на протилежну при віддзеркаленні від середовища з більшою густиною.** Тому на межі між двома середовищами складаються коливання з протилежними фазами, і амплітуда результуючого

коливання обертається в нуль. При віддзеркаленні хвилі від середовища з меншою густиною, фаза коливань не змінюється і амплітуда коливань на межі дорівнює подвоєній амплітуді первинної хвилі, тобто виникає пучність.

У стоячій хвилі енергія не переноситься. Це пояснюється тим, що зустрічні хвилі мають однакові амплітуди і переносять однакову енергію в протилежних напрямках. *Повна енергія стоячої хвилі зосереджена між вузловими точками і з часом не змінюється*, відбувається тільки перехід потенціальної енергії в кінетичну енергію і навпаки. *У вузловій точці енергія хвилі дорівнює нулю, а максимального значення досягає в пучності.*

В звуковій хвилі в повітрі чергуються розрідження і ущільнення, які переміщуються уздовж лінії поширення хвилі. Тобто звук в повітрі - це повздовжня хвиля. Стояча хвиля в повітрі може виникати при складанні двох зустрічних хвиль - прямої і відбитої від перешкоди. У даній роботі реєстрація змін амплітуди такої стоячої хвилі застосовується для визначення швидкості звуку в повітрі.

Визначення швидкості звуку в повітрі методом акустичного резонансу.

У цій роботі стояча хвиля утворюється, коли звукова хвиля, що біжить по стовпу повітря в скляній трубі, відбивається від поверхні води.

На рисунку 9.2 приведена схема лабораторної установки.

Лабораторна установка включає вертикально розташовану скляну трубу 1 довжиною h_0 , частково заповнену водою, вимірну лінійку 2, широку скляну посудину 3, сполучену з трубою 1 гнучким шлангом, яку можна переміщати уздовж лінійки, і камертон 4, укріплений у верхнього відкритого краю труби 1.

Камертон - це пристрій, який використовується для створення звуку еталонної частоти (тонального звуку). Після удару по одній з ніжок камертона, його кінці починають вільно коливатися, і виникає звук строго певної висоти тону. В установці камертон 4 розташований так, що повздовжня

звукова хвиля від нього поширюється по стовпу повітря над водою уздовж осі труби 1 і відбивається від поверхні води. Хвиля, що падає, і відбита хвиля в

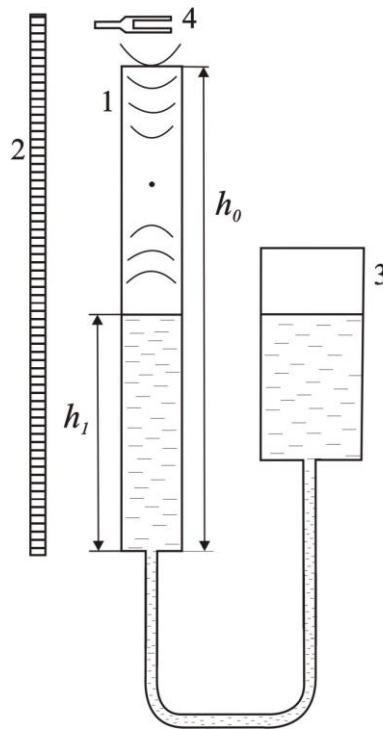


Рис. 9.2. Схема лабораторної установки.

1 - скляна трубка, 2 - вимірювальна лінійка, 3 - широка скляна посудина,
4 - камертон.

повітрі мають однакову частоту і постійний зсув фаз. Тому, накладаючись одна на одну, вони інтерферують і утворюють стоячу хвилю. Оскільки густина води набагато більше густини повітря, то в точці, де хвиля, що падає, відбивається від води, виникає вузол стоячої хвилі. Тоді, як це витікає з умов (9.4) і (9.5), пучності цієї хвилі знаходяться на відстанях від поверхні води, що дорівнюють

$l_i = \frac{1}{4}\lambda; \frac{3}{4}\lambda; \frac{5}{4}\lambda; \dots$ Варіанти стану стоячої звукової хвилі в повітряному стовпі,

що відповідають таким умовам, зображені на рис. 9.3.

Переміщення скляної посудини 3 вгору або вниз вздовж вимірювальної лінійки 2 дозволяє змінювати висоту стовпа повітря над поверхнею води в трубці 1. В разі, коли ця висота співпадатиме з одним із значень l_i , амплітуда коливань повітря на верхньому зрізі труби 1 буде максимальною. У звуковій

хвилі амплітуда хвилі визначає гучність звучання. Отже, максимальна гучність звучання реєструватиметься тоді, коли висота стовпа повітря в трубі 1 буде кратна чверті довжини хвилі - див. рис. 9.3. В цьому випадку говорять про виникнення *акустичного резонансу*¹, який в умовах досліду реєструється тоді, коли довжина повітряного стовпа дорівнює $l_i = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$, де n - натуральні числа.

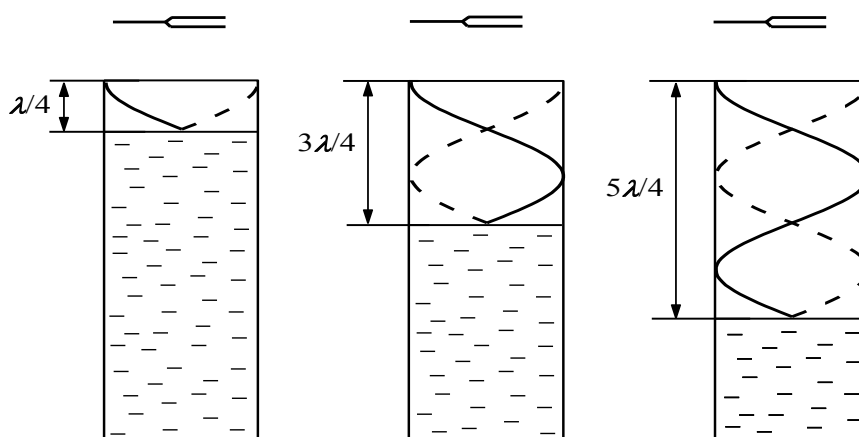


Рис. 9.3. Умови максимальної гучності звучання повітряного стовпа

Таким чином, вимір значень l_i , при яких спостерігається акустичний резонанс, дозволяє визначити довжину звукової хвилі λ , а потім, при відомій величині частоти коливань камертона (частоти звукової хвилі), знайти швидкість звуку в повітрі за формулою:

$$v_{\text{зв}} = \lambda \cdot \nu \quad (9.6)$$

¹ Нагадаємо, що **резонанс** – це явище різкого зростання амплітуди вимушених коливань в коливальній системі при наближенні частоти зовнішньої сили, яка їх породжує, до частоти яких-небудь з власних коливань даної коливальної системи.

Порядок виконання роботи

Прямі виміри

Записати параметри лабораторної установки і умови проведення досліду в таблицю 9.1.

Таблиця 9.1.

Параметри установки і умови досліду

Найменування параметра	Одиниці виміру	Значення параметра
Довжина скляної труби, h_0	см	
Частота коливань камертона № 1, ν_1	Гц	
Частота коливань камертона № 2, ν_2	Гц	
Частота коливань камертона № 3, ν_3	Гц	

1. Підняти скляну посудину в крайнє верхнє положення.
2. Різко вдарити молоточком по краю ніжки камертона і швидко опустити скляну посудину, викликаючи пониження рівня води в трубці.
3. Простежити за зміною рівня гучності звучання труби і приблизно оцінити значення координат положень поверхні води в трубці h_i на вимірювальній лінійці, при яких реєструються максимуми гучності, тобто спостерігається акустичний резонанс.
4. Уточнити послідовні значення координат h_i , що відповідають умовам акустичного резонансу, змінюючи рівень поверхні води поблизу кожного зі знайдених приблизно положень максимуму звучання труби. Результати визначення координат h_i записати в таблицю 9.2.

Таблиця 9.2.

Результати прямих вимірів.

№	h_i , см	$l_i = h_0 - h_i$, см	λ_i , см	λ_{cp} , см	$\Delta\lambda_i$, см	$(\Delta\lambda_i)^2$, см ²	$\Delta\lambda_{вип}$, см
Камертон № 1, $\nu_1 =$							
1							
2							
3							

Камертон № 2, $\nu_2 =$							
1							
2							
3							
Камертон № 3, $\nu_3 =$							
1							
2							
3							

5. Розрахувати значення висот повітряного стовпа l_i , при яких реєструвалися три послідовні резонанси, за формулою $l_i = h_0 - h_i$. (див. рис. 9.2)

6. Розрахувати довжину стоячої звукової хвилі λ_i , використовуючи умови утворення в ній послідовних пучностей, за формулами:

$$\lambda_1 = 4l_1; \quad \lambda_2 = \frac{4}{3}l_2; \quad \lambda_3 = \frac{4}{5}l_3.$$

Результати визначення l_i і λ_i записати в таблицю 9.2.

7. Замінити камертон.

8. Повторити виміри і розрахунки (пункти 1 - 6) для ще двох камертонів з частотами коливань ν_2 і ν_3 і для кожного з них занести результати вимірів в таблицю 9.2.

Обчислення похибок прямих вимірів:

1. Для вимірів, проведених з кожним з камертонів, знайти середньоарифметичне значення довжини стоячої звукової хвилі $\lambda_{срi}$, при яких реєструвалися три послідовні резонанси.

2. Вибрати значення коефіцієнта надійності $\alpha = 0.95$

3. Для вимірів, проведених з кожним з камертонів, розрахувати абсолютні похибки випадкових вимірів довжин хвиль за формулою

$$\Delta\lambda_{uni} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\Delta\lambda_1^2 + \Delta\lambda_2^2 + \dots + \Delta\lambda_N^2}{N(N-1)}} = t_{\alpha}(N) \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N \Delta\lambda_i^2}{N(N-1)}}.$$

4. Розрахувати абсолютну похибку виміру $\Delta\lambda_{\Sigma i}$

$$\Delta\lambda_{\Sigma i} = \sqrt{\Delta\lambda_{cист}^2 + \Delta\lambda_{вун i}^2}$$

де $\Delta\lambda_{cист}$ - систематична похибка вимірів по вимірювальній лінійці.

5. Розрахувати відносні похибки визначення довжин хвиль за формулою

$$\varepsilon_{\lambda i} = \frac{\Delta\lambda_{\Sigma i}}{\lambda_{cp i}}$$

Для вимірів, проведених з кожним з камертонів, записати результати експериментальних вимірів довжини хвилі у вигляді

$$\lambda = (\lambda_{cp} \pm \Delta\lambda_{\Sigma}) \text{ см}, \quad \varepsilon_{\lambda} = \quad , \alpha = 0.95$$

Непрямі виміри

Для частот коливань кожного з камертонів ν_i обчислити відповідні ним значення швидкості звуку за формулою (9.6)

$$\nu_{зв} = \lambda \cdot \nu.$$

Обчислення похибок виміру швидкості звуку:

1. Для вимірів, проведених з кожним з камертонів, визначити відносну похибку визначення швидкості звуку $\varepsilon_{\nu_{зв}}$, вважаючи абсолютну похибку виміру частоти $\Delta\nu = 5 \text{ Гц}$, за формулою

$$\varepsilon_{\nu_{зв}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{cp}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\nu}{\nu}\right)^2}$$

2. Розрахувати абсолютну похибку експериментального визначення швидкості звуку за формулою

$$\Delta\nu_{зв} = \varepsilon_{\nu_{зв}} \nu_{зв}$$

Для вимірів, проведених з кожним з камертонів, записати результат визначення швидкості звуку у вигляді

$$\nu = (\nu_{зв} \pm \Delta\nu_{зв}) \frac{\text{м}}{\text{с}}, \quad \varepsilon_{\nu_{зв}} = \quad , \alpha = 0.95$$

Контрольні питання

1. Що таке хвиля?
2. Які хвилі називають когерентними?
3. Що таке інтерференція хвиль?
4. До якого типу хвиль відноситься звукова хвиля в повітрі?
5. Як утворюється стояча хвиля?
6. Чому стояча хвиля не переносить енергію?

ТАБЛИЦІ

1. Міжнародна система одиниць (СІ)

Величина	Одиниця виміру		Позначення величин
Основні одиниці			
Довжина	1 метр	1 м	l
Маса	1 кілограм	1 кг	m
Час	1 секунда	1 с	t
Сила електричного струму	1 Ампер	1 А	I
Термодинамічна температура	1 Кельвін	1 К	T
Додаткові одиниці			
Плоский кут	1 радіан	1 рад	α
Тілесний кут	1 стерadian	1 стер	Θ
Похідні одиниці			
Площа	1 м ²		S
Об'єм	1 м ³		V
Частота	1 гц		ν
Густина	1 кг/м ³		ρ
Швидкість	1 м/с		v
Кутова швидкість	1 рад/с		ω
Прискорення	1 м/с ²		a
Кутове прискорення	1 рад/с ²		β
Сила	1 Н = 1 кг·м/с ²		F
Момент сили	1 Н·м = 1 кг·м ² /с ²		M
Момент інерції	1 кг·м ²		I
Імпульс	1 кг·м/с		p
Момент імпульсу	1 кг·м ² ·рад/с		L
Тиск	1 Па = 1 Н/м ²		P
Механічна напруга	1 Н/м ²		T
Коефіцієнт внутрішнього тертя	1 Н·с/м ²		η
Робота	1 Дж = 1 Н·м		A
Енергія	1 Дж = 1 Н·м		E
Потужність	1 Вт = 1 Дж/с		N

2. Префікси для утворення десяткових кратних і часткових одиниць

<i>Кратні</i>			<i>Часткові</i>		
префікс	позначення	множник	префікс	позначення	множник
<i>тера</i>	Т	10^{12}	<i>піко</i>	п	10^{-12}
<i>гіга</i>	Г	10^9	<i>нано</i>	н	10^{-9}
<i>мега</i>	М	10^6	<i>мікро</i>	мк	10^{-6}
<i>кіло</i>	к	10^3	<i>мілі</i>	м	10^{-3}
<i>гекто</i>	г	10^2	<i>санти</i>	с	10^{-2}
<i>дека</i>	да	10^1	<i>деци</i>	д	10^{-1}

3. Грецька абетка

Буква	Назва букви	Буква	Назва букви
A α	Альфа	N ν	Ню
B β	Бета	Ξ ξ	Ксі
Γ γ	Гамма	O o	Омікрон
Δ δ	Дельта	Π π	Пі
E ε	Епсилон	P ρ	Ро
Z ζ	Дзета	Σ σ	Сігма
H η	Ета	T τ	Тау
Θ θ	Тета	Υ υ	Іпсілон
I ι	Йота	Φ φ	Фі
K κ	Каппа	X χ	Хі
Λ λ	Лямбда	Ψ ψ	Псі
M μ	Мю	Ω ω	Омега

4. Таблиця коефіцієнтів Стюдента $t_{\alpha}(N)$ для різної кількості прямих вимірів N и для різної довірчої вірогідності α .

Число вимірів	α						
	0,800	0,900	0,950	0,980	0,990	0,995	0,999
2	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	127,66	636,62
3	1,89	2,92	4,30	6,96	9,92	14,09	31,60
3	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	7,46	12,92
4	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	5,60	8,61
5	1,48	2,02	2,57	3,65	4,03	4,77	6,86
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	4,32	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,23	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	3,83	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	3,69	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	3,58	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	3,50	4,44
12	1,36	1,78	2,18	2,68	3,08	3,43	4,18
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,11	3,37	4,22
14	1,35	1,76	2,14	2,62	2,98	3,33	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,29	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,25	4,02
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,22	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,20	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,17	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,15	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,14	3,82
22	1,32	1,71	2,07	2,51	2,82	3,12	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,10	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80	3,09	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,08	3,73
26	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78	3,07	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,06	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,05	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,04	3,85
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,03	3,65
50	1,30	1,68	2,01	2,40	2,68	3,94	3,41
100	1,29	1,66	1,98	2,36	2,63	2,87	3,39
150	1,29	1,66	1,98	2,35	2,61	2,85	3,36
200	1,29	1,65	1,97	2,35	2,60	2,84	3,34
250	1,28	1,65	1,97	2,34	2,60	2,82	3,33
300	1,28	1,65	1,97	2,34	2,59	2,83	3,32
400	1,28	1,65	1,97	2,34	2,59	2,82	3,32
500	1,28	1,65	1,96	2,33	2,59	2,82	3,31

5. Густина води при різних температурах

$t, ^\circ\text{C}$	Густина, г/см^3	$t, ^\circ\text{C}$	Густина, г/см^3	$t, ^\circ\text{C}$	Густина, г/см^3
0	0,99987	10	0,99973	25	0,99707
4	1,00000	15	0,99913	30	0,99567
5	0,99999	20	0,99823	35	0,99406

6. Густина деяких водних розчинів (г/см^3) (при 18°C)

%	KOH	KCl	NaOH	NaCl	H_2SO_4	Спирт	%
0	0,999	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0,9986	0
5	1,045	1,0308	1,0545	1,0345	1,0323	0,9898	5
10	1,091	1,0638	1,1098	1,0711	1,0669	0,9824	10
15	1,139	1,0978	1,1650	1,1090	1,1030	0,9760	15
20	1,188	1,1335	1,2202	1,1485	1,1406	0,9696	20
25	1,238	-	1,2751	1,1897	1,1796	0,9628	25
30	1,290	-	1,3290	-	1,2199	0,9551	30
35	1,344	-	1,3811	-	1,2614	0,9463	35
40	1,400	-	1,4314	-	1,3043	0,9367	40
45	1,450	-	1,4794	-	1,3490	0,9264	45
50	1,510	-	1,5268	-	1,3970	0,9155	50

7. Густина речовин (г/см^3)

Тверді тіла

Алюміній	2,69	Свинець	11,3
Залізо	7,86	Срібло	10,5
Сталь	7,8	Плексиглас	1,2
Скло	3,5	Резина	1,37

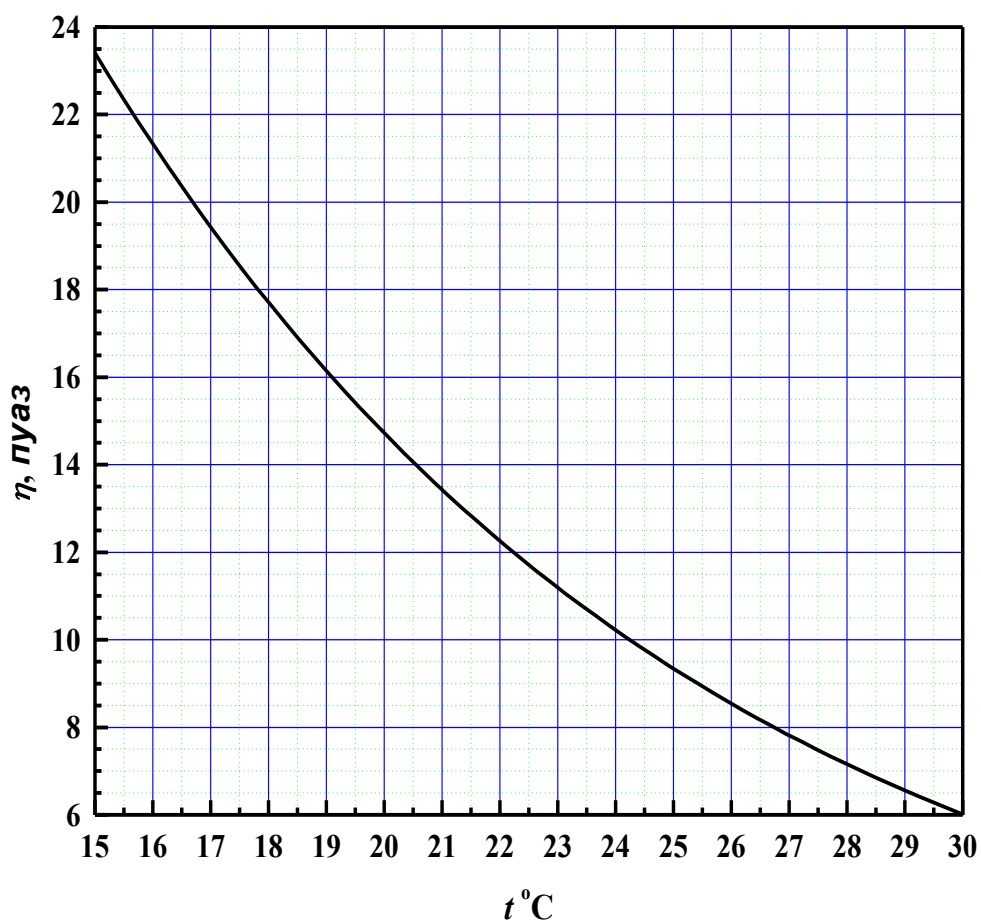
Рідини

Ртуть	13,6	Гліцерин	1,26
Спирт	0,79	Рослинна олія	0,9

8. Прискорення сили тяжіння g для різних широт на рівні моря

Широта, градуси	$g, \text{см/с}^2$	Широта, градуси	$g, \text{см/с}^2$
0	978,030	50	981,066
10	978,186	60	981,914
20	978,634	70	982,606
30	979,321	80	983,058
40	980,166	90	983,216
Київ - 50° 27' СШ	981,054	Одеса - 46° 28' СШ	980,735

9. Залежність коефіцієнту внутрішнього тертя гліцерину від температури



10. Коефіцієнт внутрішнього тертя води при різних температурах

$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, 10^{-3} \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, 10^{-3} \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$	$t, ^\circ\text{C}$	$\eta, 10^{-3} \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$
0	1,797	17	1,082	22	0,957
5	1,518	18	1,055	23	0,936
10	1,307	19	1,029	24	0,915
15	1,140	20	1,004	25	0,895
16	1,110	21	0,980	30	0,803

11. Модуль Юнга E (модуль повздовжньої пружності)

для деформації розтягування твердих тіл

Речовина	$E, 10^{11} \text{ Н/м}^2$	Речовина	$E, 10^{11} \text{ Н/м}^2$
Сталь	2,00 - 2,12	Олово	0,40 - 0,55
Алюміній	0,63 - 0,75	Мідь	1,00 - 1,30
Граніт	0,49	Каучук	0,0008

ПЕРЕЛІК НАВЧАЛЬНОЇ І МЕТОДИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Основна література.

1. Чолпан П. П. Фізика / П. П. Чолпан: Підручник для студентів природничих факультетів університетів і педагогічних інститутів. – Київ, Вища школа, 2003. – 567 с.
2. Грабовский Р. И. Курс физики / Р. И. Грабовський. – М.: Высшая школа, 1980. – 552 с.
3. Чулановская М. В. Курс физики для биологов, в 2 частях / М. В. Чулановская. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1972.
4. Белов Д. В. Краткий курс общей физики, в 4 частях / Д. В. Белов, Г. Е. Пустовалов.- М.: Изд-во МГУ, 1982.
5. Савельев И. В. Курс общей физики / И. В. Савельев: Учеб. пособие. В 3-х томах, 3-е изд., испр. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987.
6. Ремизов А. Н. Медицинская и биологическая физика / А. Н. Ремизов, А. Г. Максина, А. Я. Потапенко. - М.: Дрофа, 2003. - 560 с.
7. Копійка К. М. Курс загальної фізики для біологів, у 3-х частинах / К. М. Копійка, О. К. Копійка. – Одеса: Астропрінт, 2010.
8. Фриш С. Э. Курс общей физики, в 3-х томах / С.Э. Фриш, А.В. Тимофеева Из-во «Физматгиз», Москва, 1962.
9. Копейка К. М. Методические указания к выполнению лабораторных работ / К. М. Копейка – ОГУ, 1985-1991.
10. Магницкий В. А. Общая геофизика / В. А. Магницкий. – М.: МГУ, 1995. -317 с.

2. Додаткова література.

1. Мэрион Дж. Б. Общая физика с биологическими примерами / Дж. Б. Мэрион. – М.: Высшая школа, 1986. – 624 с.
2. Богданов К. Ю. Физика в гостях у биологов / К. Ю. Богданов. – М.: Наука, 1986. – 157 с.
3. Блюмендель Л. А. Проблемы биологической физики / Л. А. Блюмендель. – М.: Наука, 1977. – 335 с.
4. Викулин А. В. Введение в физику Земли / А. В. Викулин. – Петропавловск-Камчатский: КГПУ, 2004. – 240 с.
5. Стэйси Ф. Физика Земли / Ф. Стэйси. – М.: Мир, 1972. – 342 с.
6. Трухин В. И. Общая и экологическая геофизика / В. И. Трухин, К. В. Показеев, В. Е. Куницын. – М.: Физматлит, 2005. – 576 с.
7. Магницкий В. А. Внутреннее строение и физика Земли / В. А. Магницкий. – М.: Недра, 1965 – 379 с.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	3
1. ОРГАНІЗАЦІЯ І ПРОВЕДЕННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ	4
1.1. Правила роботи в лабораторії.....	4
1.2. Порядок виконання роботи	5
1.3. Залікові вимоги.....	7
1.4. Рекомендації щодо підготовки до роботи	8
2. ВКАЗІВКИ ДО ВИМІРЮВАНЬ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН І ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРІВ.....	9
2.1. Про вимірювання фізичних величин	9
2.2. Похибки (помилки) прямих вимірювань	10
2.2.1. Грубі помилки, або промахи.....	11
2.2.2. Систематичні помилки	11
2.2.3. Випадкові помилки	12
2.3. Обробка результатів прямих вимірів	14
2.4. Обробка результатів непрямих вимірів	19
2.5. Обчислення похибок непрямих вимірів	20
3. ПРАВИЛА ПРЕДСТАВЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ	24
3.1. Правила закруглення	24
3.2. Правила запису результатів обробки вимірів	25
3.3. Правила побудови графіків.....	27
3.4. Метод найменших квадратів.....	30
4. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ К ПРОВЕДЕННЮ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ	36

4.1. Лабораторна робота № 1. Вимірювання лінійних розмірів тіл і визначення їх об'ємів.....	36
4.2. Лабораторна робота № 2. Вивчення пружних властивостей твердого тіла і визначення модуля Юнга	44
4.3. Лабораторна робота № 3. Визначення моменту інерції махового колеса	51
4.4. Лабораторна робота № 4. Дослідження стаціонарного потоку рідини в трубі.....	61
4.5. Лабораторна робота № 5. Визначення коефіцієнта внутрішнього тертя рідини за допомогою капіляра (метод Пуазейля).....	73
4.6. Лабораторна робота № 6. Визначення швидкості осідання методом Стокса	83
4.7. Лабораторна робота № 7. Гармонійний коливальний рух. Математичний маятник	94
4.8. Лабораторна робота № 8. Визначення швидкості поширення звуку в повітрі методом зсуву фаз.....	102
4.9. Лабораторная робота № 9. Визначення швидкості звуку методом акустичного резонансу	116
ТАБЛИЦІ.....	127
ПЕРЕЛІК НАВЧАЛЬНОЇ І МЕТОДИЧНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	133

Навчальне видання

*Вовчук Яків Ілліч
Дорошенко Юлія Олександрівна
Поліщук Дмитро Дмитрович
Сидоров Володимир Іванович*

Навчально-методичний посібник за курсом загальної фізики

«Основи фізичного експерименту»

Частина 1

Механіка

Підп. до друку 29.08.2013. Формат 60х84/8.
Гарн. Таймс. Умов.-друк. арк.16,04. Тираж 45 прим.
Зам. № 692

Видавець і виготовлювач
**Одеський національний університет
імені І. І. Мечникова
Свідоцтво ДК № 4215 від 22.11.2011 р.**

Україна, 65082, м. Одеса, вул. Єлісаветинська, 12
Тел.: (048) 723 28 39. E-mail: druk@onu.edu.ua