МОДЕЛИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЭКОНОМИКИ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЭКОНОМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Курбатова И.Н., кф.-м.ндоцент
Одесский национальный университет им. И И. Мечникова (Одесса, Украина)

В наше время эффективное управление экономическими процессами возможно только ни основе использования точных математических методов во всех сферах хозяйствования. В соответствии с этим курс высшей математики для студентов экономических специальностей должен быть ориентирован прежде всего экономически. В идеале хотелось бы, чтобы даже типовые задачи по возможности наполнялись экономическим содержанием. Правда, осуществить это в рамках последних изменений в учебных планах, когда количество аудиторных часов, выделенных на изучение “царицы наук”, катастрофически урезано, очень непросто. Но будем все же надеяться, что эти изменения не последние и что последующие идеологи реформы нашей высшей школы исправят создавшиеся “перекосы”.

Как известно, математическая экономика изучает свойства и решения математических моделей экономических процессов, причем математическая экономика дифференцируется с эконометрикой, приоритетом которой является статистическая оценка и анализ моделей в соответствии с эмпирическими данными. В математической экономике исследуются теоретические модели, основанные на определенных формальных предпосылках, без доказательства степени обоснованности аналитического вида самой модели (например, что величина потребления является линейной возрастающей функцией дохода). Задачей математической экономики является изучение вопроса о существовании решения модели, условиях его неотрицательности, стационарности, наличия друтих свойств. При этом разделы м тематической экономики, предполагающие чисто теоретические исследования, становятся Теоретической базой прикладных исследований.

Модели математической экономики [1, 3] можно подразделить на два крупных класса - модели равновесия в экономических системах и модели экономического роста. Первые - это ■ і,этические модели (например, модель Эрроу-Дебре [1], модель “затраты - выпуск” В. Леонтьева [1, 4]). Вторые - динамические (модель Харрода-Домара [2], модель Солоу [1, 2], модели магистрального типа и др.).

Основной целью исследования динамических моделей роста является анализ и поиск траекторий стационарного роста (роста с постоянными структурными характеристиками), к выходу на которые стремится экономическая система, описываемая экономической моделью.

Значительный вклад в теорию роста внесли работы фон Неймана, Солоу, Гейла, Моришимы и ДР-

Экономический рост является результатом действия таких относительно устойчивых факторов, как рост населения и технологический прогресс. Динамика этих факторов в долгосрочной перспективе определяет динамику потенциального объема производства. В краткосрочном периоде экономика отклоняется от этой главной траектории равномерного поступательного движения. Обеспечение устойчивого экономического роста предполагает управление этими циклическими колебаниями.

Ниже мы приводим некоторые примеры использования понятий интегралов и дифференциальных уравнений в экономических приложениях [5].

Математические моделі экономического роста базируются на дифференциальных уравнениях. Рассматривая ниже некоторые модели роста, мы предполагаем, что в качестве аргумента неизвестной функции выбрано время Отметим, что существуют также дискретные аналоги этих моделей.

Модель естественного роста (рост при постоянном темпе).

Пусть $y^{(t)}$ - интенсивность выпуска продукции некоторого предприятия (отрасли). Будем предполагать, что имеет место аксиома о ненасыщаемости потребителя, то есть что весь выпущенный предприятием товар будет продан. Также полагаем, что объем продаж не столь высок, чтобы влиять существенно на цену товара *P* поэтому цена товара считается фиксированной (это предположение соответствует модели конкурентной фирмы).

Для повышения интенсивности выпуска $y^{(t)}$ необходимо, чтобы чистые инвестиции I(t) то есть разность между общим объемом инвестиций и амортизационными затратами, были больше нуля. При I (t) = 0 общие инвестиции всего лишь покрывают затраты на амортизацию и уровень выпуска продукции остается неизменным. Случай I ‹ 0 приводит к сокращению основных фондов и, следовательно, к понижению уровня выпуска продукции. Таким образом, скорость повышения интенсивности выпуска продукции является возрастающей функцией от *I*.

Предположим, что эта зависимость прямо пропорциональна, то есть имеет место так называемый принцип акселерации *y=ml*, (1), где *m=const* - норма акселерации.

Пусть α- норма чистых инвестиций, то есть часть дохода *py* - которая тратится на чистые инвестиции, тогда I = αpy. Подставляя это выражение в (1), получаем *y* = *ky* (2),

где $k = map = const.$ Разделяя переменные в уравнении (2), имеем $\frac{dy}{y} = kdt.$

После интегрирования обеих частей находим $\ln|y| = kt + lnC$ или, что то же самое, $y = Ce^{kt}$.

Если $y(t_\circ) = y_\circ$ то отсюда следует $C = y_\circ e^{-kt_\circ}$, то есть $y = y_\circ e^{k(t-t_\circ)}$ (3).

Уравнение (3) называется ***уравнением естественного роста.*** Этим уравнением описываются также динамика роста цен при постоянном темпе инфляции, процессы радиоактивного распада и размножения бактерий.

Заметим, что модель естественного роста целесообразно применять на начальных этапах развития экономической системы в течение ограниченного промежутка времени, поскольку, как следует из свойств показательной функции, с течением времени *У* может принимать какие угодно большие значения, что неизбежно скажется на изменении цены (в данной модели мы предполагали ее постоянной).

Модель Домара.

Основные допущения модели экономического роста, предложенной Домаром [5], можно сформулировать таким образом:

1. Всякое изменение величины скорости денежного потока $I(t)$ влияет как на совокупный спрос, так и на изменение объема производства.

2. Скорость изменения величины спроса $Y(t)$ пропорциональна производной скорости денежного потока с коэффициентом пропорциональности $k = \frac{1}{S}$, где s – предельная величина накопления. Это предположение можно записать в виде уравнения:

$$\frac{dY}{dt} = \frac{1}{S}\frac{dI}{dt} \qquad (4)$$

3. Экономический потенциал k (т.е. величина стоимости товаров, которые можно произвести) пропорционален объему оборотных средств K с коэффициентом пропорциональности ρ, т.е. $k = \rho K.$ Дифференцируя по t, получим

$$\frac{dk}{dt} = \rho\frac{dK}{dt} = \rho I. \qquad (5)$$

В модели Домара предполагается, что весь экономический потенциал полностью используется, иными словами, $Y = k.$ Следовательно,

$$\frac{dY}{dt} = \frac{dk}{dt} \qquad (6)$$

Подставляя (4),(5) в (6), имеем $\frac{dI}{I} = \rho s dt.$ Отсюда $\int_0^t \frac{dI}{I} = \int_0^t \rho s dt.$ Интегрированием отсюда находим $\ln|I| = \ln|I(0)| + \rho st$ или $I(t) = I(0)e^{\rho st}$, где $I(0)$ – это скорость денежного потока в начальный момент времени.

Согласно полученной формуле, для того, чтобы поддерживать равновесие между' объемом производимых благ и совокупным спросом на них, скорость денежного потока должна расти с экспоненциальной скоростью.

Список литературы:

1. Пономаренко О.І., Переетюк М.О., Бурим В.М. Основи математичної економіки. - К.: “ЩФОРМТЕХНІКА”, 1995. - 319 с.
2. Замков О.О., Толстопятенко А.В., Черемных Ю.Н. Математические методы в экономике. - М.: Изд-во “ДИС”, 1997. - 365 с.
1. Агапова Т.А., Серегина С.Ф. Макроэкономика. - М.: Изд-во“ДИС”, 1997.415 с.
•I Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браидов А.В. Математика в экономике. Ч. 1. - М.: Финансы и статистика, 1999. - 219 с.
5, Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Враилов А.В., Шандра И.Г. Математика в экономике. Ч. 2. - М.: Финансы и статистика, 1999. - 374 с.