Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра оптимального керування та економічної кібернетики

Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

«Використання глибинного навчання у розв'язуванні NP-складних задач»

«Usage of Deep Learning for solving NP-hard problems»

Виконав: здобувач денної форми навчання
спеціальності 113 Прикладна математика
Освітня програма «Прикладна математика»
Пасенченко Томас Олексійович

Керівник: канд. фіз.-мат. наук, доц. Страхов Є. М. ________
Рецензент: канд. техн. наук, проф. Мороз В. В.

Рекомендовано до захисту:
Протокол засідання кафедри
№ ___ від ____________ 2022 р.
Завідувач кафедри
________ ________________

Захищено на засіданні ЕК № ____________
Протокол № ___ від ____________ 2022 р.
Оцінка ________ / ________ / ________
Голова ЕК
________ ________________

Одеса — 2022 р.

ЗМІСТ

Вступ 4

1 Складність задач та основні NP-складні задачі 5

1.1 Основні класи обчислювальної складності . . . 5

1.2 Задачі комбінаторної оптимізації . . . 6

1.3 NP-повні задачі комбінаторної оптимізації на графах . . . 7

2 Огляд методів навчання з підкріпленням 8

2.1 Основні поняття . . . 8

2.1.1 Марковський процес вирішування . . . 8

2.1.2 Рівняння оптимальності Беллмана . . . 9

2.2 Класифікація методів навчання з підкріпленням . . . 12

2.2.1 Методи без моделі . . . 12

2.2.2 Методи, засновані на моделі середовища . . . 14

3 Розв'язання NP-складних задач на графах за допомогою навчання з підкріпленням 17

3.1 Загальний підхід . . . 18

3.1.1 Зведення задачі до MDP . . . 18

3.1.2 Вибір графової нейронної мережі . . . 19

3.1.3 Застосування алгоритму навчання з підкріпленням . 21

3.2 Методи . . . 21

3.2.1 S2V-DQN . . . 21

3.2.2 CompOpt Zero . . . 23

4 Розв'язання задачі о мінімальном вершинном покритті за допомогою методу CombOpt Zero 27

4.0.1 Постановка задачі . . . 27

4.0.2 Тестові дані . . . 27

4.0.3 Реалізація методу . . . 28

4.0.4 Процес тренування . . . 29

4.0.5 Результати . . . 30

Висновки 31

Список літератури 32

ВСТУП

Розв'язання NP-складних задач є ключовим етапом в оптимізації багатьох процесів у різних галузях науки та техніки. Наприклад, розв'язання задачі о знаходженні маршруту транспортного засобу може значно прискорити логістику, розв'язок задачі про мінімальне вершинне покриття - допомогти вирішити задачі генетики [27].

Свої застосування теорія графів та задачі з неї знаходять у хімії, фармації, фізиці, біології, урбаністиці та проектуванні життєво важливих інфраструктурних мереж [20]. Тому розробка методів ефективного розв'язання таких задач зараз є актуальним напрямком наукових досліджень.

Для NP-складних задач з теорії графів було розроблено багато різних методів розв'язання - починаючи з класичних апроксимаційних та еврістичних алгоритмів, завершуючи комерційними розв'язувачами.

З розвиненням машинного навчання, задачі на графах почали вирішувати його методами. Але вирішувалися лише окремі задачі, та загального підходу до розв'язання такого роду задач не існувало.

У 2017 році був запропонований загальний підхід до розв'язання класу NP-складних задач комбінаторної оптимізації на графах [7]. У 2019 році він був покращений та розширений ще на декілька задач [9]. Наразі, дослідження за даною темою продовжуються.

Метою цієї роботи є ознайомлення із сучасними методами розв'язання найбільш поширених NP-складних задач на графах та застосування одного з цих методів для розв'язання задачі про мінімальне вершинне покриття.

ВИСНОВКИ

У даній роботі були розглянуті основні класи обчислювальної складності задач та наведений перелік поширених NP-складних задач на графах.

Розглянуто основні поняття навчання з підкріпленням та наведена базова класифікація його методів.

Були описані та порівняні сучасні методи та підходи для розв'язання широкого класу NP-повних оптимізаційних задач на графах.

В останьому розділі цієї роботи за допомогою новітнього методу CombOpt Zero [9] на прикладі чотирьох графів з наукового репозиторію мережевих даних Network Data Repository [20] була розв'язана задача про мінімальне вершинне покриття. Отримані результати були проаналізовані.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. T. H. Cormen, C. E. Leiserson et al. Introduction to Algorithms. MIT Press, 2009.
2. R. S. Sutton and A. G. Barto. Reinforcement Learning, second edition: An Introduction. MIT Press, 2008.
3. C. Watkins. Q-Learning. Kluwer Academic Publishers, Boston, Machine Learning, 8, pp. 279-292, 1992.
4. R. M. Karp. Reducibility Among Combinatorial Problems. In R. E. Miller; J. W. Thatcher; J.D. Bohlinger (eds.). Complexity of Computer Computations. New York: Plenum. pp. 85–103, 1972.
5. Q. Ma et al. Combinatorial Optimization by Graph Pointer Networks and Hierarchical Reinforcement Learning. arXiv preprint 1911.04936, 2019.
6. V. Mnih et al. Human-level control through deep reinforcement learning. In Nature 518, 529–533, 2015. https://doi.org/10.1038/nature14236
7. Hanjun Dai et al. Learning Combinatorial Optimization Algorithms over Graphs. NIPS proceeding, 2017.
8. Christian Lowens Solving the Traveling Salesperson Problem with Precedence Constraints by Deep Reinforcement Learning. arXiv preprint 2207.01443, 2022.
9. K. Abe, Z. Xu et al. Solving NP-Hard Problems on Graphs with Extended AlphaGo Zero. arXiv preprint 1905.11623v2, 2019.
10. N. Mingshuo, C. Dongming and W. Dongqi. Reinforcement learning on graphs: A survey. arXiv preprint arXiv:2204.06127, 2022.
11. T. D. Barrett et al. Learning to Solve Combinatorial Graph Partitioning Problems via Efficient Exploration. arXiv preprint arXiv:2205.14105, 2022.
12. H. Khadilkar. Solving the capacitated vehicle routing problem with timing windows using rollouts and MAX-SAT. arXiv preprint arXiv:2206.06618, 2022.
13. A. I. Garmendia et al. Neural Combinatorial Optimization: a New Player in the Field. arXiv preprint arXiv:2205.01356, 2022.
14. L. Ardon. Reinforcement Learning to Solve NP-hard Problems: an Appli-

cation to the CVRP. arXiv preprint arXiv:2201.05393, 2022.

15. S. Cook. The complexity of theorem-proving procedures. Proceedings of the third annual ACM symposium on Theory of computing (pp. 151-158), 1971.
16. N. Mazyavkina et al. Reinforcement Learning for Combinatorial Optimization: A Survey. arXiv preprint arXiv:2003.03600v3, 2020.
17. A. Paszke et al. Pytorch: An imperative style, high-performance deep learning library. arXiv preprint arXiv:1912.01703, 2019.
18. A. Hagberg et al. Exploring network structure, dynamics, and function using NetworkX. Proceedings of the 7th Python in Science Conference (SciPy2008), pp. 11–15, 2008.
19. P. Erdos. On random graphs. Publicationes mathematicae, 6:290–297, 1959.
20. R. Rossi and N. Ahmed. The Network Data Repository with Interactive Graph Analytics and Visualization. AAAI, 2015.
21. H. Dai et al. Discriminative embeddings of latent variable models for structured data. In International Conference on Machine Learning, 2016.
22. T. Kipf and M. Welling. Semi-supervised classification with graph convolutional networks. In International Conference on Learning Representations, 2017.
23. D. Silver et al. Mastering the game of go without human knowledge. Nature, 550(7676):354, 2017.
24. D. Silver et al. Mastering chess and shogi by self-play with a general reinforcement learning algorithm. arXiv preprint arXiv:1712.01815, 2017.
25. J. Schrittwieser et al. Mastering Atari, Go, Chess and Shogi by Planning with a Learned Model. arXiv preprint arXiv:1911.08265, 2019.
26. W. Ye et al. Mastering Atari Games with Limited Data. arXiv preprint arXiv:2111.00210, 2021.
27. G. Lancia et al. SNPs Problems, Complexity and Algorithms. ESA 2002, LNCS 2161, pp. 182-193, 2001.