

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
 Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
 Кафедра диференціальних рівнянь, геометрії та топології

Дипломна робота

_____ магістра _____

на тему: «Геометрія ріманових просторів другого наближення»
 «Geometry of the rimans spaces second approximation»

Виконав: студент денної форми навчання
 напряму підготовки спеціальності
 111 Математика

_____ Марков Максим Вячеславович _____

Керівник

кандидат фіз.мат.наук, доцент Покась С.М.

Рецензент

кандидат фіз.мат. наук, доцент Курбатова І.Н.

Рекомендовано до захисту:
 Протокол засідання кафедри
 № ____ від _____ р.

Захищено на засіданні ЕК №
 протокол № ____ від _____ р.
 Оцінка _____ / _____ / _____

Завідувач кафедри

Голова ЕК

Вступ.

Розглянемо рімановий простір V_n , віднесений до довільної системи координат $\{x^1, x^2, \dots, x^n\}$ з метричним тензором $g_{ij}(x)$. Зафіксуємо у цьому просторі точку $M_0(x_0^h)$ та побудуємо новий простір $\tilde{V}_n^2$, визначивши його метричний тензор $\tilde{g}_{ij}(y)$ наступним чином:

$$\tilde{g}_{ij}(y) = g_{ij} + \frac{1}{3} R_{il_1 l_2 j} y^{l_1} y^{l_2},$$

де

$$g_{ij} = g_{ij}(M_0), R_{il_1 l_2 j} = R_{il_1 l_2 j}(M_0).$$

Якщо в V_n перейти до ріманової системи координат з початком в M_0 та розкласти метричний тензор $g_{ij}(y)$ у ряд Тейлора в околі даної точки, то можна впевнитися, що при $y^h = x^h$ простір $\tilde{V}_n^2$ реалізує наближення 2-го порядку для V_n і тому відтворює його геометричні властивості з певним ступенем точності.

Простір $\tilde{V}_n^2$ був названий наближенням другого порядку для простору V_n в околі точки M_0 [5].

Ідея дослідження геометричних об'єктів в околі довільної точки по формулі Тейлора з точністю того чи іншого порядку часто застосовувалася в геометрії та приводила к більш глибокому вивченню цих об'єктів. Так, наприклад, у теорії кривих у диференціальному околі першого порядку будь-якої її точки виникає інваріантний вектор дотичної. Це дозволяє ввести поняття довжини дуги кривої та вибрати її в якості параметра кривої. У диференціальному околі другого порядку будується вектор головної нормалі та кривина кривої. У диференціальному околі третього порядку отримуємо скрут кривої.

Аналогічні методи застосовувались і в теорії поверхонь: дослідження поверхні у диференціальному околі першого порядку приводить до першої квадратичній формі поверхні, з допомогою якої визначається довжина дуги кривої на поверхні, кут між кривими, площу замкнутої області на поверхні. В диференціальному околі другого порядку виникає друга квадратична форма поверхні, а на її основі будується теорія кривини поверхні.

У §1 даної роботи приведено розкладання метричного тензора ріманового простору у коваріантний ряд Тейлора.

§2 містить властивості ріманового простору другого наближення $\tilde{V}_n^2$.

§3 містить властивості ріманового простору другого наближення для простору ненульової постійної кривини.

У §4 для ріманова простору V_4 , яке реалізує симетричне поле тяжіння, побудовано його наближення другого порядку $\tilde{V}_4^2$.

Список літератури

1. А.В. Крутоголова, С.М. Покась, Л.Г. Цехмейстук "Индукцированные отображения римановых пространств второго приближения" Математичні студії Т41, №2, 2014, стр. 220-224
2. С.М. Покась "Группы Ли движений в римановом пространстве второго приближения." Известия Пензенского государственного университета им. Белинского физико-математические науки №26, 2011г. стр. 173-183
3. А.З. Петров "Новые методы в теории относительности". М, Наука 1966, 496 стр.
4. Л.П. Эйзенхарт Риманова геометрия. М., ИЛ, 1948, стр. 316
5. С.М. Покась, А.В. Крутоголова "Геометрия римановых пространств второго приближения Proceedings of the International Geometry Center vol 8, № 3-4, 53-59, 2015
6. П.А. Широков "Избранные работы по геометрии издательство Казанского университета, 1966, стр 432