

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

(повне найменування вищого навчального закладу)

Інститут математики, економіки і механіки

(повне найменування інституту/факультету)

геометрії і топології

(повна назва кафедри)

Дипломна робота

магістра

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему: **«Геодезичні відображення ріманових просторів з афінорними
структурами різних типів»**

«Geodesic mappings of Riemannian spaces with special affinor structures»

Виконала: студентка денної форми навчання
спеціальності 8.04020101 Математика

Цвентух Катерина Михайлівна

(прізвище, ім'я, по-батькові)

Керівник к.ф. - м.н. доцент Курбатова І.М.

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали,
підпис)

Рецензент к.ф. - м.н. доцент Покась С.М.

(науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ _____ від _____ р.

Захищено на засіданні ДЕК № _____

протокол № _____ від _____ р.

Оцінка _____ / _____ / _____
(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Завідувач кафедри

Голова ДЕК

(підпис)

(прізвище, ініціали)

(підпис)

(прізвище, ініціали)

Одеса – 2017 року

Зміст

1	Вступ	3
2	Основні поняття і визначення	4
3	Поняття геодезичного відображення ріманових просторів	7
4	Геодезичні відображення ріманових просторів (V_n, g_{ij}, F_i^h) з коваріатно-сталою афінорною структурою на $(\bar{V}_n, \bar{g}_{ij}, \bar{F}_i^h)$ при умові $\bar{F}_{hi} = -\bar{F}_{ih}$	8
5	Геодезичні відображення ріманових просторів (V_n, g_{ij}, F_i^h) з коваріатно-сталою афінорною структурою на $(\bar{V}_n, \bar{g}_{ij}, \bar{F}_i^h)$ при умові $\bar{F}_{hi} = \bar{F}_{ih}$	11
6	Геодезичні відображення ріманових просторів (V_n, g_{ij}, F_i^h) з рекурентною афінорною структурою на $(\bar{V}_n, \bar{g}_{ij}, \bar{F}_i^h)$ при умові $\bar{F}_{hi} = -\bar{F}_{ih}$	15
	Список літератури	17

1 Вступ

Задача про геодезичне відображення ріманових просторів була поставлена Леві-Чівіта у роботі [5] більш ніж 100 років тому. Питаннями класифікації ріманових просторів, що допускають нетривіальні геодезичні відображення при різних умовах на метрику, присвячені роботи Фубіні, А.С.Солодовнікова, П.А.Шірокова, Н.С.Сінюкова, А.З.Петрова.

У 1961 році Н. С. Сінюковим були знайдені основні рівняння теорії геодезичних відображень в новій формі [3], які, на відміну від рівнянь Леві-Чівіта, були лінійними. Це дозволило для будь-якого ріманова простору в принципі з'ясувати, чи допускає воно нетривіальне геодезичне відображення, і якщо допускає, знайти всі такі простори, на які даний простір може бути відображено. Нова форма основних рівнянь геодезичних відображень виявилася ефективною і при дослідженні ряду інших питань, зокрема, дозволила виділяти широкі класи ріманових просторів, що не допускають нетривіальні геодезичні відображення. На цьому шляху різні типи ріманових просторів, що не допускають нетривіальні геодезичні відображення, були знайдені Й.Мікешем [2] і Е.Н.Сінюковою.

В останні десятиліття особливо інтенсивно розвивалася теорія дифеоморфізмів афіннозв'язних і ріманових просторів, забезпечених афінорними структурами різних типів. Так, докладно досліджувалися голоморфно-проективні відображення келерових просторів зі збереженням комплексної структури. Основні результати в цьому напрямку містяться в роботах Т.Оцукі і Я.Тасіро, К.Яно, С.Ісіхара, Й.Мікеша. Самі ж голоморфно-проективні відображення є природним узагальненням відображень геодезичних.

Як показали К. Яно і В. Вестлейк [4], геодезичні відображення келерових просторів зі збереженням комплексної структури тривіальні. У зв'язку з цим має сенс розглядати або геодезичні відображення келерових просторів без умови збереження комплексної структури, або відмовитися від келеровості. Ми вибрали останній варіант.

Метою данної роботи було отримання аналогів теореми Яно-Вестлейко з урахуванням послаблення умов на афінорну структуру. В підсумку ми повністю відмовилися від умови на квадрат афінора, а також зняли вимогу узгодження афінорної структури з метричним тензором одного з просторів, які знаходилися в геодезичному відображенні.

Список літератури

- [1] Беклемишев Д. В. Дифференциальная геометрия пространств с почти комплексной структурой // Итоги науки: Геометрия, 1963. М.: ВИНТИ 1965. С.165-212.
- [2] Микеш Й. Геодезические и голоморфно-проективные отображения специальных римановых пространств / Дис. на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н. – Одес.ун-т, Одесса, 1979. – 100с.
- [3] Синюков Н.С. Геодезические отображения римановых пространств // М.: Наука, 1979. – 256 с.
- [4] Синюков Н.С., Курбатова И.Н., Микеш Й. Голоморфно-проективные отображения келеровых пространств // ОГУ, Одесса. 1985.- 70с.
- [5] Yano K. Differential Geometry of Complex and Almost Complex Spaces / Pergamon Press, 1965.