

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра оптимального керування та економічної кібернетики

Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

«Ймовірнісні методи аналізу ризиків інвестиційних проектів»

«Probabilistic risk analysis methods for investment projects»

Виконав: здобувач денної форми навчання
спеціальності 113 Прикладна математика
Освітня програма «Прикладна математика»

Дяченко Олександр Геннадійович

Керівник: канд. фіз.-мат. наук, доц. Васильєв О.Б.

Рецензент: доктор фіз.-мат. наук, доц. Кічмаренко О.Д.

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ ____ від _____ 2024 р.

Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № _____

протокол № ____ від _____ 2024 р.

Оцінка _____ / _____ / _____
(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Голова ЕК

Одеса – 2024

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Розділ 1. Реалізація комбінованого методу аналізу ризику збитковості ІІІ	5
1.1 Аналіз ризиків інвестиційного проєкту для рентного грошового потоку та виробництва однорідної продукції	7
Приклад 1.1.1	11
1.2 Оцінка ризику збитковості проєкту для багатоміноменклатурного випадку.....	13
Приклад 1.2.1	15
1.3 Оцінка ризику збитковості проєкту для довільних величин платежів.....	18
Приклад 1.3.1	19
1.4 Оцінка ризику збитковості проєкту для випадку істотного імовірнісного переважання одного зі сценаріїв	20
Приклад 1.4.1	20
Розділ 2. Аналіз ризиків інвестиційних проєктів за допомогою методу Монте-Карло.....	22
2.1. Побудова математичної моделі	23
2.2. Здійснення імітацій.....	25
2.3. Аналіз результатів імітаційних експериментів	27
Приклад 2.1	30
2.4. Загальний огляд програмного забезпечення, розробленого для реалізації методу Монте Карло	33
2.5. Розробка власного програмного забезпечення	52
2.5.1. Способи одержання випадкових чисел	52
2.5.2. Характеристики ГВЧ.....	53
2.5.3. Генерування рівномірно розподілених випадкових чисел.....	54
2.5.4. Генерування чисел з довільним розподілом	56
2.5.5. Тестування ГВЧ	60
2.5.6. Знаходження статистичних показників	63
Висновки	64
Список літератури	65
Додатки.....	66
до розділу 1.1	66
Інші випадки	66
Код	72
до розділу 1.2	75
Інші випадки	75
Код	81
до розділу 1.3	85
Інші випадки	85
Код	87

до розділу 1.4	89
Код	89
до розділу 2	91
Інші випадки	91
Код	97

Вступ

В умовах ринку рішення про доцільність реалізації інвестиційного проєкту (ІП) приймаються, зазвичай, в умовах ризику, тобто часткової невизначеності, коли відомі розподіли вірогідності можливих результатів проєкту. Грошові потоки будь-якого ІП відносяться до майбутніх періодів і тому неминуче мають прогностичний характер. При цьому існує цілком реальна вірогідність недостовірності використаних для розрахунків числових даних за проєктом, а, отже, і самих прогнозованих результатів. Таким чином, аналіз ІП в умовах повної визначеності можна розглядати тільки як перше наближення до реальності. Дійсно ж актуальним, наближеним до практики являється аналіз ІП з урахуванням ризику, оскільки будь-яку інвестицію обов'язково супроводжує ризик.

Ризик збитковості інвестиційного проєкту будемо розглядати у двох аспектах. Інтегральний ризик збитковості ІП – це можливість збиткових значень якого-небудь з основних показників фінансової ефективності ІП (NPV, PI, IRR). Ризик збитковості за якимось проєктним параметром – це можливість значень цього параметру, менших за його динамічну точку беззбитковості.

Метою цієї роботи є узагальнення та удосконалення нового комбінованого методу аналізу ризиків проєкту [3-5], а також реалізація методу Монте Карло і застосування його до аналізу ризику збитковості ІП.

Розділ 1. Реалізація комбінованого методу аналізу ризику збитковості ІІІ

У цьому розділі розглядається новий комбінований метод аналізу ризику збитковості інвестиційних проєктів, створений шляхом об'єднання методу сценаріїв та аналізу фінансової стійкості проєкту за його параметрами. Метод сценаріїв, який є частиною нового комбінованого методу, добре відомий. Зазвичай цей метод застосовується для інвестиційних проєктів, де потік чистих експлуатаційних доходів представляє собою просту постійну ренту (ануїтет) з визначеною структурою платежів, що виражається через параметри проєкту. Інвестиційні проєкти з такою структурою досліджуються і у цій роботі. Але при використанні досліджуваного нового методу для кожного ймовірного сценарію проєкту розраховується не тільки значення результуючих показників рентабельності, а й динамічні точки беззбитковості проєкту, а також запаси його фінансової стійкості за кожним параметром. Після аналізу результатів усіх сценаріїв встановлюється не тільки прогнозоване значення показника прибутковості, але й очікувані значення точок беззбитковості і запасів фінансової стійкості проєкту. Отже, крім оцінки загального інтегрального фінансового ризику проєкту, ми також отримуємо ще оцінки ризику проєкту для кожного окремого параметру.

На основі виявлених очікуваних значень запасів фінансової стійкості проєкту можна побудувати рейтинг проєктних параметрів за зменшенням ризику, подібно до процедури, що використовується в іншому відомому методі аналізу проєктних ризиків – аналізу чутливості критеріїв ефективності проєкту.

Розглянемо докладніше новий комбінований метод аналізу проєктних ризиків [3]. У розрахункових формулах обох методів, що утворюють комбінацію, використовуються значення дисконтованих критеріїв ефективності проєкту. Найзручніше користуватися критеріями NPV (Net Present Value – чиста поточна вартість) та PI (Profitability Index – індекс

рентабельності), які для k -го ймовірного сценарію проекту визначаються формулами:

$$NPV_k = -I_0^k + \sum_{t=1}^{n_k} \frac{CF_t^k}{(1+i_k)^t}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (1)$$

$$PI_k = \sum_{t=1}^{n_k} \frac{CF_t^k}{(1+i_k)^t} : I_0^k, \quad k = \overline{1, m}, \quad (2)$$

де k – номер сценарію проекту, m – число сценаріїв проекту,

i_k – ставка дисконтування,

t – номер поточного часового періоду проекту,

CF_t^k – розмір чистого доходу від експлуатації проекту,

I_0^k – початкові інвестиції у проект,

n_k – кількість часових періодів проекту.

Ці критерії ефективності проекту пов'язані між собою формулами:

$$PI_k = 1 + NPV_k / I_0^k, \quad k = \overline{1, m}, \quad (3)$$

$$NPV_k = I_0^k * (PI_k - 1), \quad k = \overline{1, m}, \quad (4)$$

так що від значення одного критерію можна легко перейти до значення іншого.

Задамо для k -го ймовірного сценарію проекту визначальні рівні його доходності за допомогою критеріїв (1-2).

I. Рівень інвестиційної беззбитковості проекту:

$$NPV_k \geq 0 \quad (PI_k \geq 1), \quad k = \overline{1, m}. \quad (5)$$

II. Фактичний рівень прибутковості проекту, який визначається заданим за умовою сценарію потоком його платежів:

$$NPV = NPV_k \quad (PI = PI_k), \quad k = \overline{1, m}, \quad (6)$$

де значення $NPV = NPV_k \quad (PI = PI_k)$ знаходимо за формулами (1-2).

В рамках аналізу фінансової стійкості проєкту для його k -го сценарію ($k = \overline{1, m}$) введемо поняття запасів інвестиційної беззбитковості та прийнятності за проєктними параметрами. При цьому розглянемо три випадки:

1) Виготовляється однорідна продукція. Потік чистих доходів від експлуатації проєкту за k -му сценарієм є простою постійною рентою (ануїтетом) постнумерандо з відомою структурою платежів, що виражається через задані за сценарієм значення проєктних параметрів.

2) Виробляється кілька видів продукції проєкту. Грошовий потік проєкту подібний до потоку для першого випадку.

3) Розміри платежів проєктного потоку довільні.

Розглянемо докладніше кожен із перелічених випадків.

1.1 Аналіз ризиків інвестиційного проєкту для рентного грошового потоку та виробництва однорідної продукції

Нехай рентний потік чистих доходів від експлуатації проєкту за його k -м ймовірним сценарієм має вигляд:

$$CF_t^k = (Q_k (c_k - v_k) - FC_k - dep_k)(1 - \tau_k) + dep_k, \quad k = \overline{1, m}, \quad (7)$$

де Q_k – обсяг виробництва (продажів) продукції проєкту за 1 його період,

c_k – ціна одиниці виробленої продукції,

v_k – питомі змінні витрати виробництва,

FC_k – сумарні постійні витрати виробництва за 1 період,

dep_k – величина амортизаційних відрахувань за 1 період проєкту,

τ_k – величина податку на прибуток,

k – номер сценарію проєкту, m – кількість сценаріїв проєкту.

Тоді для розрахунку значення критерію NPV для k -го ймовірного сценарію проєкту і вважаючи ліквідаційну вартість обладнання проєкту рівною нулеві, застосуємо формулу:

$$NPV_k = -I_0^k + \left((Q_k (c_k - v_k) - FC_k - dep_k)(1 - \tau_k) + dep_k \right) * a(n_k, i_k), \quad k = \overline{1, m}, \quad (8)$$

де коефіцієнт дисконтування одиничної ренти дорівнює:

$$a(n_k, i_k) = \left(1 - (1 + i_k)^{-n_k}\right) / i_k. \quad (9)$$

Розпочнемо з аналізу інтегрального фінансового ризику проєкту загалом методом сценаріїв у традиційному вигляді. Знайдемо математичне сподівання, дисперсію, стандартне відхилення та коефіцієнт варіації для сценарних значень критерію ефективності проєкту NPV:

$$M(NPV) = \sum_{k=1}^m NPV_k * p_k, \quad (10)$$

$$D(NPV) = \sum_{k=1}^m (NPV_k - M(NPV))^2 * p_k, \quad (11)$$

$$\sigma(NPV) = \sqrt{D(NPV)}, \quad (12)$$

$$CV(NPV) = \frac{\sigma(NPV)}{M(NPV)}, \quad (13)$$

де сценарні значення критерію NPV розраховуються за формулою (8), m – кількість розглянутих можливих сценаріїв проєкту.

Далі, застосовуючи новий комбінований метод, для кожного можливого проєктного сценарію оцінимо фінансовий ризик проєкту за його параметрами за допомогою аналізу величин запасів фінансової стійкості проєкту за цими параметрами. Перш ніж вводити поняття запасів, знайдемо для кожного проєктного сценарію критичні значення параметрів проєкту, що відповідають нижнім границям першого рівня прибутковості.

Спочатку знайдемо значення параметрів проєктного грошового потоку (7), що відповідають нижній границі рівня I інвестиційної беззбитковості проєкту, з наступних рівнянь:

$$NPV_k = 0, \quad k = \overline{1, m}, \quad (14)$$

де сценарні значення критерію NPV знаходимо за формулою (8).

Розв'язуючи рівняння (14) відносно параметра обсягу виробництва (продажів) для кожного ймовірного проєктного сценарію та вважаючи

значення інших проєктних параметрів фіксованими, знаходимо динамічну точку безбитковості проєкту за цим параметром:

$$Q_k^0 = \frac{1}{c_k - v_k} \left(\frac{1}{1 - \tau_k} \left(\frac{I_0^k}{a(n_k, i_k)} - dep_k \right) + FC_k + dep_k \right), \quad k = \overline{1, m}. \quad (15)$$

Знайдемо з рівнянь (14) безбиткові значення інших параметрів проєкту – ціни за одиницю продукції, питомих змінних витрат виробництва, сумарних постійних витрат виробництва за один період проєкту:

$$c_k^0 = v_k + \frac{1}{Q_k} \left(\frac{1}{1 - \tau_k} \left(\frac{I_0^k}{a(n_k, i_k)} - dep_k \right) + FC_k + dep_k \right), \quad k = \overline{1, m}, \quad (16)$$

$$v_k^0 = c_k - \frac{1}{Q_k} \left(\frac{1}{1 - \tau_k} \left(\frac{I_0^k}{a(n_k, i_k)} - dep_k \right) + FC_k + dep_k \right), \quad k = \overline{1, m}, \quad (17)$$

$$FC_k^0 = Q_k (c_k - v_k) - \frac{1}{1 - \tau_k} \left(\frac{I_0^k}{a(n_k, i_k)} - dep_k \right) - dep_k, \quad k = \overline{1, m}. \quad (18)$$

Тепер знайдемо динамічну точку безбитковості проєкту зі ставки дисконтування. Шукаємо її як корінь рівняння (1) за параметром ставки (у цьому випадку структура платежів неважлива):

$$NPV_k(i_k) = -I_0^k + \sum_{t=1}^{n_k} \frac{CF_t^k}{(1+i_k)^t} = 0, \quad k = \overline{1, m}. \quad (19)$$

Очевидно, що безбиткове значення ставки дорівнює значенню одного з основних критеріїв ефективності проєкту – внутрішньої норми дохідності проєкту для його k -го сценарію, тобто:

$$i_k^0 = IRR_k, \quad k = \overline{1, m}. \quad (20)$$

Можна визначити очікувані значення динамічних точок безбитковості проєкту за параметрами c (ціни за одиницю продукції), v (питомих змінних витрат виробництва), FC (сумарним постійним витратам виробництва за період). За ставкою дисконтування ми фактично отримуємо очікуване значення за всіма сценаріями критерію ефективності IRR :

$$M(i^0) = M(IRR) = \sum_{k=1}^m IRR_k * p_k, \quad (21)$$

тобто за цим параметром ми отримуємо оцінку інтегрального ризику проекту загалом, альтернативну для оцінки (10). За бажання можна знайти не лише математичне сподівання IRR проекту (21), а й дисперсію, стандартне відхилення і коефіцієнт варіації IRR за аналогією з формулами (11-13).

Тепер визначимо поняття запасів фінансової стійкості проекту. Спочатку введемо поняття запасів інвестиційної беззбитковості проекту за його параметрами.

Абсолютним запасом інвестиційної беззбитковості на один період проекту для його k -го ймовірного сценарію за параметром обсягу виробництва (продажів) продукції назвемо:

$$\alpha_{Q_k} = Q_k - Q_k^0, \quad k = \overline{1, m}, \quad (22)$$

а відносним:

$$\beta_{Q_k} = \frac{Q_k - Q_k^0}{Q_k} = 1 - \frac{Q_k^0}{Q_k}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (23)$$

де значення точок беззбитковості беремо з (15).

Математичні сподівання цих запасів відповідно дорівнюють:

$$M(\alpha_Q) = M(Q) - M(Q^0), \quad (24)$$

$$M(\beta_Q) = 1 - M(Q^0/Q), \quad (25)$$

$$M(Q) = \sum_{k=1}^m Q_k * p_k; \quad M(Q^0/Q) = \sum_{k=1}^m \frac{Q_k^0}{Q_k} * p_k. \quad (26)$$

Якщо величини (24-25) позитивні, то проект має певний «запас міцності» у фінансовому плані. Чим більше величини запасів (24-25), тим стійкіший проект з фінансової точки зору, і тим менший ризик збитковості проекту за обсягом виробництва (продажів) продукції.

Аналогічно (22-23) можна визначити поняття абсолютних та відносних запасів інвестиційної беззбитковості проєкту за параметрами – ціна, питомі змінні та сумарні постійні витрати, а також очікувані значення цих запасів за всіма сценаріями проєкту. Після цього можна побудувати рейтинг параметрів проєкту за зменшенням ризику його збитковості. Для цього потрібно впорядкувати проєктні параметри за зростанням очікуваних значень їх відносних запасів. За ставкою дисконтування знову отримуємо оцінку інтегрального ризику проєкту загалом, оскільки відносний запас інвестиційної беззбитковості проєкту за цим параметром збігається з відповідним запасом за значеннями критерію ефективності IRR:

$$\beta_{i_k} = \frac{i_k^0 - i_k}{i_k^0} = \frac{IRR_k - CC_k}{IRR_k} = 1 - \frac{CC_k}{IRR_k}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (27)$$

де ставка дисконтування за k-м сценарієм проєкту дорівнює сценарній вартості капіталу проєкту CC (Cost of Capital).

Приклад 1.1.1

Розглянемо інвестиційний проєкт із наступними вихідними даними:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.25$	Найкращий $P=0.25$	Вірогідний $P=0.5$
Обсяг виробництва Q	110	130	120
Ціна за одиницю продукції c	45	55	50
Питомі змінні витрати v	35	25	30
Постійні витрати FC	600	400	500
Амортизація dep	100		
Податок на прибуток τ	20%		
Ставка дисконтування i	12%	8%	10%
Термін проєкту n	5	7	6

Початкові інвестиції I_0	2000	3000	2500
----------------------------	------	------	------

Тепер складемо комп'ютерну програму на мові Python, яка реалізуватиме даний випадок розглянутого методу аналізу інвестиційних проєктів. Результат роботи такої програми буде наступним:

```
In [357]: %runfile D:/Alex/master/thesis/1.1.py --wdir
NPV кожного зі сценаріїв проєкту:
[ -485.99399502 11681.96356701 4207.10147717]
Аналіз інтегрального фінансового ризику проєкту загалом:
Математичне сподівання NPV  $M(NPV) = 4902.543131584587$ 
Дисперсія NPV  $D(NPV) = 18991037.998597167$ 
Стандартне відхилення NPV  $\sigma(NPV) = 4357.870810223401$ 
Коефіцієнт варіації NPV  $CV(NPV) = 0.8889000449884592$ 

IRR кожного зі сценаріїв проєкту:
[0.01648695 0.93059655 0.57576194]
Альтернативна оцінка інтегрального фінансового ризику проєкту:
Математичне сподівання IRR  $M(IRR) = 0.5246518436486185$ 
Дисперсія IRR  $D(IRR) = 0.10706178638883548$ 
Стандартне відхилення IRR  $\sigma(IRR) = 0.32720297429704925$ 
Коефіцієнт варіації IRR  $CV(IRR) = 0.6236573420224001$ 

Беззбиткові значення параметрів проєкту для всіх сценаріїв:
обсяг виробництва Q:
[126.85243299 36.50905018 59.62615318]
ціна за одиницю продукції c:
[46.53203936 33.42516543 39.9376922 ]
питомі змінні витрати v:
[33.46796064 46.57483457 40.0623078 ]
постійні витрати FC:
[ 431.47567015 3204.72849464 1707.47693637]

Запаси беззбитковості за параметром Q для всіх сценаріїв:
абсолютний: [-16.85243299 93.49094982 60.37384682]
відносний: [-0.15320394 0.71916115 0.50311539]
Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром Q = 49.34655261821324
Математичне сподівання відносного запасу за параметром Q = 0.393046999137145
```

Запаси беззбитковості за параметром c для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [-1.53203936 21.57483457 10.0623078]
 відносний: [-0.03404532 0.39226972 0.20124616]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $c = 10.041852704498751$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $c = 0.1901791781226574$

Запаси беззбитковості за параметром v для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [-1.53203936 21.57483457 10.0623078]
 відносний: [-0.0457763 0.46322944 0.25116645]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $v = 10.041852704498748$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $v = 0.22994651268884855$

Запаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [-168.52432985 2804.72849464 1207.47693637]
 відносний: [-0.39057667 0.87518443 0.70717028]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $FC = 1262.789509381042$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $FC = 0.4747370794124539$

Рейтинг параметрів проекту за зменшенням ризику його збитковості:
 (' c ', 0.1901791781226574)
 (' v ', 0.22994651268884855)
 (' Q ', 0.393046999137145)
 (' FC ', 0.4747370794124539)

Інші випадки інвестиційних проектів, аналіз ризику їх реалізації даним методом та код програми наведені у розділі «Додатки». [\[1.1\]](#)

1.2 Оцінка ризику збитковості проекту для багатомноменклатурного випадку

У разі багатомноменклатурного виробництва та рентного потоку чистих доходів від проекту замість формули (8) використовуватимемо формулу:

$$NPV_k = -I_0^k + \left((A_k - VC_k - FC_k - dep_k)(1 - \tau_k) + dep_k \right) * a(n_k, i_k), \quad k = \overline{1, m}. \quad (28)$$

У формулі (28) A – сумарний виторг за один період від продажу всіх видів продукції проекту, а VC – сумарні змінні витрати за один період проекту. Прирівнюючи вирази (28) до нуля і вирішуючи отримані рівняння щодо параметра сумарного виторгу, отримаємо:

$$A_k^0 = \frac{1}{1 - \tau_k} \left(\frac{I_0^k}{a(n_k, i_k)} - dep_k \right) + VC_k + FC_k + dep_k, \quad k = \overline{1, m}. \quad (29)$$

Аналогічно знаходимо динамічні точки беззбитковості проекту за параметрами VC та FC :

$$VC_k^0 = A_k - \frac{1}{1-\tau_k} \left(\frac{I_0^k}{a(n_k, i_k)} - dep_k \right) - FC_k - dep_k, \quad k = \overline{1, m}, \quad (30)$$

$$FC_k^0 = A_k - \frac{1}{1-\tau_k} \left(\frac{I_0^k}{a(n_k, i_k)} - dep_k \right) - VC_k - dep_k, \quad k = \overline{1, m}. \quad (31)$$

Динамічна точка беззбитковості проєкту зі ставки дисконтування, як і раніше, задається формулою (20).

Очікуване значення за всіма проєктними сценаріями динамічної точки беззбитковості проєкту за параметром сумарного виторгу дорівнює:

$$M(A^0) = \sum_{k=1}^m A_k^0 * p_k. \quad (32)$$

Аналогічно знаходимо очікувані значення точок беззбитковості проєкту за параметрами VC та FC.

У повній аналогії з випадком 1.1 можна визначити поняття абсолютних та відносних запасів інвестиційної беззбитковості проєкту для його k-го можливого сценарію за параметрами – сумарний виторг від продажу продукції:

$$\alpha_{A_k} = A_k - A_k^0, \quad k = \overline{1, m}, \quad (33)$$

$$\beta_{A_k} = \frac{A_k - A_k^0}{A_k} = 1 - \frac{A_k^0}{A_k}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (34)$$

сумарні постійні витрати за 1 період проєкту:

$$\alpha_{FC_k} = FC_k - FC_k^0, \quad k = \overline{1, m}, \quad (35)$$

$$\beta_{FC_k} = \frac{FC_k - FC_k^0}{FC_k} = 1 - \frac{FC_k^0}{FC_k}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (36)$$

сумарні змінні витрати за 1 період проєкту:

$$\alpha_{VC_k} = VC_k - VC_k^0, \quad k = \overline{1, m}, \quad (37)$$

$$\beta_{VC_k} = \frac{VC_k - VC_k^0}{VC_k} = 1 - \frac{VC_k^0}{VC_k}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (38)$$

ставка дисконтування:

$$\alpha_{i_k} = i_k - IRR_k, \quad k = \overline{1, m}, \quad (39)$$

$$\beta_{i_k} = \frac{i_k - IRR_k}{i_k} = 1 - \frac{IRR_k}{i_k}, \quad k = \overline{1, m}. \quad (40)$$

Також можна знайти очікувані значення цих запасів:

$$M(\alpha_A) = M(A) - M(A^0), \quad (41)$$

$$M(\beta_A) = 1 - M(A^0/A), \quad (42)$$

$$M(A) = \sum_{k=1}^m A_k \cdot p_k; \quad M(A^0/A) = \sum_{k=1}^m \frac{A_k^0}{A_k} \cdot p_k. \quad (43)$$

$$M(\alpha_{FC}) = M(FC) - M(FC^0), \quad (44)$$

$$M(\beta_{FC}) = 1 - M(FC^0/FC), \quad (45)$$

$$M(FC) = \sum_{k=1}^m FC_k \cdot p_k; \quad M(FC^0/FC) = \sum_{k=1}^m \frac{FC_k^0}{FC_k} \cdot p_k. \quad (46)$$

$$M(\alpha_{VC}) = M(VC) - M(VC^0), \quad (47)$$

$$M(\beta_{VC}) = 1 - M(VC^0/VC), \quad (48)$$

$$M(VC) = \sum_{k=1}^m VC_k \cdot p_k; \quad M(VC^0/VC) = \sum_{k=1}^m \frac{VC_k^0}{VC_k} \cdot p_k. \quad (49)$$

$$M(\alpha_i) = M(i) - M(IRR), \quad (50)$$

$$M(\beta_i) = 1 - M(IRR/i), \quad (51)$$

$$M(i) = \sum_{k=1}^m i_k \cdot p_k; \quad M(IRR/i) = \sum_{k=1}^m \frac{IRR_k}{i_k} \cdot p_k. \quad (52)$$

Інтегральний фінансовий ризик проєкту можна оцінювати двома способами: перший – за допомогою стандартних формул (10-13) методу сценаріїв, другий – за допомогою аналізу запасів фінансової стійкості проєкту за значеннями критеріїв ефективності PI або IRR.

Приклад 1.2.1

Розглянемо інвестиційний проєкт із наступними вихідними даними:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.25$	Найкращий $P=0.25$	Вірогідний $P=0.5$
Сумарний виторг A	4950	7150	6000
Сумарні змінні витрати VC	3850	3250	3600
Постійні витрати FC	600	400	500
Амортизація dep	100		
Податок на прибуток τ	20%		
Ставка дисконтування i	12%	8%	10%
Термін проєкту n	5	7	6
Початкові інвестиції I_0	2000	3000	2500

Тепер складемо комп'ютерну програму на мові Python, яка реалізуватиме даний випадок розглянутого методу аналізу інвестиційних проєктів. В ній розрахунок шуканих величин буде майже співпадати із розрахунками попереднього випадку, за тим винятком, що замість показників обсягу виробництва Q , ціни за одиницю продукції c та питомих змінних витрат v будемо розглядати значення сумарного виторгу A за один період від продажу всіх видів продукції проєкту та сумарні змінні витрати VC за один період проєкту. Результат роботи такої програми буде наступним:

```
In [6]: %runfile D:/Alex/master/thesis/1.2.py --wdir
NPV кожного зі сценаріїв проекту:
[ -76.11301541 29777.60962404 8169.76567763]
Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:
Математичне сподівання NPV  $M(NPV) = 11510.256990969254$ 
Дисперсія NPV  $D(NPV) = 122564476.64369646$ 
Стандартне відхилення NPV  $\sigma(NPV) = 11070.884185271583$ 
Коефіцієнт варіації NPV  $CV(NPV) = 0.9618277153983273$ 
```

```
Беззбиткові значення параметрів проекту для всіх сценаріїв:
сумарний виторг A:
[ 7229.05703621 11450.67876339 9066.12859212]
сумарні змінні витрати VC:
[ 6370.94296379 16449.32123661 9833.87140788]
постійні витрати FC:
[ 620.94296379 7549.32123661 3033.87140788]
ставка дисконтування i:
[0.10424845 0.94562093 0.71044909]
```

```
Очікувані значення за всіма проектними сценаріями динамічної точки
беззбитковості проекту дорівнює:
за параметром сумарного виторгу A  $M(A) = 9202.99824596276$ 
за параметром сумарних змінних витрат VC  $M(VC) = 10622.00175403724$ 
за параметром постійних витрат FC  $M(FC) = 3559.5017540372387$ 
за параметром ставки дисконтування i  $M(IRR) = 0.6176918898401651$ 
```

```
Запаси беззбитковості за параметром A для всіх сценаріїв:
абсолютний: [ -29.05703621 7149.32123661 2483.87140788]
відносний: [-0.0040357 0.38437211 0.2150538 ]
Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром A =
3022.001754037239
Математичне сподівання відносного запасу за параметром A =
0.20261100327914106
```

Запаси беззбитковості за параметром VC для всіх сценаріїв:
абсолютний: [-29.05703621 7149.32123661 2483.87140788]
відносний: [-0.00456087 0.43462713 0.25258327]
Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром VC =
3022.0017540372387
Математичне сподівання відносного запасу за параметром VC =
0.23380820015490517

Запаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:
абсолютний: [-29.05703621 7149.32123661 2483.87140788]
відносний: [-0.04679502 0.9470151 0.81871348]
Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром FC =
3022.0017540372387
Математичне сподівання відносного запасу за параметром FC =
0.6344117601998458

Запаси беззбитковості за параметром i для всіх сценаріїв:
абсолютний: [-0.05575155 0.86562093 0.59044909]
відносний: [-0.53479506 0.9153995 0.83109275]
Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром i =
0.4976918898401651
Математичне сподівання відносного запасу за параметром i =
0.5106974868564166

Рейтинг параметрів проекту за зменшенням ризику його збитковості:
('A', 0.20261100327914106)
('VC', 0.23380820015490517)
('i', 0.5106974868564166)
('FC', 0.6344117601998458)

Інші випадки інвестиційних проектів, аналіз ризику їх реалізації даним методом та код програми наведені у розділі «Додатки». [\[1.2\]](#)

1.3 Оцінка ризику збитковості проекту для довільних величин платежів

Для такого грошового потоку значення критерію NPV для k-го ймовірного сценарію проекту розраховуються за формулою (1). Єдиним параметром, яким можна досліджувати фінансову стійкість проекту, є ставка дисконтування. Але для цього параметра запаси збігаються із запасами за значенням критерію ефективності IRR.

Таким чином, для випадку 1.3 можна оцінювати лише інтегральний ризик проєкту за формулами (10-13) або за допомогою відносних запасів за критеріями IRR і PI. Наприклад, для критерію PI відносний запас інвестиційної безбитковості проєкту для його k-го ймовірного сценарію дорівнює:

$$\chi_k = \frac{PI_k - 1}{PI_k} = 1 - \frac{1}{PI_k}, \quad k = \overline{1, m}, \quad (53)$$

де значення критерію PI для заданого сценарного грошового потоку знаходимо за формулою (2).

Можна знайти очікувані значення цих запасів і з їх допомогою оцінити інтегральний ризик проєкту. У разі 1.3 побудувати рейтинги параметрів зменшення ризику неможливо, зате інтегральний ризик проєкту оцінюється комплексно, тобто більш системно та всебічно порівняно з класичним методом сценаріїв.

Приклад 1.3.1

Розглянемо наступний інвестиційний проєкт:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.25$	Найкращий $P=0.25$	Вірогідний $P=0.5$
Ставка дисконтування i	16%	8%	12%
Початкові інвестиції I_0	94000		
CF_1	6600	9000	7800
CF_2	13200	18000	15600
CF_3	19800	27000	23400
CF_4	33000	45000	39000
CF_5	59400	81000	70200

Тепер складемо комп'ютерну програму на мові Python, яка реалізуватиме даний випадок розглянутого методу аналізу інвестиційних проєктів. Результат роботи такої програми буде наступним:

```

NPV кожного зі сценаріїв проєкту:
[-19308.85324854  39402.48494188  6674.73833215]
PI кожного зі сценаріїв проєкту:
[0.79458667  1.41917537  1.07100785]
IRR кожного зі сценаріїв проєкту:
[0.09132912  0.18543023  0.14061769]

Аналіз інтегрального фінансового ризику проєкту:
Математичне сподівання NPV  $M(NPV) = 8360.777089410101$ 
Дисперсія NPV  $D(NPV) = 433720380.704827$ 
Стандартне відхилення NPV  $\sigma(NPV) = 20825.954496849045$ 
Коефіцієнт варіації NPV  $CV(NPV) = 2.4909113440217827$ 

Математичне сподівання PI  $M(PI) = 1.0889444371213841$ 
Відносні запаси беззбитковості усіх сценаріїв проєкту за критерієм PI:
[-0.25851596  0.29536545  0.06630003]
Математичне сподівання відносного запасу за критерієм PI  $M(\chi) = 0.08167949997201696$ 

```

Інші випадки інвестиційних проєктів, аналіз ризику їх реалізації даним методом та код програми наведені у розділі «Додатки». [\[1.3\]](#)

1.4 Оцінка ризику збитковості проєкту для випадку істотного імовірного переважання одного зі сценаріїв

Якщо ймовірність реалізації базового сценарію проєкту істотно переважає ймовірності інших сценаріїв, то доцільно побудувати рейтинги проєктних параметрів за зростанням їх відносних запасів також для базового (найбільш ймовірного) сценарію, а не лише проєкту в цілому. Розглянемо такий приклад.

Приклад 1.4.1

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.15$	Найкращий $P=0.15$	Вірогідний $P=0.7$

Обсяг виробництва Q	1500	2500	2000
Ціна за одиницю продукції c	150	250	200
Питомі змінні витрати v	140	100	120
Постійні витрати FC	500	500	500
Амортизація dep	200		
Податок на прибуток τ	40%		
Ставка дисконтування i	12%	8%	10%
Термін проєкту n	4	4	4
Початкові інвестиції I_0	10000	250000	100000

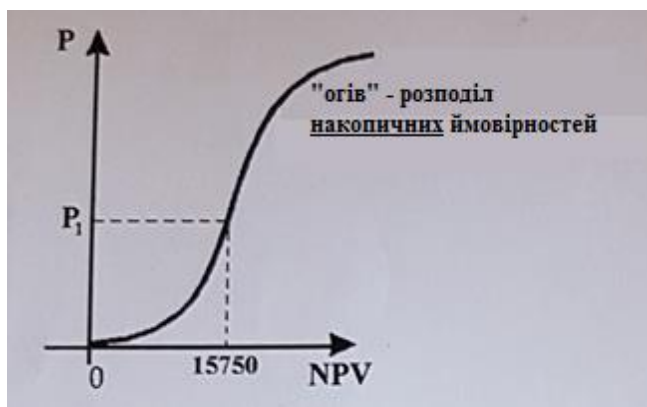
Далі складемо програму мовою Python, яка б складала рейтинг проєктних параметрів не лише в цілому, а й для найбільш вірогідного сценарію окремо, що дасть змогу порівняти ці рейтинги та зробити висновки. Така програма видасть наступний результат:

```
In [178]: %runfile D:/Alex/master/thesis/1.4.py --wdir
Рейтинг параметрів проєкту в цілому за зменшенням ризику його збитковості:
('c', 0.2531633302924766)
('v', 0.29701149465279747)
('Q', 0.6593591655043489)
('FC', 0.98866987548317)
Рейтинг параметрів проєкту найімовірнішого сценарію за зменшенням ризику його збитковості:
('c', 0.26763716512245933)
('v', 0.3084666907793014)
('Q', 0.6690929128061482)
('FC', 0.9953512098674152)
```

Як бачимо, значення відносних запасів для параметрів найбільш вірогідного сценарію проєкту дійсно близькі до відповідних показників проєкту загалом. Отже можна зробити висновок, що при імовірнісному переважанні одного зі сценаріїв проєкту доцільно розглянути та побудувати рейтинг параметрів лише за показниками для даного сценарію, оскільки цього буде достатньо для розуміння потенціалу проєкту загалом.

Розділ 2. Аналіз ризиків інвестиційних проєктів за допомогою метода Монте-Карло

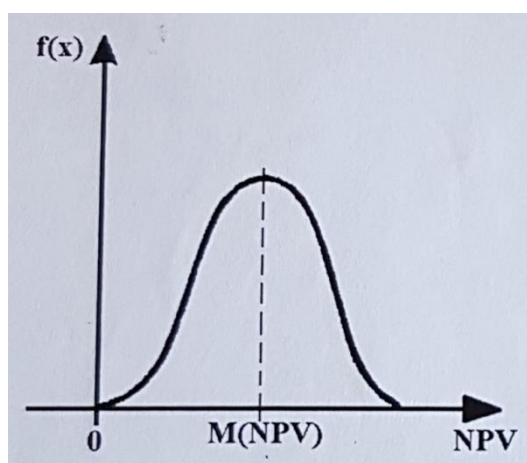
Даний метод вважається найбільш потужним методом аналізу ризиків інвестиційного проєкту. Теоретичною основою методу є закон великих чисел та центральна гранична теорема. Метод дає можливість створення великої кількості випадкових сценаріїв. Результати при цьому виражаються не одним чи декількома значеннями, а у вигляді щільності розподілу ймовірностей значення обраного критерію ефективності проєкту (**профіль ризику ІІІ**), або у вигляді **інтегральній функції розподілу** (кумулятивного профілю ризику інвестиційного проєкту):



Мал. 1. Кумулятивний профіль ризику ІІІ

Тут $p_1 = P(NPV \leq 15750)$ - накопичена ймовірність того, що показник NPV проєкту не перевищує значення 15750 у.о.

Нехай результати проєкту розподілені **нормально**. Тоді:



Мал. 2. Профіль ризику ІІІ

Зазвичай даний метод реалізується за допомогою спеціальних комп'ютерних програм. Ці програми надають кожній розглянутій ризик-змінній «випадковій» значення, генеруючи їх на основі певного діапазону. Найчастіше базовим є рівномірний розподіл псевдовипадкових чисел з проміжку $[0; 1]$. Цими програмами також передбачено встановлення характеру (напрямку) та сили зв'язку у випадку кореляції ризик-змінних між собою. Кожний отриманий сценарій може мати місце у майбутньому з **однаковою** ймовірністю. Збір даних для реалізації методу потребує більших витрат часу та засобів у порівнянні із попередніми методами. При застосуванні даного методу серед ризик-змінних слід розглядати не всі вхідні показники, а тільки ті, до яких обраний показник ефективності проекту виявився найбільш чутливим (наприклад, за результатами **аналізу на чутливість**).

Процес ризик-аналізу за методом Монте-Карло може бути умовно розбитий на наступні етапи:

- I) Побудова математичної моделі.
- II) Здійснення імітацій.
- III) Аналіз результатів.

2.1. Побудова математичної моделі

Основна логіка процедури побудови моделі наступна:

- 1) Визначення ризик-змінних, що включаються у модель.
- 2) Визначення закону розподілення ризик-змінних.
- 3) Визначення взаємозалежності між ризик-змінними.

Нехай в якості критерію ефективності інвестиційного проекту обраний показник NPV . Тоді математична модель оцінки ефективності III буде мати вигляд:

$$NPV = f(x_1, \dots, x_n; a_1, \dots, a_m), \quad (54)$$

де:

- $x_i, i = \overline{1, n}$ – ризик-змінні (складові грошового потоку ІІІ, що є випадковими величинами);
- $a_j, j = \overline{1, m}$ – фіксовані параметри моделі, які розглядаються як детерміновані величини.

1) Визначення ризик-змінних, що включаються у модель. Даний пункт відображає, у першу чергу, результати досліджень ризиків ІІІ на якісному рівні. Наприклад, проведення опитувань експертів дозволяє виявити найбільш «вузькі» (вразливі) місця проєкту. Крім того, важливу роль у визначенні ризик-змінних, що входять у модель, грає аналіз чутливості. У модель включаються ризик-змінні, які займають верхні рядки у рейтингу параметрів за зменшенням ризиків. Рішення про включення ризик-змінних у модель повинно прийматися на основі наступних двох факторів:

- чутливість результатів проєкту до варіацій даної змінної;
- ступінь невизначеності змінної, тобто розмір можливого діапазону її змін.

Необхідно включати в модель тільки найбільш важливі ризик-змінні, тобто ті, які сильніше всього впливають на ІІІ.

2) Визначення закону розподілення ризик-змінних. Якщо не обговорені умови ймовірнісної залежності ризик-змінних, то рахується за умовчанням, що вони незалежні між собою та підпорядковуються певному закону розподілення. На практиці частіше всього використовують наступні закони розподілу ймовірності:

- Нормальний закон розподілення;
- Трикутний закон розподілення;
- Рівномірний закон розподілення;
- Дискретний закон розподілення.

Алгоритм підбору закону розподілення наступний:

- а) Визначення можливих меж змін ризик-змінних.
- б) Вибір загального виду законів розподілення.

с) З урахуванням діапазону значень змінних та загального виду закону виробляється загальна оцінка основних числових характеристик закону розподілення (математичне сподівання, стандартне відхилення для безперервного випадку) або можливим значенням ризик-змінних приписують ймовірності їх реалізації (дискретний випадок).

Процес підбору закону розподілення є творчим процесом, що погано піддається формалізації. Для оцінки якості підбору використовують різні статистичні критерії, частіше всього критерій χ^2 – Пірсона (критерій згоди).

3) Визначення взаємозалежності між ризик-змінними. Включення залежних ризик-змінних у модель може призвести до сильного спотворення результатів моделювання, якщо умови залежності не будуть враховані. При цьому ступінь зміщення результатів залежить від важливості корельованих змінних. Тому проводиться спеціальний тест на наявність ймовірнісної залежності між ризик-змінними та пошук можливості її обліку у моделі.

2.2. Здійснення імітацій

Імітація здійснюється за допомогою спеціальних комп'ютерних програм у наступному порядку:

1) Генерування «випадкових» чисел проводиться за допомогою отримання на комп'ютері псевдовипадкових чисел – незалежних та рівномірно розподілених на відрізку $[0; 1]$. Кожне нове отримане псевдовипадкове число розглядається як значення функції розподілу для відповідної ризик-змінної.

2) Значення кожної незалежної ризик-змінної відновлюється, як аргумент функції розподілення ймовірності даної ризик-змінної. При цьому враховується наявність ймовірнісної залежності між ризик-змінними.

3) Значення ризик-змінних підставляються у математичну модель проекту та розраховуються значення обраного показника ефективності ІІІ (наприклад, NPV_i , $i = 1, 2, \dots, n$).

4) Закладений алгоритм повторюється n раз. Результати моделювання (значення NPV_i) розраховуються та зберігаються для кожного імітаційного експерименту.

Імітаційний експеримент – це випадковий сценарій. Кількість експериментів повинна бути достатньо велика, задля того, щоб зробити вибірку репрезентативною по відношенню до великої кількості можливих комбінацій. Число експериментів n залежить від кількості ризик-змінних у моделі, діапазону значень ризик-змінних моделі та бажаної точності отриманих результатів експерименту. Вибір n має велике значення для оцінки якості моделі, тобто задля точності підібраного закону розподілення значень NPV та його характеристик.

Для **нормально** розподілених випадкових величин при **відомій** дисперсії σ^2 нижню межу для кількості експериментів можна знайти з наступних міркувань. При заданому рівні значущості α з надійністю $\gamma = 1 - \alpha$:

$$\bar{x} - \frac{N_{\alpha} \cdot \sigma}{\sqrt{n}} \leq a \leq \bar{x} + \frac{N_{\alpha} \cdot \sigma}{\sqrt{n}}; \quad (55)$$

де

$a = M(NPV)$ – математичне сподівання NPV ;

$N_{\frac{\alpha}{2}}$ – аргумент функції Лапласа; $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n NPV_i$.

Тоді довжина Δ **довірчого інтервалу** задовольняє нерівності:

$$\Delta \geq \frac{2\sigma N_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \quad \Rightarrow \quad n \geq \left(\frac{2\sigma N_{\frac{\alpha}{2}}}{\Delta} \right)^2. \quad (56)$$

Якщо дисперсія σ^2 – **невідомо**, то у цьому випадку число експериментів n можна знайти за допомогою **ітераційного** процесу. Спочатку при $k=1$

реалізується серія з n_k імітаційних експериментів. Визначається оцінка стандартного відхилення $S(n_k)$ за такою формулою:

$$S(n_k) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_k} (x_i - \bar{x})^2}{n_k - 1}} .$$

Потім:

$$\Delta_k = \frac{2N_{\alpha/2} \cdot S(n_k)}{\sqrt{n_k}} .$$

Порівнюємо:

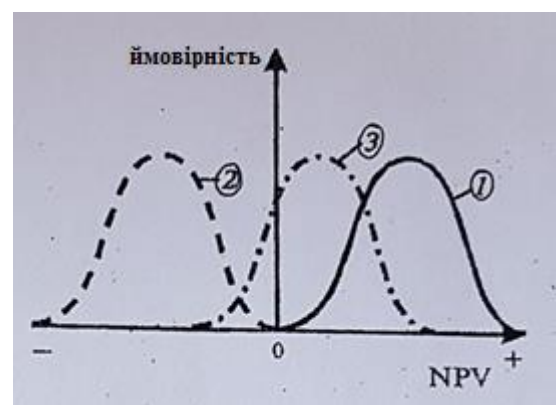
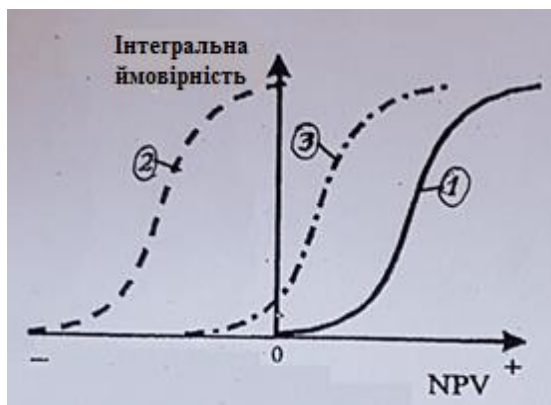
$$\Delta_k \leq \Delta .$$

Якщо нерівність виконується, то необхідна кількість імітаційних експериментів дорівнює n_k . Інакше, збільшуємо $k = k + 1$; $n_k = n_{k-1} + \Delta n$ і повторюємо все спочатку, де Δn – фіксований крок.

2.3. Аналіз результатів імітаційних експериментів

А) Графічний аналіз результатів імітацій

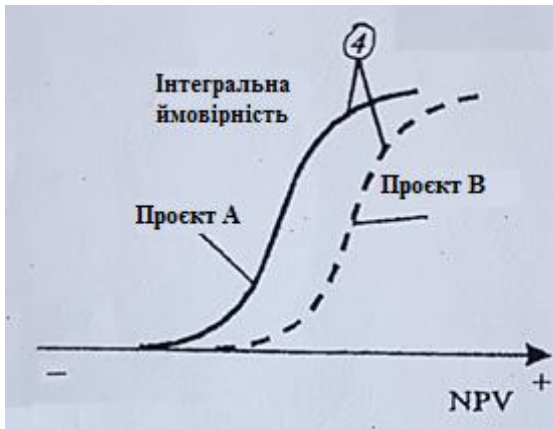
Розглянемо **5 стандартних випадків** прийняття рішення про проект відповідно до методики **UNIDO**:



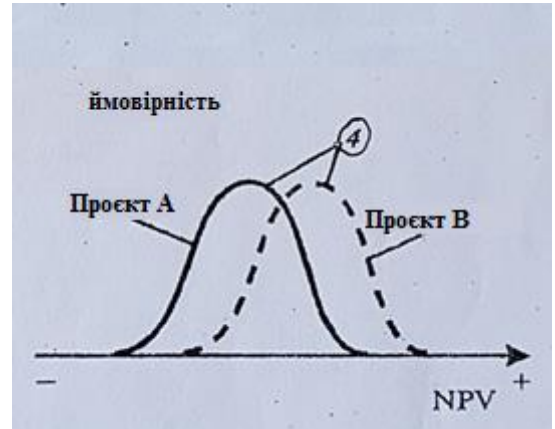
Мал. 3. Кумулятивний профіль ризику ІІІ

- 1 – ІІІ рекомендовано до реалізації;
- 2 – ІІІ не рекомендовано до реалізації;
- 3 – розв’язок залежить від схильності ОПР до ризику.

Випадки 1-3 – **абсолютний** аналіз **окремого** ІІІ.



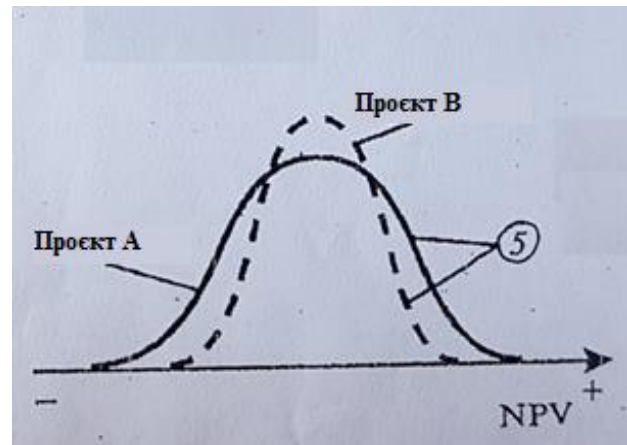
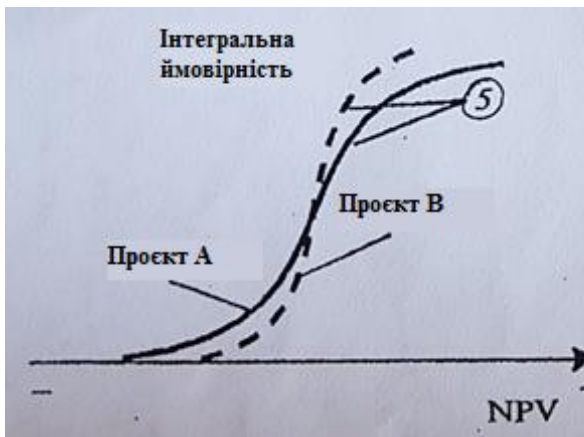
Мал. 4. Профіль ризику ІІІ



Мал. 5. Кумулятивний профіль ризику ІІІ

Рекомендовано проект В.

Мал. 6. Профіль ризику ІІІ



Мал. 7. Кумулятивний профіль ризику ІІІ

Мал. 8. Профіль ризику ІІІ

$$\sigma_A > \sigma_B$$

Рішення залежить від схильності ОПР до ризику, так як ІІІ А більш ризикований, але й більш прибутковий.

Випадки 4-5 – **порівняльний** аналіз **двох** ІІІ.

Б) Кількісні показники результатів імітацій

1. Очікуване значення NPV (Expected Value - EV):

$$EV = M(NPV) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n NPV_i \rightarrow \max \quad (57)$$

2. Очікувані втрати (Expected Losses - EL):

$$EL = \sum_{j=1}^m NPV_j^- \cdot p_j = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^m NPV_j^-, \quad m \leq n \quad (58)$$

де $NPV_j^- < 0$, $j \in \overline{1, m}$.

$$|EL| \rightarrow \min$$

3. Очікуваний виграш (Expected Gains - EG):

$$EG = \sum_{j=1}^k NPV_j^+ \cdot p_j = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k NPV_j^+ \rightarrow \max, \quad n = m + k \quad (59)$$

де $NPV_j^+ > 0$, $j \in \overline{1, k}$.

$$EV = EG + EL \quad (60)$$

4. Дисперсія (варіація):

$$D(NPV) = s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^n (NPV_i - EV)^2 \rightarrow \min \quad (61)$$

де s^2 – вибіркове значення дисперсії

5. Вибіркове стандартне відхилення:

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{D(NPV)} \rightarrow \min \quad (62)$$

6. Коефіцієнт варіації:

$$CV = \frac{s}{EV} \rightarrow \min \quad (63)$$

7. Коефіцієнт очікуваних втрат (Expected Losses Ratio - ELR):

$$ELR = \frac{|EL|}{EG + |EL|} \in [0; 1] \quad (64)$$

$$ELR \rightarrow \min$$

8. Ймовірність реалізації неефективного ІІ:

$$P(NPV < 0) = \frac{m}{n} \rightarrow \min \quad (65)$$

Приклад 2.1

Розглянемо інвестиційний проєкт із наступними вихідними даними, котрий вже розглядався у розділі 1.1:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.25$	Найкращий $P=0.25$	Вірогідний $P=0.5$
Обсяг виробництва Q	110	130	120
Ціна за одиницю продукції c	45	55	50
Питомі змінні витрати v	35	25	30
Постійні витрати FC	600	400	500
Амортизація dep	100		
Податок на прибуток τ	20%		
Ставка дисконтування i	12%	8%	10%
Термін проєкту n	5	7	6
Початкові інвестиції I_0	2000	3000	2500

Тепер розглянемо метод Монте-Карло за допомогою Microsoft Excel. По-перше знадобиться згенерувати значення розглядаємих параметрів у відповідному діапазоні. Для цього я використав генератор псевдовипадкових чисел із нормальним розподілом з пакету для аналізу даних і згенерував 5000 значень для кожного з показників та одночасно з цим розраховував значення CF та NPV. Були отримані наступні сценарії:

	Q_k	c_k	v_k	FC_k	n_k	r_k	I_k	NCFt_k	NPV_k
1	117	51	33	400	5	0,12	2383	1464,8	2 897,28 ₴
2	130	49	31	591	5	0,1	2761	1499,2	2 922,15 ₴
3	123	50	33	467	6	0,1	2933	1399,2	3 160,88 ₴
4	115	52	25	452	5	0,09	2514	2222,4	6 130,36 ₴
5	122	45	33	400	6	0,1	2371	951,2	1 771,72 ₴
6	130	48	29	600	7	0,1	2116	1596	5 654,00 ₴
7	124	51	29	492	7	0,09	3000	1888,8	6 506,24 ₴
8	116	45	31	570	6	0,08	2147	943,2	2 213,30 ₴
9	125	45	29	600	6	0,09	2407	1220	3 065,82 ₴
10	128	49	35	449	6	0,1	2218	1174,4	2 896,82 ₴
11	117	55	33	501	6	0,08	2938	1758,4	5 190,87 ₴
12	126	51	31	586	6	0,11	2841	1647,2	4 127,54 ₴
13	127	47	27	445	6	0,12	2485	1776	4 816,86 ₴
14	116	46	29	419	7	0,11	2391	1342,4	3 934,65 ₴
15	121	52	31	467	6	0,08	2876	1759,2	5 256,57 ₴

⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4985	110	51	28	400	5	0,08	2000	1804	5 202,85 ₴
4986	130	52	28	506	7	0,1	2232	2191,2	8 435,68 ₴
4987	117	48	35	600	5	0,11	2506	836,8	586,73 ₴
4988	127	48	27	445	6	0,12	2470	1877,6	5 249,58 ₴
4989	130	49	32	549	7	0,11	2882	1428,8	3 850,79 ₴
4990	113	50	32	582	7	0,09	2303	1261,6	4 046,57 ₴
4991	113	49	29	402	7	0,09	2415	1586,4	5 569,28 ₴
4992	114	51	28	400	6	0,12	2626	1877,6	5 093,58 ₴
4993	119	46	25	476	6	0,12	2324	1718,4	4 741,04 ₴
4994	122	50	28	427	6	0,11	2326	1905,6	5 735,71 ₴
4995	121	48	26	578	6	0,1	2385	1767,2	5 311,62 ₴
4996	110	52	32	593	7	0,11	2174	1385,6	4 355,22 ₴
4997	110	46	25	525	6	0,1	2712	1528	3 942,84 ₴
4998	117	48	27	442	6	0,12	2971	1712	4 067,73 ₴
4999	120	55	31	549	6	0,12	2235	1964,8	5 843,09 ₴
5000	117	49	26	443	6	0,08	2111	1898,4	6 665,07 ₴

Порівняльна характеристика згенерованих значень наступна:

показники	обсяг випуску Q	ціна за штуку c	змінні витрати v	постійні витрати FC	тірмін проекту n	норма дисконту r	початкові інвестиції I0	надходження (NCFt)	ЧПВ (NPV)
середнє знач.	119,9878	49,9876	29,9648	500,597	6,0086	0,099614	2505,805	1621,36064	4 564,08 ₴
станд. Відхил.	6,1457957	3,069093	3,085687161	60,55265077	0,6889274	0,012670561	304,6247656	428,7454215	2034,728239
коэф. Варіації	0,0512202	0,061397	0,102977065	0,120960874	0,1146569	0,127196587	0,121567626	0,264435568	0,445813292
мінімум	110	45	25	400	5	0,08	2000	524	-766,276013
максимум	130	55	35	600	7	0,12	3000	2871,2	11507,40648
число випадків NPV<0									16
сумма збитків									-4371,07321
сумма доходів									22824779,04
у межах відхилення	70,44%	67,88%	67,00%	68,84%	52,54%	70,52%	68,04%		
між мінімумом та максимумом	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%		

Наступним кроком був розрахунок кількісних показників результатів імітацій та порівняння їх зі значеннями NPV, стандартного відхилення та коефіцієнту варіації, отриманих у розділі 1.1 за відомими формулами методу сценаріїв:

NPV	4902,543132	очікуване значення NPV (EV)	4564,081593
		очікувані втрати (EL)	-0,874214641
		очікуваний виграш (EG)	4564,955807
		дисперсія (варіація) (D(NPV))	4140119,01
стандартне відхилення	4357,87081	вибіркове стандартне відхилення (s)	2034,728239
CV	0,888900045	коефіцієнт варіації (CV)	0,445813292
		коефіцієнт очікуваних втрат (ELR)	0,000191469
		ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0))	0,0032

Крім того, була складена програма на мові Python, котра також реалізує даний метод, що лише підтверджує його ефективність:

```
In [377]: %runfile D:/Alex/master/thesis/2.py --wdir
Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:
Математичне сподівання NPV  $M(NPV) = 4902.543131584587$ 
Дисперсія NPV  $D(NPV) = 18991037.998597167$ 
Стандартне відхилення NPV  $\sigma(NPV) = 4357.870810223401$ 
Коефіцієнт варіації NPV  $CV(NPV) = 0.8889000449884592$ 
```

```
Кількісні показники результатів імітацій методом Монте-Карло:
очікуване значення NPV (EV) = 4200.302854552618
очікувані втрати (EL) = -2.1486494747919154
очікуваний виграш (EG) = 4202.45150402741
дисперсія (варіація) (D(NPV)) = 3809282.930551492
вибіркове стандартне відхилення (s) = 1951.7384380473457
коефіцієнт варіації (CV) = 0.4646661218564034
коефіцієнт очікуваних втрат (ELR) = 0.0005110234972051284
ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0)) = 0.0076
```

Крім поточного прикладу, були також проведені розрахунки для наступних вхідних даних:

	обсяг випуску Q	ціна за штуку c	змінні витрати v	постійні витрати FC	амортизація dep	податок на прибуток τ	норма дисконту r	тірмін проекту n	початкові інвестиції I_0
Приклад 1	110-130	45-55	25-35	400-600	100	20%	8-12%	5-7	2000-3000
Приклад 2	50-80	60-100	10-20	400-600	100	20%	8-12%	6	5000-6000
Приклад 3	230-250	45-55	20-30	400-600	200	60%	10%	5	5000-5200
Приклад 4	50-70	80-90	30-40	300-400	200	30%	8-12%	4	4000-4400

У результаті були отримані наступні значення для відповідних проєктів:

за методом сценаріїв			за методом Монте-Карло							
NPV	стандартне відхилення	коефіцієнт варіації (CV)	очікуване значення NPV (EV)	очікувані втрати (EL)	очікуваний виграш (EG)	дисперсія (варіація) (D(NPV))	вибіркове стандартне відхилення (s)	коефіцієнт варіації (CV)	коефіцієнт очікуваних втрат (ELR)	ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0))
4902,5431	4357,87081	0,88890004	4564,0816	-0,874215	4564,955807	4140119,007	2034,728239	0,445813292	0,00019147	0,32%
7537,1769	6773,736505	0,89871003	7119,3065	-0,243615	7119,550136	11847285,91	3441,988656	0,483472463	0,00003422	0,12%
3785,6042	3153,379291	0,83299234	4026,7131	-0,01812	4026,731193	2848317,41	1687,695888	0,419124943	0,00000450	0,02%
2304,2108	1871,980339	0,81241714	2551,2923	-0,012921	2551,305211	852401,3042	923,2558173	0,361877712	0,00000506	0,02%

Розрахунки кожного з [прикладів 2-4](#) окремо та код програми наведені у розділі «Додатки».

2.4. Загальний огляд програмного забезпечення, розробленого для реалізації метода Монте Карло

На сьогоднішній день існує багато продуктів, що дозволяють проводити імітаційне моделювання по методу Монте Карло на звичайному домашньому комп'ютері. Основна частина програмного забезпечення поставляється у вигляді доповнень до програми Microsoft Excel.

Імітаційне моделювання з використанням Microsoft Excel

Програма Excel дозволяє провести імітаційне моделювання для аналізу інвестиційного проекту.

ПРИКЛАД 1:

Фірма розглядає інвестиційний проект виробництва деякого продукту. У процесі попереднього аналізу експерти виділили три ключових параметри проекту й визначили можливі сценарії.

	Мінімум	Максимум	
Змінні витрати	25	35	
Кількість	150	300	
Ціна	40	55	
Початкові інв. (I0)	2000	Ставка (r)	0,1
Пост. Витрати (F)	500	Податок (T)	0,2
Амортизація (A)	100	Строк(n)	5

Перший етап аналізу - це визначення залежності результуючого показника від вхідних параметрів. Найчастіше як такий показник використовують NPV.

За умовами прикладу, значення ставки дисконтування r і первісного обсягу інвестицій I_0 відомо, їх вважають постійними протягом терміну реалізації проекту.

Припустімо, що генерований проектом потік платежів має вид ануїтету. Тоді величина потоку платежів NCF для будь-якого періоду t однакова, її можна визначити з такого співвідношення:

$$NCF = [Q(P - V) - F - A](1 - T) + A.$$

За умовами прикладу, ключові варійовані параметри – це змінні витрати V , обсяг випуску Q і ціна P . Імітаційні експерименти проводимо за допомогою програми Excel, використовуючи інструмент «Генератор випадкових чисел» меню «Аналіз даних» (Analysis ToolPack). Цей інструмент призначено для автоматичної генерації даних відповідно до певного розподілу ймовірностей. При цьому можна використати 7 типів розподілів: рівномірний, нормальний, Бернуллі, Пуассона, біноміальний, модельний і дискретний. Застосування інструмента «Генератор випадкових чисел», потребує установки спеціального додатку «Пакет аналізу».

Приклад 2:

	Мат. Очікування	Стандартне відхилення	
Змінні витрати	400	120	
Кількість	1500	400	
Ціна	400	55	
Початкові інв. (I)	500	Норма (r)	0,1
Пост. Витрати (F)	120	Податок (T)	0,6
Амортизація (A)	150	Строк(n)	5

Приклад 3:

	Мат. очікування	Стандартне відхилення	
Змінні витрати	2	1	
Кількість	800000	15000	
Ціна	4,15	2	
Початкові інв. (I)	1000000	Норма (r)	0,1
Пост. Витрати (F)	50000	Податок (T)	0,6
Амортизація (A)	11000	Строк(n)	5

@Risk

Програмне забезпечення @Risk, як і усі порівняні у цій роботі програми, поставляється як доповнення до Microsoft. Але на відміну від більшості інших продуктів, його можна використовувати і з іншими джерелами даних. У комплекті іде «ядро» @Risk, яке можна використовувати навіть при створенні свого програмного забезпечення.

@Risk розроблено австралійською компанією Palisade Corporation, а перша версія програми була випущена ще 1987 році, і як раз ті перші версії не мали інтеграції з Excel.

@Risk – це пропріетарне програмне забезпечення, за вартістю ліцензії від 85 фунтів стерлінгів. При цьому в найпростішій версії нема великої частини функціоналу. Якщо ж розглядати найбільш функціональну версію, то це – один з найрозвиненіших пакетів для оцінки і аналізу ризиків та для оптимізації бізнес-процесів. @Risk використовує декілька різних генераторів випадкових чисел, а також можна обрати один з двох методів генерації вибірки – Монте Карло та LatinHypercubeSampling.

Тепер проведемо імітаційне моделювання використовуючи програмне забезпечення @Risk.

Для цього запускаємо Microsoft Excel та @Risk. Використовуючи ту таблицю, що вже є для моєї моделі, задаємо вхідні та вихідні параметри. Вхідними є змінні витрати, обсяг випуску та ціна. Вихідним параметром є NPV.

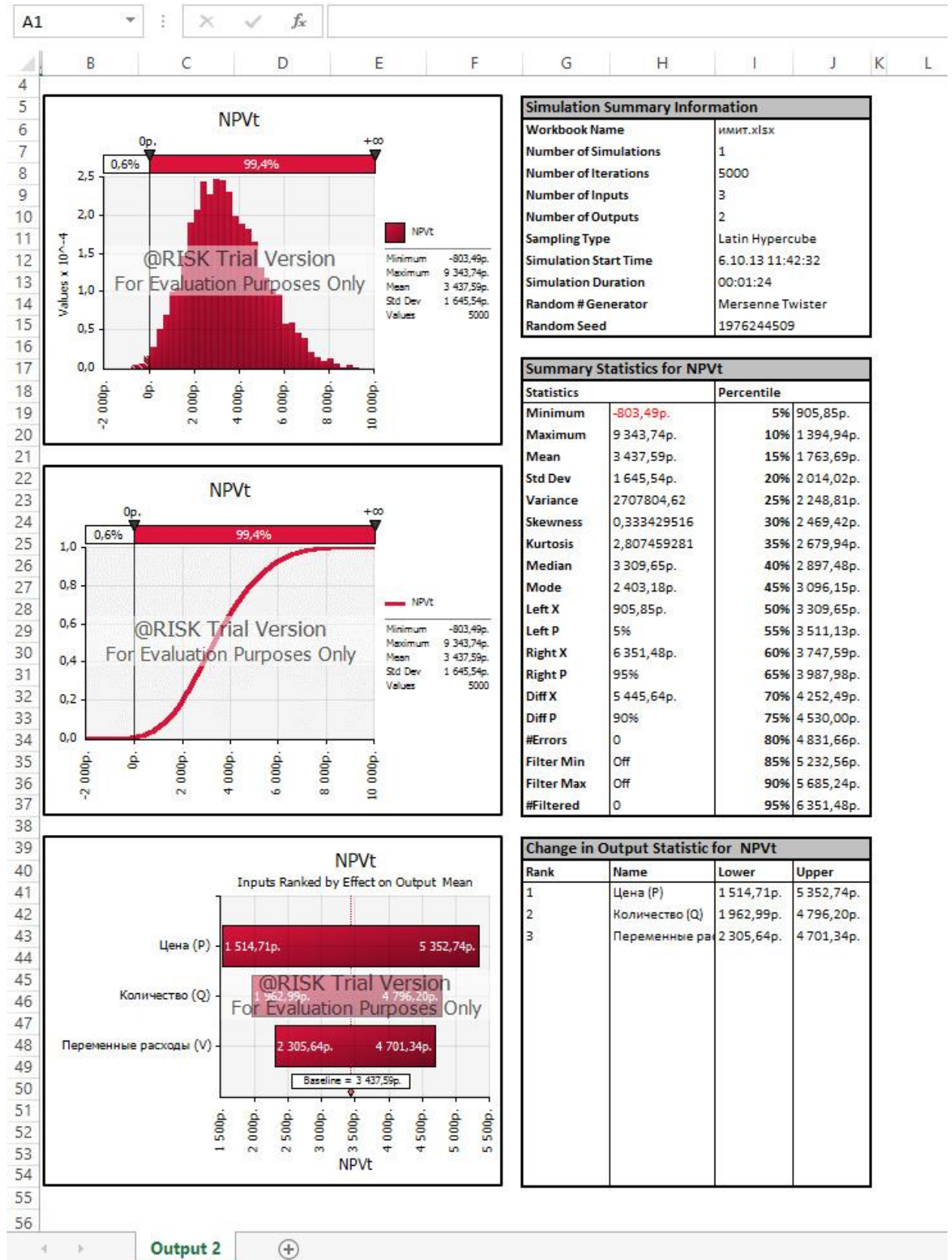
Потім стосовно кожної змінної встановлюють закон її розподілу, зокрема такі закони: рівномірний (*uniform*), трикутний (*triangular*), біноміальний (*binomial*), обумовлений користувачем (*custom*) і нормальний (*normal*). Програма дає можливість призначити кілька десятків видів розподілу (нагадаємо, що в Excel їх тільки сім).

Нарешті, переходимо до власне імітаційного аналізу ризиків. Для цього задаємо кількість імітацій, наприклад 5000, і запускаємо процес імітації командою Run. Програма підраховує 5000 можливих значень прибутку, виходячи з випадкового вибору вихідних змінних відповідно до законів їх розподілу.

У результаті з'являється графік розподілу NPV. На лівій шкалі показано ймовірність розподілу NPV.

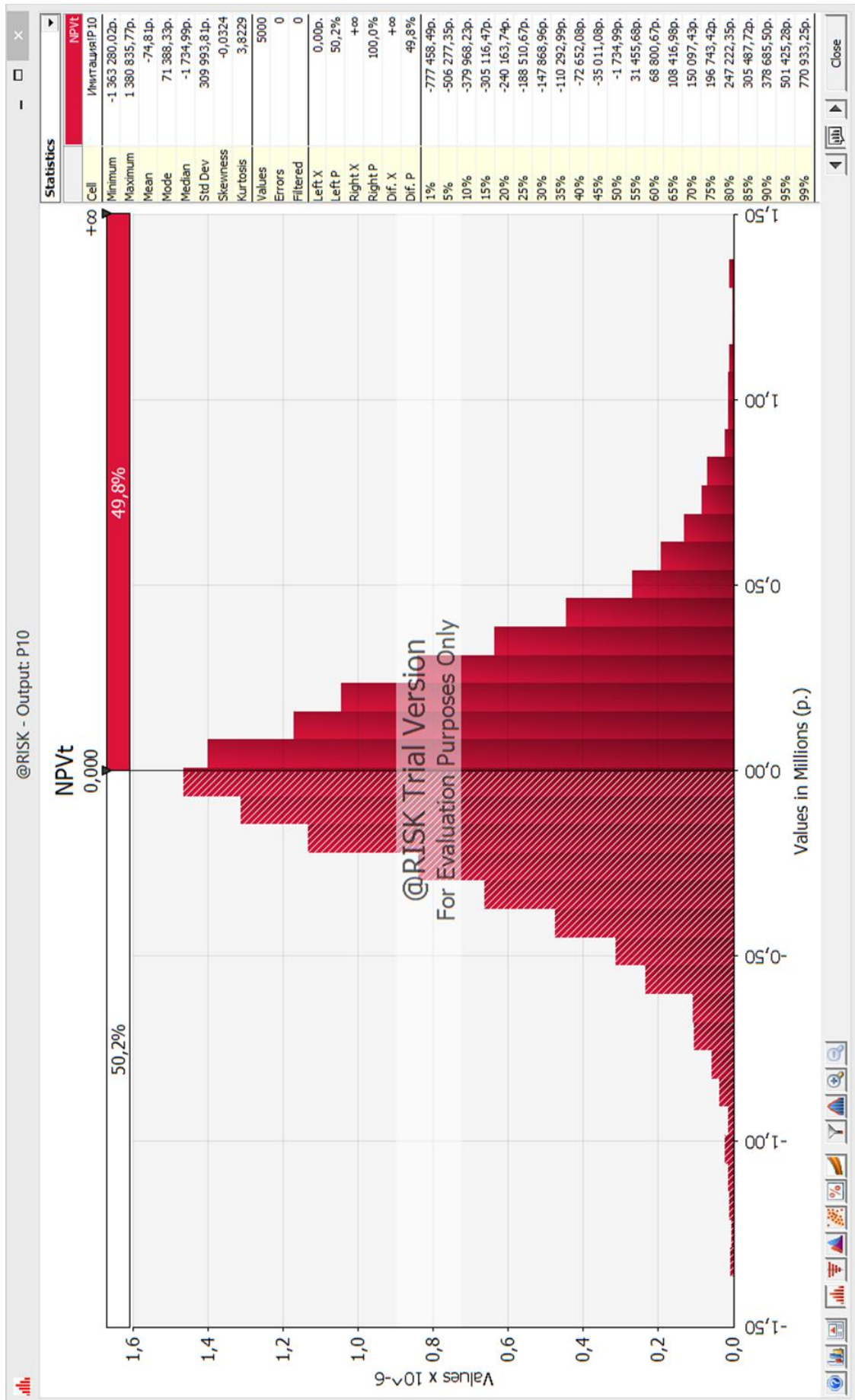
Аналізуємо результати.

Приклад 1:

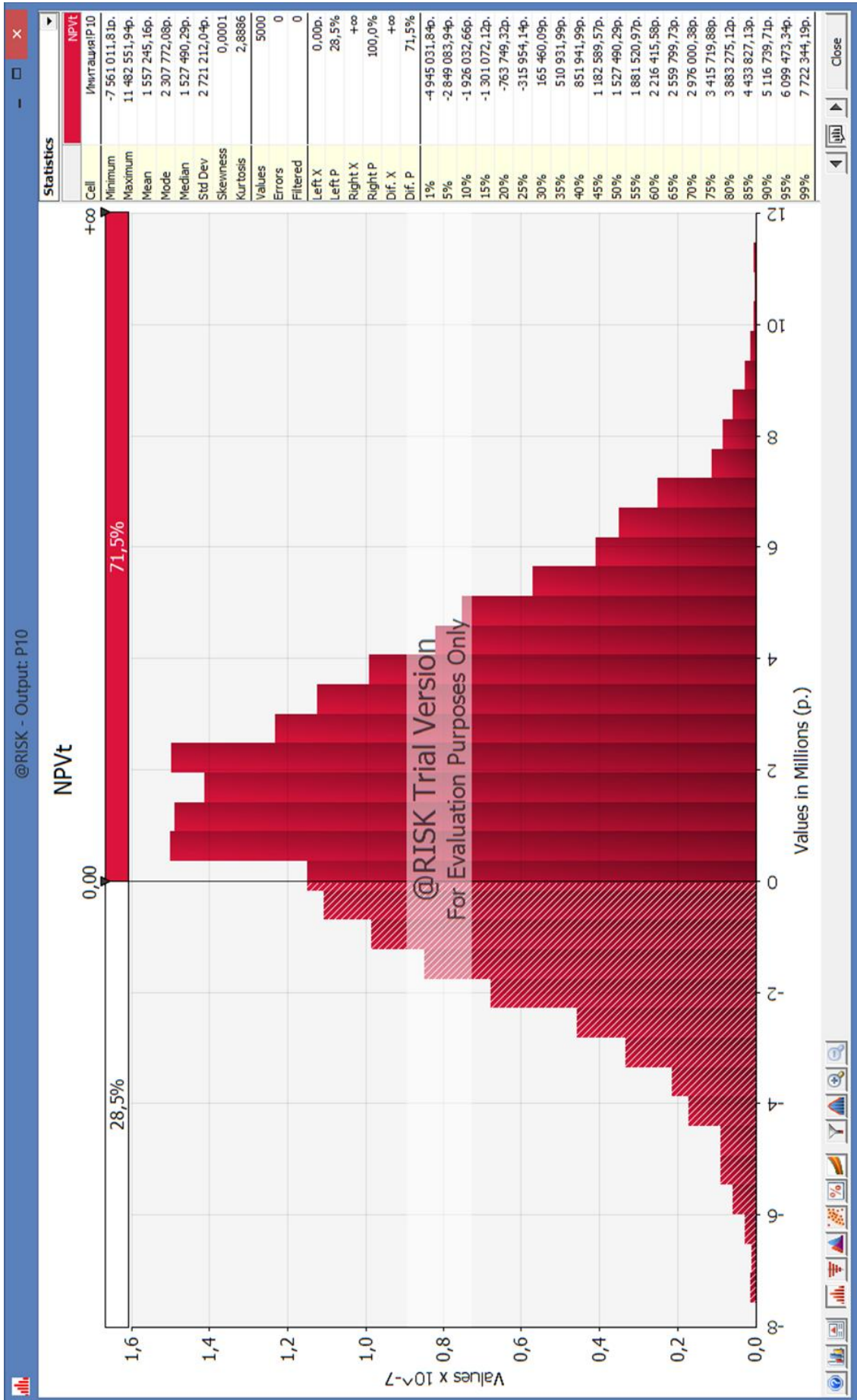


Output 2

Приклад 2:



Приклад 3:



RiskSolver

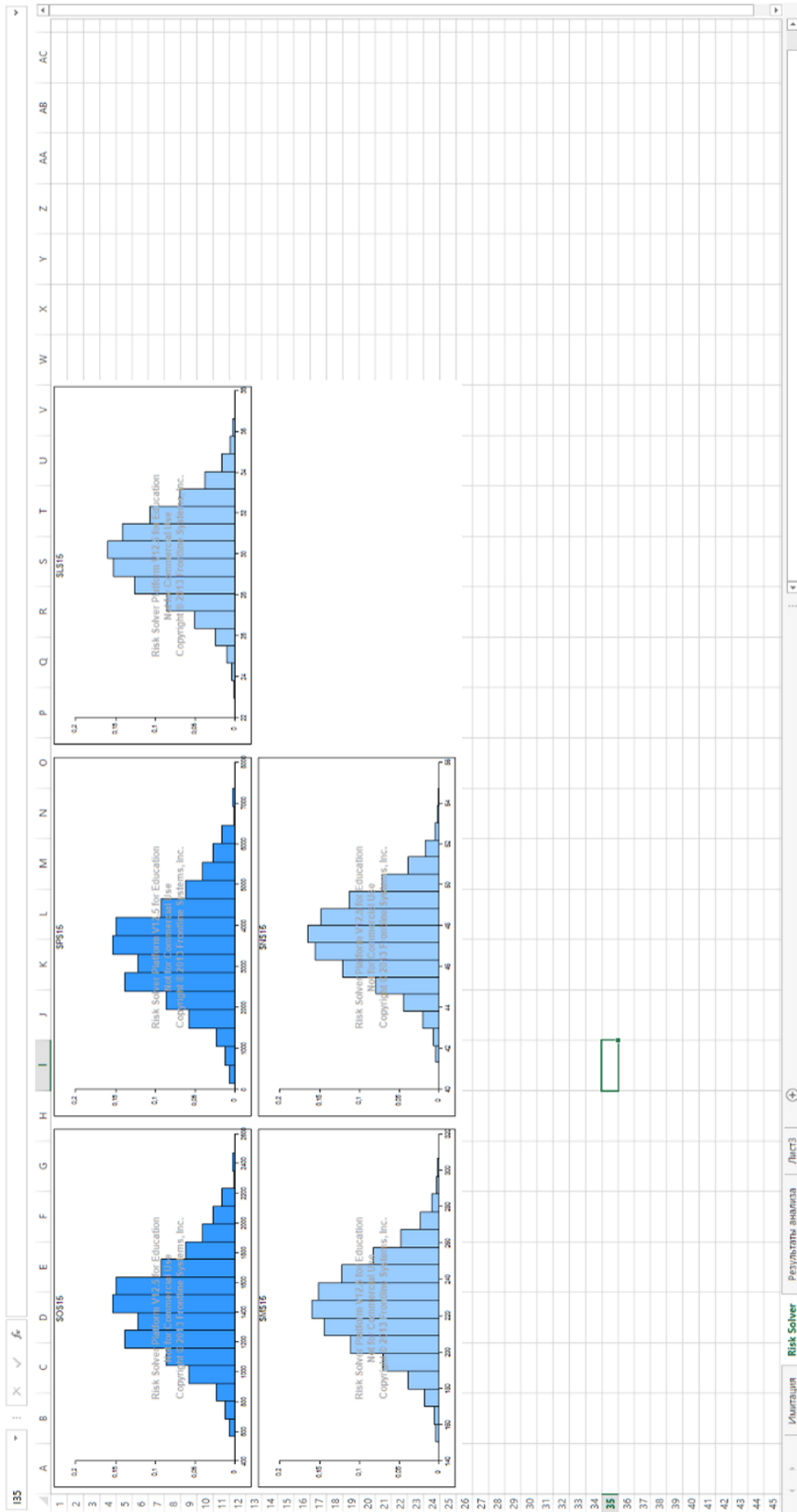
Тепер проведемо імітаційне моделювання використовуючи програмне забезпечення RiskSolver.

Для цього запускаємо Microsoft Excel та RiskSolver. Використовуючи ту таблицю, що вже є для моєї моделі, задаємо вхідні та вихідні параметри моделі. Вхідними є змінні витрати, обсяг випуску та ціна. Вихідним параметром є NPV.

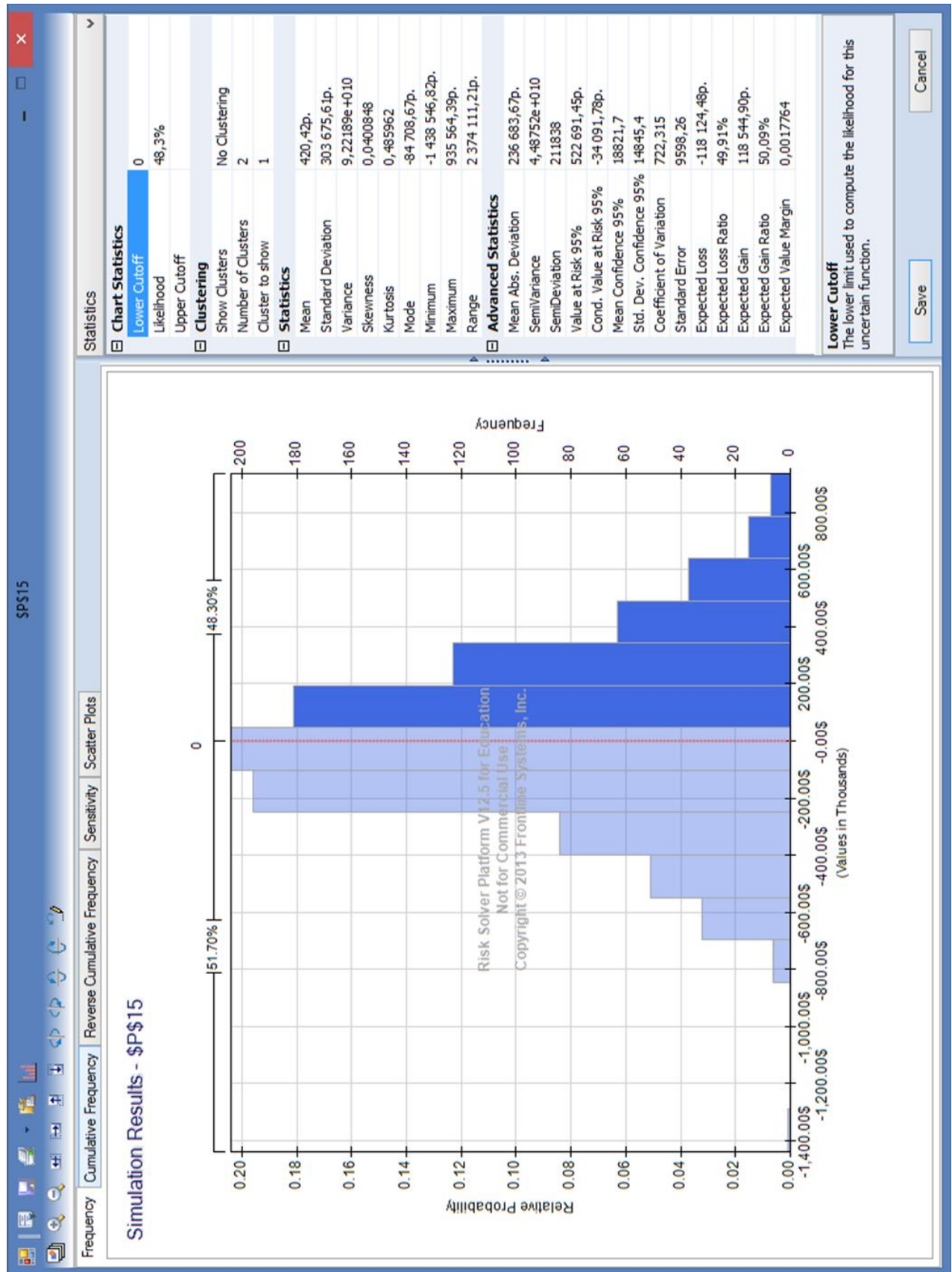
Потім стосовно кожної змінної встановлюють закон її розподілу, зокрема такі закони: рівномірний (*uniform*), трикутний (*triangular*), біноміальний (*binomial*), обумовлений користувачем (*custom*) і нормальний (*normal*). Програма дає можливість призначити кілька десятків видів розподілу (нагадаємо, що в *Excel* їх тільки сім).

Нарешті, переходимо до власне імітаційного аналізу ризиків. Для цього задаємо кількість імітацій, наприклад 5000, і запускаємо процес імітації командою Run. Програма підраховує 5000 можливих значень прибутку, виходячи з випадкового вибору вихідних змінних відповідно до законів їх розподілу.

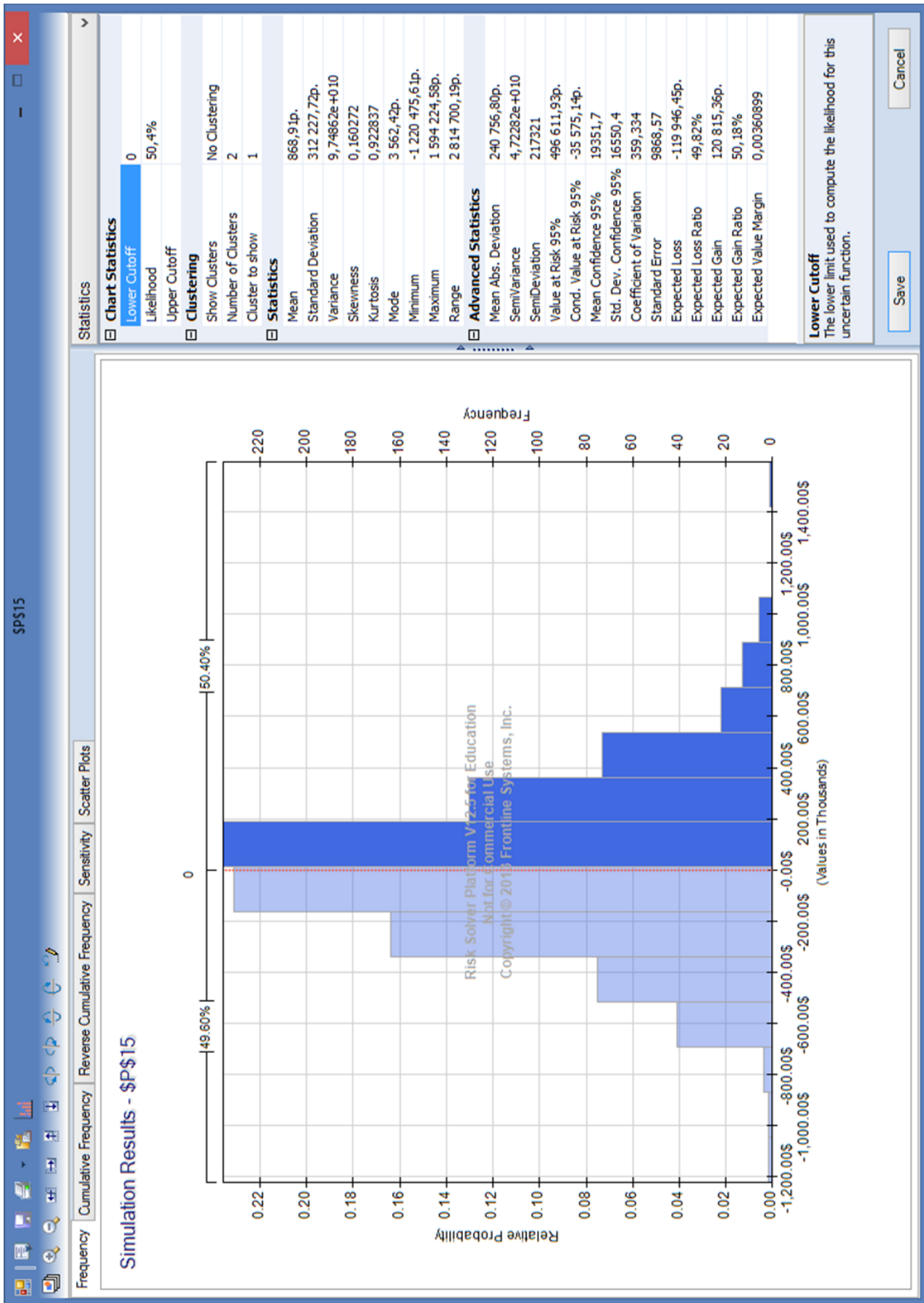
Приклад 1:



Приклад 2:



Приклад 3:



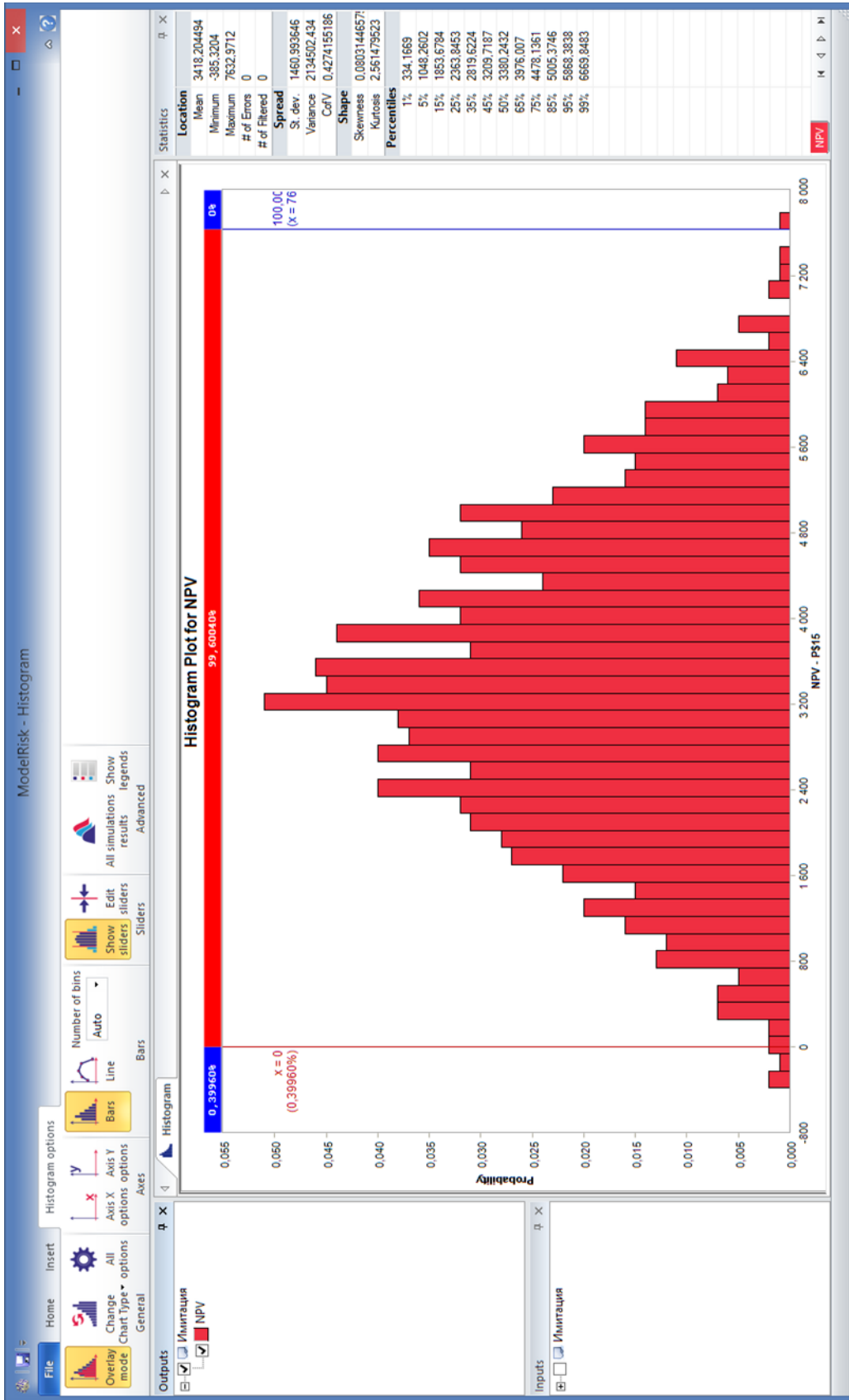
ModelRisk

ModelRisk – це третій з найбільш функціональних та популярних пакетів для моделювання та аналізу ризиків. Перша версія цього програмного забезпечення була випущена у 2008 році, але на даний момент це один з найрозвиненіших пакетів, з деякими унікальними функціями. В ньому найбільші можливості для побудови правильної математичної моделі, інструменти для аналізу екстремальних значень параметрів моделі, можливість указати допущення, які потім будуть використані при моделюванні. В ModelRisk є найбільша кількість можливих типів розподілу випадкових чисел (більше 120) та багато інструментів для обробки кореляцій та інших залежностей у вхідних параметрах.

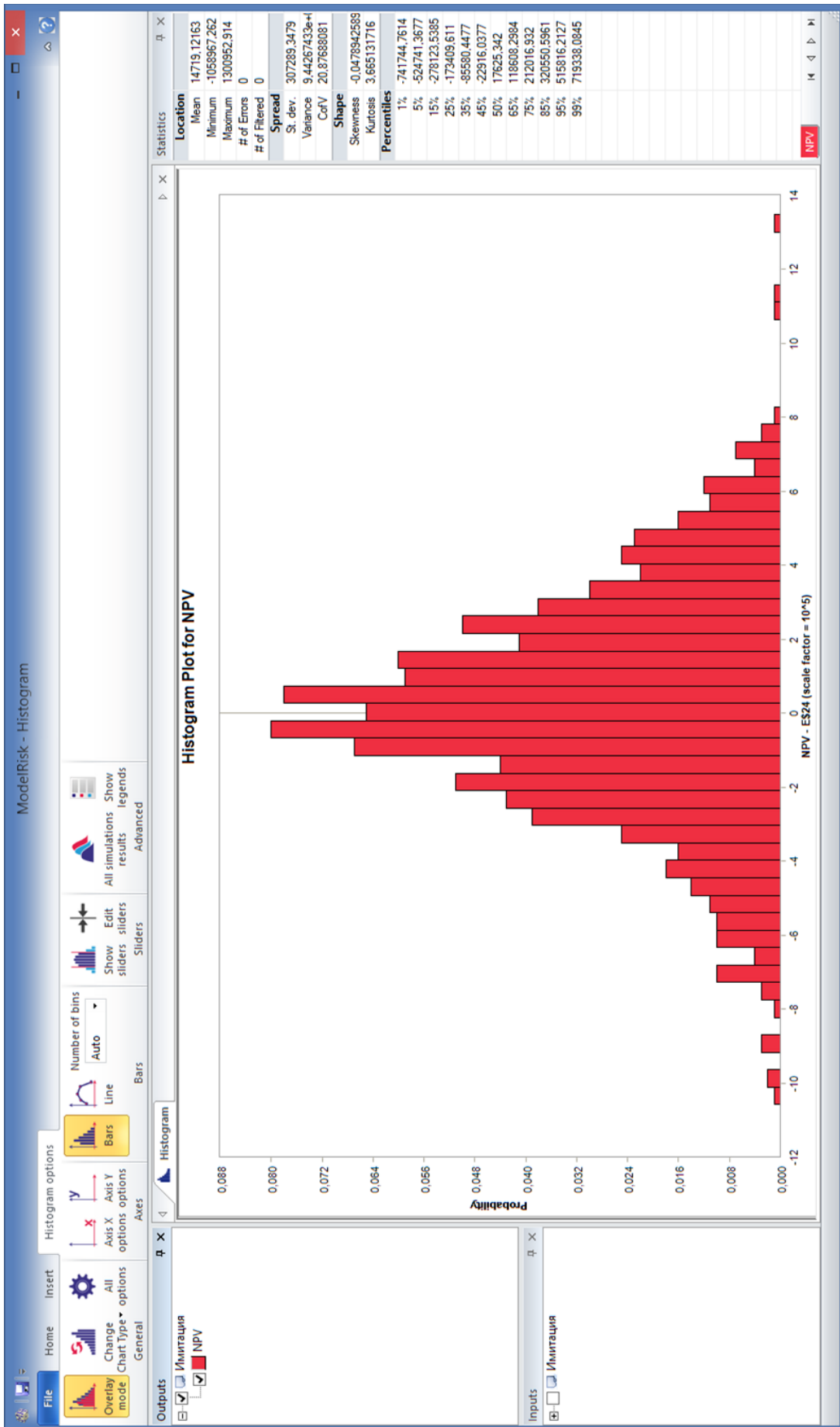
На сьогоднішній день саме цей пакет є оптимальним вибором для більшості ситуацій. Він не є найшвидшим з оглянутих пакетів, але його можливості з аналізу вхідних параметрів, а саме знаходження необхідного закону розподілу, знаходження залежностей та інші подібні функції значно зменшують час, необхідний для аналізу ризиків.

Тепер виконаємо той же аналіз використовуючи ModelRisk:

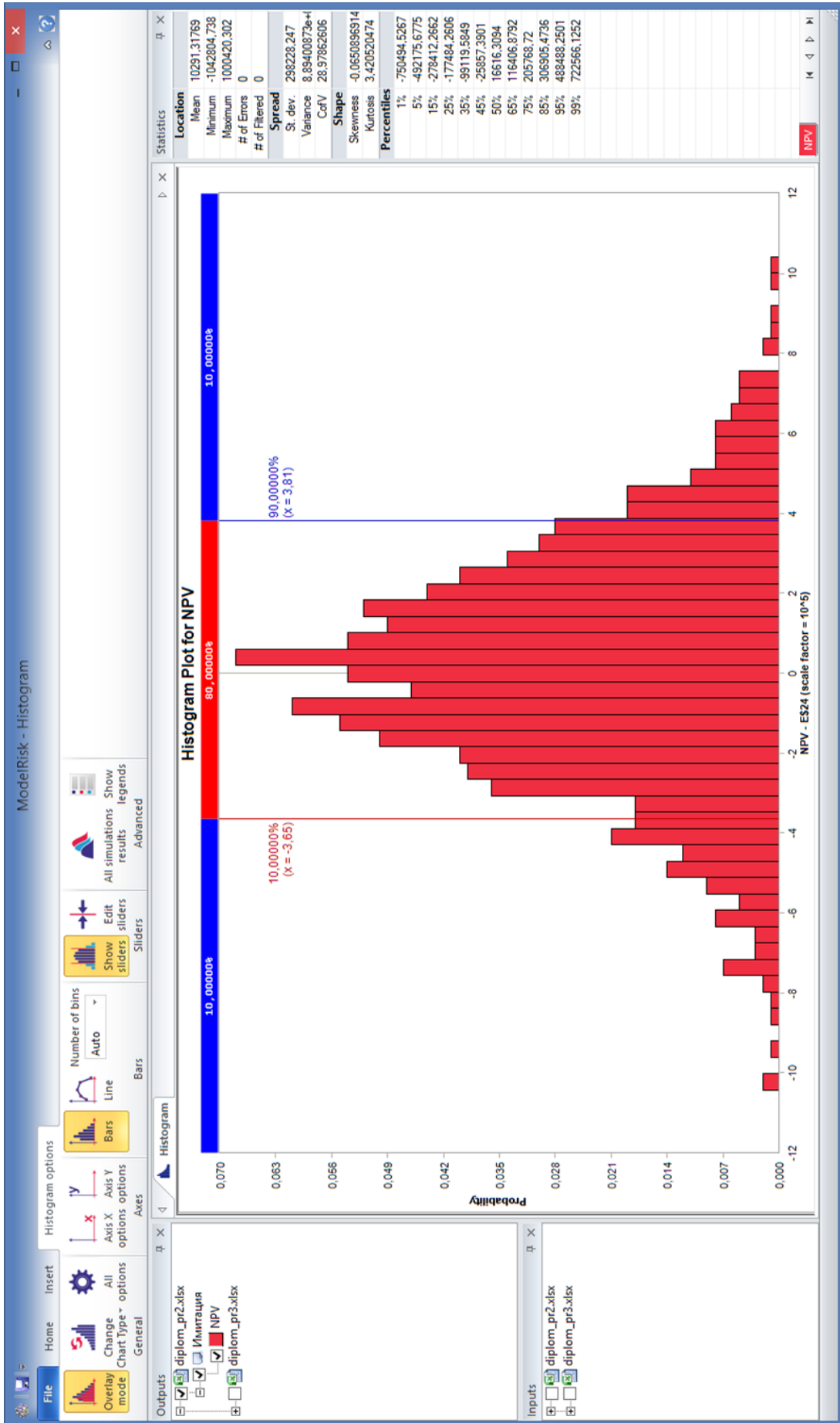
Приклад 1:



Приклад 2:



Приклад 3:

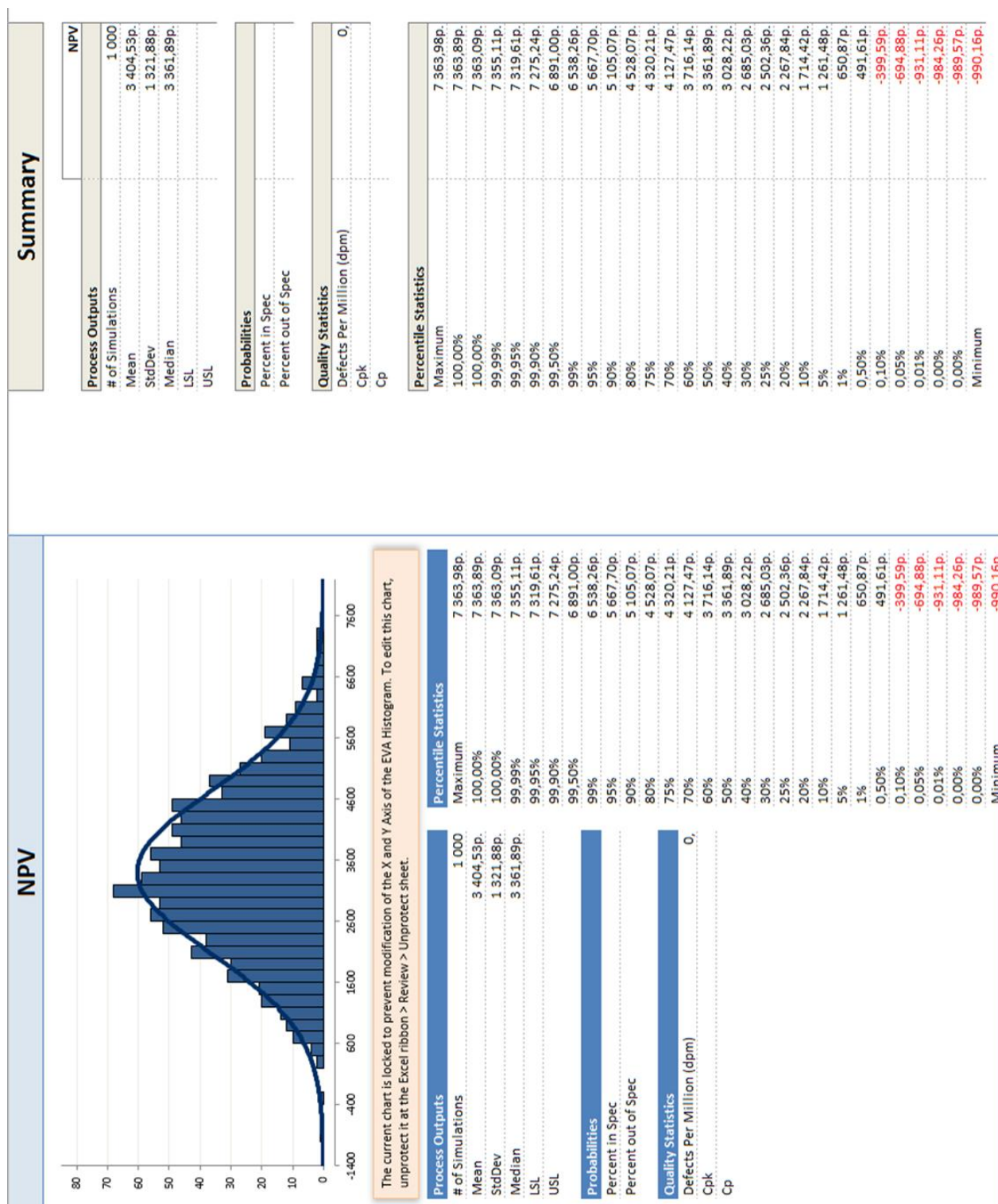


QuantumXL

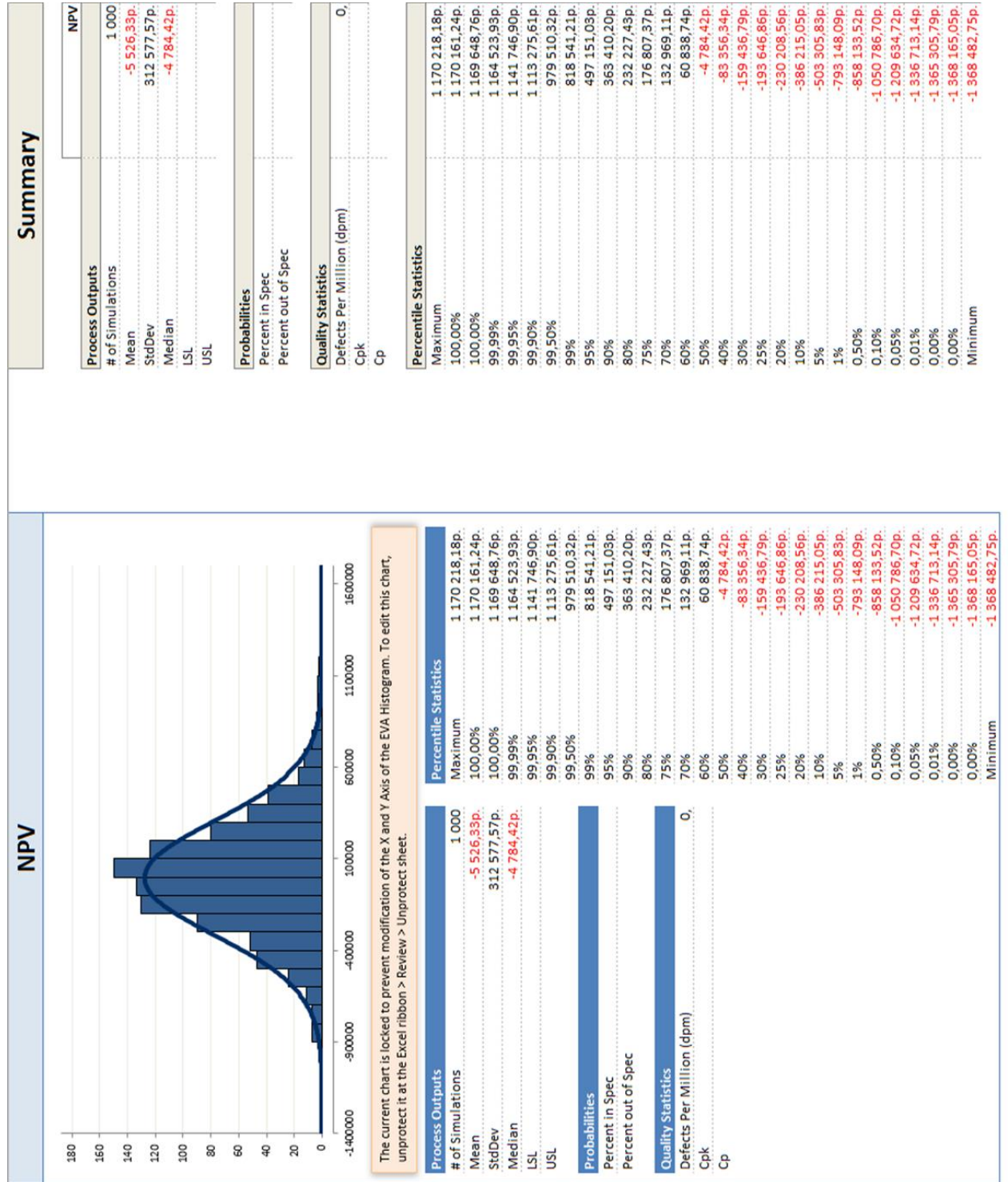
Це ще один представник середнього класу програмного забезпечення для аналізу ризиків. Він дуже схожий на RiskSolver, відрізняючись лише набором законів розподілу.

Виконаємо той же аналіз використовуючи QuantumXL:

Приклад 1:



Приклад 2:



Summary

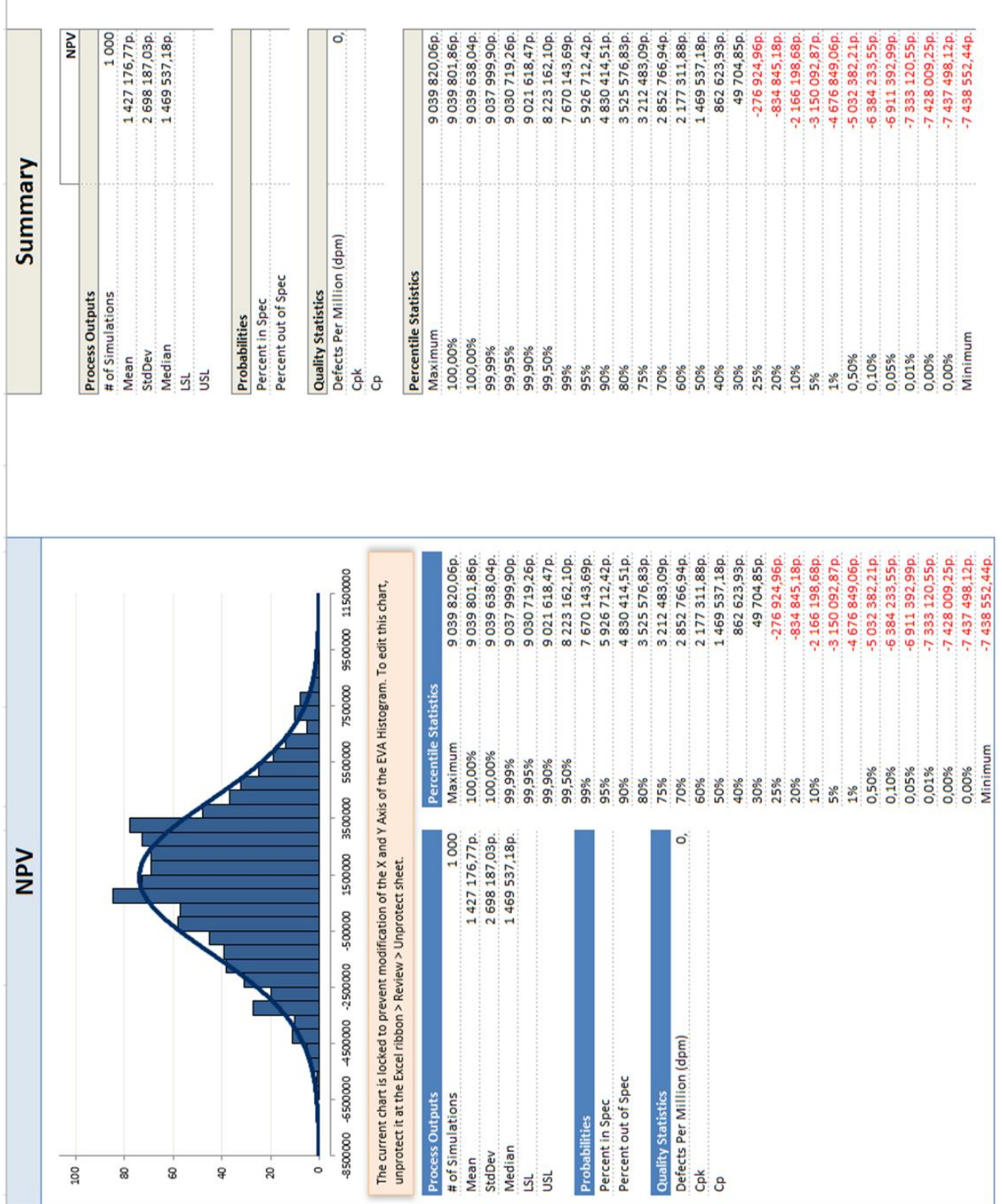
Process Outputs	
# of Simulations	1 000
Mean	-5 526,33p
StdDev	312 577,57p
Median	-4 784,42p
LSL	
USL	

Probabilities	
Percent in Spec	
Percent out of Spec	

Quality Statistics	
Defects Per Million (dpm)	0
Cpk	
Cp	

Percentile Statistics	
Maximum	1 170 218,18p
100,00%	1 170 161,24p
100,00%	1 169 648,76p
99,99%	1 164 523,93p
99,95%	1 141 746,90p
99,90%	1 113 275,61p
99,50%	979 510,32p
99%	818 541,21p
95%	497 151,03p
90%	363 410,20p
80%	232 227,43p
75%	176 807,37p
70%	132 969,11p
60%	60 838,74p
50%	-4 784,42p
40%	-83 356,34p
30%	-159 436,79p
25%	-193 646,86p
20%	-230 208,56p
10%	-386 215,05p
5%	-503 305,83p
1%	-793 148,09p
0,50%	-858 133,52p
0,10%	-1 050 786,70p
0,05%	-1 209 634,72p
0,01%	-1 336 713,14p
0,00%	-1 365 305,79p
0,00%	-1 368 165,05p
Minimum	-1 368 482,75p

Приклад 3:



Інші програми та додатки, котрі слід згадати

CrystalBall (компанія Oracle)

CrystalBall – пакет для моделювання та аналізу ризиків і оптимізації. Розробка CrystalBall почалась майже одночасно з розробкою @Risk, та ці два пакети є найстарішими на даний момент.

За функціоналом вони також дуже схожі, але так як розробкою CrystalBall зараз займається Oracle, то на відміну від @Risk в нього є інструменти для використання з базами даних. В усьому іншому ці продукти приблизно одного рівня.

Erzats

Erzats – це представник ПЗ для оцінки ризиків середнього рівня. Він платний, але і ціна, і рівень функціоналу набагато менший ніж у конкурентів. Відрізняється він від інших також тим, що під час його використання у вікні Excel нема ніякого допоміжного інтерфейсу, тобто усі вхідні та вихідні параметри задаються вручну, за допомогою функцій, які потрібно знати або запам'ятати. Можливості по побудові математичної моделі тут також набагато менші, ніж в інших програмах - це стосується як вибору закону розподілу випадкових чисел для параметрів, так і різних залежностей між ними.

Simtools.xls

Серед розглянутих мною програм були не тільки дорогі розробки великих компаній, але і безкоштовні програми, які використовуються у різних університетах. Прикладом такого програмного забезпечення для аналізу ризиків є Simtools.xls, розроблений Роджером Майерсоном, професором економіки Університету Чикаго. Це макрос для проведення статичної роботи з випадковими числами, кореляціями між ними, різними законами розподілу випадкових чисел, а також і для проведення симуляцій та допомоги у прийнятті рішень.

Цей макрос можна рекомендувати у тому випадку, якщо аналіз ризиків треба провести лише декілька разів, при необхідності постійної роботи з аналізом ризиків швидкість та важкість у використанні роблять доцільним придбання професіонального пакету для аналізу ризиків.

2.5. Розробка власного програмного забезпечення

Для написання програми для проведення імітаційного моделювання за методом Монте Карло було використано мови програмування Excel і Python. Для того, щоб написати програму для проведення імітаційного моделювання, треба вирішити дві проблеми – відобразити у коді математичну модель та забезпечити правильний розподіл випадкових чисел для імітацій. І якщо майже будь-яку математичну модель досить легко перенести у код, з генерацією випадкових чисел з відповідним розподілом виникають деякі проблеми.

2.5.1. Способи одержання випадкових чисел

Для правильного використання методу Монте-Карло однією з вимог є правильна генерація випадкових значень вхідних параметрів.

Для одержання випадкових чисел можна використовувати різні способи. У загальному випадку всі методи генерування випадкових чисел можна розділити на апаратні й програмні. Пристрої або алгоритми одержання випадкових чисел називають генераторами випадкових чисел (ГВЧ) або датчиками випадкових чисел.

Апаратні ГВЧ являють собою пристрої, що перетворюють у цифрову форму який-небудь параметр навколишнього середовища або фізичного процесу. Параметр і процес вибираються таким чином, щоб забезпечити гарну «випадковість» значень при зчитуванні. Дуже часто використовуються паразитні процеси в електроніці (струми витоку, тунельний пробій діодів, цифровий шум відеокамери, шуми на мікрофонному вході звукової карти й т. д.).

Формована в такий спосіб послідовність чисел, як правило, носить абсолютно випадковий характер і не може бути відтворена заново за бажанням користувача.

До програмних ГВЧ ставляться різні алгоритми генерування послідовності чисел, що по своїх характеристиках нагадує випадкову. Для формування чергового числа послідовності використовуються різні алгебраїчні перетворення. Одним з перших програмних ГВЧ є метод середин квадратів, запропонований в 1946 р. Дж. фон Нейманом. Цей ГВЧ формує наступний елемент послідовності на основі попереднього шляхом піднесення його у квадрат і виділення середніх цифр отриманого числа. Наприклад, ми хочемо одержати 10-значне число й попереднє число рівнялося 5772156649. Зводимо його у квадрат й одержуємо 33317792380594909201; виходить, що отриманим числом буде 7923805949. Очевидним недоліком цього методу є зациклення у випадку, якщо чергове число буде дорівнювати нулю. Крім того, існують й інші порівняно короткі цикли.

Будь-які програмні ГВЧ, що не використовують зовнішніх «джерел ентропії» і формуюче чергове число тільки алгебраїчними перетвореннями, не дають чисто випадкових чисел. Послідовність на виході такого ГВЧ виглядає як випадкова, але насправді підкоряється деякому закону й, як правило, рано або пізно зациклюється. Такі числа називаються псевдовипадковими.

Надалі ми будемо розглядати лише програмні генератори псевдовипадкових чисел.

2.5.2. Характеристики ГВЧ

Послідовності випадкових чисел, формованих тим або іншим ГВЧ, повинні задовольняти ряду вимог. По-перше, числа повинні вибиратися з певної множини (найчастіше це дійсні числа в інтервалі від 0 до 1 або цілі від 0 до N). По-друге, послідовність повинна підкорятися певному розподілу на заданій множині (найчастіше розподіл рівномірне). Необов'язковим є вимога

відтворюваності послідовності. Якщо ГВЧ дозволяє відтворити заново один раз сформовану послідовність, налагодження програм з використанням такого ГВЧ значно спрощуються. Крім того, вимога відтворюваності часто висувається при використанні ГВЧ у криптографії.

Оскільки псевдовипадкові числа не є дійсно випадковими, якість ГВЧ дуже часто оцінюється по «випадковості» одержуваних чисел. У цю оцінку можуть входити різні показники, наприклад, довжина циклу (кількість ітерацій, після якого ГВЧ зациклюється), взаємозалежності між сусідніми числами (можуть виявлятися за допомогою різних методів теорії ймовірностей і математичної статистики) і т. д. Докладніше оцінка якості ГВЧ розглянута нижче.

2.5.3. Генерування рівномірно розподілених випадкових чисел

Майже повсюдно використовуваний метод генерування псевдовипадкових цілих чисел складається у виборі деякої функції f , що відображає множина цілих чисел у себе. Вибирається яке-небудь початкове число x_0 , а кожне наступне число породжується за допомогою рекуррентного співвідношення:

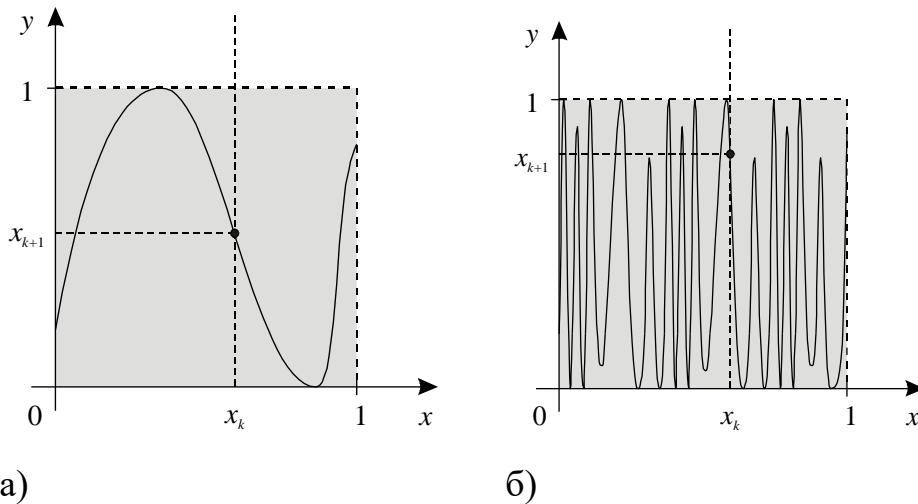
$$x_{k+1} = f(x_k)$$

Число x_k часто називається зерном (англ. seed) ГВЧ і повністю визначає поточний стан ГВЧ і наступне згенероване значення.

Спочатку функції f вибиралися як можна більше складні. Наприклад, $f(x)$ визначалося як ціле число, двійкове подання якого становить середній 31 розряд 62- розрядного квадрата числа x (модифікація методу середин квадратів). Але відсутність теорії відносно f приводило до катастрофічних наслідків. Для методу середин квадратів це вже згадуване зациклення при перетворенні чергового числа в нуль. Тому вже досить давно перейшли до використання функцій, властивості яких цілком відомі. Усяка послідовність цілих чисел з інтервалу $(0, 2^{31}-1)$ повинна містити повторення найбільше після $2^{31} \approx 10^9$ елементів. Використовуючи теорію чисел, можна вибрати таку

функцію f , для якої наперед буде відомо, що її період максимально можливий або близький до максимального. Цим запобігається передчасне закінчення або зациклення послідовності. Подальше використання теорії чисел може більш-менш пророчити характер послідовності, даючи користувачеві деякий ступінь упевненості в тім, що вона буде досить добре моделювати випадкову послідовність чисел.

Уявимо генерування чисел у діапазоні $[0; 1]$ рекуррентним методом графічно (див. мал. 3). Очевидно, функція $f(x)$ повинна бути визначена на всьому відрізку $[0; 1]$ і мати на цьому відрізку безперервну область значень $[0; 1]$, у протилежному випадку згенеровані числа будуть становити лише невластну підмножину зазначеного відрізка.



Мал.3.1 - Графічне подання рекуррентного ГВЧ:
а) з «поганою» функцією $f(x)$; б) з «гарною» функцією $f(x)$.

Уважається, що функція $f(x)$ тим краще підходить для генерування випадкових чисел, чим більш щільно й рівномірно її графік заповнює область $x \in [0; 1], y \in [0; 1]$. Наприклад, функція, наведена на мал. 3.1,а), буде давати послідовність чисел із сильною кореляційною залежністю сусідніх елементів. У випадку функції, наведена на мал. 3.1, б), ця залежність буде значно слабкіше.

У цей час широке поширення одержали лінійні конгруентні ГВЧ. У такому ГВЧ кожне наступне число виходить на основі єдиного попереднього, при цьому використовується функція f виду:

$$f(x) = (ax+c) \bmod m,$$

де для n - розрядних двійкових цілих чисел m звичайно дорівнює 2^n .

Конгруентний ГВЧ видає псевдовипадкові цілі числа в інтервалі $(0, m)$. Параметри x_0 , a й c – цілі числа з тієї ж області, обрані виходячи з наступних міркувань:

x_0 може бути довільним. Для перевірки програми можливо $x_0=1$. Надалі в якості x_0 можна брати поточний час, перетворений в число з інтервалу $(0, m)$. Такий підхід забезпечує різні послідовності для різних запусків програми.

Вибір a повинен задовольняти трьом вимогам (для двійкових машин):

$$a \bmod 8 = 5;$$

$$\frac{m}{100} < a < m - \sqrt{m};$$

двійкові знаки a не повинні мати очевидного шаблону.

У якості c варто вибирати непарне число, таке, що

$$\frac{c}{m} \approx \frac{1}{2} - \frac{1}{6} \sqrt{3} \approx 0,21132$$

При використанні конгруентного ГВЧ варто пам'ятати, що найменш значимі двійкові цифри x_k будуть «не дуже випадковими». Тому, беріть найбільш значимі розряди x_k , а не найменш значимі. Нарешті, для більшої надійності корисно попередньо випробувати випадкові числа на якій-небудь задачі з відомою відповіддю, схожої з реальним додатком.

2.5.4. Генерування чисел з довільним розподілом

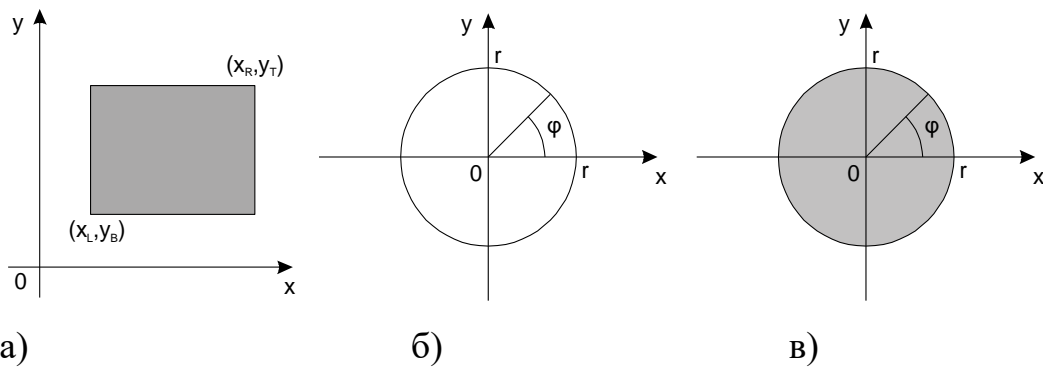
Досить часто виникає необхідність згенерувати послідовність випадкових чисел y_i , рівномірно розподілених на даному кінцевому інтервалі $[a, b]$, за допомогою ГВЧ, що видає числа x_i на інтервалі $[0, m]$. Приведення діапазону

ГВЧ до потрібного інтервалу в цьому випадку здійснюється простим лінійним перетворенням:

$$y_i = \frac{b-a}{m} x_i + a$$

Розподіл чисел після такого перетворення залишається рівномірним.

Більше складним випадком є генерування випадкових точок з деякої множини в n -мірному просторі R^n , наприклад, точок з деякої області на площині. Розглянемо формування випадкових точок для декількох простих областей: прямокутника, кола і круга



Мал.3.2 - Області, з яких вибираються точки

Для одержання рівномірно розподілених випадкових чисел із прямокутника, сторони якого паралельні осям координат (див. мал. 3.2, а), досить витягати із ГВЧ послідовно пари чисел, приводити їх до потрібних інтервалів і використати як координати точки:

$$x_i = \frac{x_R - x_L}{m} u_{2i} + x_L$$

$$y_i = \frac{y_T - y_B}{m} u_{2i+1} + y_B,$$

де u_j – рівномірно розподілене випадкове число з відрізка $[0, m]$.

Коло можна представити одновимірною множиною точок з кутовою координатою φ , що приймає значення на інтервалі $(0, 2)$. Таким чином, декартові координати чергової точки можна обчислити в такий спосіб:

$$\phi_i = \frac{2\pi}{m} u_i$$

$$x_i = r \cos \phi_i$$

$$y_i = r \sin \phi_i .$$

де u_j – рівномірно розподілене випадкове число з інтервалу $(0, m)$; r – радіус кола.

У випадку круга перше, що спадає на думку – скористатися полярною системою координат (ρ, φ) , у якій дана множина фактично являє собою прямокутник (а для нього спосіб генерації чисел відомий). Однак, при переході від полярних координат до декартових порушується розподіл випадкових чисел: воно стає нерівномірним; щільність розподілу в центрі кола вище, ніж по краях.

Існує кілька способів одержання рівномірного розподілу по кругу. Розглянемо один з них. Будемо генерувати випадкові пари (x, y) і для кожної з них ставити усередині круга відповідну точку, заповнюючи в такий спосіб цю область. Виходячи з подань про рівномірний розподіл можна припустити, що при досить великій довжині згенерованої послідовності на одиницю площі круга буде доводитися приблизно та сама кількість точок поза залежністю від їхнього розташування (інакше кажучи, при рівномірному розподілі щільність точок по кругу буде однаковою).

Скористаємося полярною системою координат для генерування точок. При цьому будемо вибирати кут φ рівномірно розподіленим на інтервалі $(0; 2\pi)$, а розподіл ρ побудуємо в такий спосіб:

$$\rho = r\sqrt{x},$$

де x – рівномірно розподілена на відрізку $[0; 1]$ випадкова величина. Можна показати, що при такому способі формування координат випадкові точки будуть рівномірно розподілені по всій площі круга.

Крім вибору з довільної множини, часто потрібно формувати числа з розподілом, відмінним від рівномірного. Розподіл звичайно задається функцією щільності розподілу $f(x)$ або функцією розподілу $F(x)$. Функція розподілу в довільній точці x показує ймовірність того, що випадкова величина X виявиться менше даного значення x :

$$F(x) = P(X < x).$$

Функція щільності розподілу являє собою похідну $F(x)$:

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

Функція $F(x)$ для будь-якої випадкової величини є неубутною на всьому інтервалі $(-\infty; +\infty)$, прямує до 0 при $x \rightarrow -\infty$ і до 1 при $x \rightarrow +\infty$. Для одержання випадкових чисел із заданим розподілом $F(x)$ необхідно знайти функцію, зворотну до $F(x)$, тобто таку функцію G , що для всіх $y = F(x)$ виконується $G(y) = x$. Це можна пояснити в такий спосіб. Припустимо, що ми багаторазово вибираємо число y , рівномірно розподілене на інтервалі $[0; 1]$; кожному y ми ставимо у відповідність деяке $x = G(y)$. Вибору 50000 ігреків відповідає вибір 50000 іксів. Таким чином, частка обраних y , що лежать між двома фіксованими значеннями, скажемо y_1 й y_2 , у точності дорівнює долі x , що лежать в інтервалі $[x_1; x_2]$. Але ймовірність першого з названих подій дорівнює $|y_2 - y_1|$, якщо y розподілено рівномірно; отже, вірний ланцюжок рівностей:

$$\begin{aligned} \text{частка чисел в інтервалі } [x_1; x_2] &= \text{частка чисел в інтервалі } [y_1; y_2] \\ &= y_2 - y_1 = F(x_2) - F(x_1) = \int_{-\infty}^{x_2} f(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^{x_1} f(\tau) d\tau = \int_{x_1}^{x_2} f(\tau) d\tau, \end{aligned}$$

яка й показує, що у випадку рівномірного розподілу ігреків x має розподіл із щільністю $f(\tau)$.

Складною проблемою в цьому підході є досить швидке й точне формування зворотної функції розподілу $G(y)$.

Розглянемо як приклад одержання випадкового числа з експонентним розподілом. Цей розподіл характеризується одним параметром $\lambda > 0$ і має наступні функції розподілу й щільності розподілу:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0;$$
$$F(x) = \int_0^x f(t) dt = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda x}.$$

Для цього розподілу легко одержати $F^{-1}(y)$, тобто вирішити рівняння $F(x) = y$. Рішення має вигляд:

$$x = -\frac{\ln(1-y)}{\lambda}.$$

Для одержання x із шуканим розподілом потрібно згенерувати y , рівномірно розподілене на $(0,1)$, і застосувати цю формулу. Якщо говорити про практичну сторону справи, то існують більше ефективні способи, у яких не використовується повільна операція обчислення логарифма для кожного випадкового числа. Даний спосіб продемонстрований лише як приклад більше загального підходу з використанням зворотної функції розподілу.

2.5.5. Тестування ГВЧ

Якість ГВЧ значною мірою впливає на результати роботи програм, що використовують випадкові числа. Тому всі застосовувані генератори випадкових чисел повинні пройти перед моделюванням системи попереднє тестування, що являє собою комплекс перевірок за різним стохастичним критерієм, включаючи в якості основні тести на рівномірність, стохастичність і незалежність (розглядаються тільки ГВЧ із рівномірним розподілом).

Перевірка рівномірності послідовностей псевдовипадкових рівномірно розподілених чисел $\{x_i\}$ може бути виконана по гістограмі із присвоюванням непрямих ознак. Суть перевірки за гістограмою зводиться до наступного. Висувається гіпотеза про рівномірність розподілу чисел $(0, 1)$. Потім інтервал $(0, 1)$ розбивається на m рівних частин, тоді при генерації послідовності $\{x_i\}$ кожне із чисел x_i з імовірністю $p_j = \frac{1}{m}$, $j = \overline{1, m}$, потрапить в один з підінтервалів. Усього в кожен j -й підінтервал попадає N_j чисел послідовності $\{x_i\}$, $i = \overline{1, N}$, причому $N = \sum_{j=1}^m N_j$. Відносна частота влучення випадкових чисел з послідовності $\{x_i\}$ у кожний з підінтервалів буде дорівнює N_j/N . Очевидно, що якщо числа x_i належать псевдовипадкової квазірівномірно розподіленої послідовності, то при досить більших N експериментальна гістограма (ламана лінія на мал. 3.3, а) наближається до теоретичної прямої $1/m$. Оцінка ступеня наближення, тобто рівномірності послідовності $\{x_i\}$, може бути проведена з використанням критеріїв згоди.

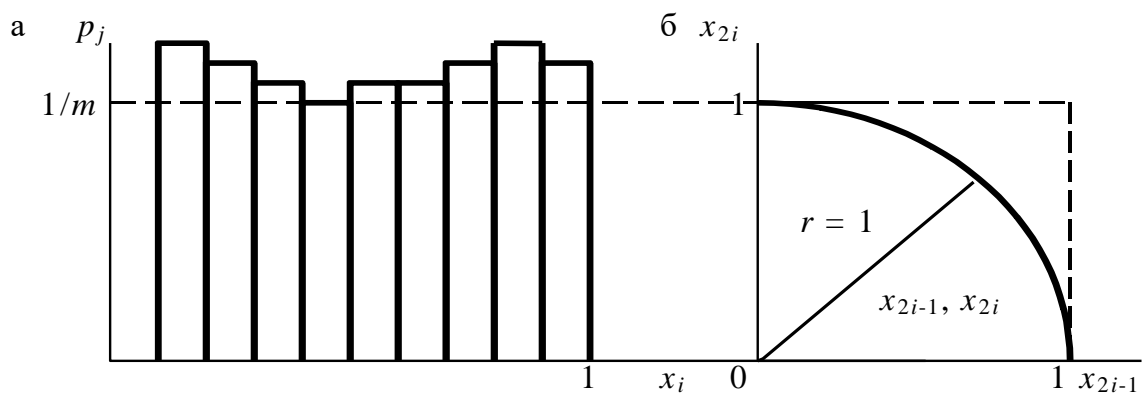


Рис.3.3 - Перевірка рівномірності послідовності

Існують й інші способи перевірки рівномірності розподілу.

Перевірка стохастичності послідовності псевдовипадкових чисел $\{x_i\}$ найбільше часто проводиться методами комбінацій і серій. Сутність методу зводиться до визначення закону розподілу довжин ділянок між одиницями

(нулями) або закону розподілу (появи) числа одиниць (нулів) у n -розрядному двійковому числі X_i .

Теоретично закон появи j одиниць в l розрядах двійкового числа X_i описується, виходячи з незалежності окремих розрядів, біноміальним законом розподілу:

$$P(j, l) = C_l^j p^j (1-p)^{l-j} = C_l^j p^l (1-p)^{-j},$$

де $P(j, l)$ – імовірність появи j одиниць в l розрядах числа X_i ;

$p(1) = p(0) = 0,5$ – імовірність появи одиниці й нуля в будь-якому розряді числа X_i ;

$$C_l^j = \frac{l!}{j!(l-j)!}.$$

Тоді при фіксованій точці вибірки N теоретично очікуване число появи випадкових чисел X_i з j одиницями в l розрядах буде дорівнює $n_j = NC_l^j p^l (1-p)^{-j}$.

Після знаходження теоретичних й експериментальних імовірностей $P(j, l)$ або чисел n_j при різних значеннях $l \leq n$ гіпотеза про стохастичності перевіряється з використанням критеріїв згоди, які докладно розглядаються в курсі математичної статистики.

При аналізі стохастичності послідовності чисел $\{x_i\}$ методом серій послідовність розбивається на елементи першого й другого роду (a й b), тобто

$$x_i = \begin{cases} a, & \text{якщо } x_i < p, \\ b, & \text{в іншому випадку,} \end{cases}$$

де $0 < p < 1$.

Серією називається відрізок послідовності $\{x_i\}$, що складається з слідуєчих один за одним елементів того самого роду. Число елементів у відрізку (a або b) називається довжиною серії.

Послу розбивки послідовності $\{x_i\}$ на серії першого й другого роду будемо мати, наприклад, серію виду

.....*aabbbbbaaabbaabbab*....

Тому що випадкові числа a й b у даній послідовності незалежні й належать послідовності $\{x_i\}$, рівномірно розподіленої на інтервалі $(0, 1)$, то теоретична ймовірність появи серії довжиною j в N досвідах (під досвідом тут розуміється генерація числа x_i і перевірка умови $x_i < p$) визначиться формулою Бернуллі:

$$P(j, l) = C_l^j p^j (1-p)^{l-j}, \quad j = \overline{0, l}, \quad l = \overline{1, n}.$$

У випадку експериментальної перевірки оцінюються частоти появи серій довжиною j . У результаті виходять експериментальна й теоретична залежності $P(j, l)$, збіжність яких перевіряється за відомими критеріями, причому перевірку доцільно проводити при різних значеннях l і p , $0 < p < 1$.

2.5.6. Знаходження статистичних показників

Після проведення необхідної кількості імітацій знаходження необхідних статистичних показників є тривіальною задачею. Наприклад, у найпростішому варіанті, коли необхідно знайти ймовірність NPV більше якогось значення – просто підраховується кількість таких результатів імітацій та їх частка у загальній кількості. Результати оцінки тестових прикладів за допомогою розробленого програмного забезпечення при кількості імітацій 5000:

Приклад №	Ймовірність NPV>0
1	99%
2	52%
3	51%

Висновки

У цій роботі було детально розглянуто два методи аналізу ризиків збитковості інвестиційних проєктів. Розглянуті методи дозволяють ефективно і наочно оцінити доцільність інвестування коштів у той чи інший потенціальний інвестиційний проєкт. Зокрема розглянуті методи дозволяють побачити, на котрі параметри проєкту слід звернути більшу увагу при реалізації різних сценаріїв проєкту, а також розрахувати інтегральний ризик проєкту в цілому. Також для кожного з методів була складена комп'ютерна програма, що сприяє розумінню методів і прийде у пригоді при розрахунку ризику за розглянутими методами.

Перший розділ був присвячений узагальненню та удосконаленню комбінованого методу аналізу ризиків інвестиційних проєктів [3-5], розглянутому раніше у моїй бакалаврській роботі. В результаті (порівняно з моєю попередньою роботою): 1) вдалося покращити значення показників абсолютного і відносного ризиків збитковості ІІ у [прикладі 1.1.1 \(с. 11-13\)](#); 2) при узагальненні комбінованого методу на випадок багатоміноменклатурного виробництва до пункту 1.2 було додано нові формули (33)-(52) для розрахунку абсолютних та відносних запасів беззбитковості ІІ і їх математичних сподівань; 3) до розділу 1 було додано новий пункт 1.4, у якому розглянуто випадок істотного ймовірнісного переважання базового сценарію ІІ. При цьому, дослідження ризику інвестиційного проєкту комбінованим методом дещо відрізняється в кожному з розглянутих випадків, тому для кожного з них була створена окрема програма. Ці програми аналізують інтегральний фінансовий ризик проєкту в залежності від вихідних даних, а також розраховують точки беззбитковості і запаси беззбитковості за основними параметрами проєкту та складають рейтинг параметрів проєкту за зменшенням ризику його збитковості, якщо це можливо.

У другому розділі роботи був розглянутий метод Монте Карло, який допомагає аналізувати ризики інвестиційних проєктів шляхом генерування

великої кількості значень параметрів ризику, після чого знаходяться кількісні показники результатів імітації. Були складені програми, які реалізують даний метод мовою EXCEL та Python. За допомогою розроблених програм було досліджено ризику збитковості для 4-х модельних проєктів. Результати було порівняно зі значеннями ризиків, отриманих для цих проєктів методом сценаріїв. Математичні сподівання NPV за обома методами майже співпали, а значення абсолютного і відносного ризиків збитковості за методом Монте Карло виявились суттєво меншими.

У роботі також зроблено порівняння для 3-х модельних проєктів декількох комерційних програмних пакетів, що реалізують метод Монте Карло. На мою думку, найбільш привабливим та найбільш універсальним виявився пакет ModelRisk.

За результатами роботи було зроблено сумісну доповідь на міжнародній науково-практичній конференції [5].

Список літератури

1. Hopkinson M. Net Present Value and Risk Modelling for Projects. New York: Routledge. 2017. 180 P. doi: <https://doi.org/10.4324/9781315248172>
2. Gotze U., Northcott D., Schuster P. Investment Appraisal: Methods and Models. (2 ed.). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag. 2015. 363 P. doi: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-45851-8>
3. Vasiliev A., Vasilieva N., Tupko N. Development of combined method for analysis of financial risks of investment project. Technology Audit and Production Reserves. 2017. Vol. 4, no. 4 (36). P. 43-49. doi: <https://doi.org/10.15587/2312-8372.2017.108527>
4. Vasiliev A., Vasilieva N., Tupko N. Development of a systems approach to assessment of investment project risks: risks of unacceptably low project profitability. Eastern-European journal of enterprise technologies. 2022. Vol. 1, no. 4 (115). P. 77–86. doi: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2022.252997>
5. Васильєв О., Васильєва Н., Дяченко О. Узагальнення комбінованого методу аналізу ризику збитковості інвестиційних проєктів. Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Економічна кібернетика: теорія, практика та напрямки розвитку». Національний університет «Одеська Політехніка», 29-30 листопада 2024. Одеса, 2024. С. 99-101.

Додатки
до розділу 1.1
Інші випадки

• **Приклад 1.1.2:**

<i>Показники</i>	<i>Сценарії</i>		
	<i>Найгірший P=0.3</i>	<i>Найкращий P=0.2</i>	<i>Вірогідний P=0.5</i>
Обсяг виробництва Q	50	80	65
Ціна за одиницю продукції c	60	100	80
Питомі змінні витрати v	20	10	15
Постійні витрати FC	600	400	500
Амортизація dep	100		
Податок на прибуток τ	20%		
Ставка дисконтування i	12%	8%	10%
Термін проєкту n	6	6	6
Початкові інвестиції I_0	5000	6000	5500

In [359]: %runfile D:/Alex/master/thesis/1.1.py --wdir

NPV кожного зі сценаріїв проекту:

[-312.99565118 19240.92296523 7565.78209839]

Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:

Математичне сподівання NPV $M(NPV) = 7537.176946883601$

Дисперсія NPV $D(NPV) = 45883506.24556727$

Стандартне відхилення NPV $\sigma(NPV) = 6773.7365054722395$

Коефіцієнт варіації NPV $CV(NPV) = 0.8987100280660093$

IRR кожного зі сценаріїв проекту:

[0.09760767 0.89003731 0.49698709]

Альтернативна оцінка інтегрального фінансового ризику проекту:

Математичне сподівання IRR $M(IRR) = 0.4557833056721756$

Дисперсія IRR $D(IRR) = 0.07705111957508831$

Стандартне відхилення IRR $\sigma(IRR) = 0.2775808343079333$

Коефіцієнт варіації IRR $CV(IRR) = 0.6090193099516126$

Беззбиткові значення параметрів проекту для всіх сценаріїв:

обсяг виробництва Q:

[52.3790185 22.19294885 31.59308831]

ціна за одиницю продукції c:

[61.9032148 34.96706746 46.59308831]

питомі змінні витрати v:

[18.0967852 75.03293254 48.40691169]

постійні витрати FC:

[504.83925985 5602.63460328 2671.44926001]

Запаси беззбитковості за параметром Q для всіх сценаріїв:

абсолютний: [-2.3790185 57.80705115 33.40691169]

відносний: [-0.04758037 0.72258814 0.51395249]

Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром Q = 27.55116052456711

Математичне сподівання відносного запасу за параметром Q = 0.38721976063363717

Запаси беззбитковості за параметром c для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [-1.9032148 65.03293254 33.40691169]
 відносний: [-0.03172025 0.65032933 0.4175864]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $c = 29.13907791348757$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $c = 0.3293429891442312$

Запаси беззбитковості за параметром v для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [-1.9032148 65.03293254 33.40691169]
 відносний: [-0.10516867 0.86672519 0.6901269]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $v = 29.13907791348757$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $v = 0.4868578848010636$

Запаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [-95.16074015 5202.63460328 2171.44926001]
 відносний: [-0.18849711 0.92860502 0.81283567]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $FC = 2097.703328613637$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $FC = 0.5355897083137923$

Рейтинг параметрів проекту за зменшенням ризику його збитковості:
 (' c ', 0.3293429891442312)
 (' Q ', 0.38721976063363717)
 (' v ', 0.4868578848010636)
 (' FC ', 0.5355897083137923)

• Приклад 1.1.3:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.3$	Найкращий $P=0.3$	Вірогідний $P=0.4$
Обсяг виробництва Q	230	250	240
Ціна за одиницю продукції c	45	55	50
Питомі змінні витрати v	30	20	25
Постійні витрати FC	600	400	500
Амортизація dep	200		
Податок на прибуток τ	60%		
Ставка дисконтування i	10%	10%	10%
Термін проекту n	5	5	5
Початкові інвестиції I_0	5000	5200	5100

```

In [362]: %runfile D:/Alex/master/thesis/1.1.py --wdir
NPV кожного зі сценаріїв проекту:
[-223.60867055 7916.12222215 3694.62530503]
Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:
Математичне сподівання NPV M(NPV) = 3785.6041874934076
Дисперсія NPV D(NPV) = 9943800.955535924
Стандартне відхилення NPV  $\sigma$ (NPV) = 3153.3792914167375
Коефіцієнт варіації NPV CV(NPV) = 0.8329923402543333

IRR кожного зі сценаріїв проекту:
[0.08233542 0.60240296 0.35549088]
Альтернативна оцінка інтегрального фінансового ризику проекту:
Математичне сподівання IRR M(IRR) = 0.34761786532050276
Дисперсія IRR D(IRR) = 0.04061185958510827
Стандартне відхилення IRR  $\sigma$ (IRR) = 0.20152384371361187
Коефіцієнт варіації IRR CV(IRR) = 0.5797280974837338

Беззбиткові значення параметрів проекту для всіх сценаріїв:
обсяг виробництва Q:
[239.831234 100.8390643 142.53671521]
ціна за одиницю продукції c:
[45.64116743 34.117469 39.8475745 ]
питомі змінні витрати v:
[29.35883257 40.882531 35.1524255 ]
постійні витрати FC:
[ 452.53149007 5620.63274967 2936.58211987]

Запаси беззбитковості за параметром Q для всіх сценаріїв:
абсолютний: [-9.831234 149.1609357 97.46328479]
відносний: [-0.0427445 0.59664374 0.40609702]
Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром Q = 80.78422443062834
Математичне сподівання відносного запасу за параметром Q = 0.32860858214696353

```

Запаси беззбитковості за параметром c для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [-0.64116743 20.882531 10.1524255]
 відносний: [-0.01424817 0.37968238 0.20304851]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $c = 10.133379269031202$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $c = 0.19084966897047084$

Запаси беззбитковості за параметром v для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [-0.64116743 20.882531 10.1524255]
 відносний: [-0.021839 0.5107935 0.28881152]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $v = 10.133379269031199$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $v = 0.26221095907092484$

Запаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [-147.46850993 5220.63274967 2436.58211987]
 відносний: [-0.32587458 0.92883364 0.82973403]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $FC = 2496.5821198669983$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $FC = 0.5127813285754996$

Рейтинг параметрів проекту за зменшенням ризику його збитковості:
 (' c ', 0.19084966897047084)
 (' v ', 0.26221095907092484)
 (' Q ', 0.32860858214696353)
 (' FC ', 0.5127813285754996)

• Приклад 1.1.4:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.2$	Найкращий $P=0.3$	Вірогідний $P=0.5$
Обсяг виробництва Q	50	70	60
Ціна за одиницю продукції c	80	90	85
Питомі змінні витрати v	40	30	35
Постійні витрати FC	400	300	350
Амортизація dep	200		
Податок на прибуток τ	30%		
Ставка дисконтування i	12%	8%	10%
Термін проекту n	4	4	4
Початкові інвестиції I_0	4000	4400	4200

In [364]: %runfile D:/Alex/master/thesis/1.1.py --wdir

NPV кожного зі сценаріїв проекту:

[-415.92777098 4840.83388372 1870.29232976]

Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:

Математичне сподівання NPV $M(NPV) = 2304.2107758003895$

Дисперсія NPV $D(NPV) = 3504310.3891396914$

Стандартне відхилення NPV $\sigma(NPV) = 1871.9803388763705$

Коефіцієнт варіації NPV $CV(NPV) = 0.812417144532327$

IRR кожного зі сценаріїв проекту:

[0.06965768 0.51312938 0.29264759]

Альтернативна оцінка інтегрального фінансового ризику проекту:

Математичне сподівання IRR $M(IRR) = 0.3141941452192363$

Дисперсія IRR $D(IRR) = 0.024064311694618912$

Стандартне відхилення IRR $\sigma(IRR) = 0.1551267600854827$

Коефіцієнт варіації IRR $CV(IRR) = 0.49372899669164555$

Беззбиткові значення параметрів проекту для всіх сценаріїв:

обсяг виробництва Q:

[54.89063376 35.20122713 43.14221073]

ціна за одиницю продукції c:

[83.91250701 60.1724804 70.95184228]

питомі змінні витрати v:

[36.08749299 59.8275196 49.04815772]

постійні витрати FC:

[204.37464968 2387.926372 1192.88946348]

Запаси беззбитковості за параметром Q для всіх сценаріїв:

абсолютний: [-4.89063376 34.79877287 16.85778927]

відносний: [-0.09781268 0.49712533 0.28096315]

Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром Q = 17.890399743201776

Математичне сподівання відносного запасу за параметром Q = 0.2700566402146879

Запаси беззбитковості за параметром c для всіх сценаріїв:

абсолютний: [-3.91250701 29.8275196 14.04815772]

відносний: [-0.04890634 0.33141688 0.16527244]

Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром c = 15.189833341054907

Математичне сподівання відносного запасу за параметром c = 0.172280019727152

Запаси беззбитковості за параметром v для всіх сценаріїв:

абсолютний: [-3.91250701 29.8275196 14.04815772]

відносний: [-0.10841726 0.49855852 0.2864156]

Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром v = 15.189833341054898

Математичне сподівання відносного запасу за параметром v = 0.27109190649174447

Запаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:

абсолютний: [-195.62535032 2087.926372 842.88946348]

відносний: [-0.9571899 0.87436799 0.70659478]

Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром FC = 1008.6975732761592

Математичне сподівання відносного запасу за параметром FC = 0.4241698039940677

Рейтинг параметрів проекту за зменшенням ризику його збитковості:

('c', 0.172280019727152)

('Q', 0.2700566402146879)

('v', 0.27109190649174447)

('FC', 0.4241698039940677)

Код

```
'''Анализ рисков инвестиционного проекта для рентного потока
платежей и производства однородной продукции'''

import numpy as np
import numpy_financial as npf

Q=np.array([50,70,60])           #объем выпуска
c=np.array([80,90,85])          #цена за штуку
v=np.array([40,30,35])          #переменные затраты
FC=np.array([400,300,350])      #постоянные затраты
dep=200                          #амортизация
tau=0.3                          #налог на прибыль
i=np.array([0.12,0.08,0.1])     #ставка дисконтирования
n=np.array([4,4,4])             #срок проекта
I0=np.array([4000,4400,4200])   #начальные инвестиции
p=np.array([0.2,0.3,0.5])       #вероятность сценария
CF=(Q*(c-v)-FC-dep)*(1-tau)+dep  #cash flow

def a(n,i):                      #коэффициент дисконтирования
    return (1-1/(1+i)**n)/i      #единичной ренты
NPV=-I0+CF*a(n,i)               #NPV
M_NPV=np.sum(NPV*p)             #мат ожидание NPV
D_NPV=np.sum((NPV-M_NPV)**2*p)  #дисперсия NPV
dev_NPV=np.sqrt(D_NPV)          #стандартное отклонение NPV
CV_NPV=dev_NPV/M_NPV           #коэффициент вариации NPV

Q0=1/(c-v)*(1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)+FC+dep) #точки безубыточности по Q
M_Q0=np.sum(Q0*p)               #мат ожидание Q0
D_Q0=np.sum((Q0-M_Q0)**2*p)     #дисперсия Q0
dev_Q0=np.sqrt(D_Q0)           #стандартное отклонение Q0
CV_Q0=dev_Q0/M_Q0              #коэффициент вариации Q0
alphaQ=Q-Q0                     #абсолютный запас безубыточности по Q
betaQ=(Q-Q0)/Q                  #относительный запас безубыточности по Q
M_Q=np.sum(Q*p)                 #мат ожидание Q
M_Q0Q=np.sum(Q0/Q*p)           #мат ожидание Q0/Q
M_alphaQ=M_Q-M_Q0               #мат ожидание alpha Q
M_betaQ=1-M_Q0Q                 #мат ожидание beta Q
```

```

c0=v+1/Q*(1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)+FC+dep)      #точки безубыточности по с
M_c0=np.sum(c0*p)                                #мат ожидание с0
D_c0=np.sum((c0-M_c0)**2*p)                      #дисперсия с0
dev_c0=np.sqrt(D_c0)                             #стандартное отклонение с0
CV_c0=dev_c0/M_c0                                #коэффициент вариации с0
alphac=c-c0                                       #абсолютный запас безубыточности по с
betac=(c-c0)/c                                     #относительный запас безубыточности по с
M_c=np.sum(c*p)                                    #мат ожидание с
M_c0c=np.sum(c0/c*p)                              #мат ожидание с0/с
M_alphac=M_c-M_c0                                 #мат ожидание alpha с
M_betac=1-M_c0c                                   #мат ожидание beta с

v0=c-1/Q*(1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)+FC+dep)      #точки безубыточности по v
M_v0=np.sum(v0*p)                                 #мат ожидание v0
D_v0=np.sum((v0-M_v0)**2*p)                      #дисперсия v0
dev_v0=np.sqrt(D_v0)                             #стандартное отклонение v0
CV_v0=dev_v0/M_v0                                #коэффициент вариации v0
alphav=v0-v                                       #абсолютный запас безубыточности по v
betav=(v0-v)/v0                                   #относительный запас безубыточности по v
M_alphav=sum(alphav*p)                           #мат ожидание абсолютного запаса по v
M_betav=sum(betav*p)                             #мат ожидание относительного запаса по v

FC0=Q*(c-v)-1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)-dep        #точки безубыточности по FC
M_FC0=np.sum(FC0*p)                               #мат ожидание FC0
D_FC0=np.sum((FC0-M_FC0)**2*p)                   #дисперсия FC0
dev_FC0=np.sqrt(D_FC0)                           #стандартное отклонение FC0
CV_FC0=dev_FC0/M_FC0                             #коэффициент вариации FC0
alphaFC=FC0-FC                                    #абсолютный запас безубыточности по FC
betaFC=(FC0-FC)/FC0                              #относительный запас безубыточности по FC
M_alphaFC=sum(alphaFC*p)                         #мат ожидание абсолютного запаса по FC
M_betaFC=sum(betaFC*p)                           #мат ожидание относительного запаса по FC

IRR=np.array([])                                  #IRR
for j in range(len(n)):
    IRR=np.append(IRR,npf.irr(np.append(-I0[j],np.full(n[j],CF[j]))))
M_IRR=np.sum(IRR*p)                               #мат ожидание IRR

```

```

D_IRR=np.sum((IRR-M_IRR)**2*p)      #дисперсія IRR
dev_IRR=np.sqrt(D_IRR)              #стандартное отклонение IRR
CV_IRR=dev_IRR/M_IRR                #коэффициент вариации IRR

print("NPV кожного зі сценаріїв проекту:\n",NPV)
print("Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:")
print("Математичне сподівання NPV M(NPV) =",M_NPV)
print("Дисперсія NPV D(NPV) =",D_NPV)
print("Стандартне відхилення NPV \u03C3(NPV) =",dev_NPV)
print("Коефіцієнт варіації NPV CV(NPV) =",CV_NPV)

print("\nIRR кожного зі сценаріїв проекту:\n",IRR)
print("Альтернативна оцінка інтегрального фінансового ризику проекту:")
print("Математичне сподівання IRR M(IRR) =",M_IRR)
print("Дисперсія IRR D(IRR) =",D_IRR)
print("Стандартне відхилення IRR \u03C3(IRR) =",dev_IRR)
print("Коефіцієнт варіації IRR CV(IRR) =",CV_IRR)

print("\nБеззбиткові значення параметрів проекту для всіх сценаріїв:")
print("обсяг виробництва Q:\n",Q0)
print("ціна за одиницю продукції c:\n",c0)
print("питомі змінні витрати v:\n",v0)
print("постійні витрати FC:\n",FC0)

print("\nЗапаси беззбитковості за параметром Q для всіх сценаріїв:")
print("абсолютний:",alphaQ)
print("відносний:",betaQ)
print("Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром Q =",M_alphaQ)
print("Математичне сподівання відносного запасу за параметром Q =",M_betaQ)

print("\nЗапаси беззбитковості за параметром c для всіх сценаріїв:")
print("абсолютний:",alphac)
print("відносний:",betac)
print("Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром c =",M_alphac)
print("Математичне сподівання відносного запасу за параметром c =",M_betac)

```

```

print("\nЗапаси беззбитковості за параметром v для всіх сценаріїв:")
print("абсолютний:", alphav)
print("відносний:", betav)
print("Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром v =",M_alphav)
print("Математичне сподівання відносного запасу за параметром v =",M_betav)

print("\nЗапаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:")
print("абсолютний:", alphaFC)
print("відносний:", betaFC)
print("Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром FC
=",M_alphaFC)
print("Математичне сподівання відносного запасу за параметром FC =",M_betaFC)

print("\nРейтинг параметрів проєкту за зменшенням ризику його збитковості:")
lib={'Q':M_betaQ, 'c':M_betac, 'v':M_betav, 'FC':M_betaFC}
for j in sorted(lib.items(),key=lambda f: f[1]):
    print(j)

```

до розділу 1.2

Інші випадки

- Приклад 1.2.2:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.2$	Найкращий $P=0.2$	Вірогідний $P=0.6$
Сумарний виторг A	22500	62500	40000
Сумарні змінні витрати VC	21000	25000	24000
Постійні витрати FC	500	500	500
Амортизація dep	2000		
Податок на прибуток τ	40%		
Ставка дисконтування i	15%	8%	12%
Термін проєкту n	4	4	4
Початкові інвестиції I_0	2500	25000	12500

```
In [271]: runfile('D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко/1.2.py',  
wdir='D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко')
```

NPV кожного зі сценаріїв проекту:

```
[ 1496.9697078  51178.91732102 18177.22840093]
```

Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:

Математичне сподівання NPV $M(NPV) = 21441.514446319634$

Дисперсія NPV $D(NPV) = 262812936.9435072$

Стандартне відхилення NPV $\sigma(NPV) = 16211.506313218004$

Коефіцієнт варіації NPV $CV(NPV) = 0.7560802831257405$

Беззбиткові значення параметрів проекту для всіх сценаріїв:

сумарний виторг A:

```
[21626.10563163 36746.70018558 30025.71742304]
```

сумарні змінні витрати VC:

```
[21873.89436837 50753.29981442 33974.28257696]
```

постійні витрати FC:

```
[ 1373.89436837 26253.29981442 10474.28257696]
```

ставка дисконтування i:

```
[0.42369073 0.83968112 0.71448629]
```

Очікувані значення за всіма проектними сценаріями динамічної точки беззбитковості проекту дорівнює:

за параметром сумарного виторгу A $M(A) = 29689.99161726383$

за параметром сумарних змінних витрат VC $M(VC) = 34910.00838273617$

за параметром постійних витрат FC $M(FC) = 11810.00838273617$

за параметром ставки дисконтування i $M(IRR) = 0.6813661431911026$

Запаси беззбитковості за параметром A для всіх сценаріїв:

абсолютний: [873.89436837 25753.29981442 9974.28257696]

відносний: [0.03883975 0.4120528 0.24935706]

Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром A =

```
11310.00838273617
```

Математичне сподівання відносного запасу за параметром A =

```
0.2397927480016795
```

Запаси беззбитковості за параметром VC для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [873.89436837 25753.29981442 9974.28257696]
 відносний: [0.03995148 0.50742119 0.29358332]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $VC = 11310.00838273617$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $VC = 0.2856245236198436$

Запаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [873.89436837 25753.29981442 9974.28257696]
 відносний: [0.636071 0.98095478 0.95226403]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $FC = 11310.00838273617$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $FC = 0.8947635757634274$

Запаси беззбитковості за параметром i для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [0.27369073 0.75968112 0.59448629]
 відносний: [0.64596818 0.90472574 0.83204716]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $i = 0.5633661431911026$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $i = 0.8093670801084231$

Рейтинг параметрів проекту за зменшенням ризику його збитковості:
 ('A', 0.2397927480016795)
 ('VC', 0.2856245236198436)
 ('i', 0.8093670801084231)
 ('FC', 0.8947635757634274)

• Приклад 1.2.3:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.3$	Найкращий $P=0.3$	Вірогідний $P=0.4$
Сумарний виторг A	8000	36000	20000
Сумарні змінні витрати VC	6000	12000	10000
Постійні витрати FC	600	400	500
Амортизація dep	3000		
Податок на прибуток τ	60%		
Ставка дисконтування i	20%	10%	15%
Термін проекту n	4	6	5
Початкові інвестиції I_0	3000	12000	6000

```
In [280]: runfile('D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко/1.2.py',  
wdir='D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко')
```

NPV кожного зі сценаріїв проекту:

```
[ 3109.41358025 36953.13026196 12772.06854886]
```

Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:

Математичне сподівання NPV $M(NPV) = 17127.590572206238$

Дисперсія NPV $D(NPV) = 184456621.88864374$

Стандартне відхилення NPV $\sigma(NPV) = 13581.480842995132$

Коефіцієнт варіації NPV $CV(NPV) = 0.7929592189711991$

Беззбиткові значення параметрів проекту для всіх сценаріїв:
сумарний виторг A:

```
[ 4997.16840537 14788.22141088 10474.73328692]
```

сумарні змінні витрати VC:

```
[ 9002.83159463 33211.77858912 19525.26671308]
```

постійні витрати FC:

```
[ 3602.83159463 21611.77858912 10025.26671308]
```

ставка дисконтування i:

```
[0.69029749 0.91784288 0.89515538]
```

Очікувані значення за всіма проектними сценаріями динамічної точки
беззбитковості проекту дорівнює:

за параметром сумарного виторгу A $M(A) = 10125.510259642713$

за параметром сумарних змінних витрат VC $M(VC) = 20474.489740357287$

за параметром постійних витрат FC $M(FC) = 11574.489740357287$

за параметром ставки дисконтування i $M(IRR) = 0.8405042620756499$

Запаси беззбитковості за параметром A для всіх сценаріїв:

абсолютний: [3002.83159463 21211.77858912 9525.26671308]

відносний: [0.37535395 0.58921607 0.47626334]

Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром A =
11074.489740357287

Математичне сподівання відносного запасу за параметром A =
0.4798763406363491

Запаси беззбитковості за параметром VC для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [3002.83159463 21211.77858912 9525.26671308]
 відносний: [0.33354302 0.6386824 0.4878431]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $VC = 11074.489740357287$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $VC = 0.4868048671859917$

Запаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [3002.83159463 21211.77858912 9525.26671308]
 відносний: [0.83346432 0.98149157 0.95012602]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $FC = 11074.489740357287$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $FC = 0.9245371751266691$

Запаси беззбитковості за параметром i для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [0.49029749 0.81784288 0.74515538]
 відносний: [0.71026984 0.89104889 0.83243133]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром $i = 0.6905042620756499$
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром $i = 0.8133681500675511$

Рейтинг параметрів проекту за зменшенням ризику його збитковості:
 ('A', 0.4798763406363491)
 ('VC', 0.4868048671859917)
 ('i', 0.8133681500675511)
 ('FC', 0.9245371751266691)

• Приклад 1.2.4:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.2$	Найкращий $P=0.3$	Вірогідний $P=0.5$
Сумарний виторг A	3000	15000	8000
Сумарні змінні витрати VC	2000	3000	2500
Постійні витрати FC	750	250	500
Амортизація dep	5000		
Податок на прибуток τ	30%		
Ставка дисконтування i	30%	10%	20%
Термін проекту n	5	9	7
Початкові інвестиції I_0	2500	10000	5000

```
In [300]: runfile('D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко/1.2.py',
wdir='D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко')
NPV кожного зі сценаріїв проекту:
[ 1579.57933492 46006.50661328 13022.95881916]
Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:
Математичне сподівання NPV  $M(NPV) = 20629.347260545852$ 
Дисперсія NPV  $D(NPV) = 294707369.2088402$ 
Стандартне відхилення NPV  $\sigma(NPV) = 17167.04311198758$ 
Коефіцієнт варіації NPV  $CV(NPV) = 0.8321660833554333$ 
```

```
Беззбиткові значення параметрів проекту для всіх сценаріїв:
сумарний виторг A:
[2073.50552987 3587.72198678 2838.74233105]
сумарні змінні витрати VC:
[ 2926.49447013 14412.27801322 7661.25766895]
постійні витрати FC:
[ 1676.49447013 11662.27801322 5661.25766895]
ставка дисконтування i:
[0.60759996 0.97032708 0.9919642 ]
```

```
Очікувані значення за всіма проектними сценаріями динамічної точки
беззбитковості проекту дорівнює:
за параметром сумарного виторгу A  $M(A) = 2910.388867531102$ 
за параметром сумарних змінних витрат VC  $M(VC) = 8739.611132468897$ 
за параметром постійних витрат FC  $M(FC) = 6664.611132468899$ 
за параметром ставки дисконтування i  $M(IRR) = 0.9086002128456807$ 
```

```
Запаси беззбитковості за параметром A для всіх сценаріїв:
абсолютний: [ 926.49447013 11412.27801322 5161.25766895]
відносний: [0.30883149 0.76081853 0.64515721]
Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром A =
6189.611132468898
Математичне сподівання відносного запасу за параметром A =
0.6125904625827279
```

Запаси беззбитковості за параметром VC для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [926.49447013 11412.27801322 5161.25766895]
 відносний: [0.31658849 0.79184415 0.67368282]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром VC =
 6189.611132468899
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром VC =
 0.6377123527757294

Запаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [926.49447013 11412.27801322 5161.25766895]
 відносний: [0.55263795 0.97856336 0.9116804]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром FC =
 6189.611132468899
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром FC =
 0.8599368009105203

Запаси беззбитковості за параметром i для всіх сценаріїв:
 абсолютний: [0.30759996 0.87032708 0.7919642]
 відносний: [0.50625408 0.89694197 0.79837982]
 Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром i =
 0.7186002128456808
 Математичне сподівання відносного запасу за параметром i =
 0.769523316335148

Рейтинг параметрів проекту за зменшенням ризику його збитковості:
 ('A', 0.6125904625827279)
 ('VC', 0.6377123527757294)
 ('i', 0.769523316335148)
 ('FC', 0.8599368009105203)

Код

```
'''Случай производства нескольких видов продукции проекта'''
import numpy as np
A=np.array([6000,16500,10000])      #суммарная выручка
VC=np.array([5250,7500,6000])      #суммарные издержки
FC=np.array([600,450,500])          #постоянные затраты
dep=100                              #амортизация
tau=0.2                              #налог на прибыль
i=np.array([0.15,0.08,0.1])         #ставка дисконтирования
n=np.array([5,7,6])                 #срок проекта
I0=np.array([500,7500,5000])        #начальные инвестиции
p=np.array([0.25,0.25,0.5])         #вероятность сценария
CF=(A-VC-FC-dep)*(1-tau)+dep        #cash flow
def a(n,i):                          #коэффициент дисконтирования
    return (1-1/(1+i)**n)/i          #единичной ренты
NPV=-I0+CF*a(n,i)                   #NPV
M_NPV=np.sum(NPV*p)                 #мат ожидание NPV
```

```

D_NPV=np.sum((NPV-M_NPV)**2*p)      #дисперсия NPV
dev_NPV=np.sqrt(D_NPV)              #стандартное отклонение NPV
CV_NPV=dev_NPV/M_NPV                #коэффициент вариации NPV

A0=1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)+VC+FC+dep      #точки безубыточности по A
M_A0=np.sum(A0*p)                       #мат ожидание A0
D_A0=np.sum((A0-M_A0)**2*p)              #дисперсия A0
dev_A0=np.sqrt(D_A0)                     #стандартное отклонение A0
CV_A0=dev_A0/M_A0                        #коэффициент вариации A0
alphaA=A-A0                              #абсолютный запас безубыточности по A
betaA=(A-A0)/A                            #относительный запас безубыточности по A
M_A=np.sum(A*p)                           #мат ожидание A
M_A0A=np.sum(A0/A*p)                      #мат ожидание A0/A
M_alphaA=M_A-M_A0                          #мат ожидание alpha A
M_betaA=1-M_A0A                            #мат ожидание beta A

VC0=A-1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)-FC-dep      #точки безубыточности по VC
M_VC0=np.sum(VC0*p)                       #мат ожидание VC0
D_VC0=np.sum((VC0-M_VC0)**2*p)              #дисперсия VC0
dev_VC0=np.sqrt(D_VC0)                     #стандартное отклонение VC0
CV_VC0=dev_VC0/M_VC0                       #коэффициент вариации VC0
alphaVC=VC0-VC                             #абсолютный запас безубыточности по VC
betaVC=(VC0-VC)/VC0                         #относительный запас безубыточности по VC
M_alphaVC=sum(alphaVC*p)                    #мат ожидание абсолютного запаса по VC
M_betaVC=sum(betaVC*p)                      #мат ожидание относительного запаса по VC

FC0=A-1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)-VC-dep      #точки безубыточности по FC
M_FC0=np.sum(FC0*p)                       #мат ожидание FC0
D_FC0=np.sum((FC0-M_FC0)**2*p)              #дисперсия FC0
dev_FC0=np.sqrt(D_FC0)                     #стандартное отклонение FC0
CV_FC0=dev_FC0/M_FC0                       #коэффициент вариации FC0
alphaFC=FC0-FC                             #абсолютный запас безубыточности по FC
betaFC=(FC0-FC)/FC0                         #относительный запас безубыточности по FC
M_alphaFC=sum(alphaFC*p)                    #мат ожидание абсолютного запаса по FC
M_betaFC=sum(betaFC*p)                      #мат ожидание относительного запаса по FC

```

```

IRR=np.array([])                                #IRR
for j in range(len(n)):
    IRR=np.append(IRR,np.irr(np.append(-I0[j],np.full(n[j],CF[j]))))
M_IRR=np.sum(IRR*p)                             #мат ожидание IRR
D_IRR=np.sum((IRR-M_IRR)**2*p)                 #дисперсия IRR
dev_IRR=np.sqrt(D_IRR)                         #стандартное отклонение IRR
CV_IRR=dev_IRR/M_IRR                          #коэффициент вариации IRR
alphaI=IRR-i                                   #абсолютный запас безубыточности по i
betaI=(IRR-i)/IRR                             #относительный запас безубыточности по i
M_alphaI=sum(alphaI*p)                         #мат ожидание абсолютного запаса по i
M_betaI=sum(betaI*p)                           #мат ожидание относительного запаса по i

print("NPV кожного зі сценаріїв проекту:\n",NPV)
print("Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:")
print("Математичне сподівання NPV M(NPV) =",M_NPV)
print("Дисперсія NPV D(NPV) =",D_NPV)
print("Стандартне відхилення NPV \u03C3(NPV) =",dev_NPV)
print("Коефіцієнт варіації NPV CV(NPV) =",CV_NPV)

print("\nБеззбиткові значення параметрів проекту для всіх сценаріїв:")
print("сумарний виторг A:\n",A0)
print("сумарні змінні витрати VC:\n",VC0)
print("постійні витрати FC:\n",FC0)
print("ставка дисконтування i:\n",IRR)

print("\nОчікувані значення за всіма проектними сценаріями динамічної точки
беззбитковості проекту дорівнює:")
print("за параметром сумарного виторгу A M(A) =",M_A0)
print("за параметром сумарних змінних витрат VC M(VC) =",M_VC0)
print("за параметром постійних витрат FC M(FC) =",M_FC0)
print("за параметром ставки дисконтування i M(IRR) =",M_IRR)

print("\nЗапаси беззбитковості за параметром A для всіх сценаріїв:")
print("абсолютний:",alphaA)
print("відносний:",betaA)
print("Математичне сподівання абсолютного запаса за параметром A =",M_alphaA)

```

```

print("Математичне сподівання відносного запасу за параметром A =",M_betaA)

print("\nЗапаси беззбитковості за параметром VC для всіх сценаріїв:")
print("абсолютний:",alphaVC)
print("відносний:",betaVC)
print("Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром VC
=",M_alphaVC)
print("Математичне сподівання відносного запасу за параметром VC =",M_betaVC)

print("\nЗапаси беззбитковості за параметром FC для всіх сценаріїв:")
print("абсолютний:",alphaFC)
print("відносний:",betaFC)
print("Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром FC
=",M_alphaFC)
print("Математичне сподівання відносного запасу за параметром FC =",M_betaFC)

print("\nЗапаси беззбитковості за параметром i для всіх сценаріїв:")
print("абсолютний:",alpha_i)
print("відносний:",beta_i)
print("Математичне сподівання абсолютного запасу за параметром i =",M_alpha_i)
print("Математичне сподівання відносного запасу за параметром i =",M_beta_i)

print("\nРейтинг параметрів проекту за зменшенням ризику його збитковості:")
lib={'A':M_betaA,'VC':M_betaVC,'FC':M_betaFC,'i':M_beta_i}
for j in sorted(lib.items(),key=lambda f: f[1]):
    print(j)

```

до розділу 1.3

Інші випадки

- Приклад 1.3.2:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.2$	Найкращий $P=0.2$	Вірогідний $P=0.6$
Ставка дисконтування i	16%	12%	14%
Початкові інвестиції I_0	111000		
CF_1	8300	10700	9500
CF_2	16600	21400	19000
CF_3	24900	32100	28500
CF_4	41500	53500	47500
CF_5	74700	96300	85500

```
In [147]: runfile('D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко/1.3.py',
wdir='D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко')
```

NPV кожного зі сценаріїв проекту:

```
[-17070.22453983 27105.08976333 3719.73856387]
```

PI кожного зі сценаріїв проекту:

```
[0.84621419 1.24419 1.03351116]
```

IRR кожного зі сценаріїв проекту:

```
[0.10953865 0.18761791 0.15009355]
```

Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту:

Математичне сподівання NPV $M(NPV) = 4238.8161830245845$

Дисперсія NPV $D(NPV) = 195550001.74041897$

Стандартне відхилення NPV $\sigma(NPV) = 13983.919398381091$

Коефіцієнт варіації NPV $CV(NPV) = 3.2990152897837954$

Математичне сподівання PI $M(PI) = 1.0381875331804018$

Відносні запаси беззбитковості усіх сценаріїв проекту за критерієм PI:

```
[-0.1817339 0.19626423 0.03242457]
```

Математичне сподівання відносного запасу за критерієм PI

$M(\chi) = 0.03678288551916764$

• Приклад 1.3.3:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.3$	Найкращий $P=0.3$	Вірогідний $P=0.4$
Ставка дисконтування i	15%	10%	13%
Початкові інвестиції I_0	91000		
CF_1	5700	10100	7900
CF_2	11400	20200	15800
CF_3	17100	30300	23700
CF_4	28500	50500	39500
CF_5	51300	90900	71100

```
In [149]: runfile('D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко/1.3.py',
wdir='D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко')
```

NPV кожного зі сценаріїв проекту:

```
[-24379.7788589  48574.79928718  7606.47807866]
```

PI кожного зі сценаріїв проекту:

```
[0.73209034  1.533789  1.08358767]
```

IRR кожного зі сценаріїв проекту:

```
[0.05936575  0.23445646  0.15449461]
```

Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту:

Математичне сподівання NPV $M(NPV) = 10301.097359950614$

Дисперсія NPV $D(NPV) = 803196219.5848883$

Стандартне відхилення NPV $\sigma(NPV) = 28340.71663852007$

Коефіцієнт варіації NPV $CV(NPV) = 2.7512327714429$

Математичне сподівання PI $M(PI) = 1.1131988720873693$

Відносні запаси беззбитковості усіх сценаріїв проекту за критерієм PI:

```
[-0.36595164  0.34801984  0.07713974]
```

Математичне сподівання відносного запасу за критерієм PI

$M(\chi) = 0.10168791482433781$

• Приклад 1.3.4:

Показники	Сценарії		
	Найгірший $P=0.2$	Найкращий $P=0.3$	Вірогідний $P=0.5$
Ставка дисконтування i	16%	12%	14%
Початкові інвестиції I_0	96000		
CF_1	6800	9200	8000
CF_2	13600	18400	16000
CF_3	20400	27600	24000
CF_4	34000	46000	40000
CF_5	61200	82800	72000

```
In [152]: runfile('D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко/1.3.py',
wdir='D:/Alex/4 course/Диплом Дяченко')
```

NPV кожного зі сценаріїв проекту:

```
[-19045.48516517  22744.563161      606.09563274]
```

PI кожного зі сценаріїв проекту:

```
[0.80160953  1.23692253  1.0063135 ]
```

IRR кожного зі сценаріїв проекту:

```
[0.09384892  0.18572834  0.14191733]
```

Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту:

Математичне сподівання NPV $M(NPV) = 3317.319731634235$

Дисперсія NPV $D(NPV) = 216919712.8068021$

Стандартне відхилення NPV $\sigma(NPV) = 14728.194485638833$

Коефіцієнт варіації NPV $CV(NPV) = 4.439787442009148$

Математичне сподівання PI $M(PI) = 1.0345554138711899$

Відносні запаси беззбитковості усіх сценаріїв проекту за критерієм PI:

```
[-0.24749016  0.19154193  0.00627389]
```

Математичне сподівання відносного запасу за критерієм PI

$M(\chi) = 0.03340122086055053$

Код

```
'''Случай проектного потока с произвольными величинами платежей'''
import numpy as np
r=np.array([0.15,0.1,0.13])          #ставка дисконтирования
```

```

p=np.array([0.25,0.25,0.5])          #вероятность сценария
C0=np.empty([6,25])
A=np.empty([6,25])
B=np.empty([6,25])
for j in range(1,26):
    for i in range(1,7):
        C0[i-1][j-1]=(50+10*i+j)*1000
        A[i-1][j-1]=(180+20*i+4*j)*100
        B[i-1][j-1]=(50+6*i+j)*100
#    for i in range(4,7):
#        C0[i-1][j-1]=(130-10*i+j)*1000
#        A[i-1][j-1]=(330-20*i+2*j)*100
#        B[i-1][j-1]=(13-i)*1000+100*j
i,j=2,2
def cf(i,j):
    W=B[i,j]
    return np.array([W,W*2,W*3,W*5,W*9])
#    if i in([0,1,2]):
#        return np.array([W,W*2,W*3,W*5,W*9])
#    elif i in([3,4,5]):
#        return np.array([W*3,W*5,W*3,W*2,W*2,W])
CF=np.array([cf(0,2),cf(4,2),cf(2,2)])
I0=np.array([C0[0,2],C0[4,2],C0[2,2]])
NPV=np.zeros(len(CF))                #NPV
PI=np.zeros(len(CF))                 #PI
IRR=np.array([])                     #IRR
for k in range(len(CF)):
    for t in range(1,len(CF[k])+1):
        NPV[k]+=CF[k][t-1]/(1+r[k])**t
        PI[k]+=CF[k][t-1]/(1+r[k])**t
    NPV[k]-=C0[i,j]
    PI[k]/=C0[i,j]
    IRR=np.append(IRR,np.irr(np.append(-C0[i,j],CF[k])))
M_NPV=np.sum(NPV*p)                  #мат ожидание NPV
D_NPV=np.sum((NPV-M_NPV)**2*p)       #дисперсия NPV
dev_NPV=np.sqrt(D_NPV)               #стандартное отклонение NPV

```

```

CV_NPV=dev_NPV/M_NPV                                #коэффициент вариации NPV

chi=(PI-1)/PI                                         #относительный запас безубыточности
M_PI=np.sum(PI*p)                                     #мат ожидание PI
M_chi=1-1/M_PI                                        #ожидаемое значение chi

print("NPV кожного зі сценаріїв проекту:\n",NPV)
print("PI кожного зі сценаріїв проекту:\n",PI)
print("IRR кожного зі сценаріїв проекту:\n",IRR)

print("\nАналіз інтегрального фінансового ризику проекту:")
print("Математичне сподівання NPV M(NPV) =",M_NPV)
print("Дисперсія NPV D(NPV) =",D_NPV)
print("Стандартне відхилення NPV \u03C3(NPV) =",dev_NPV)
print("Коефіцієнт варіації NPV CV(NPV) =",CV_NPV)

print("\nМатематичне сподівання PI M(PI) =",M_PI)
print("Відносні запаси беззбитковості усіх сценаріїв проекту за критерієм
PI:\n",chi)
print("Математичне сподівання відносного запасу за критерієм PI M(\u03C7)
=",M_chi)

```

до розділу 1.4

Код

```

import numpy as np
Q=np.array([1500,2500,2000])                          #объем выпуска
c=np.array([150,250,200])                              #цена за штуку
v=np.array([140,100,120])                             #переменные затраты
FC=np.array([500,500,500])                            #постоянные затраты
dep=200                                                #амортизация
tau=0.4                                                #налог на прибыль
i=np.array([0.12,0.08,0.1])                          #ставка дисконтирования
n=np.array([4,4,4])                                    #срок проекта
I0=np.array([10000,250000,100000])                   #начальные инвестиции
p=np.array([0.15,0.15,0.7])                          #вероятность сценария
CF=(Q*(c-v)-FC-dep)*(1-tau)+dep                       #cash flow
def a(n,i):                                           #коэффициент дисконтирования

```

```

return (1-1/(1+i)**n)/i      #единичной ренты
NPV=-I0+CF*a(n,i)           #NPV
M_NPV=np.sum(NPV*p)         #мат ожидание NPV
D_NPV=np.sum((NPV-M_NPV)**2*p) #дисперсия NPV
dev_NPV=np.sqrt(D_NPV)      #стандартное отклонение NPV
CV_NPV=dev_NPV/M_NPV       #коэффициент вариации NPV

Q0=1/(c-v)*(1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)+FC+dep) #точки безубыточности по Q
M_Q0=np.sum(Q0*p)           #мат ожидание Q0
D_Q0=np.sum((Q0-M_Q0)**2*p) #дисперсия Q0
dev_Q0=np.sqrt(D_Q0)       #стандартное отклонение Q0
CV_Q0=dev_Q0/M_Q0         #коэффициент вариации Q0
alphaQ=Q-Q0                #абсолютный запас безубыточности по Q
betaQ=(Q-Q0)/Q             #относительный запас безубыточности по Q
M_Q=np.sum(Q*p)            #мат ожидание Q
M_Q0Q=np.sum(Q0/Q*p)       #мат ожидание Q0/Q
M_alphaQ=M_Q-M_Q0          #мат ожидание alpha Q
M_betaQ=1-M_Q0Q            #мат ожидание beta Q

c0=v+1/Q*(1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)+FC+dep) #точки безубыточности по c
M_c0=np.sum(c0*p)          #мат ожидание c0
D_c0=np.sum((c0-M_c0)**2*p) #дисперсия c0
dev_c0=np.sqrt(D_c0)      #стандартное отклонение c0
CV_c0=dev_c0/M_c0         #коэффициент вариации c0
alphac=c-c0                #абсолютный запас безубыточности по c
betac=(c-c0)/c             #относительный запас безубыточности по c
M_c=np.sum(c*p)            #мат ожидание c
M_c0c=np.sum(c0/c*p)       #мат ожидание c0/c
M_alphac=M_c-M_c0          #мат ожидание alpha c
M_betac=1-M_c0c            #мат ожидание beta c

v0=c-1/Q*(1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)+FC+dep) #точки безубыточности по v
M_v0=np.sum(v0*p)          #мат ожидание v0
D_v0=np.sum((v0-M_v0)**2*p) #дисперсия v0
dev_v0=np.sqrt(D_v0)      #стандартное отклонение v0
CV_v0=dev_v0/M_v0         #коэффициент вариации v0

```

```

alphav=v0-v #абсолютный запас безубыточности по v
betav=(v0-v)/v0 #относительный запас безубыточности по v
M_alphav=sum(alphav*p) #мат ожидание абсолютного запаса по v
M_betav=sum(betav*p) #мат ожидание относительного запаса по v

FC0=Q*(c-v)-1/(1-tau)*(I0/a(n,i)-dep)-dep #точки безубыточности по FC
M_FC0=np.sum(FC0*p) #мат ожидание FC0
D_FC0=np.sum((FC0-M_FC0)**2*p) #дисперсия FC0
dev_FC0=np.sqrt(D_FC0) #стандартное отклонение FC0
CV_FC0=dev_FC0/M_FC0 #коэффициент вариации FC0
alphaFC=FC0-FC #абсолютный запас безубыточности по FC
betaFC=(FC0-FC)/FC0 #относительный запас безубыточности по FC
M_alphaFC=sum(alphaFC*p) #мат ожидание абсолютного запаса по FC
M_betaFC=sum(betaFC*p) #мат ожидание относительного запаса по FC

print("Рейтинг параметрів проекту в цілому за зменшенням ризику його збитковості:")

lib1={'Q':M_betaQ,'c':M_betac,'v':M_betav,'FC':M_betaFC}
for j in sorted(lib1.items(),key=lambda f: f[1]):
    print(j)

print("Рейтинг параметрів проекту найімовірнішого сценарію за зменшенням ризику його збитковості:")

index=np.where(p==np.max(p))[0][0]
lib2={'Q':betaQ[index],'c':betac[index],'v':betav[index],'FC':betaFC[index]}
for k in sorted(lib2.items(),key=lambda f: f[1]):
    print(k)

```

до розділу 2

Інші випадки

- **Приклад 2.2:**

<i>Показники</i>	<i>Сценарії</i>		
	<i>Найгірший P=0.3</i>	<i>Найкращий P=0.2</i>	<i>Вірогідний P=0.5</i>
Обсяг виробництва <i>Q</i>	50	80	65

Ціна за одиницю продукції c	60	100	80
Питомі змінні витрати v	20	10	15
Постійні витрати FC	600	400	500
Амортизація dep	100		
Податок на прибуток τ	20%		
Ставка дисконтування i	12%	8%	10%
Термін проєкту n	6	6	6
Початкові інвестиції I_0	5000	6000	5500

	Q_k	c_k	v_k	FC_k	n_k	r_k	I_k	$NCFt_k$	NPV_k
1	74	80	10	465	6	0,09	5897	3872	11 472,48 ₴
2	80	77	15	554	6	0,08	5091	3624,8	11 666,01 ₴
3	80	71	15	400	6	0,1	5351	3364	9 300,10 ₴
4	78	96	16	496	6	0,11	5359	4695,2	14 504,22 ₴
5	71	90	19	443	6	0,1	5540	3778,4	10 915,92 ₴
6	79	85	20	499	6	0,12	5591	3808,8	10 068,53 ₴
7	63	79	20	600	6	0,11	5932	2593,6	5 040,32 ₴
8	63	61	19	401	6	0,11	5000	1896	3 021,10 ₴
9	57	97	12	600	6	0,12	5468	3496	8 905,48 ₴
10	77	99	13	492	6	0,09	5396	5004	17 051,54 ₴
11	67	87	18	412	6	0,11	5320	3468,8	9 354,89 ₴
12	55	93	12	478	6	0,11	5180	3281,6	8 702,93 ₴
13	72	99	16	600	6	0,08	5360	4400,8	14 984,37 ₴
14	73	90	20	541	6	0,11	5149	3755,2	10 737,52 ₴
15	70	63	15	428	6	0,12	5307	2445,6	4 747,86 ₴

⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

4985	58	75	20	570	6	0,11	5440	2196	3 850,26 ₴
4986	56	87	15	525	6	0,1	5970	2905,6	6 684,65 ₴
4987	64	66	15	469	6	0,09	5416	2336	5 063,11 ₴
4988	64	100	20	479	6	0,1	5779	3812,8	10 826,74 ₴
4989	64	100	14	522	6	0,09	5696	4085,6	12 631,67 ₴
4990	50	92	15	572	6	0,1	5623	2722,4	6 233,76 ₴
4991	66	81	10	489	6	0,08	5720	3457,6	10 264,07 ₴
4992	79	77	20	544	6	0,09	5122	3267,2	9 534,39 ₴
4993	65	64	20	489	6	0,1	5512	1996,8	3 184,58 ₴
4994	50	75	17	600	6	0,11	5374	1940	2 833,24 ₴
4995	72	89	19	402	6	0,11	6000	3810,4	10 120,04 ₴
4996	56	77	17	544	6	0,12	5000	2352,8	4 673,32 ₴
4997	65	68	16	457	6	0,09	5321	2438,4	5 617,46 ₴
4998	70	73	19	437	6	0,09	5416	2774,4	7 029,73 ₴
4999	54	72	13	600	6	0,11	5427	2168,8	3 748,19 ₴
5000	51	65	14	400	6	0,11	5979	1860,8	1 893,18 ₴

показники	обсяг випуску Q	ціна за штуку c	змінні витрати v	постійні витрати FC	тірмін проекту n	норма дисконту r	початкові інвестиції I0	надходження (NCFt)	ЧПВ (NPV)
середнє знач.	63,812	78,097	15,3192	507,6174	6	0,101676	5456,5288	2899,06976	7 119,31 а
станд. Відхил.	9,1217157	11,99815	3,022902405	60,00142208	0	0,012553188	301,0424702	784,5938654	3441,988656
коєф. Варіації	0,1429467	0,153631	0,197327694	0,118202059	0	0,123462651	0,055171059	0,270636421	0,483472463
мінімум	50	60	10	400	6	0,08	5000	1220	-419,581947
максимум	80	100	20	600	6	0,12	6000	5456,8	19300,36036
число випадків NPV<0									6
сумма збитків									-1218,07735
сумма доходів									35597750,68
у межах відхилення між мінімумом та максимумом	70,04%	70,08%	75,12%	69,08%	100,00%	70,78%	68,68%		
	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%		

NPV	7537,176947	очікуване значення NPV (EV)	7119,306521
		очікувані втрати (EL)	-0,24361547
		очікуваний виграш (EG)	7119,550136
		дисперсія (варіація) (D(NPV))	11847285,91
стандартне відхилення	6773,736505	вибіркове стандартне відхилення (s)	3441,988656
	0,898710028	коєфіцієнт варіації (CV)	0,483472463
		коєфіцієнт очікуваних втрат (ELR)	0,000034
		ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0))	0,0012

```
In [380]: %runfile D:/Alex/master/thesis/2.py --wdir
Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:
Математичне сподівання NPV  $M(NPV) = 7537.176946883601$ 
Дисперсія NPV  $D(NPV) = 45883506.24556728$ 
Стандартне відхилення NPV  $\sigma(NPV) = 6773.73650547224$ 
Коефіцієнт варіації NPV  $CV(NPV) = 0.8987100280660094$ 
```

```
Кількісні показники результатів імітацій методом Монте-Карло:
очікуване значення NPV (EV) = 6809.265809959042
очікувані втрати (EL) = -1.8441305731951798
очікуваний виграш (EG) = 6811.109940532238
дисперсія (варіація) (D(NPV)) = 11800671.341933692
вибіркове стандартне відхилення (s) = 3435.210523670084
коєфіцієнт варіації (CV) = 0.5044905896676616
коєфіцієнт очікуваних втрат (ELR) = 0.00027068002425208794
ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0)) = 0.0046
```

- Приклад 2.3:

Показники	Сценарії
-----------	----------

	<i>Найгірший</i> <i>P=0.3</i>	<i>Найкращий</i> <i>P=0.3</i>	<i>Вірогідний</i> <i>P=0.4</i>
Обсяг виробництва Q	230	250	240
Ціна за одиницю продукції c	45	55	50
Питомі змінні витрати v	30	20	25
Постійні витрати FC	600	400	500
Амортизація dep	200		
Податок на прибуток τ	60%		
Ставка дисконтування i	10%	10%	10%
Термін проекту n	5	5	5
Початкові інвестиції I_0	5000	5200	5100

	Q_k	c_k	v_k	FC_k	n_k	r_k	I_k	NCF_k	NPV_k
1	250	55	30	600	5	0,1	5200	2460	4 125,34 ₴
2	231	52	24	516	5	0,1	5043	2580,8	4 740,26 ₴
3	239	49	26	400	5	0,1	5145	2238,8	3 341,81 ₴
4	249	54	28	526	5	0,1	5134	2579,2	4 643,20 ₴
5	238	46	27	496	5	0,1	5133	1810,4	1 729,84 ₴
6	244	49	24	400	5	0,1	5058	2480	4 343,15 ₴
7	230	55	20	540	5	0,1	5129	3204	7 016,68 ₴
8	235	49	27	595	5	0,1	5038	2030	2 657,30 ₴
9	245	54	20	574	5	0,1	5000	3302,4	7 518,69 ₴
10	235	55	22	400	5	0,1	5183	3142	6 727,65 ₴
11	234	47	20	400	5	0,1	5081	2567,2	4 650,71 ₴
12	247	48	25	469	5	0,1	5105	2284,8	3 556,19 ₴
13	249	55	27	582	5	0,1	5112	2756	5 335,41 ₴
14	246	50	28	476	5	0,1	5154	2174,4	3 088,69 ₴
15	230	53	20	600	5	0,1	5039	2996	6 318,20 ₴

: : : : : : : : :

4985	238	54	23	584	5	0,1	5080	2917,6	5 980,00 ₴
4986	250	45	20	516	5	0,1	5000	2493,6	4 452,71 ₴
4987	244	45	23	419	5	0,1	5018	2179,6	3 244,40 ₴
4988	247	52	21	600	5	0,1	5136	3022,8	6 322,79 ₴
4989	235	53	27	400	5	0,1	5035	2484	4 381,31 ₴
4990	232	46	25	520	5	0,1	5165	1940,8	2 192,16 ₴
4991	244	50	23	400	5	0,1	5075	2675,2	5 066,11 ₴
4992	242	54	30	400	5	0,1	5082	2363,2	3 876,39 ₴
4993	234	49	25	452	5	0,1	5200	2265,6	3 388,41 ₴
4994	242	50	25	542	5	0,1	5053	2403,2	4 057,02 ₴
4995	238	52	26	600	5	0,1	5140	2435,2	4 091,32 ₴
4996	250	45	23	504	5	0,1	5000	2198,4	3 333,67 ₴
4997	245	50	25	538	5	0,1	5047	2434,8	4 182,81 ₴
4998	238	50	24	540	5	0,1	5014	2459,2	4 308,30 ₴
4999	245	46	24	589	5	0,1	5162	2120,4	2 875,98 ₴
5000	250	54	29	400	5	0,1	5096	2540	4 532,60 ₴

показники	обсяг випуску Q	ціна за штуку c	змінні витрати v	постійні витрати FC	тірмін проекту n	норма дисконту r	початкові інвестиції I0	надходження (NCFt)	ЧПВ (NPV)
середнє знач.	240,0476	50,006	24,9338	498,6364	5	0,1	5101,1606	2407,91008	4 026,71 €
станд. Відхил.	6,3787673	3,216338	3,218802525	64,48536475	0	9,03534E-15	64,62825829	444,7963432	1687,695888
коєф. Варіації	0,0265729	0,064319	0,129093942	0,12932342	0	9,03534E-14	0,012669324	0,184722987	0,419124943
мінімум	230	45	20	400	5	0,1	5000	1346	-90,6010084
максимум	250	55	30	600	5	0,1	5200	3538,4	8366,314149
число випадків NPV<0									1
сумма збитків									-90,6010084
сумма доходів									20133655,97
у межах відхилення між мінімумом та максимумом	67,10%	63,62%	63,52%	67,48%	100,00%	100,00%	67,28%		

NPV	3785,604187	очікуване значення NPV (EV)	4026,713073
		очікувані втрати (EL)	-0,018120202
		очікуваний виграш (EG)	4026,731193
		дисперсія (варіація) (D(NPV))	2848317,41
стандартне відхилення	3153,379291	вибіркове стандартне відхилення (s)	1687,695888
	0,83299234	коєфіцієнт варіації (CV)	0,419124943
		коєфіцієнт очікуваних втрат (ELR)	4,49996E-06
		ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0))	0,0002

```
In [381]: %runfile D:/Alex/master/thesis/2.py --wdir
Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:
Математичне сподівання NPV M(NPV) = 3785.6041874934076
Дисперсія NPV D(NPV) = 9943800.955535924
Стандартне відхилення NPV σ(NPV) = 3153.3792914167375
Коефіцієнт варіації NPV CV(NPV) = 0.8329923402543333
```

```
Кількісні показники результатів імітацій методом Монте-Карло:
очікуване значення NPV (EV) = 3692.157673234865
очікувані втрати (EL) = -0.6933079249604014
очікуваний виграш (EG) = 3692.850981159825
дисперсія (варіація) (D(NPV)) = 2824132.3863897757
вибіркове стандартне відхилення (s) = 1680.515512094362
коєфіцієнт варіації (CV) = 0.4551581110082948
коєфіцієнт очікуваних втрат (ELR) = 0.00018770803074144118
ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0)) = 0.005
```

- Приклад 2.4:

Показники	Сценарії
-----------	----------

	<i>Найгірший</i> <i>P=0.2</i>	<i>Найкращий</i> <i>P=0.3</i>	<i>Вірогідний</i> <i>P=0.5</i>
Обсяг виробництва Q	50	70	60
Ціна за одиницю продукції c	80	90	85
Питомі змінні витрати v	40	30	35
Постійні витрати FC	400	300	350
Амортизація dep	200		
Податок на прибуток τ	30%		
Ставка дисконтування i	12%	8%	10%
Термін проекту n	4	4	4
Початкові інвестиції I_0	4000	4400	4200

	Q_k	c_k	v_k	FC_k	n_k	r_k	I_k	$NCft_k$	NPV_k
1	69	86	39	340	4	0,08	4294	2232,1	3 099,00 ₴
2	54	89	35	304	4	0,1	4214	2028,4	2 215,76 ₴
3	61	85	36	326	4	0,12	4065	2064,1	2 204,39 ₴
4	62	88	30	352	4	0,08	4267	2470,8	3 916,60 ₴
5	50	88	35	327	4	0,08	4400	1826,1	1 648,27 ₴
6	58	83	39	376	4	0,11	4173	1723,2	1 173,13 ₴
7	56	86	34	355	4	0,12	4282	1989,9	1 762,02 ₴
8	70	90	32	363	4	0,11	4236	2787,9	4 413,31 ₴
9	61	88	39	400	4	0,11	4165	2012,3	2 078,05 ₴
10	63	89	36	302	4	0,09	4347	2325,9	3 188,26 ₴
11	56	86	31	345	4	0,08	4343	2114,5	2 660,49 ₴
12	50	85	35	332	4	0,1	4000	1717,6	1 444,56 ₴
13	61	86	38	400	4	0,09	4400	1969,6	1 980,95 ₴
14	68	83	40	323	4	0,11	4154	2020,7	2 115,11 ₴
15	53	83	36	335	4	0,12	4144	1709,2	1 047,44 ₴

⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮ ⋮

4985	60	84	34	384	4	0,11	4105	2031,2	2 196,69 ₴
4986	63	88	37	307	4	0,09	4286	2234,2	2 952,18 ₴
4987	50	89	30	354	4	0,12	4400	2017,2	1 726,94 ₴
4988	51	84	34	364	4	0,11	4115	1730,2	1 252,85 ₴
4989	66	88	35	337	4	0,11	4000	2412,7	3 485,27 ₴
4990	61	82	37	302	4	0,09	4239	1910,1	1 949,19 ₴
4991	64	88	37	354	4	0,11	4129	2237	2 811,17 ₴
4992	61	82	33	399	4	0,12	4258	2013	1 856,18 ₴
4993	70	87	31	317	4	0,09	4400	2722,1	4 418,84 ₴
4994	70	82	37	374	4	0,1	4091	2143,2	2 702,66 ₴
4995	62	85	31	337	4	0,08	4181	2307,7	3 462,40 ₴
4996	68	90	33	323	4	0,1	4226	2687,1	4 291,75 ₴
4997	53	87	30	400	4	0,08	4150	2034,7	2 589,18 ₴
4998	66	90	35	365	4	0,1	4245	2485,5	3 633,70 ₴
4999	60	90	32	343	4	0,1	4377	2395,9	3 217,68 ₴
5000	60	82	37	377	4	0,11	4112	1826,1	1 553,38 ₴

показники	обсяг випуску Q	ціна за штуку c	змінні витрати v	постійні витрати FC	тірмін проекту n	норма дисконту r	початкові інвестиції I0	надходження (NCFt)	ЧПВ (NPV)
середнє знач.	60,9242	85,3782	34,5308	345,0726	4	0,098288	4218,6868	2126,64234	2 551,29 2
станд. Відхил.	6,1190802	3,028564	3,028082763	30,09336225	0	0,012621447	120,9047671	282,6646069	923,2558173
коєф. Варіації	0,1004376	0,035472	0,087692227	0,087208785	0	0,128412896	0,028659337	0,132915912	0,361877712
мінімум	50	80	30	300	4	0,08	4000	1338,2	-64,6068605
максимум	70	90	40	400	4	0,12	4400	2922,3	5472,028265
число випадків NPV<0									1
сумма збитків									-64,6068605
сумма доходів									12756526,05

NPV	2304,210776	очікуване значення NPV (EV)	2551,292289
		очікувані втрати (EL)	-0,012921372
		очікуваний вигреш (EG)	2551,305211
		дисперсія (варіація) (D(NPV))	852401,30
стандартне відхилення	1871,980339	вибіркове стандартне відхилення (s)	923,2558173
	0,812417145	коєфіцієнт варіації (CV)	0,361877712
		коєфіцієнт очікуваних втрат (ELR)	5,06459E-06
		ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0))	0,0002

```
In [382]: %runfile D:/Alex/master/thesis/2.py --wdir
Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:
Математичне сподівання NPV M(NPV) = 2304.2107758003895
Дисперсія NPV D(NPV) = 3504310.3891396914
Стандартне відхилення NPV σ(NPV) = 1871.9803388763705
Коефіцієнт варіації NPV CV(NPV) = 0.812417144532327
```

```
Кількісні показники результатів імітацій методом Монте-Карло:
очікуване значення NPV (EV) = 2097.865342497021
очікувані втрати (EL) = -1.0140607207845083
очікуваний вигреш (EG) = 2098.8794032178057
дисперсія (варіація) (D(NPV)) = 855960.38103789
вибіркове стандартне відхилення (s) = 925.1812692861275
коєфіцієнт варіації (CV) = 0.44101079823594125
коєфіцієнт очікуваних втрат (ELR) = 0.0004829105562729461
ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0)) = 0.0056
```

Код

```
import numpy as np
Q=np.array([1000,3000,2000]) #объем выпуска
c=np.array([300,500,400]) #цена за штуку
v=np.array([200,100,150]) #переменные затраты
FC=np.array([750,250,500]) #постоянные затраты
```

```

dep=500                                #амортизация
tau=0.3                                #налог на прибыль
i=np.array([0.3,0.1,0.2])              #ставка дисконтирования
n=np.array([5,9,7])                    #срок проекта
I0=np.array([100000,1000000,500000])   #начальные инвестиции
p=np.array([0.2,0.3,0.5])              #вероятность сценария
CF=(Q*(c-v)-FC-dep)*(1-tau)+dep         #cash flow
def a(n,i):                             #коэффициент дисконтирования
    return (1-1/(1+i)**n)/i             #единичной ренты
NPV=-I0+CF*a(n,i)                       #NPV
M_NPV=np.sum(NPV*p)                     #мат ожидание NPV
D_NPV=np.sum((NPV-M_NPV)**2*p)          #дисперсия NPV
dev_NPV=np.sqrt(D_NPV)                  #стандартное отклонение NPV
CV_NPV=dev_NPV/M_NPV                    #коэффициент вариации NPV

Q_k=np.random.normal(loc=np.sum(Q*p),scale=np.sqrt(np.sum((Q-
np.sum(Q*p))**2*p)),size=5000)

c_k=np.random.normal(loc=np.sum(c*p),scale=np.sqrt(np.sum((c-
np.sum(c*p))**2*p)),size=5000)

v_k=np.random.normal(loc=np.sum(v*p),scale=np.sqrt(np.sum((v-
np.sum(v*p))**2*p)),size=5000)

FC_k=np.random.normal(loc=np.sum(FC*p),scale=np.sqrt(np.sum((FC-
np.sum(FC*p))**2*p)),size=5000)

r_k=np.random.normal(loc=np.sum(i*p),scale=np.sqrt(np.sum((i-
np.sum(i*p))**2*p)),size=5000)

n_k=np.random.normal(loc=np.sum(n*p),scale=np.sqrt(np.sum((n-
np.sum(n*p))**2*p)),size=5000)

I_k=np.random.normal(loc=np.sum(I0*p),scale=np.sqrt(np.sum((I0-
np.sum(I0*p))**2*p)),size=5000)

for i,j in zip([Q,c,v,FC,i,n,I0],[Q_k,c_k,v_k,FC_k,r_k,n_k,I_k]):
    for k in range(5000):
        j[k] = np.min(i) if j[k] < np.min(i) else (np.max(i) if j[k] >
np.max(i) else np.round(j[k],2))
CF_k=(Q_k*(c_k-v_k)-FC_k-dep)*(1-tau)+dep
NPV_k=CF_k*((1-1/(1+r_k)**n_k)/r_k)-I_k

EV=np.mean(NPV_k)
EL=np.sum(NPV_k[NPV_k<0])/5000
EG=np.sum(NPV_k[NPV_k>0])/5000

```

```

D=np.sum((NPV_k-EV)**2)/4999
s=np.sqrt(D)
CV=s/EV
ELR=np.abs(EL)/(EG+np.abs(EL))
P=np.size(NPV_k[NPV_k<0])/5000

print("Аналіз інтегрального фінансового ризику проекту загалом:")
print("Математичне сподівання NPV M(NPV) =",M_NPV)
print("Дисперсія NPV D(NPV) =",D_NPV)
print("Стандартне відхилення NPV \u03C3(NPV) =",dev_NPV)
print("Коефіцієнт варіації NPV CV(NPV) =",CV_NPV)

print("\nКількісні показники результатів імітацій методом Монте-Карло:")
print("очікуване значення NPV (EV) =",EV)
print("очікувані втрати (EL) =",EL)
print("очікуваний виграш (EG) =",EG)
print("дисперсія (варіація) (D(NPV)) =",D)
print("вибіркове стандартне відхилення (s) =",s)
print("коефіцієнт варіації (CV) =",CV)
print("коефіцієнт очікуваних втрат (ELR) =",ELR)
print("Ймовірність реалізації неефективного ІП (P(NPV<0)) =",P)

```