

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС В ВЫСОКОВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЯХ РИДБЕРГОВЫХ АТОМОВ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Динамический хаос в атоме водорода в высоковозбужденном состоянии (ридбергов атом) во внешнем, низкочастотном, электромагнитном поле рассмотрен на основе последовательного непертурбативного квантово-механического подхода: метода квазистационарных, квазиэнергетических состояний. Рассчитаны зависимость квазиэнергии системы как функция параметров внешнего электромагнитного поля (напряженности и частоты) и вероятности ионизации атома как функции частоты. Представлена количественная диаграмма проявления эффектов квантовых флуктуаций, стабилизации, дестабилизации в атоме в сильном электромагнитном поле.

Динамический хаос как совокупность эффектов, наблюдаемых в физических системах, относится к числу сугубо нелинейных эффектов и поэтому его проявление в квантовых системах, описываемых уравнениями типа Шредингера или матрицы плотности, весьма специфично. Как правило, этот феномен проявляется в квазиклассической области, т. е. в высоковозбужденных состояниях. Граница между дискретным спектром и континуумом соответствует сепаратрисе в фазовой плоскости системы. Именно с нее начинается разрушение регулярного движения и переход к хаотическому режиму. Важно отметить, что динамический хаос имеет место в квантовых системах, которые не линейны в своем классическом пределе. В последние годы феномен хаоса в квантовых системах вызвал всплеск работ (см. [1—15]). В частности, проявления динамического хаоса в квантовых системах, взаимодействующих с внешним, зависящим от времени полем, обнаружены вблизи границы дискретного спектра и континуума. Речь идет об атоме водорода, ридбергов атомах, ангармоническом осцилляторе, двухатомных молекулах (см. [1—14]). Значительный интерес вызвал феномен ионизации высоковозбужденных атомных состояний сильным низкочастотным электромагнитным полем (см. [1—3, 4, 14, 15]), в основе которого лежит диффузия электрона по сильно возбужденным полем состояниям атома. При этом нелинейные колебания электрона становятся стохастическими. Как машинные, так и аналитические расчеты дали оценку поля, критичного для возникновения стохастической неустойчивости. Как и любой стохастический процесс, искомую ионизацию можно описать в диффузионном уравнении при достаточно больших временах действия поля или же при усреднении по большому числу исходных положений классических орбит атома в пространстве. При этом, для того, чтобы стохастическое блуждание электрона захватывало много уровней (переход к хаосу) необходимо выполнение условия для напряженности электрического поля $E > n^{-6}$ (n — главное квантовое число) [6, 14]. Экспериментально искомый

феномен наблюдался для атома водорода из состояния с $n=60$ в поле частоты $\omega = 9,9$ ГГц. В серии работ Кассати и др. [3, 4], посвященных анализу и описанию феномена хаоса методами нелинейной классической динамики, искомые эффекты нашли достаточно убедительное качественное объяснение. Однако адекватное описание тонких особенностей квантового хаоса требует применения квантово-механических методов. Данная работа посвящена описанию явления динамического хаоса в атоме водорода (ридбергов атом) в высоковозбужденных состояниях. На основе теории квазистационарных квазиэнергетических состояний (ККЭС), операторной теории возмущений, метода комплексного вращения координат (см. [6, 7, 10, 15]) рассчитаны зависимость квази-энергии как функции параметров внешнего электромагнитного поля (напряженности и частоты), вероятности ионизации атома водорода как функции частоты поля. Представлена количественная диаграмма проявления эффектов квантовых флуктуаций, стабилизации, дестабилизации в атоме в сильном поле.

Идея метода комплексного вращения координат, ранее с успехом примененного к различным задачам на квазистационарные состояния в статических полях (см. [6, 7, 10]), заключается в том, что преобразование координат $r' = ar \exp(i\varphi)$ в гамильтониане, оставляя неизменными его собственные значения, соответствующие квазистационарным состояниям, переводит их собственные функции в пространство квадратично интегрируемых функций. В результате задача нахождения энергии сводится к поиску собственных значений неэрмитовой матрицы. Рассмотрим атом Н (ридбергов атом) во внешнем электромагнитном поле $F(t) = F_0(t) \cos(\omega t)$ (для циркулярно-поляризованной волны: $F(t) = F_0 \{\cos(\omega t), \sin(\omega t)\}$). В рамках метода ККЭС уравнение на ККЭС имеет вид (используются атомные единицы):

$$(-1/2 \cdot \nabla^2 - r^{-1} + \omega L_z + F_0 x) \Psi_E(r) = E \Psi_E(r). \quad (1)$$

После комплексного преобразования координат уравнение на собственные значения и соб-

ственные функции принимает вид:

$$\begin{aligned} & (-1/2 \cdot \nabla^2 e^{-2i\varphi} - r^{-1} e^{-i\varphi} + \omega L_z + F_0 x e^{i\varphi}) \Psi_E(r e^{i\varphi}) = \\ & = (E - E_n^0) \Psi_E(r e^{i\varphi}), \end{aligned} \quad (2)$$

где $E_n^0 = -1/2 n^2$ — невозмущенное значение энергии. Квадратичная интегрируемость функций квазистационарных состояний обеспечивается при значениях угла комплексного вращения координат φ , определяемых неравенствами:

$$\arg\{-(E + N\omega)\}^{1/2} < \varphi < \pi/2 - \arg\{-(E + (N-1)\omega)\}^{1/2},$$

где N — пороговое число фотонов, необходимое для ионизации. При выборе конечного базиса, на котором диагонализуются (2), комплексные собственные значения зависят от φ как от параметра. Задавшись определенной точностью вычисления, размер базиса можно выбрать таким образом, чтобы его вариации не изменяли точности результата. Эффективным является использование оптимального базиса операторной теории возмущений в задаче об эффекте Штарка для атома водорода [14, 15]. В [6, 7] в качестве базиса предложено использовать систему функций задачи Штурма—Лиувилля атома H:

$$\Psi_{nlm} = \left| \frac{(n+l+1)!}{n!} \right|^{1/2} \frac{M_{n+l+1, l+1/2}(2r/v)}{r Y_{lm}(\bar{r}/r)}, \quad (3)$$

где M — функция Уиттекера. Проблема далее сводится к стационарной задаче на собственные значения и собственные векторы матрицы A :

$$Ab = (E_n^0 - E_n) b,$$

$$\begin{aligned} A_{n_1 l_1 m_1, n_2 l_2 m_2} &= \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 m_2} \left\{ \langle n l m | n_1 l_1 m_1 \rangle \times \right. \\ &\times \left| \frac{(n_1 + l_1 + 1)}{v} e^{-2i\varphi} - e^{-i\varphi} \right| + \delta_{n_1 n_2} (E_n^0 - 1/2 v^2 + \omega m) \Big\} + \\ &+ F_0 e^{-i\varphi} \langle n l m | x | n_1 l_1 m_1 \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

где $|n_1 l_1 m_1\rangle$ — радиальная часть функций (3).

Полная диагонализация матрицы (4) представляет собой достаточно сложную задачу. Поэтому часто ищется лишь одно собственное значение, переходящее при включении поля в основное состояние E_n^0 . Решение задачи отыскания максимального собственного значения и соответствующего собственного вектора осуществляется стандартными итерационными методами (см. [7, 15]). Естественно усложнение в случае наличия резонанса на атомных уровнях и тогда матрица имеет несколько близких по модулю собственных значений (для их разделения используется q - p алгоритм). Сдвиг K и вероятность P ионизации основного состояния атома определяются выражениями:

$$K = \frac{\alpha F_0^2}{4 \operatorname{Re} \Delta E}, \quad P = \frac{\alpha F_0^4}{2 \operatorname{Im} \Delta E}. \quad (5)$$

Теоретические и численные оценки [3, 4] показывают, что при $\omega_0 = \omega n_0^3 > 1$ (n_0 — начальное возбужденное состояние) и напряженности поля $\varepsilon_0 = F_0 n_0^4 > \varepsilon_c \approx (50 \omega_0^{1/3})^{-1}$ движение электрона переходит в хаотический режим, имеет место далее диффузия по состояниям спектра и ионизация. При $\omega_0 \rightarrow 0$ критическое значение поля приближается к статическому пределу $\varepsilon_0 = 0,13$.

С ростом ω_0 (при условии $\omega_0 < 1$) значения критического поля (для ионизации) растет. Если $\omega_0 > 1$ (электрон находится достаточно далеко от ядра) действие внешнего поля приводит к осцилляциям электрона около его кеплеровской орбиты с частотой $\Omega \approx \omega^2/(F_0 m)$. Отметим, что условие $S = \omega/\Omega \gg 1$, выполняемое при

$$F_0 > F_{\text{stab}} = \beta \omega/m \quad (6)$$

(β — численный параметр), определяет границу стабилизации. Искомая граница располагается значительно выше, чем граница статической ионизации и хаоса. Для получения атомов в поле в состояниях, принадлежащих области стабилизации, процесс включения поля должен быть следующим: время включения поля t_s должно быть меньше орбитального периода электрона $2\pi n_0^3$ и справедливо условие:

$$\int_0^{t_s} F(t) dt \approx 0.$$

Ионизация будет иметь место после одного орбитального периода. Соответственно граница де-стабилизации дается выражением:

$$F_{\text{dest}} \approx 16 L \omega_0^3 / \pi m^2 n_0^3 \quad (L = L n[(2 F_0 / \pi e)^{1/2} / \omega m]).$$

Важно подчеркнуть, что существование области стабильности атома в поле получено не только в рамках классического («Kepler map») динамического моделирования (формально классика работает при условии $\omega \ll 1/n_0^2$), но и на основе квантово-динамического описания движения («Kramers map») (см. [2, 3]). Выполненный в настоящей работе численный расчет динамики атома водорода в электромагнитном поле подтвердил существование области стабилизации, лежащей выше границы хаотической динамики. На рис. 1 представлены результаты численного расчета зависимости вероятности P ионизации (5) как функции частоты ω_0 ($n_0 = 63$, $\varepsilon_0 = 0,043$).

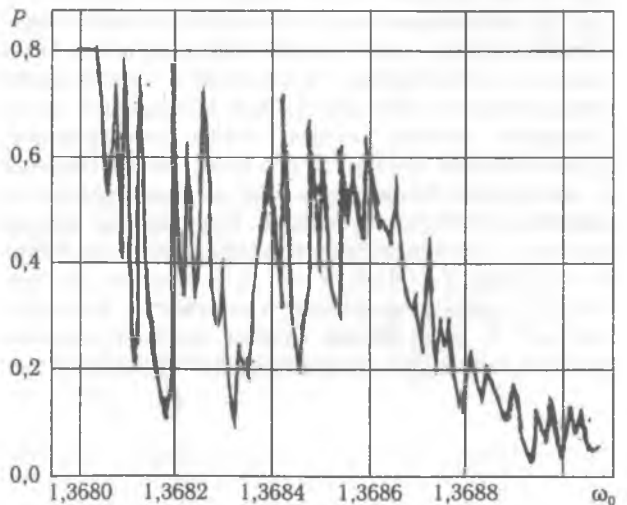


Рис. 1. Зависимости вероятности P ионизации как функции частоты ω_0 (пояснения см. в тексте)

Полученные на основе квантово-механического расчета данные очень хорошо коррелируют с данными Кассати и др. [3]. Рис. 1. демонстри-

рует феномен квантовых флуктуаций, наблюдаемых вплоть до значений $\Delta\omega_0 \sim 10^{-6}$ (при меньших масштабах эффект исчезает). На рис. 2 приведена диаграмма динамики атома Н в поле в плоскости $(\epsilon_0, \omega_0/m)$. В нижней части диаграммы расположена область стабильности системы в смысле теоремы Колмогорова—Арнольда—Мозера (КАМ). Нижняя кривая определяет границу области хаоса $\epsilon_0 \sim (50\omega_0^{1/3})^{-1}$. При малых ω_0 эта граница приближается к статическому пределу ионизации $\epsilon_0 \approx 0,13$. Область стабильности («magic mountain») отделена границей стабильности

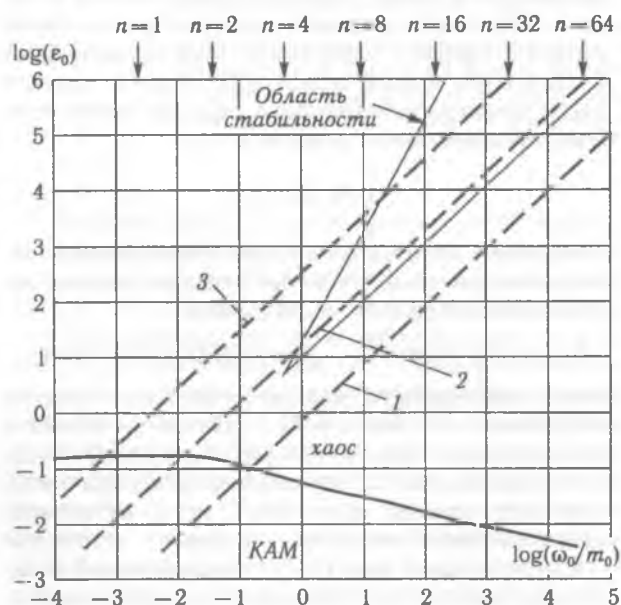


Рис. 2. Диаграмма динамики атома водорода в поле в плоскости: $\epsilon_0, \omega_0/m$ (пояснения в тексте)

лизации $\epsilon_0 \approx 12(\omega_0/m_0)$ внизу и границей дестабилизации $F_{\text{dest}} \approx 16L\omega_0^3/\pi m^2 n_0^3$ ($L = Ln \times [(2F_0/\pi e)^{1/2}/\omega m]$) вверх. Впервые существование этой области было предсказано Кассати и др. [3] на основе классического рассмотрения. Строго говоря, этот подход справедлив до значений $e_0 \sim 0,2(\omega_0/m_0)$. В отличие от него, квантово-механический метод, использованный в настоящей работе, лишен этого ограничения. Единственная трудность его применения связана с достаточно сложным расчетом характеристик квазиклассических уровней. Пунктирные линии на рис. 2 соответствуют напряженности поля: 1 — 0,0025, 2 — 0,05, 3 — 1,0. В отличие от оценок [3], наши результаты, в частности, диаграмма рис. 2, дает более точные количественные предсказания. Это подтверждает сравнение ре-

зультатов теории с данными эксперимента Коха (см. [6]) по ионизации из высоковозбужденных $n \sim 50$ состояний атома Н полем $F_0 \sim 10$ В/см, $\omega = 9,9$ ГГц.

Литература

1. Дыхне А. М., Юдин Г. Л. Внезапные возмущения и квантовая эволюция // Усп. физ. наук. — М., 1996. — 428 с.
2. Dando P. A., Monteiro T. S. Atoms in Static Fields: Chaos or Diffraction // Photonic, Electronic, Atomic Collisions. — Singapore: World Sci. Pub, 1997. — P. 621—630.
3. Benvenuto F., Casati G., Shepelyansky D. L. Rydberg Stabilization of atoms in strong fields: «magic» mountain in chaotic sea // Z. Phys. B. — 1994. — Vol. 94. — P. 481—486.
4. Casati G., Guarneri I., Mantica G. Classical Stabilization of periodically kicked hydrogen atoms // Phys. Rev. A. — 1994. — Vol. 50, № 6. — P. 5018—5024.
5. Dupret K., Zakrzewski J., Delande D. Resonances in the Diamagnetic Rydberg Spectrum: Order and Chaos // Europhys. Lett. — 1995. — Vol. 31, № 5—6. — P. 251—256.
6. Делоне Н. Б., Крайнов В. П. Атом в сильном световом поле. — М.: Атомиздат, 1994. — 230 с.
7. Преображенский М. А., Рапопорт Л. П. Квазистационарные состояния атома водорода в поле сильной монохроматической волны // ЖЭТФ. — 1990. — Т. 78, № 3. — С. 929—935.
8. Глушков А. В. Томас—Фермиевская модель многочастичного осциллятора // Изв. вузов: Сер. Физика. — 1992. — № 7. — С. 41—47.
9. Минабудинова С. А., Югай К. И. Динамический хаос в высоковозбужденных состояниях ангармонического осциллятора во внешнем электрическом поле // Изв. вузов: Сер. Физика. — 1998. — № 2. — С. 11—18.
10. Glushkov A. V., Ivanov L. N. DC Strong-Field Stark-Effect: consistent quantum-mechanical approach // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. — 1993. — Vol. 26, № 16. — P. L379—L386.
11. Glushkov A., Ambrosov S., Malinovskaya S., Resonances in Quantum Systems in strong external field: New Quantum Approach // Journ. of Techn. Phys. — 1997. — Vol. 38, № 2. — P. 215—218.
12. Glushkov A. V., Dan'kov S. V., Prepelitsa G. P. et al. QED Theory of Nonlinear Interaction of Atomic Systems with Laser field // Journ. Techn. Phys. — 1997. — Vol. 38, № 2. — P. 219—224.
13. Kuklina I. V., Shevchuk V. G. H- and He-like Systems in Superstrong magnetic field: Numerical Calculation // Uzhgorod University Scientific Herald: Series Physics. — 2000. — Vol. 8, P. 2. — С. 361—364.
14. Glushkov A. V., Ambrosov S. V., Ignatenko V. M., Prepelitsa G. P. Stochastic instability of multioscillator systems and highly excited atoms in electromagnetic field and chaotic dynamics of diatomic molecules in resonance high-intensity IR field // Proc. V International Conf. On Atomic and Molecular Physics. — Berlin (Germany). — 2001. — P. A313.
15. Shumlyansky I. I., Shevchuk V. G., Ignatenko V. M., Prepelitsa G. P. Atom of hydrogen in a strong uniform electric field: Modified operator perturbation theory method // Uzhgorod University Scientific Herald: Series Physics. — 2000. — Vol. 8, P. 2. — С. 372—375.