

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені І.І.МЕЧНИКОВА

(повне найменування вищого навчального закладу)

Інститут математики, економіки та механіки

(повне найменування інституту, назва факультету (відділення))

Кафедра диференціальних рівнянь

(повна назва кафедри (предметної, циклової комісії))

Дипломна робота

бакалавра

(освітньо-кваліфікаційний рівень)

на тему “ Про асимптотику розв’язків нелінійних диференціальних рівнянь
другого порядку “

“About the asymptotics of solutions of the non-linear differential equations of the
second order “

Виконала: студентка 4 курсу,
денної форми навчання
напряму підготовки (спеціальності)
6.040201 математика

(шифр і назва напряму підготовки, спеціальності)

Кошубляк А.С.

(прізвище та ініціали)

Керівник Євтухов В.М.

(прізвище та ініціали)

Рецензент Білозерова М.А.

(прізвище та ініціали)

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ _____ від «__» _____ р.

Захищено на засіданні ДЕК № _____

протокол № _____ від «__» _____ р.

Оцінка _____

(за національною шкалою, за шкалою ECTS, бал.)

Завідувач кафедри

Голова ДЕК

_____ Євтухов В.М.

(підпис)

(прізвище, ініціали)

(підпис)

(прізвище, ініціали)

Одеса – 2017

ЗМІСТ

ВСТУП	2
РОЗДІЛ 1. Деякі попередні відомості	4
§ 1. Клас G . Означення і перші властивості	4
§ 2. Оборненість	5
§ 3. Уявлення	7
§ 4. Додаткові властивості	9
РОЗДІЛ 2. Асимптотичні зображення $P_w(Y_0, \lambda_0)$ – розв'язків	10
§ 1. Постановка задачі	10
§ 2. Деякі допоміжні твердження	11
§ 3. Основні результати	16
ДОДАТОК	26
ВИСНОВКИ	28
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ	29

Вступ

Дослідження асимптотичної поведінки розв'язків істотно нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку продовжує бути актуальною задачею якісної теорії диференціальних рівнянь. Такі рівняння виникають в багатьох галузях природознавства, зокрема в астрофізиці, ядерній фізиці, газовій динаміці, математичній економіці та ін.

Починаючи з кінця 19-ого століття йшов пошук методів дослідження таких рівнянь. Створені до 1990 року, методи дослідження диференціальних рівнянь зі степеневими нелінійностями підсумовані в відомій монографії Кігурадзе І.Т., Чантурія Т.А.[1]. Створена в 1930 році, в роботах J.Karamata теорія правильно змінних функцій [2], в подальшому набула широкого розвитку і застосовувалась в теорії ймовірності та в теорії диференціальних рівнянь.

В теорії диференціальних рівнянь спочатку для лінійних рівнянь другого порядку в роботах Marić V. і Tomić L. були отримані умови існування і асимптотичні зображення для правильно та швидко змінних розв'язків таких рівнянь. Далі в роботах М.Маріча і його учнів почали розроблятися методи дослідження асимптотичної поведінки розв'язків рівнянь другого порядку з правильно змінними нелінійностями. Одержані в цьому напрямку результати підсумовані в монографії Marić V. Regular Variation and Differential Equations. Lecture Notes in Mathematics 1726. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. - 2000. - 128p.[3]. Тут, зокрема, були одержані перші результати для двочленних диференціальних рівнянь з швидко змінними нелінійностями.

В кваліфікаційній роботі бакалавра розглядається двочленне диференціальне рівняння

$$y'' = \alpha_0 p(t) \varphi(y), \quad (0.1)$$

де, $\alpha_0 \in \{-1, 1\}$, $p: [a, +\infty[\rightarrow]0, +\infty[$ - неперервна функція, $-\infty < a < +\infty$, $\varphi: \Delta_{Y_0} \rightarrow]0, +\infty[$ - двічі неперервно диференційована функція, така, що

$$\varphi'(y) \neq 0 \quad \text{при} \quad y \in \Delta_{Y_0}, \quad \lim_{\substack{y \rightarrow Y_0 \\ y \in \Delta_{Y_0}}} \varphi(y) = +\infty, \quad \lim_{\substack{y \rightarrow Y_0 \\ y \in \Delta_{Y_0}}} \frac{\varphi(y) \varphi''(y)}{\varphi'^2(y)} = 1, \quad (2.2)$$

Y_0 дорівнює $\pm\infty$ и $\Delta_{Y_0} = \begin{cases} [y_0, +\infty[, \text{ якщо } Y_0 = +\infty \\]-\infty, y_0], \text{ якщо } Y_0 = -\infty \end{cases}$. З цих умов випливає, що нелінійність $\varphi(y)$ належить підкласу швидко змінних функцій, який має тісний зв'язок з класом Γ , що був визначений в монографії Bingham N.H., Goldie C.M., Teugels J.L. Regular variation. Encyclopedia of mathematics and its applications. Cambridge university press. Cambridge. - 1987. - 494p.[4].

З використанням властивостей таких функцій в роботі отримані умови існування і асимптотичної поведінки для одного класу так званих $P_\omega(Y_0, \lambda_0)$ розв'язків.

Перший розділ роботи носить допоміжний характер, вводяться основні означення, визначається клас Γ і перераховуються основні властивості з цього класу.

Другий розділ присвячений рівнянню (0.1). Тут з використанням властивостей з класу Γ одержані умови існування $P_\omega(Y_0, \lambda_0)$ - розв'язків в неособому випадку $\lambda_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$ і асимптотичні при $t \uparrow \omega$ ($\omega \leq +\infty$) уявлення одного класу монотонних рішень у двочленного диференціального рівняння другого порядку з швидко змінними нелінійностями.

Висновки

У даній роботі для рівняння виду (2.1) з швидкозмінною при $y \rightarrow Y_0$, де Y_0 дорівнює або нулю, або $\pm\infty$, нелінійністю φ встановлено умови існування $P_\omega(Y_0, \lambda_0)$ -розв'язків в неособому випадку $\lambda_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0; 1\}$, а також асимптотичні уявлення при $t \uparrow \omega$ ($\omega \leq +\infty$) для таких розв'язків і їх похідних першого порядку. Раніше для класу $P_\omega(Y_0, \lambda_0)$ -розв'язків досить повно було досліджено питання про їх наявність та про асимптотику в разі правильно змінної при $y \rightarrow Y_0$ нелінійності φ .

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Кігурадзе І.Т., Чантурія Т.А. Методи дослідження диференціальних рівнянь зі степеневими нелінійностями.
2. Karamata J. Теорія правильно змінних функцій.
3. Marić V. Regular Variation and Differential Equations. Lecture Notes in Mathematics 1726. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg. - 2000. - 128p.
4. Bingham N.H., Goldie C.M., Teugels J.L. Regular variation. Encyclopedia of mathematics and its applications. Cambridge university press. Cambridge. - 1987. - 494p.
5. Евтухов В.М., Харьков В.М. Асимптотические представления решений существенно нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка // Дифференц. уравнения. – 2007. – 43, № 9. – С. 1311–1323.
6. Евтухов В.М., Самойленко А.М. Асимптотические представления решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений с правильно меняющимися нелинейностями // Дифференц. уравнения. – 2011. – т. 47, № 5. – С. 628–650.
7. Евтухов В.М., Шинкаренко В.Н. Асимптотические представления двучленных неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений n -го порядка с экспоненциальной нелинейностью // Дифференц. уравнения. – 2008. – Т. 5, № 3. – С. 308–322.
8. Евтухов В.М. Асимптотические представления решений неавтономных обыкновенных дифференциальных уравнений. Дисс.... д. физ.-мат. наук. Киев, 1998. 295 с.
9. Евтухов В.М., Самойленко А.М. Условия существования исчезающих в особой точке решений у вещественных неавтономных систем квазилинейных дифференциальных уравнений // Укр. Мат. Ж. - 2010. - Т.62, №1. - С. 52 - 80.
10. Евтухов В.М. Об исчезающих на бесконечности решениях неавтономных систем квазилинейных дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. – 2003. – т.39, № 4. – С. 441–452.