

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

(повне найменування вищого навчального закладу)

Інститут математики, економіки і механіки

(повне найменування інституту/факультету)

Кафедра обчислювальної математики

(повна назва кафедри)

Д и п л о м н а р о б о т а

бакалавра

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему: «Антиплоська задача для сектора кола з дугоподібною тріщиною»

«The antiplane problem for a sector of a circle with an arcuate crack»

Виконав: студент денної форми навчання
напряму підготовки 6.040301 Прикладна математика

Робакідзе Дмитро Резович

(прізвище, ім'я, по-батькові)

Керівник:

доц. к ф.-м. Реут Віктор Всеволодович _____
(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали, підпис)

Рецензент:

доц. к ф.-м. Вербицький Віктор Васильович _____
(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ _____ від _____ р.

Захищено на засіданні ЕК № _____

протокол № _____ від _____ р.

Оцінка _____ / _____ / _____
(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Завідувач кафедри

Голова ЕК

(підпис)

(прізвище, ініціали)

(підпис)

(прізвище, ініціали)

Одеса – 2017

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Антиплоская задача для сектора круга	5
Постановка задачи	5
§1.1 Подбор ядра интегрального преобразования	6
§1.2 Сведение поставленной задачи к одномерной	9
§1.3 Обращение интегрального преобразования и получение расчетных формул	11
Глава 2. Концентрация напряжений вблизи концов трещины при антиплоской задаче для сектора круга	14
Постановка задачи	14
§2.1 Сведение поставленной задачи к одномерной, и её решение ...	16
§2.2 Сведение задачи к сингулярному интегральному уравнению ...	19
§2.3 Решение сингулярного интегрального уравнения	23
§2.4 Расчетные формулы	25
Заключение	27
Литература	28

Введение

Дипломная работа посвящена решению двух задач.

В первой задаче рассматривается антиплоская задача для сектора круга, прямолинейные края которого неподвижно закреплены, а вдоль криволинейной границы приложена сдвигающая касательная нагрузка вдоль оси z . Требовалось найти распределение и перемещение напряжений внутри области.

Математически такая задача сводится к отысканию и решению гармонического уравнения, удовлетворяющего граничным условиям, описывающим условия закрепления и условия вдоль криволинейной границы. С помощью интегрального преобразования Фурье задача сведена к одномерной краевой, допускающей точное решение.

После обращения интегрального преобразования получено уравнение для напряжения в виде рядов.

Вторая задача посвящена исследованию концентраций напряжений вблизи концов трещины в антиплоской задаче.

Рассматривалась антиплоская задача для сектора круга, прямолинейные края которого закреплены, а вдоль криволинейной границы приложена сдвигающая касательная нагрузка вдоль оси z . Внутри сектора вдоль дуги имеется трещина, берега которой свободны от напряжений.

Требуется найти концентрацию напряжений вблизи концов трещины.

Математически такая задача сводится к отысканию и решению гармонического уравнения, удовлетворяющего граничным условиям, описывающим условия закрепления на прямолинейной грани и условия на криволинейной границе.

После преобразования Фурье задача сведена к одномерной краевой задаче, для которой построена функция Грина.

После обращения к преобразованию Фурье задача сведена к сингулярному интегральному уравнению относительно неизвестного скачка перемещений при переходе через трещину.

Решение этого уравнения строилось методом ортогональных многочленов путем разложения неизвестных функций в ряд по многочлену Чебышева второго рода.

При этом коэффициенты разложения оказались решениями бесконечной системы линейных алгебраических уравнений второго рода, допускающих метод редукции.

Полученные расчетные формулы для вычисления коэффициентов интенсивности вблизи концов трещины.

Заключение

Получены эффективные приближенные решения двух задач:

1. Антиплоской задачи для сектора круга, прямолинейные края которого неподвижно закреплены.

Получены формулы для отыскания перемещений напряжений внутри области.

2. Решение задачи о концентрации напряжений вблизи концов трещины для сектора круга, прямолинейные края которого неподвижно закреплены, а вдоль криволинейной границы приложена касательная сдвигающая нагрузка вдоль оси z . Внутри сектора круга имеется трещина, берега которой свободны от напряжений.

Получены расчетные формулы для отыскания коэффициентов интенсивности вблизи концов трещины.

Литература

1. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений. – М.: Наука, 1982 г, – 387 с.
2. Попов Г.Я., Реут В.В., Вайсфельд Н.Д. Рівняння математичної фізики. Методи інтегральних перетворень. – Одеса, изд-во «Астропринт» – 2009 г. – 183 с.
3. Омельченко А.В. Методы интегральных преобразований в задачах математической физики – М.: Изд-во МЦНМО, 2010 г. – 181 с.
4. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963 г, – 1111 с.
5. Справочник по специальным функциям (под редакцией М.Абрамовица и И.Стиган) || Москва, «Наука» 1979 г – 832 с.