

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова

(повне найменування вищого навчального закладу)

Факультет математики, фізики та інформаційних технологій

(повне найменування інституту/факультету)

Кафедра теоретичної фізики та астрономії

(повна назва кафедри)

Д и п л о м н а р о б о т а

магістра

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему: «Динаміка саморушної рідини в області обмеженої геометрії»

«Dynamics of self-propelling particles in regions of bounded geometry»

Виконав: студент денної форми навчання

спеціальність: 104- Фізика та астрономія

Базей Олександр Олександрович

Керівник д.ф.-м.н., проф. Кулінський В.Л. _____

Рецензент д.ф.-м.н., проф. Полетаєв М.І.

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ __ від __.__.2019 р.

Захищено на засіданні ЕК № __

протокол № __ від __.__.2019 р.

Оцінка _____ / _____ / _____
(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Завідувач кафедри

Голова ЕК

_____ Адамян В.М.
(підпис)

_____ Шевчук В.Г.
(підпис)

Одеса – 2019

ЗМІСТ

ВСТУП	3
ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ	5
ПРЕДМЕТ ДОСЛІДЖЕННЯ	9
МОДЕЛЬ ВІЧЕКА	9
РІВНЯННЯ ДЛЯ МІКРОСКОПІЧНОЇ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЩІЛЬНОСТІ ФАЗИ	12
ВНУТРІШНІЙ ТИСК ДЛЯ СИСТЕМИ ВІЧЕКА З РОЗПОДІЛОМ ШВИДКОСТЕЙ	16
ОДНОЧАСТИНКОВА ФУНКЦІЯ РОЗПОДІЛУ	21
СТАЦІОНАРНИЙ ПОТІК ВСЕРЕДИНІ СФЕРИ	23
ПОРІВНЯННЯ РЕЗУЛЬТАТУ З ТЕОРІЄЮ	26
ВИСНОВКИ	28
ЛІТЕРАТУРА	29
ДОДАТОК 1	33

ВСТУП

Вивчення колективних явищ у системах активних агентів є важливим та швидко розвивається у сфері статистичної фізики завдяки потенційному застосуванню до динаміки живої речовини [1,2]. Це явище широко спостерігається в природі на різних рівнях організації, включаючи синхронність у поведінці комах, зграї птахів, рух транспорту та складних соціальних поведінок [1,3–5]. Ці системи по суті є нерівноважними, і їх динаміка не є суворо гамільтоновою через обмін інформацією, який включає загалом не тільки позиції сусідів, але і їх швидкість. Існує два класи моделей, які широко використовуються. Найпростіша і найвдаліша модель систем саморушних частинок була введена Т. Вічеком [12].

Завдяки простому формулюванню, але нетривіального характеру, вона відіграє роль, аналогічну моделі Ізінга в теорії фази переходу. Ми називаємо це стандартною моделлю Vicsek (SVM) [2]. Він створив низку публікацій [6,7,13–16] через його простоту і найбільш змістовним відображенням реальності.

Є багато питань, які ще потрібно з'ясувати для моделі. Модель Vicsek може бути модифікована для включення нематичної нерівності [16,18], неметричної взаємодії [19]. Крім того, його можна розширити, включивши перешкоди в якості неоднорідного середовища [20,21]. Тип фазового переходу є однією з головних відкритих проблем. Невідомо то чи то безперервне [22–25], або дискретне [15,26–28], і чи залежить це від типу стохастичного збурення. Наближення середнього поля аналогічної мережевої моделі [23] та самої моделі Вічека [29] демонструють залежність характеру (безперервного або переривчастого) переходу від типу шуму.

У [37,19] Ліувільський формалізм був використаний як вихідний пункт. Факторизація точної функції розподілу N -частинок до одночастинкових функцій призводить до кінетичного рівняння для одночастинкової функції. Отримане кінетичне рівняння враховувало зіткнення багатьох частинок, але

нехтувало кореляцією між частинками, що є дуже важливий у стандартній моделі Вічека.

У цій роботі ми використовуємо відомий метод щільності мікроскопічної фази [41]. У рамках цього підходу кінетичне рівняння будується безпосередньо на основі рівнянь руху без посилення на функцію розподілу N-частинок. Наскільки нам відомо, насамперед такий підхід для саморушної системи з взаємодією типу Вічека регулярно використовували П. Дегонд та С. Мотш[42,43]. У цих роботах були запропоновані гідродинамічні рівняння для рідини Вічека[44,45]. Метод мікроскопічної щільності фаз, з одного боку, добре відомий зі статистичної механіки і використовувався для опису, наприклад, плазми, а з іншого боку, відрізняється від підходу Больцмана, який ґрунтується на факторизації функції розподілу N-частинок[35–37,19]. Підхід Больцмана та факторизація припускають, що система розрідження. Підхід мікроскопічної щільності фаз показує у який спосіб враховувати складніші кореляції. У цій роботі ми розглянемо лише найпростіший випадок, отримавши рівняння аналогічним до рівняння Ейлера для звичайної рідини. Питання про ідеальну межу рідини Вічека ніколи раніше не ставилося. Ми показують, що така межа є важливою відправною точкою для гідродинаміки саморушної рідини.

Ми використовуємо основне рівняння для функціональної щільності мікроскопічної фази в якості вихідної точки через її прямий зв'язок з рівнянням руху. Наш головний інтерес - отримати рівняння, аналогічне рівнянню Ейлера, але для рівняння самохідної рідини з основних рівнянь руху та порівняти її з відомими результатами: феноменологічними, а також отриманими з кінетичних підходів.

ВИСНОВКИ

Моделі саморушних частинок як системи з груповою поведінкою мають велику кількість теоретичних та практичних застосувань, тому цей розділ потребує більших глибокого та всебічного вивчення. Метою даної роботи є розробка універсальної моделі для дослідження подібних систем та вивести рівняння внутрішнього тиску для систем с рівномірним розподілом модулів швидкості частинок.

На основі досягнутих результатів можна зробити наступні висновки:

1. Моделювання показало вихід системи на стаціонарний стан; причому має вигляд аксіально-ізотропної течії для рівномірного розподілу швидкостей, та скупчення частинок з середньою швидкістю у групу у випадку нормального та пуассонівського розподілу.
2. Від початкового розподілу швидкостей радикально відрізняється стаціонарний стан системи.
3. Побудована модель внутрішнього тиску демонструє утворення аксіально симетричної течії з кутовим розподілом поблизу екваторіальної області, але не описує радіальний розподіл густини, що свідчить про необхідність вдосконалення моделі для одночастникової функції розподілу f_1 .

ЖИТЕПАТҮПА

1. C. Castellano, S. Fortunato, V. Loreto, Statistical physics of social dynamics, *Rev. Modern Phys.* 81 (2) (2009) 591–646. URL <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.81.591>.
2. T. Vicsek, A. Zafeiris, Collective motion, *Phys. Rep.* 517 (3–4) (2012) 71–140. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physrep.2012.03.004>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157312000968>.
3. D. Helbing, Traffic and related self-driven many-particle systems, *Rev. Modern Phys.* 73 (2001) 1067–1141. URL <http://link.aps.org.janus.lib.tue.nl/doi/10.1103/RevModPhys.73.1067>.
4. S. Ramaswamy, The mechanics and statistics of active matter, *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* 1 (1) (2010) 323–345. <http://arjournals.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev-conmatphys-070909-104101>.
5. D.H. Kelley, N.T. Ouellette, Emergent dynamics of laboratory insect swarms, *Sci. Rep.* 3 (2013) 1–7. <http://dx.doi.org/10.1038/srep01073>.
6. H.G. Tanner, A. Jadbabaie, G.J. Pappas, Flocking in teams of nonholonomic agents, *Coop. Control* (2005) 229–239. URL <http://www.springerlink.com/content/u7yjl2c4cfjml8eh>.
7. F. Cucker, S. Smale, Emergent behavior in flocks, *IEEE Trans. Automat. Control* 52 (5) (2007) 852–862. <http://dx.doi.org/10.1109/TAC.2007.895842>.
8. F. Schweitzer, *Brownian Agents and Active Particles*, in: Springer Series in Synergetics, Springer, 2001.
9. P. Romanczuk, M. Bär, W. Ebeling, B. Lindner, L. Schimansky-Geier, Active brownian particles from individual to collective stochastic dynamics, *Eur.Phys. J. Spec. Top.* 202 (2012) 1–162. <http://dx.doi.org/10.1140/epjst/e2012-01529-y>.
10. E. Ben-Jacob, I. Cohen, H. Levine, Cooperative self-organization of microorganisms, *Adv. Phys.* 49 (4) (2000) 395–554. URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/000187300405228>.
11. C. Reynolds, Flocks, herds and schools: a distributed behavioral model, *ACM SIGGRAPH Comput. Graph.* 21 (1987) 25–34.
12. T. Vicsek, A. Czirók, E. Ben-Jacob, I. Cohen, O. Shochet, Novel type of phase transition in a system of self-driven particles, *Phys. Rev. Lett.* 75 (6) (1995) 1226–1229. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.1226>.
13. J. Toner, Y. Tu, Long-range order in a two-dimensional dynamical XY model: How birds fly together, *Phys. Rev. Lett.* 75 (23) (1995) 4326–4329. URL <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.75.4326>.
14. M. Aldana, C. Huepe, Phase transitions in self-driven many-particle systems and related non-equilibrium models: A network approach, *J. Stat. Phys.* 112 (1) (2003) 135–153. URL <http://dx.doi.org/10.1023/A:1023675519930>.
15. G. Grégoire, H. Chaté, Onset of collective and cohesive motion, *Phys. Rev. Lett.* 92 (2004) 025702. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.025702>.

16. F. Peruani, A. Deutsch, M. Bär, Nonequilibrium clustering of self-propelled rods, *Phys. Rev. E* 74 (3) (2006) 030904. URL <http://link.aps.org/abstract/PRE/v74/e030904>.
17. A. Bricard, J.-B. Caussin, N. Desreumaux, O. Dauchot, D. Bartolo, Emergence of macroscopic directed motion in populations of motile colloids, *Nature* 503 (7474) (2013) 95–98. URL <http://dx.doi.org/10.1038/nature12673>.
18. F. Ginelli, F. Peruani, M. Bär, H. Chaté, Large-scale collective properties of self-propelled rods, *Phys. Rev. Lett.* 104 (18) (2010) 184502. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.184502>.
19. Y.-L. Chou, R. Wolfe, T. Ihle, Kinetic theory for systems of self-propelled particles with metric-free interactions, *Phys. Rev. E* 86 (2012) 021120. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.86.021120>.
20. O. Chepizhko, E.G. Altmann, F. Peruani, Optimal noise maximizes collective motion in heterogeneous media, *Phys. Rev. Lett.* 110 (2013) 238101. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.110.238101>.
21. O. Chepizhko, F. Peruani, Diffusion, subdiffusion, and trapping of active particles in heterogeneous media, *Phys. Rev. Lett.* 111 (2013) 160604. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.160604>.
22. M. Nagy, I. Daruka, T. Vicsek, New aspects of the continuous phase transition in the scalar noise model (snm) of collective motion, *Physica A* 373 (0)(2007) 445–454. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2006.05.035>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378437106006510>.
23. M. Aldana, V. Dossetti, C. Huepe, V.M. Kenkre, H. Larralde, Phase transitions in systems of self-propelled agents and related network models, *Phys. Rev. Lett.* 98 (9) (2007) 095702. URL <http://link.aps.org/abstract/PRL/v98/e095702>.
24. M. Aldana, H. Larralde, B. Vázquez, On the emergence of collective order in swarming systems: a recent debate, *Internat. J. Modern Phys. B* 23 (18) (2009) 3661–3685. URL [arXiv:http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S021797920905355](http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S021797920905355)
25. G. Baglietto, E.V. Albano, Nature of the order–disorder transition in the vicsek model for the collective motion of self-propelled particles, *Phys. Rev. E* 80 (2009) 050103. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.80.050103>.
26. H. Chaté, F. Ginelli, G. Grégoire, Comment on “phase transitions in systems of self-propelled agents and related network models”, *Phys. Rev. Lett.* 99(22) (2007) 229601. URL <http://link.aps.org/abstract/PRL/v99/e229601>.
27. H. Chaté, F. Ginelli, G. Grégoire, F. Raynaud, Collective motion of self-propelled particles interacting without cohesion, *Phys. Rev. E* 77 (2008) 046113. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.77.046113>.

- 28.F. Peruani, F. Ginelli, M. Bär, H. Chate, Polar vs. apolar alignment in systems of polar self-propelled particles, *J. Phys. Conf. Ser.* 297 (1) (2011) 012014. URL <http://stacks.iop.org/1742-6596/297/i=1/a=012014>.
- 29.A.A. Chepizhko, V.L. Kulinskii, The kinetic regime of the vicsek model, *AIP Conf. Proc.* 1198 (1) (2009) 25–33. <http://dx.doi.org/10.1063/1.3284421>. URL <http://link.aip.org/link/?APC/1198/25/1>.
- 30.Y. Kuramoto, International Symposium on Mathematical Problems in Theoretical Physics, in: H. Araki (Ed.), *Lecture Notes in Physics*, vol. 30, Springer, New York, 1975, p. 420.
- 31.J.A. Acebrón, L.L. Bonilla, C.J.P. Vicente, F. Ritort, R. Spigler, The kuramoto model: A simple paradigm for synchronization phenomena, *Rev. Modern Phys.* 77 (1) (2005) 137–185. URL <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.77.137>.
- 32.A. Chepizhko, V. Kulinskii, On the relation between vicsek and kuramoto models of spontaneous synchronization, *Physica A* 389 (23) (2010) 5347–5352. <http://dx.doi.org/10.1016/j.physa.2010.08.016>. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/B6TVG-50THXC6-6/2/5b67364752c0271cb3dde971deb0c486>.
- 33.J. Toner, Y. Tu, Flocks, herds, and schools: A quantitative theory of flocking, *Phys. Rev. E* 58 (1998) 4828–4858. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.58.4828>.
- 34.V.L. Kulinskii, V.I. Ratushnaya, Zvelindovsky, D. Bedeaux, Collective behavior in the system of self propelling particles with kinematic constraints, *Europhys. Lett.* 71 (2) (2005) 207–213. <http://iopscience.iop.org/0295-5075/71/2/207;jsessionid=5CAEEDEA9CC08AA572FD3CD7BC562FA6.c3>. <http://dx.doi.org/10.1209/epl/i2005-10086-2>.
- 35.E. Bertin, M. Droz, G. Grégoire, Boltzmann and hydrodynamic description for self-propelled particles, *Phys. Rev. E* 74 (2006) 022101. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.74.022101>.
- 36.E. Bertin, M. Droz, G. Gregoire, Hydrodynamic equations for self-propelled particles: microscopic derivation and stability analysis, *J. Phys. A* 42 (44)(2009) 445001+. arXiv:0907.4688, URL <http://dx.doi.org/10.1088/1751-8113/42/44/445001>.
- 37.T. Ihle, Kinetic theory of flocking: Derivation of hydrodynamic equations, *Phys. Rev. E* 83 (3) (2011) 030901. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.83.030901>.
- 38.F. Thüroff, C.A. Weber, E. Frey, Critical assessment of the Boltzmann approach to active systems, *Phys. Rev. Lett.* 111 (2013) 190601. URL <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.190601>.
- 39.G.P. Saracco, G. Gonnella, D. Marenduzzo, E. Orlandini, Equilibrium and dynamical behavior in the vicsek model for self-propelled particles under

- shear, Cent. Eur. J. Phys. 10 (2012) 1109–1115.
<http://dx.doi.org/10.2478/s11534-012-0111-2>.
40. J.A. Pimentel, M. Aldana, C. Huepe, H. Larralde, Intrinsic and extrinsic noise effects on phase transitions of network models with applications to swarming systems, Phys. Rev. E 77 (6) (2008) 061138.
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.77.061138>.
 41. Y. Klimontovich, Statistical Physics, Harwood Academic Publishers, NY, 1986.
 42. P. Degond, S. Motsch, Macroscopic limit of self-driven particles with orientation interaction, C. R. Math. 345 (10) (2007) 555–560.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.crma.2007.10.024>. URL
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1631073X07004256>.
 43. P. Degond, S. Motsch, Continuum limit of self-driven particles with orientation interaction, Math. Models Methods Appl. Sci. 18 (supp 01) (2008) 1193–1215. URL
<http://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218202508003005>.
 44. A. Frouvelle, A continuum model for alignment of self-propelled particles with anisotropy and density-dependent parameters, Math. Models Methods Appl. Sci. 22 (07) (2012) 1250011. URL
[arXiv:http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S021820251250011X](http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S021820251250011X).
 45. P. Degond, J. Hua, Self-organized hydrodynamics with congestion and path formation in crowds, J. Comput. Phys. 237 (0) (2013) 299–319.
<http://dx.doi.org/10.1016/j.jcp.2012.11.033>. URL
<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021999112007139>.
 46. A.P. Solon, J. Tailleur, Revisiting the flocking transition using active spins, Phys. Rev. Lett. 111 (2013) 078101. URL
<http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.078101>.
 47. A.S. Mikhailov, A.Y. Loskutov, Foundations Of Synergetics II - Complex Patterns, Springer-Verlag, 1996.
 48. Y. Tu, J. Toner, M. Ulm, Sound waves and the absence of galilean invariance in flocks, Phys. Rev. Lett. 80 (21) (1998) 4819–4822. URL
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.4819>.
 49. Z. Csahók, T. Vicsek, Lattice-gas model for collective biological motion, Phys. Rev. E 52 (5) (1995) 5297+. URL
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.52.5297>.
 50. P. Degond, A. Frouvelle, J.-G. Liu, Macroscopic limits and phase transition in a system of self-propelled particles, J. Nonlinear Sci. 23 (2013) 427–456.
<http://dx.doi.org/10.1007/s00332-012-9157-y>.
 51. V. Kulinskii, A. Chepizhko, Self-propelling particles as a new challenge for nonequilibrium statistical mechanics (2012) URL
<http://www.complexfluids.ethz.ch/CONF/g/SLIDES/Kulinskii.pdf>.