

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра математичного аналізу

Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

«Зменшення розмірності ранжованих даних в
багатовімирних економічних моделях »

«Dimensionality reduction of ranked data in multivariate
economic models»

Виконавля: здобувачка заочної форми навчання
спеціальності 111 Математика

Освітня програма «Математика»

Носач Ірина Дмитрівна

Керівник: доктор фіз.-мат. наук, проф. Кореновський А. О.

Рецензент: канд. фіз.-мат. наук, доц. Вартамян Г. М.

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ ____ від _____ 2023 р.

Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № _____

Протокол № ____ від _____ 2023 р.

Оцінка _____ / _____ / _____

Голова ЕК

Одеса — 2023 р.

ЗМІСТ

Вступ	3
1 Методи зменшення розмірності	5
1.1 Метод головних компонент	5
1.2 Факторний аналіз	6
1.3 Багатовимірне шкалювання	8
1.4 Проблема оцінки істинної розмірності факторного простору	10
1.5 Моделі та методи оцінювання розмірності простору даних .	11
1.6 Оцінювання розмірності моделі	13
2 Застосування методу факторного аналізу	15
2.1 Підрахунки показників рентабельності	15
2.2 Факторний аналіз рентабельності продажів	19
2.3 Факторний аналіз економічної рентабельності	21
2.4 Факторний аналіз особистого капіталу	22
2.5 Заключення	23
Висновки	24
Список літератури	26

ВСТУП

Однією з «точок зростання» прикладної статистики є методи зниження розмірності простору статистичних даних. Вони все частіше використовуються при аналізі даних у конкретних прикладних дослідженнях, наприклад, соціологічних. Розглянемо найперспективніші методи зниження розмірності. Наприклад застосування імовірісно-статистичного моделювання та результатів статистики нечислових даних обґрунтуємо валідність оцінки розмірності простору.

Крім прагнення до наочності, є й інші мотиви зниження розмірності. Ті фактори, від яких інтересуюча дослідника змінна не залежить, лише заважають статистичному аналізу. По-перше, на збір інформації про них витрачаються фінансові, часові, кадрові ресурси. По-друге, як можна довести, їх включення до аналізу погіршує властивості статистичних процедур, зокрема, збільшує дисперсію оцінок параметрів та характеристик розподілів. Тому бажано позбутися таких чинників.

При аналізі багатовимірних даних зазвичай розглядають не одне, а безліч завдань, зокрема, по-різному вибирають незалежні та залежні змінні. Тому розглянемо завдання зниження розмірності у наступному формулюванні. Дано багатовимірну вибірку. Потрібно перейти від неї до сукупності векторів меншої розмірності, максимально зберігши структуру вихідних даних, по можливості не втрачаючи інформації, що містяться в даних. Завдання конкретизується в рамках кожного конкретного методу зниження розмірності.

Актуальність. У багатовимірному статистичному аналізі кожен об'єкт описується вектором, розмірність якого довільна (але однакова для всіх об'єктів). Проте людина може безпосередньо сприймати лише числові дані чи точки на площині. Аналізувати скупчення точок у тривимірному просторі вже набагато складніше. Безпосереднє сприйняття даних вищої розмірності неможливе. Тому цілком зрозумілим є бажання перейти від багатовимірної вибірки до даних невеликої розмірності. Наприклад, маркетолог може наочно побачити, скільки є різних типів поведінки споживачів (тобто доцільно виділяти сегменти ринку) та які саме (з якими властивостями)

споживачі до них входять.

Мета. За допомогою методів зменшення розмірності ранжованих даних отримати показники рентабельності підприємства.

Завдання.

- 1) Ознайомитись з методами зменшення розмірності даних;
- 2) обрати метод для подальшого аналізу даних підприємства;
- 3) обрати підприємство та знайти початкові дані для дослідження;
- 4) зробити аналіз рентабельності продажів, економічної рентабельності, особистого капіталу за обраним методом зменшення розмірності даних.

Об'єкт дослідження. Факторний аналіз, як метод зменшення розмірності даних.

Методи дослідження. Аналіз літературних джерел, сходження від абстрактного до конкретного, аналіз і синтез, дедукція.

РОЗДІЛ 1

МЕТОДИ ЗМЕНШЕННЯ РОЗМІРНОСТІ

1.1 Метод головних компонент

Для зниження розмірності найчастіше використовується метод головних компонент. Послідовне виявлення напрямків найбільшого розкиду даних є основною ідеєю цього методу. Нехай вибірка складається з векторів, які однаково розподілені з вектором $X = (x(1), x(2), \dots, x(n))$. Розглянемо лінійні комбінації

$$Y(\lambda(1), \lambda(2), \dots, \lambda(n)) = \lambda(1)x(1) + \lambda(2)x(2) + \dots + \lambda(n)x(n)$$

де,

$$\lambda^2(1) + \lambda^2(2) + \dots + \lambda^2(n) = 1.$$

Тут вектор $\lambda = (\lambda(1), \lambda(2), \dots, \lambda(n))$ лежить на одиничній сфері в n -вимірному просторі.

У методі головних компонент перш за все знаходять напрямок максимального розкиду, тобто таке λ , при якому досягає максимуму дисперсія випадкової величини $Y(\lambda) = Y(\lambda(1), \lambda(2), \dots, \lambda(n))$. Тоді вектор λ задає першу головну компоненту, а величина $Y(\lambda)$ є проекцією випадкового вектора X на вісь першої головної компоненти.

Після цього, висловлюючись термінами лінійної алгебри, розглядають гіперплощину в n -вимірному просторі, яка є перпендикулярною до першої головної компоненти. Потім всі елементи вибірки проєктуються на цю гіперплощину. Розмірність початкового простору більша, ніж розмірність гіперплощини на 1.

У розглянутій гіперплощині процедура повторюється. У ній знаходять напрям найбільшого розкиду, тобто другу головну компоненту. Потім виділяють гіперплощину, перпендикулярну першим двом основним компонентам. Її розмірність на 2 менша, ніж розмірність вихідного простору. Далі – наступна ітерація.

З точки зору лінійної алгебри йдеться про створення нового базису в n -вимірному просторі, де ортами є головні компоненти.

Кожна нова головна компонента має меншу дисперсію, ніж попередня. У більшості випадків зупиняються, коли вона менше зазначеного порога. Якщо k головних компонентів відібрано, це означає, що вдалося перейти з n -вимірного простору до k -вимірного, тобто скоротити розмірність з n до k , майже не спотворюючи структуру вхідних даних.

Візуальний аналіз даних часто використовує проєкції початкових векторів на площину перших двох основних компонент. Зазвичай структуру даних можна добре побачити, виділяючи компактні кластери об'єктів і окремо виділяються вектори.

1.2 Факторний аналіз

Багато людей вважають, що метод головних компонентів входить до методів факторного аналізу. Перехід до нового базису у вихідному n -вимірному просторі є спільним для різних алгоритмів факторного аналізу. Термін «навантаження фактора» є важливим для пояснення функції вихідного фактора або змінної у формуванні певного вектора з нового базису.

Нова концепція порівняно з методом головних компонентів полягає в тому, що фактори розподіляються на групи відповідно до навантажень. У групу об'єднують елементи, які мають подібний вплив на компоненти нового базису. Після цього із кожної групи рекомендується залишити одного представника. Іноді за допомогою розрахунків створюють новий центральний фактор для аналізованої групи, а не вибирають представника. Перехід до системи факторів, представлених представниками груп, призводить до зниження розмірності. Інші фактори не враховуються.

Описана процедура може бути виконана без використання факторного аналізу. Йдеться про кластер-аналіз ознак. Багато алгоритмів кластер-аналізу можна використовувати для розділення ознак на групи. Достатньо ввести відстань між ознаками (міру близькості або показник відмінності). Нехай є дві ознаки: X і Y . Відмінність між ними $d(X, Y)$ можна визначити

за допомогою вибірових коефіцієнтів кореляції:

$$d_1(X,Y) = 1 - |r_n(X,Y)|, \quad d_2(X,Y) = 1 - |\rho_n(X,Y)|$$

де $r_n(X,Y)$ – вибіровий лінійний коефіцієнт кореляції Пірсона, $\rho_n(X,Y)$ – вибіровий коефіцієнт рангової кореляції Спірмена.

Необхідно підкреслити, що будь-який факторний аналіз складається з наступних кроків:

- 1) відібрати чинники;
- 2) систематизувати та класифікувати фактори;
- 3) спрогнозувати зв'язки між дієвими та факторними ознаками;
- 4) підрахувати, який вплив мають фактори та оцінити роль будь-якого з них у зміні величини дієвої ознаки;
- 5) фактичне використання факторної моделі.

Добре відомо, що зміна прибутку від реалізації продукції обґрунтована зміною наступних факторів:

- обсягу реалізації;
- структури реалізації;
- цін які є відпускними на реалізовану продукцію;
- цін на витратні матеріали, паливо, тарифів на енергію та перевезення;
- значення витрат матеріальних та трудових ресурсів.

За даними звіту про прибутки і збитки можна розглянути динаміку рентабельності продажу, чистої рентабельності звітного періоду, та вплив факторів на зміну цих показників.

На думку Когденка В. Г. «На особливу увагу заслуговує показник, що розраховується як відношення рентабельності власного капіталу до рентабельності активів» — індекс фінансового важеля . Цей показник дозволяє оцінити, наскільки вигідно для власників компанії використання залученого капіталу. Показники рентабельності аналізуються, зазвичай, у поступовій динаміці, що дозволяє виявити певні тенденції результативності фінансово-господарської діяльності підприємства.

1.3 Багатовимірне шкалювання

Великий клас методів багатовимірного шкалювання базується на використанні відстаней (заходів близькості, показників відмінності) $d(X, Y)$ між ознаками X і Y . Основна концепція цього класу методів полягає в тому, щоб уявити кожен об'єкт як точку геометричного простору, який зазвичай має розміри 1, 2 чи 3. Координати цього простору служать значеннями прихованих (латентних) факторів, які в сукупності досить повно описують об'єкт. У цьому випадку зв'язки між об'єктами замінюються зв'язками між точками, які є їхніми представниками. Так, дані про схожість об'єктів є відстанями між точками, а дані про перевагу — взаємне розташування точок. Шкалювання проводиться з метою об'єктивного порівняння результатів учасників дослідження, отриманих за різними тестами, з різним числом завдань, та різних систем оцінювання результатів.

Шкалювання необхідне також для вирішення завдань формування комплексної оцінки рівня підготовленості учасників дослідження за результатами кількох тестів, для визначення місця, для вирівнювання балів у кількох варіантах тесту та інше.

Схема шкалювання включає низку послідовних етапів. Перший етап — створення матриці попарних відмінностей чи матриці суб'єктивних переваг. На другому етапі вирішується формальне завдання побудови координатного простору та розміщення в ньому точок-об'єктів таким чином, щоб відстані між ними, що визначаються за введеною метрикою, відповідали вихідним відмінностям. Для побудови координатного простору, що шукається, використовується апарат лінійної або нелінійної оптимізації. Вводиться критерій якості відображення, що називається стресом і вимірює ступінь розбіжності між вихідними відмінностями (близькими) та результуючими відстанями. Знаходиться така конфігурація точок, що дає мінімальне значення цього стресу. Значення координат цих точок є рішенням задачі. Далі будується геометричне уявлення об'єктів у просторі невисокої кількості вимірів. Об'єкти, яким у вихідній матриці відповідають великі заходи відмінностей, повинні бути далеко один від одного, а об'єкти, яким відповідають мінімальні заходи відмінностей — близько. Формальним критерієм адекватності може

бути коефіцієнт кореляції між вихідними та результуючими даними, він має бути досить високим. Третій етап – аналіз та інтерпретація отриманих результатів. Координатні осі теоретичного простору набувають змісту та інтерпретуються як фактори, що визначають розбіжність між об'єктами.

У математичному шкалюванні основним джерелом даних вихідної інформації є експерти, що суб'єктивно сприймають та оцінюють відносне розташування об'єктів спостереження в реальних умовах, або результати прямої реєстрації відомостей про стан та поведінку об'єктів. Математичне шкалювання має два варіанти для загального подання вхідної інформації:

1. Матриця умовних ймовірностей, що визначається відносними даними «за впізнанням стимулів». Рядки такої матриці є переліком стимулів, що пред'являються для оцінки, стовпці — це стимули, розпізнані експертами.

2. Матриця заходів різниці профілів, у якій рядки — це перелік об'єктів спостереження, стовпці - характерні ознаки. На початковому етапі дослідження розв'язується завдання щодо стандартизації вихідних даних, що знижує ймовірність отримання вироджених рішень.

Для вимірювання відстаней між стимулами в математичному шкалюванні використовуються різні метрики. Зазвичай у шуканому просторі вводиться метрика Мінковського, згідно з якою відстані обчислюються за формулою:

$$d_{i,j} = \left| \sum_t |x_{j,t} - x_{k,t}|^p \right|^{\frac{1}{p}},$$

де $x_{j,t}$ — це t -та координата j -го об'єкта, а p — константа Мінковського. Найчастіше використовуваним випадком метрики Мінковського є Евклідова метрика, що відповідає значенню параметра

$$p = 2, \quad d_{i,j} = \left(\sum_t |x_{j,t} - x_{k,t}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Іншим окремим випадком відстані Мінковського є так звана відстань city-block, що відповідає значущому параметру. Метрика city-block підходить для стимулів, які мають тенденцію бути аналізованими вздовж деяких виділених напрямів, причому суб'єктивно забороняється довільне обертання

цих напрямів.

Для побудови матриці відмінностей необхідно розрахувати відстані між усіма парами об'єктів, що спостерігаються, і звести результати в матриці симетричного вигляду. Після отримання матриці відмінностей починають виконувати кроки алгоритму багатовимірного шкалювання.

1.4 Проблема оцінки істинної розмірності факторного простору

На практиці аналізу соціологічних даних частіше за все використовуються ряд різних моделей багатовимірного шкалювання. У них всіх виникає проблема пов'язана з оцінкою справжньої розмірності факторного простору. Ми можемо розглянути цю проблему за допомогою метричного шкалювання на прикладі обробки даних про схожість об'єктів.

Нехай є n об'єктів $O(1), O(2), \dots, O(n)$, для кожної пари об'єктів $O(i), O(j)$ задана міра їх схожості $s(i, j)$. Будемо вважати, що завжди $s(i, j) = s(j, i)$. Для опису роботи алгоритму походження чисел $s(i, j)$ не має значення. Ці числа могли бути отримані або безпосереднім вимірюванням, або шляхом обчислення за сукупності описових характеристик, або з використанням експертів, або якимось інакше.

У евклідовому просторі n об'єктів мають бути представлені конфігурацією з n точок. Мірою близькості репрезентативних точок є евклідова відстань $d(i, j)$ між відповідними точками. Подібність між набором об'єктів і набором точок, що їх представляють, можна знайти шляхом порівняння матриці подібності $\|s(i, j)\|$ з відстанню $\|d(i, j)\|$. Метричний функціонал схожості має вигляд

$$S = \sum_{i < j} |s(i, j) - d(i, j)|^2$$

Геометричну конфігурацію слід вибирати так, щоб функціонал S досягав свого найменшого значення.

Нехай розмірність евклідового простору дорівнює m . Розглянемо

мінімум середньоквадратичної помилки

$$\alpha_m = \frac{2}{n(n-1)} \min S,$$

де мінімум береться за всіма можливими конфігураціями n точок у m -вимірному евклідовому просторі. Можна показати, що аналізований мінімум досягається на деякій конфігурації. Ясно, що при зростанні m величина α_m монотонно зменшується точніше, не зростає. Можна показати, що при $m > n - 1$ вона дорівнює 0, якщо $s(i, j)$ — метрика. Для збільшення можливостей змістовної інтерпретації бажано діяти у просторі меншої розмірності. При цьому розмірність необхідно вибрати так, щоб точки представляли об'єкти без великих спотворень.

1.5 Моделі та методи оцінювання розмірності простору даних

Треба визначити поведінку α_m деяких імовірнісних моделях. Якщо міри близькості (i, j) це випадкові величини, розподіл яких залежить від «істинної вимірності» m_0 , тоді ми можемо поставити задачу в класичному математично-статистичному стилі що до оцінки m_0 , шукати обґрунтовані оцінки тощо.

Почнемо будувати імовірнісні моделі. Припустимо, що об'єкти — крапки в евклідовому просторі розмірності k , де k є досить великим. Тобто, що «справжня розмірність» дорівнює m_0 , маємо, що на гіперплощині розмірності m_0 лежать всі ці точки. Сукупність розглянутих точок — вибірка з кругового нормального розподілу з дисперсією $\sigma^2(0)$. Це означає, що об'єкти $O(1), O(2), \dots, O(n)$ складаються з взаємно незалежних випадкових векторів, кожен з яких будується як

$$\xi(1)e(1) + \xi(2)e(2) + \dots + \xi(m_0)e(m_0),$$

де $e(1), e(2), \dots, e(m_0)$ — це ортонормальний базис у підпросторі, який має розмірність m_0 , в якому знаходяться розглянуті точки, а $\xi(1), \xi(2), \dots, \xi(m_0)$ —

це сукупно незалежні одновимірні нормальні випадкові величини, які мають математичне очікування 0 , а дисперсія дорівнює $\sigma^2(0)$.

Розглянемо дві моделі для отримання мір близькості $s(i,j)$. У першому випадку евклідова відстань між $s(i,j)$ і відповідними точками відрізняється, оскільки відомо, що ці точки спотворені. Нехай $c(1), c(2), \dots, c(n)$ — точки, що розглядаються. Тоді

$$s(i,j) = d(c(i) + \varepsilon(i), c(j) + \varepsilon(j)), \quad i, j = 1, 2, \dots, n,$$

де d це евклідова відстань між точками в k -вимірному просторі, а вектора $\varepsilon(1), \varepsilon(2), \dots, \varepsilon(n)$ є вибіркою з кругового нормального розподілу в k -вимірному просторі де, математичне очікування є нульовим та коварійною матрицею $\sigma^2(1)I$, де I є одиничною матрицею. Іншими словами,

$$\varepsilon = \eta(1)e(1) + \eta(2)e(2) + \dots + \eta(k)e(k),$$

де $e(1), e(2), \dots, e(k)$ — це ортонормальний базис у просторі вимірності k , а $\{\eta(i,t), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad t = 1, 2, \dots, k\}$ — це сукупність незалежних у сукупності одновимірних випадкових величин, які мають нульове математичне очікування та дисперсією $\sigma^2(1)$.

У другій моделі, безпосередньо на самі відстані накладені спотворення:

$$s(i,j) = d(c(i), c(j)) + \varepsilon(i,j), \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad i \neq j,$$

де $\{\varepsilon(i,j), \quad i, j = 1, 2, \dots, n\}$ — це незалежні в сукупності нормальні випадкові величини, які мають математичне очікування та дисперсією $\sigma^2(1)$.

У роботі Орлова А. И. "Граничний розподіл однієї оцінки числа базисних функцій у регресії" показано, що для обох сформульованих моделей мінімум середнього квадрата помилки α_m при $n \rightarrow \infty$ зсходиться по ймовірності до

$$f(m) = f_1(m) + \sigma^2(1)(k - m), \quad m = 1, 2, \dots, k,$$

де

$$f_1(m) = \begin{cases} \sigma^2(0)(m_0 - m), & m < m_0, \\ 0, & m \geq m_0. \end{cases}$$

Таким чином, функція $f(m)$ на інтервалах $[1, m_0]$ та $[m_0, k]$ є лінійною, причому, на першому інтервалі вона спадає швидше, ніж на другому. Звідси статистика

$$m^* = \arg \min_m \{ \alpha_{m+1} - 2\alpha_m + \alpha_{m-1} \}$$

є спроможною оцінкою істинної розмірності m_0 .

Отже, з теорії імовірності маємо, що задля оцінювання розмірності факторного простору рекомендовано використати m^* . Дж. Краскал, один із засновників багатовимірного шкалювання, виходячи із досвіду практичного використання багатовимірного шкалювання та обчислювальних експериментів, подібну рекомендацію розглядав як евристичну, обґрунтовуючи це імовірнісною теорією.

1.6 Оцінювання розмірності моделі

У ситуаціях, коли підмножини ознак складають сімейство, при умові його розширення, наприклад, вивчається ступінь полінома — з'являються підстави вводити поняття «розмірність моделі», яке багато в чому схоже на термін «розмірність простору даних», що використовується багатовимірним шкалюванням. Існує вибірка робіт з оцінювання розмірності моделі, котрі можливо зіставити з текстами з оцінювання розмірності простору даних.

Першу таку роботу виконано Крісюком О. В. під час відрядження до Франції в 1976 р. У цьому тексті розглядається оцінка ступеня полінома, як один зі способів оцінки розмірності моделі в регресії. Залежність, вважає вчений, описується самим поліномом. Такий підхід був викладений в літературі раніше, але деякі автори почали помилково приписувати авторство Крісюку О. В., який лише вивчив цю оцінку, її властивості, а також викрив її в неспроможність і найшов для неї границю геометричного розподілу.

Розглянуті вище оцінки розмірності моделі у багатовимірного шкалювання вивчаються в роботах Орлова А. И. та інших. У роботах цих

вчених, за допомогою асимптотичної теорії поведінки рішень екстремальних статистичних завдань, вивчається гранична поведінка показників в методі основних компонент.

РОЗДІЛ 2

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ФАКТОРНОГО АНАЛІЗУ

При аналізі фінансових результатів організації фахівці нерідко проводять факторний аналіз для ефективної аргументованості планування. У цій роботі ми розглянули теоретичну сутність факторного аналізу, для чого потрібно проводити даний аналіз і що він являє собою, проведено факторний аналіз рентабельності продажів, рентабельності активів та факторний аналіз власного капіталу на прикладі підприємства ТОВ «Українські енергетичні машини», аналіз проведений на період 2018 -2020 року

Факторний аналіз фінансових результатів організації набуває все більшої значимості та актуальності в сучасній економіці. Оскільки грамотний та своєчасний аналіз фінансових результатів дозволяє підвищити аргументованість планування, а також дати оцінку обліку та оперативності контролю, і як наслідок забезпечити результативність та безперервність роботи організації. Факторний аналіз - багатовимірний метод, який застосовується для вивчення взаємозв'язків між значеннями змінних. Передбачається, що відомі змінні залежать від меншої кількості невідомих змінних та випадкової помилки. Факторний аналіз рентабельності організації — це методика, необхідна для того, щоб:

- 1) визначити причини, що впливають на прибутковість чи збитковість;
- 2) підрахувати у грошовому чи відсотковому розмірі, наскільки сильний вплив цих факторів;
- 3) спрогнозувати як зміниться рентабельність після оптимізації слабких сторін.

2.1 Підрахунки показників рентабельності

Факторний аналіз слід розпочати з підрахунку показників рентабельності.

Для цього нам знадобиться проаналізувати звіти підприємства за 2018-2020 рр. та зібрати наступну інформацію (таблиця 2.1).

Найменування	2020	2019	2018
1 Валовий прибуток	287,37	996,71	1232,52
2 Виторг	1465,53	2822,84	2615
3 Прибуток від продажів	100,96	746,38	981,91
4 Прибуток до оподаткування	276,29	383,56	930,37
5 Власний капітал	5479,21	5473,97	5440,36
6 Чистий прибуток після податку	226,53	314,06	764,27
7 Сума активів	105	105,62	558,69
8 Комерційні витрати	186,41	250,33	251
9 Собівартість продажів	1178,16	1826,13	1382,52
10 Коефіцієнт оборотності капіталу	13,96	26,73	4,68
11 Коефіцієнт фінансової залежності	0,47	0,66	0,3
12 Управлінські витрати	90,32	110,78	127,34

Рис. 2.1. Початкові дані

У загальному вигляді рентабельність (R) визначається відношенням прибутку до базового показника, що відображає певний результат діяльності. При підрахунку показників рентабельності застосовують декілька груп базових показників – ресурси чи сукупний дохід. У першому випадку у знаменнику дроби коефіцієнта рентабельності використовуються вартісні оцінки ресурсів (це може бути оцінка капіталу, матеріальних ресурсів та ін.); у другому випадку — це може бути оцінкою прибутку від реалізації. Також слід враховувати, що при підрахунку показників рентабельності можуть використовуватися різні показники прибутку (це може бути прибуток від продажу, валовий прибуток, прибуток до оподаткування, економічний прибуток (прибуток до сплати відсотків та податків), чистий прибуток), тому немає єдиного показника рентабельності.

На практиці економічного аналізу використовується безліч показників рентабельності, серед яких на особливу увагу заслуговують такі:

- 1) показники рентабельності продажів (маржа), які дозволяють оцінити наскільки вигідно вироблення продукції;
- 2) показники рентабельності активів, що дозволяють оцінити наскільки ефективно використовують активи компанії та її кредитоспроможність;
- 3) показники рентабельності власного капіталу, які повинні характеризувати інвестиційну привабливість компанії.

Розрахунок даних показників рентабельності провадиться за такими формулам:

Рентабельність від продажу :

1) Рентабельність від продажу (за валовим прибутком):

$$\frac{GP}{Rev} \times 100\%, \text{ де}$$

- GP — валовий прибуток;
- Rev — виторг.

а) $\frac{287,38}{1465,53} \times 100\% = 19,6\%$;

б) $\frac{996,71}{2822,84} \times 100\% = 35,31\%$;

в) $\frac{1232,9}{2615} \times 100\% = 47,15\%$.

2) Рентабельність від продажу (за прибутком від продажів):

$$\frac{Pro}{Rev} \times 100\%, \text{ де}$$

- Pro — виторг від продажів продукції.

а) $\frac{100,96}{1465,53} \times 100\% = 6,89\%$;

б) $\frac{746,38}{2822,84} \times 100\% = 26,44\%$;

в) $\frac{1232,9}{2615} \times 100\% = 37,55\%$.

3) Рентабельність від продажу (за прибутком до оподаткування):

$$\frac{PBT}{Rev} \times 100\%, \text{ де}$$

- PBT — прибуток до оподаткування.

а) $\frac{276,29}{1465,53} \times 100\% = 18,85\%$;

б) $\frac{383,56}{2822,84} \times 100\% = 13,59\%$;

в) $\frac{930,37}{2615} \times 100\% = 35,58\%$.

4) Рентабельність від продажу (за чистим прибутком):

$$\frac{NPAT}{Rev} \times 100\%, \text{ де}$$

- NPAT — чистий прибуток після податку.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{226,53}{1465,53} \times 100\% = 15,46\%; \\ \text{б)} \quad & \frac{314,06}{2822,84} \times 100\% = 11,13\%; \\ \text{в)} \quad & \frac{764,27}{2615} \times 100\% = 29,23\%. \end{aligned}$$

Рентабельність сукупних активів:

- 1) Рентабельність сукупних активів (за прибутком від продажів):

$$\frac{Pro}{SA} \times 100\%, \text{ де}$$

- SA — сума активів.

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{100,96}{105} \times 100\% = 96,15\%; \\ \text{б)} \quad & \frac{746,38}{105,62} \times 100\% = 706,67\%; \\ \text{в)} \quad & \frac{981,91}{558,69} \times 100\% = 175,75\%. \end{aligned}$$

- 2) Рентабельність сукупних активів (за прибутком до оподаткування):

$$\frac{PBT}{SA} \times 100\%, \text{ де}$$

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{276,29}{105} \times 100\% = 263,13\%; \\ \text{б)} \quad & \frac{383,56}{105,62} \times 100\% = 363,15\%; \\ \text{в)} \quad & \frac{930,37}{558,69} \times 100\% = 166,53\%. \end{aligned}$$

- 3) Рентабельність сукупних активів (за чистим прибутком):

$$\frac{NPAT}{SA} \times 100\%.$$

$$\begin{aligned} \text{а)} \quad & \frac{226,53}{105} \times 100\% = 215,74\%; \\ \text{б)} \quad & \frac{314,06}{105,62} \times 100\% = 297,35\%; \\ \text{в)} \quad & \frac{764,27}{558,69} \times 100\% = 136,8\%. \end{aligned}$$

Рентабельність сукупних активів (за чистим прибутком):

$$\frac{NPAT}{E} \times 100\%, \text{ де}$$

- E — власний капітал.

- 1) $\frac{226,53}{5479,21} \times 100\% = 4,13\%$;
- 2) $\frac{314,06}{5473,97} \times 100\% = 5,74\%$;
- 3) $\frac{764,27}{5440,36} \times 100\% = 14,05\%$.

	Показник	2018	2019	2020	Δ 2020-2018
1	Рентабельність від продажу (за валовим прибутком)	47,15	35,31	19,6	-27,55
2	Рентабельність від продажу (за прибутком від продажів)	37,55	26,44	6,89	-30,66
3	Рентабельність від продажу (за прибутком до оподаткування)	35,58	13,59	18,55	-17,03
4	Рентабельність від продажу (за чистим прибутком)	29,23	11,13	15,46	-13,77
5	Рентабельність сукупних активів (за прибутком від продажів)	175,75	706,67	96,15	-79,6
6	Рентабельність сукупних активів (за прибутком до оподаткування)	166,53	363,15	263,13	96,6
7	Рентабельність сукупних активів (за чистим прибутком)	136,8	297,35	215,74	78,94
8	Рентабельність власного капіталу (за чистим прибутком)	14,05	5,74	4,13	-9,92

Рис. 2.2. Показники рентабельності у відсотках

Подані дані свідчать про те, що за період зазначається скорочення рентабельності продажів, що обумовлено випереджаючими темпами спаду виручки від продажів разом з темпами спадання прибутку. Максимальне значення показника походить на активи в розрахунку на гривні валового прибутку. Перейдемо до показників, які необхідні для факторного аналізу підприємства. За допомогою таблиці 2.1.

2.2 Факторний аналіз рентабельності продажів

Зміна рентабельності продажів (ΔROS): $\Delta ROS = ROS_1 - ROS_0$.

Факторна модель має вигляд: $ROS = \frac{Pr - Pro - FC - CE}{MC}$, де Pr – виторг від продажу продукції, Pro – прибуток від продажу продукції, FC – повна собівартість збутої продукції, CE – комерційні витрати. Загальне скоротшення рентабельності продажів 30,66%. Оцінемо вплив факторів.

- 1) Вплив змінення виторгу від продажів на рентабельність продажів:

$$\begin{aligned} \Delta R_{Pr}^{Pro} &= \\ &= \left(\frac{Pr_{20} - FC_{18} - CE_{18} - MC_{18}}{Pr_{20}} - \frac{Pr_{18} - FC_{18} - CE_{18} - MC_{18}}{Pr_{18}} \right) * 100\% \\ &= \left(\frac{1465,53 - 1382,52 - 251 - 127,24}{1465,53} \right) - \end{aligned}$$

$$\left(\frac{2615 - 1382,52 - 251 - 127,34}{2615} \right) * 100\% \\ = (-0,2015 - 0,3266) * 100\% = -52,81\%$$

2) Вплив зміни собівартості на рентабельність продажів:

$$\Delta R_{FC}^{Pro} = \\ \left(\frac{Pr_{20} - FC_{20} - CE_{18} - MC_{18}}{Pr_{20}} - \frac{Pr_{20} - FC_{18} - CE_{18} - MC_{18}}{Pr_{20}} \right) * 100\% \\ = \left(\frac{1465,53 - 1178,16 - 251 - 127,24}{1465,53} \right) - \\ \left(\frac{1465,53 - 1382,52 - 251 - 127,34}{1465,53} \right) * 100\% \\ = (-0,0620 + 0,2015) * 100\% = 13,94\%.$$

3) Вплив зміни комерційних витрат на рентабельність продажів:

$$\Delta R_{CE}^{Pro} = \\ \left(\frac{Pr_{20} - FC_{20} - CE_{20} - MC_{18}}{Pr_{20}} - \frac{Pr_{20} - FC_{20} - CE_{18} - MC_{18}}{Pr_{20}} \right) * 100\% \\ = \left(\frac{1465,53 - 1178,16 - 186,41 - 127,24}{1465,53} \right) - \\ \left(\frac{1465,53 - 1178,16 - 251 - 127,34}{1465,53} \right) * 100\% \\ = (-0,0180 + 0,0620) * 100\% = 4,4\%.$$

4) Вплив зміни управлінських витрат на рентабельність продажів:

$$\Delta R_{MC}^{Pro} = \\ \left(\frac{Pr_{20} - FC_{20} - CE_{20} - MC_{20}}{Pr_{20}} - \frac{Pr_{20} - FC_{20} - CE_{20} - MC_{18}}{Pr_{20}} \right) * 100\% \\ = \left(\frac{1465,53 - 1178,16 - 186,41 - 90,32}{1465,53} \right) - \\ \left(\frac{1465,53 - 1178,16 - 186,41 - 127,34}{1465,53} \right) * 100\%$$

$$= (0,0072 + 0,0180) * 100\% = 2,53\%.$$

Сукупний вплив факторів становить:

$$\begin{aligned} \Delta R_{Pr}^{Pro} + \Delta R_{FC}^{Pro} + \Delta R_{CE}^{Pro} + \Delta R_{MC}^{Pro} = \\ = -52,81\% + 13,94\% + 4,4\% + 2,53\% = -31,94\%. \end{aligned}$$

1	Вплив зміни виручки від продажу на рентабельність продажів:	-52,81%
2	Вплив зміни собівартості на рентабельність продажів:	13,94%
3	Вплив зміни комерційних витрат на рентабельність продажів:	4,41%
4	Вплив зміни управлінських витрат на рентабельність продажів:	2,53%
5	Сукупний вплив факторів становить:	-31,94%

Рис. 2.3. Вплив на рентабельність продажів

У 2020 році рентабельність продажів скоротилася на 30,66%, що обумовлено від'ємним впливом змінення виторгів від продажів (-52,81%), яке змогло перекрити позитивний вплив зміни собівартості (+13,94%). Відповідно, резервом зростання рентабельності є підняття цін на продукцію.

2.3 Факторний аналіз економічної рентабельності

Рентабельність активів.

$$\Delta ROA = ROA_1 - ROA_0$$

$$\Delta ROA = ROS * AT =$$

(прибуток / виторг) × (виторг / активи) = прибуток / активи, де $ROS(CS)$ — чиста рентабельність продажів у відсотках, AT — коефіцієнт оборотності всього капіталу.

Оцінку проведемо за рентабельністю активів, які були підраховані за чистим прибутком методом абсолютних різниць.

Вплив рентабельності продажів:

$$\Delta ROA(ROS) = \Delta ROS \times AT_{2018} = -13,77 \times 4,68 = -64,4436.$$

Вплив собівартості активів:

$$\Delta ROA(AT) = ROS_{2020} \times \Delta AT = 15,46 \times 4,68 = 72,3528.$$

Підсумок впливу факторів:

$$\Delta ROA(ROS) + \Delta ROA(AT) = -64,4436 + 72,3528 = 7,9092.$$

Таким чином, скорочення рентабельності продажів призвели до зростання рентабельності активів у розмірі 7,9092, які виявились вище за приріст в результаті ускорення обороту активів.

2.4 Факторний аналіз особистого капіталу

$$\Delta ROE = ROE_1 - ROE_0$$

Для проведення факторного аналізу особистого капіталу необхідно використовувати наступну факторну модель:

$$ROE = x \times y \times z,$$

де x — чиста рентабельність продажів у відсотках, y — ресурсовіддача, яка є коефіцієнтом, z — коефіцієнт фінансової залежності.

Вплив рентабельності продажів за чистим прибутком:

$$\Delta ROE(x) = \Delta x \times y_{2018} \times z_{2018} = (15,46 - 29,23) \times 4,68 \times 0,3 = -19,2348\%.$$

Вплив ресурсовіддачі:

$$\Delta ROE(y) = x_{2020} \times \Delta y \times z_{2018} = 15,46 \times (13,96 - 4,68) \times 0,3 = 43,04064\%.$$

Вплив коефіцієнту фінансової залежності:

$$\Delta ROE(z) = x_{2020} \times y_{2020} \times \Delta z = 15,46 \times 13,96 \times (0,47 - 0,3) = 60,495512\%.$$

Показник сукупного росту:

$$\Delta ROE = -19,2348\% + 43,04064\% + 60,495512\% = 84,301352\%.$$

2.5 Заключення

У результаті факторного аналізу можна зробити висновок, що основним негативним фактором, який впливає на рентабельність власного капіталу, у 2020 році стало зниження рентабельності продажів на 19,2348%. Зростання ресурсовіддачі (43,04064%) та коефіцієнт фінансової залежності (+1,43 %) призвели до зростання показника (+84,301352 %). Таким чином, головним фактором зростання рентабельності власного капіталу є зростання чистого прибутку.

Таким чином, зниження показників рентабельності в першу чергу обумовлено випередженням темпу зростання витрат та активів над показниками прибутку. Відповідно, для зростання ефективності діяльності компанії необхідно скоротити рівень витрат.

ВИСНОВКИ

Застосовуючи факторний аналіз, як метод зменшення розмірності ранжованих даних в багатовимірній економічній моделі ми зробили наступне: зібрали потрібні нам дані на сайті підприємства ТОВ «Українські енергетичні машини», підраховали показники рентабельності, провели факторний аналіз продажів, провели факторний аналіз рентабельності, провели факторний аналіз особистого капіталу.

Під час пошуку даних на сайті підприємства ТОВ «Українські енергетичні машини» нам вдалось знайти такі показники: валовий прибуток, виторг, прибуток від продажів, прибуток до оподаткування, власний капітал, чистий прибуток після податку, сума активів, комерційні витрати, собівартість продажів, коефіцієнт оборотності капіталу, коефіцієнт фінансової залежності та управлінські витрати підприємства за 2018 — 2020рр.

Проаналізувавши дані ми отримали такі показники рентабельності: сукупних активів за прибутком від продажів, сукупних активів за прибутком до оподаткування, сукупних активів за чистим прибутком, від продажу за валовим прибутком, від продажу за прибутком від продажів, від продажу за прибутком до оподаткування, від продажу за чистим прибутком та власного капіталу за чистим прибутком.

Провівши факторний аналіз рентабельності продажів нам вдалось отримати: вплив зміни виручки від продажу на рентабельність продажів, вплив зміни собівартості на рентабельність продажів, вплив зміни комерційних витрат на рентабельність продажів, вплив зміни управлінських витрат на рентабельність продажів та отримали сукупний вплив цих факторів (–31,94%).

Застосовуючи методи факторного аналізу ми провели аналіз економічної рентабельності. В ході аналізу нам вдалось знайти показник впливу рентабельності продажів, показник впливу собівартості активів. Знайшли суму цих факторів і таким чином отримали підсумок впливу факторів (7,9092%).

Останній етап факторного аналізу полягає в аналізі власного капіталу. На цьому етапі нам вдалось підрахувати вплив рентабельності продажів за

чистим прибутком ($-19,2348\%$), вплив ресурсівіддачі ($43,04064\%$) та вплив коефіцієнта фінансової залежності ($60,495512\%$). Підсумувавши всі ці впливи ми отримали показник сукупного росту, який становить $84,301352\%$. Таким чином, ми можемо побачити, що найбільший від'ємний вплив має показник рентабельності продажів за чистим прибутком. Це обумовлено випередженням темпу зростання витрат та активів над показниками прибутку. У навчальному посібнику Ковалева В. В. «Фінансовий аналіз» вказується, що у такому випадку для зростання ефективності діяльності компанії необхідно скоротити рівень витрат.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Загородній А. Г., Вознюк Г. Л., Смовженко Т. С. Фінансовий словник : навч.-посіб. Львів : Львів, банк, НБУ, 2002. 566 с.
2. Падмаджа Л., Вішнувардхан Д. Порівняльне дослідження особливості, методи вибору підмножини для зменшення розмірності наукових даних : навч.-посіб. Львів 234с.
3. Ковалев В. В. Фінансовий аналіз: методи та процедури : навч.-посіб. Одеса : Астропринт, 2002. 560 с.
4. Кононова К. Ю. Машинне навчання: методи та моделі: підручник для бакалаврів, магістрів та докторів філософії спеціальності 051 «Економіка». Харків: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2020. 301 с.
5. Сайт Державного комітету статистики України. URL: <http://www.ukrstat.gov.ua/>
6. Комарницький І. М. Маркетинговий менеджмент : навч.-посіб. Львів : Априорі, 2007. 322 с.
7. Луценко Є. В. Автоматизований системно-когнітивний аналіз в управлінні активними об'єктами : монографія. Київ: КубДАУ. 2002. 605с.
8. Яровий А. Т., Страхов Є. М. Багатовимірний статистичний аналіз : навчально-методичний посібник для студентів математичних та економічних фахів. Одеса: Астропринт, 2015. 132 с.
9. A. C. Rencher, Methods of multivariate analysis. 2nd edition. New York: J. Wiley, 2002.
10. B. F. J. Manly and J. A. Navarro, Multivariate statistical methods: a primer. 4th Edition. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2017.