

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова  
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій  
Кафедра методів математичної фізики

## Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

«Антиплоська задача теорії пружності для складеної  
смуги з міжфазним дефектом»

«Antiplane problem of the theory of elasticity for a  
composite band with an interfacial defect»

Виконав: здобувач денної форми навчання  
спеціальності 113 Прикладна математика  
Освітня програма «Прикладна математика»  
Василевський Іван Юрійович

Керівник: канд. фіз.-мат. наук, доц. Процеров Ю. С. \_\_\_\_\_

Рецензент: канд. фіз.-мат. наук, доц. Журавльова З.Ю.

Рекомендовано до захисту:

Захищено на засіданні ЕК № \_\_\_\_\_

Протокол засідання кафедри

Протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ 2022 р.

№ \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ 2022 р.

Оцінка \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_

Завідувач кафедри

Голова ЕК

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Одеса — 2022 р.

# ЗМІСТ

<b>Вступ</b>	<b>3</b>
<b>1 Основна частина</b>	<b>4</b>
1.1 Постановка задачі . . . . .	4
1.2 Зведення до одновірної розривної задачі. . . . .	6
1.3 Обернення інтегрального перетворення. . . . .	10
1.4 Побудова сінгулярного інтегро-диференціального рівняння .	12
1.5 Знаходження коефіцієнтів інтенсивності напружень. . . . .	18
<b>2 Аналіз результатів</b>	<b>20</b>
2.1 Графік переміщення. . . . .	20
2.2 Графік напруження. . . . .	21
<b>Висновки</b>	<b>22</b>
<b>Список літератури</b>	<b>23</b>

## ВСТУП

Для характеристики різних процесів, що відбуваються у природі та техніки, зокрема у побудові складних конструkcій, використовується математичний апарат, який розробляє спеціальні математичні методи. Ці методи дозволяють побудувати математичні моделі, що дають змогу у деякому спрощеному варіанті дослідити процеси, що проходять у реальних структурах та згодом провести розширення на більш загальні випадки.

Багато моделей ґрунтуються на вивченні систем, які складаються з диференціальних рівнянь у часткових похідних другого порядку. Моделі, які використовує математична фізика, враховують ще додаткові умови, у даному випадку граничні, яким повинен задовільняти побудований розв'язок.

В наш час досить багато інженерних конструkcій мають шарувату структуру, які згодом можуть бути послаблені різного видами дефектами під впливом як механічних так и природних умов.

Дана дипломна робота присвячена антиплоскій задачі теорії пружності для складеної смуги, яка послаблена міжфазним дефектом. Зазначимо, що подана задача розв'язуються за допомогою методу інтегральних перетворень, тому її розв'язок зведено до одновимірної розривної задачі. Остання розв'язана з використанням розривних властивостей функції Гріна.

Невідому функцію, що описує дефект було знайдено за допомогою побудови Сінгулярного Інтегро-Диференціального рівняння та використання методу ортогональних поліномів.

Отриман точний розв'язок поставленої задачі.

Наведено формули для обчислення зсуву і напруження в шарі. Проведено розрахунки представлені у вигляді графіків.

## ВИСНОВКИ

Досліджена а нтиплоська задача теорії пружності для складеної смуги з міжфазним дефектом під впливом навантаження, що задано по вісі  $Oz$ .

- 1) За допомогою методу інтегральних перетворень розв'язок зведен до одновимірної розривної задачі, яка була розв'язана з використання розривних властивостей функції Грина
- 2) Наведено формули для обчислення зсуву і напруження в шарі
- 3) Проаналізовані коефіцієнти інтенсивності напружень стосовно довжини тріщини.
- 4) Навели графіки напруження та переміщення.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Попов Г. Я. Рівняння математичної фізики. Метод інтегральних перетворень/ Попов Г. Я., Реут В. В., Вайсфельд Н. Д. — М.:Одеса, Астропринт, 2005, - 18с.
2. Градштейн І. С., Рижик І. М. Таблиці інтегралів, сум, рядів та назв. М.: Фізматгіз, 1963.— 1100 с.
3. Попов Г. Я., В. В. Реут, М. Г. Моїсеєв, Н. Д. Вайсфельд. Рівняння математичної фізики. Метод ортогональний многочленів: навчальний посібник — Одеса: Астропринт, 2010,— 120с.
4. Попов Г. Я. Концентрація пружних напруг біля штампів розрізів тонких включень та підкріплень. М: Наука. Головна редакція фізико-математичної літератури,— 1982.— 344 с.
5. Тихонов А. Н., Самарський А. А. Рівняння математичної фізики. - М.: Наука, 1972. - 736 с.
6. Абрамовиц М., Стиган І. Довідник спеціальних функцій. - М.: Наука, 1979. - 832 с.
7. Новацький В. Теорія пружності - М.: Мир, 1975. - 372 с.