УДК 534.222.2

С. К. Асланов

Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова

Об учете пространственного размера заряда в теории взрывной ударной волны

Теоретически исследуется процесс затухания ударной волны, порожденной взрывом сферического заряда. Основой служат построенные автором ранее аналитическое решение такой же задачи для точечного взрыва с учетом противодавления и теория эквивалентного точечного взрыва. С помощью аналитического сращивания асимптотического решения газодинамических уравнений в дальней зоне взрыва с начальными условиями возникновения ударного фронта на границе взрывающегося заряда удается найти единообразную зависимость давления во фронте ударной волны от расстояния на всем бесконечном промежутке ее распространения. Общность полученного результата подтверждается достаточно хорошим согласованием с экспериментальными данными, как для горючих газовых объемов, так и для зарядов твердых взрывчатых веществ.

Всякий заряд, обладая определенной массой, занимает в пространстве соответствующий объем, характерный размер которого играет роль геометрического масштаба для процесса формирования и дальнейшего распространения ударной волны (УВ), порождаемой взрывом. В то же время последний имеет второй линейный масштаб, связанный с соотношением между выделившейся при взрыве энергией и противодавлением окружающей среды, отражающий динамическую природу. Наличие этих двух характерных масштабов, значительно отличающихся по величине друг от друга, создает непреодолимые математические трудности решения начально-краевой задачи о взрыве, которая попадает в класс труднейших задач с так называемыми особыми возмущениями.

Однако, именно геометрический масштаб является определяющим для характера поведения ударного фронта (УФ) в ближней зоне заряда, и необходимость его учета, прежде всего, приобретает значение для облаков горючих газообразных и аэрозольных систем, которые обладают сравнительно небольшой объемной плотностью энергии. Решение проблемы принципиально осложнено наличием внутренних сильных разрывов и, в первую очередь, вторичного УФ, который сразу же возникает в продуктах взрыва при выходе (распаде) детонационного скачка на внешнюю границу заряда. Кроме того, образующаяся ударная волна, которая уходит в окружающую среду, характеризуется неограниченной величиной интенсивности своего начального затухания. Этим объясняется наличие лишь соответствующих численных расчетов и результатов экспериментальных измерений с естественной ограниченностью области надежного применения [1-5], тем более в ближней зоне от взрывающегося объема.

В [6] было построено приближенное аналитическое решение задачи для распространяющегося фронта УВ от точечного взрыва (ТВ) с учетом противодавления окружающей среды p_0 с отношением теплоемкостей γ, справедливое во всей полубесконечной области существования УВ и хорошо согласующееся с результатами численного расчета [7], наиболее детального из всех известных. Для этого производилось сращивание четырехчленного асимптотического разложения в дальней зоне [8,9] с таковым же непосредственно в особой точке (центре взрыва) [8,10].

Первые два слагаемых построенного решения [6], которые соответственно обеспечивают главный член асимптотики в дальней зоне $(R^0 >> 1)$ и особенность решения в центре $(R^0 = 0)$, имеют следующий вид:

$$\Delta p = \frac{p_f}{p_0} - 1 = \frac{\mathrm{A}_1}{R^0 \sqrt{\ln[(R^0/R_*^0) + C_0]}} + \frac{\mathrm{A}_2}{R^0 \ln^2[(R^0/R_*^0) + 1]} \quad ;$$

$$R^0 = r_1^0 / r_d^0 \; ; \; r_d^0 = \sqrt[3]{E_0^0 / p_0} \; ; \qquad (1)$$

$$\mathrm{A}_1 = 0{,}2639 \; ; \; \mathrm{A}_2 = 0{,}01673 \; ; \; R_*^0 = 3{,}06 \; ; \; C_0 = 1{,}36 \text{ для } \gamma = 1{,}4 \; ;$$

где r_1^0 — радиус УВ; p_f — давление на ее фронте; r_d^0 — динамический радиус; E_0^0 — энергия взрыва; верхний индекс “0” означает принадлежность параметров к ТВ.

В работе [10] была развита теория асимптотически эквивалентного ТВ (АЭТВ), которая устанавливает энергетическое подобие в дальней зоне между взрывом сферического заряда радиуса r_0 с энергией E_0 и ТВ с энергией E_0^0. А именно: чтобы получить избыточное давление Δp на УФ от взрыва заряда конечного объема (ВЗКО), необходимо в асимптотическом представлении, вытекающем из (1) при $R^0 >> 1$, вместо R^0 использовать величину $R^0 = R \cdot \eta^{-1/3}$, где $R = r_1 / r_d$ и $r_d = \sqrt[3]{E_0 / p_0}$, а r_1 и r_d — относятся к ВЗКО. Масштабный коэффициент $\eta = E_0^0 / E_0 < 1$ указанного пересчета**,** являясь интегральным параметром, выражается найденными [10] (с.47) аналитическими зависимостями, включающими в себя удельное энерговыделение детонирующего объема, а также отношения удельных теплоемкостей для окружающей среды (γ), исходной горючей смеси (γ_1) и продуктов взрыва (γ_2), давление p_0.

В настоящей работе, базируясь на результатах [6,10], удается произвести аналитическое сращивание асимптотического представления $(R >> 1)$ решения для Δp от сферически симметричного ВЗКО с начальными условиями возникновения фронта образующейся УВ непосредственно на внешней границе заряда $r = r_0$ $(R_0 = r_0/r_d)$. Это позволило получить теоретическую зависимость величины максимального давления во взрывной УВ на всем промежутке $R_0 \le R < \infty$ ее распространения, в достаточной степени согласующуюся с эмпирическими данными для различных горючих систем [3,4].

В случае ВЗКО газообразного или аэрозольного типа, обладающих небольшой объемной плотностью энергии (на три порядка ниже конденсированных взрывчатых веществ — КВВ), теряет смысл учет в выражении (1) второго члена, которым представляется особенность ТВ, имеющего бесконечную плотность энергии своего источника. Тогда после указанного выше сведения этого АЭТВ с энергией E_0^0 к ВЗКО с радиусом R_0 и энергией E_0 будем иметь

$$\Delta p = \frac{\mathrm{A}_1}{R_\eta \sqrt{\ln[(R_\eta / R_*) + C]}}\,;\; R_\eta = R \cdot \eta^{-1/3}\,;\; R_{\eta 0} = R_0 \cdot \eta^{-1/3}\,; \qquad (2)$$

где величина A_1 заимствуется из (1); энергетический коэффициент подобия вычисляется по формулам (3.12), (3.13), полученным в [10] для самоподдерживающейся детонации Жугэ, инициированной из центра $R = 0$.

При сращивании представления (2), обеспечивающего правильную асимптотику [8] при $R >> 1$, с условиями на границе заряда $R = R_0$ определяются величины R_* и C. Последняя из них выражается в виде

$$R = R_0\,;\; a_j = \frac{\mathrm{A}_j}{R_{\eta 0}\Delta p_0}\,; \qquad (3)$$

из требования: $\Delta p = \Delta p_0$ при $R = R_0$ — совпадения с начальным значением давления Δp_0 в УВ, образующейся в окружающей среде в результате распада разрыва при выходе детонационного фронта на поверхность заряда. Решение такой задачи о распаде разрыва хорошо известно [11].

Для того, чтобы отразить влияние геометрического размера R_0 заряда, представим R_* в следующей форме:

$$R_* = R_*^0 \cdot [\,1 - \mathrm{A} \cdot (\gamma_1/\gamma_2) \cdot (\eta_0/\eta)^{1/3} \cdot R_0\,]\,;\; \mathrm{A} > 0\,; \qquad (4)$$

где присутствие (γ_1/γ_2) связано с различием физических свойств исходной горючей системы “1” и продуктов взрыва “2”. С целью отразить энергетическое влияние конечности взрывающегося объема указанный выше закон асимптотического подобия применим непосредственно на границе заряда, используя при этом энергетический коэффициент η для АЭТВ в масштабе такового η_0 при $R = R_0$, что выделит множитель $(\eta_0/\eta)^{1/3}$. Сам же локальный коэффициент η_0 можно определить из условия совпадения Δp_0 с величиной Δp при $R = R_0$ из аналитического решения [8] для сильного ТВ. Положительность коэффициента A вытекает из необходимости увеличения Δp с приближением ВЗКО к ТВ $(R_0 = 0)$, когда объемная плотность энергии вкладывается целиком в УВ.

Строгое же определение этого коэффициента, математически замыкающее рассматриваемую проблему сращивания асимптотических представлений при $R >> 1$ и $R \cong R_0$, затруднительно по следующей причине. Из решения задачи о сферическом распространении детонации известно, что профиль детонационной волны обладает бесконечной крутизной на своем фронте. Поэтому следует ожидать, что УВ, возникающая в окружающей среде в результате распада разрыва при выходе детонационного фронта на границу сферического заряда $R = R_0$, будет также характеризоваться предельным начальным градиентом избыточного давления на своем фронте: $[d(\Delta p)/dR]_{R=R_0} \to -\infty$. В качестве способа преодоления возникающей трудности определения константы A, можно предложить использовать величину q_0 отношения такой неограниченной начальной крутизны спада зависимости $\Delta p(R)$ для воздушной и кислородной смесей одного и того же горючего. Тогда с помощью (2), (3) получаем

$$q_0 = \left\{ \frac{[d(\Delta p)/dR]_{в}}{[d(\Delta p)/dR]_{к}} \right\}_{R=R_0} = \frac{\Delta p_0^{в} R_0^{к}}{\Delta p_0^{к} R_0^{в}} \cdot \frac{1 + \dfrac{R_{\eta 0}^{в}}{2a_{1в}^2 \cdot \exp(a_{1в}^2) \cdot R_*^{в}}}{1 + \dfrac{R_{\eta 0}^{к}}{2a_{1к}^2 \cdot \exp(a_{1к}^2) \cdot R_*^{к}}}, \qquad (5)$$

где индексы “*в*” и “*к*” относятся соответственно к воздушной и кислородной смеси, для которых объемные плотности заряда различаются в несколько раз. Приведение обоих случаев к ТВ согласно указанному выше локальному подобию при $R = R_0$ $(E_0^0 = \eta_0 E_0)$ позволяет выделить в (5) множитель $(\eta_0^{к}/\eta_0^{в})^{1/3}$, который и принимается в качестве количественной оценки величины q_0. Используя это значение вместе с выражениями вида (4), получим из (5) квадратное уравнение для нахождения константы A. В результате приходим к аналитически единообразному представлению (2) избыточного давления во фронте взрывной УВ на всем промежутке ее распространения

$R_0 \le R < \infty$, которое достаточно хорошо количественно согласуется с экспериментальными результатами [4] по детонации сферических объемов топливно-воздушных (ТВС) и топливно-кислородных (ТКС) смесей в нормальной атмосфере ($\gamma = 1,4$).

Эти результаты, будучи приведенными к безразмерному виду с использованием динамического радиуса r_d, описываются [4] следующими эмпирическими зависимостями:

$$\Delta p = \frac{b_0}{R^{1,7}}, \text{ когда } b_* \le R \le 0,858; \; \Delta p = \sum_{i=1}^{3} \frac{b_i}{R^i}, \text{ когда } 0,858 < R; \tag{6}$$

для ТВС: $b_* = 0,229; \quad b_0 = 0,311; \quad b_1 = 0,172; \quad b_2 = 0,115 \quad b_3 = 0,0586;$

для ТКС: $b_* = 0,143; \quad b_0 = 0,406; \quad b_1 = 0,192; \quad b_2 = 0,139 \quad b_3 = 0,0820.$

В непосредственной близости от поверхности заряда $R = R_0$ на расстоянии около $0,25 \cdot R_0$ наблюдается резкое двукратное падение начального давления во фронте УВ.

Рассматривая в качестве характерного горючего газа пропан, будем по [4] иметь исходные параметры, необходимые для построенной выше теории. В случае воздушной смеси: теплота сгорания $Q^в = 835$ $ккал/м^3$; $R_0^в = 0,1909$; $\gamma_1 = 1,38$; $\gamma_2 = 1,25$; $\Delta p_0^в = 13,71$; $p_0 = 1$ $атм$; если привести к безразмерному виду. Применяя асимптотику [8] ТВ при $R^0 << 1$: $\Delta p_{ТВ} = 0,1567 \cdot (R^0)^{-3}$, из условия подобия $\Delta p_{ТВ}(R_0) = \Delta p_0$ находим $\eta_0^в = 6,3816 \cdot \Delta p_0 R_0^3 = 0,6094$. В случае кислородной смеси: теплота сгорания $Q^к = 3450$ $ккал/м^3$; $R_0^к = 0,1186$; $\gamma_1 = 1,34$; $\gamma_2 = 1,24$; $\Delta p_0^к = 24,16$; $\eta_0^к = 0,2572$. С помощью соответствующих формул [10] для реальной (самоподдерживающейся) детонации Жугэ можно найти энергетические коэффициенты: $\eta_в = 0,8020$ и $\eta_к = 0,8295$.

Подстановка в (5) принятой оценки для $q_0 \approx (\eta_0^к / \eta_0^в)^{1/3}$ и основных параметров дает квадратное уравнение

$$0,01883\text{А}^2 - 1,1050\text{А} + 3,1558 = 0 \text{ с корнями } 3,01 \text{ и } 55,69.$$

Последний из них не пригоден, поскольку приводит к $R_* < 0$, так что с точностью $0,3\%$ остается принять в выражении (4)

$$\text{А} = 3. \tag{7}$$

Тем самым удается теоретически получить единообразное во всем диапазоне $R_0 \le R < \infty$ распределение $\Delta p(R)$, которое является результатом аналитического сращивания асимптотического решения ($R >> 1$) газодинамических уравнений [8] с начальными условиями ($R >> 1$) возникновения фронта УВ.

Найденная теоретическая зависимость (2) достаточно хорошо согласуется (как для ТВС, так и для ТКС) с эмпирическими данными (6) из [4], где приводится полный набор необходимых характерных параметров, включая начальные Δp_0, полученные по решению конкретных задач о распаде детонационного скачка при его выходе на границу взрывчатого объема. Различие теории и эксперимента находится в пределах 10%, что согласуется с указанной в [4] ($5 \div 10$)%-ной ошибкой измерений параметров УВ. Резкое падение теоретического распределения (2) с удалением от заряда в непосредственной близости к нему, а именно: в 2 раза внутри области $R < 1{,}25R_0$, соответствует наблюдаемому. Оно связано с исключительно большой величиной начального градиента

$$tg\,\beta_0 = -\left.\frac{d(\Delta p)}{dR}\right|_{R=R_0} = \frac{\Delta p_0}{R_0} \cdot \left[1 + \frac{R_{\eta 0}}{2a_1^2 \cdot \exp(a_1^2) \cdot R_*}\right], \tag{8}$$

где β_0 — величина угла наклона касательной к кривой $\Delta p(R)$ (2) в точке $R = R_0$.

По (8) для смеси пропана с воздухом получим:

$$tg\ \beta_0^{в} = 715{,}597\,;\ \beta_0^{в} = 89^o{,}92\,;$$

для кислородной смеси соответственно —

$$tg\ \beta_0^{к} = 956{,}859\,;\ \beta_0^{к} = 89^o{,}94\,;$$

что дает всего лишь 0,09%– и 0,07%–ное отклонение от 90^o, т.е. бесконечного градиента.

Заряды конденсированных взрывчатых веществ (КВВ) обладают объемной плотностью, на 3 порядка превосходящей таковую у газообразных горючих систем. Благодаря этому обстоятельству характер взрыва КВВ имеет определенные черты ТВ (с бесконечной объемной плотностью энергии), что заставляет принять во внимание второй член в (1), чтобы обеспечить правильный предельный переход при $R_0 = 0$ [8]. Тогда, подобно (2), можно записать

$$\Delta p = \frac{A_1}{R_\eta \sqrt{\ln[(R_\eta / R_*) + C]}} + \frac{A_2}{R_\eta \ln^2[(R_\eta / R_*) + C_1 + 1]}, \tag{9}$$

где $C_1 = B \cdot (\eta_0 / \eta)^{1/3} \cdot R_0$; A_1 и A_2 заимствуются из (1), а C_1 выражается в виде, аналогичном (4). Коэффициент B, т.е. величина C_1, находится из выполнения заданного условия $\Delta p(R_0) = \Delta p_0$ следующим образом:

$$C_1 = \exp(\xi) - \frac{R_{\eta 0}}{R_*} - 1, \quad \xi = \sqrt{\frac{a_2}{1 - a_1 \cdot \ln^{-1/2}[(R_{\eta 0}/R_*) + C]}}. \qquad (10)$$

Однако, теперь в силу очень большой объемной плотности заряда из КВВ в качестве энергетического коэффициента подобия с ТВ вблизи его границы $R = R_0$ следует принять значение $\eta_0 = \eta(R_0)$ согласно указанной выше процедуры вычисления, т.е. $R_{\eta 0} = R_0 \eta_0^{-1/3}$.

Из-за малости величин (η_0/η) и R_0, связанной со значительной плотностью энергии заряда, можно просто принять $R_* \approx R_{*0}$. Определение величины C требует задания еще одного условия для математического замыкания проблемы аналитического сращивания асимптотического решения ($R >> 1$) газодинамических уравнений с начальным состоянием ($R = R_0$) возникновения УВ. В качестве такого условия естественно использовать опять-таки свойства начального градиента $tg \ \beta_0 = -[d(\Delta p)/dR]$ при $R = R_0$. Не трудно показать, что последний по параметру C обладает максимумом, который имеет место при выполнении уравнения

$$\frac{\exp(\xi)}{(R_{\eta 0}/R_*) + C}\left\{1 + \frac{3}{2\ln[(R_{\eta 0}/R_*) + C]}\right\} - \frac{3}{\xi} - 1 = 0. \qquad (11)$$

Поскольку теоретически ожидаемое начальное значение крутизны падения кривой избыточного давления в УВ не ограничено сверху, это уравнение может быть принято для определения величины C.

В случае тротила, как характерного КВВ, имеем по [11]: плотность заряда $1,62\ г/см^3$; $Q = 1,701 \cdot 10^6\ ккал/м^3$; $\gamma_2 = 1,25$ (для расширившихся продуктов взрыва), начальное давление возникновения УВ — $670\ кГ/см^2 \approx 650\ атм$, т.е. $\Delta p_0 \approx 649$. Тогда находим по [10] $\eta = 0,9543$; а также $\eta_0 = 0,01407$; $R_0 = 0,01503$. В результате уравнение (11) дает $C = 0,9902$ и по (10) — $\mathrm{B} = 0,2447$, так что задача сращивания получает окончательное решение в виде единообразного аналитического распределения избыточного давления в УВ (9) во всем диапазоне ее распространения $R_0 \le R < \infty$. Причем, как отмечалось выше, в непосредственной близости от границы заряда (практически, начиная с $R < 4R_0$) в (9) уже следует использовать энергетический коэффициент η_0, т.е. $R_\eta = R\eta_0^{-1/3}$.

В случае тротила величина начального градиента будет выражаться соответственно

$$tg\ \ \beta_0 = -\frac{d(\Delta p)}{dR}\bigg|_{R=R_0} = \frac{\Delta p_0}{R_0}\cdot\left[1+\frac{a_1}{2\left(1+\frac{R_* C}{R_{\eta 0}}\right)\ln^{3/2}\left[\frac{R_{\eta 0}}{R_*}+C\right]}\right.$$

$$\left.+\frac{2a_2}{\left(1+\frac{R_*(C_1+1)}{R_{\eta 0}}\right)\ln^3\left[\frac{R_{\eta 0}}{R_*}+C_1+1\right]}\right] = 1{,}232\cdot 10^5,$$

чему отвечает $\beta_0 = 89^o{,}9995$; составляя 90^o с точностью до 0,0005%.

В результате отличие полученного теоретического распределения избыточного давления (9) для тротила от эмпирических данных Садовского [12] b_1 = 0,234, b_2 = 0,227, b_3 = 0,167 ($0{,}1<\Delta p<10$) не превосходят 10%, достигая своего наибольшего значения лишь вблизи R = 1,5

Литература:

1. Фонарев А.С., Чернявский С.Ю. Расчет ударных волн при взрыве сферических зарядов взрывчатых веществ в воздухе // Механика жидкости и газа. — 1968. — №5. — С. 169-174.
2. Ждан С.А. Расчет взрыва газового сферического заряда в воздухе // Журнал прикладной механики и технической физики. — 1975. — №6. — С. 56-62.
3. Садовский М.А. Механическое действие воздушных ударных волн по данным экспериментальных исследований // Сборник “Физика взрыва”, №1. — Москва: АН СССР. — 1952.
4. Когарко С.М., Адушкин В.В., Лямин А.Г. Исследование сферической детонации газовых смесей // Физика горения и взрыва. — 1965. — Вып. 2. — С. 22-34.
5. Борисов А.А., Гельфанд Б.Е., Цыганов С.А. О моделировании волн давления, образующихся при детонации и горении газовых смесей // ФГВ. — 1985. — Т.21, №2. — С. 57-69.
6. Асланов С.К. Об асимптотике взрывных ударных волн // Доклады (Доповіді) НАН Украины. — 2003. — №4. — С.40-44.
7. Охоцимский Д.Е., Кондрашева И.Л., Власова З.П., Козакова Р.К. Расчет точечного взрыва с учетом противодавления. — Москва: Труды математического института АН СССР. — 1957. — т.50. — С. 156.

8. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. 9-е изд. — Москва: Наука, 1981. — 448 с.
9. Якимов Ю.Л. Об асимптотических решениях одномерного неустановившегося движения идеального газа и об асимптотических законах затухания ударных волн // Прикладная математика и механика. — 1955. — Т.19, вып.6. — С. 681-692.
10. Асланов С.К., Голинский О.С. Энергия асимптотически эквивалентного точечного взрыва для взрыва заряда конечного объема в совершенном газе // Журнал Прикладной механики и технической физики. — 1988. — №6. — С. 44-51.
11. Физика взрыва / под редакцией К.П. Станюковича. — Москва: Наука, 1975. — 704 с.
12. Губкин К.Е. Распространение взрывных волн // Механика в СССР за 50 лет. — Т.2: Механика жидкости и газа. — Москва: Наука, 1970. — С. 269-311.

С. К. Асланов

Про врахування просторового розміру заряду в теорії вибухової ударної хвилі

АНОТАЦІЯ

Теоретично досліджується процес затухання ударної хвилі, що виникає у наслідок вибуху сферичного заряду. В основу покладені аналітичне рішення подібної задачі для точкового вибуху із врахуванням протитиску та теорія еквівалентного точкового вибуху, що раніше побудовані автором. За допомогою аналітичного зрощування асимптотичного розв'язку газодинамічних рівнянь в дальній зоні вибуху з початковими умовами виникнення ударного фронту на границі заряду, що вибухнув, вдалось знайти одностайну залежність тиску на фронті ударної хвилі від відстані на всьому нескінченному проміжку її розповсюдження. Загальність отриманого результату підтверджується достатньо хорошим погодженням з експериментальними даними, як для горючих газових об'ємів, так і для зарядів твердих вибухових речовин.

Aslanov S. K.

On accounting of space size charge in the theory of blast shock wave.

SUMMARY

The paper analyzed theoretically the process of decay of shock wave from the explosion of spherical charge. On the basis of analytical solution of the same problem for point explosion with regard to counterbalance given previously and theory of equivalent point explosion. With the help of the analytical combination of asymptotical solution of gas-dynamic equations in the far explosion zone with initial conditions of shock front formation on the boundary of explosive charge it was possible to establish uniform dependence of pressure in the front of shock wave from distance in the endless interval of its spreading. The results obtained are congruent with the experimental data for combustible gases' volumes and for charge of hard explosion substances.