

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ ТА НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ І.І.МЕЧНИКОВА**

**Факультет математики, фізики та інформаційних технологій  
Кафедра фізики та астрономії**



**ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ МЕТОДИ  
В ФІЗИЦІ ТЕПЛОМАСООБМІНУ**

**Методичний посібник**

**до лабораторних робіт з дисципліни «Фізика тепломасообміну»  
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
спеціальності 104 Фізика та астрономія**

**Одеса • Олді+ • 2024**

УДК 536.24.08(072)

E45

**Укладачі:**

*Калінчак Валерій Володимирович*, доктор фізико-математичних наук, професор, Одеський національний університет імені І. І. Мечникова;

*Орловська Світлана Георгіївна*, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Одеський національний університет імені І. І. Мечникова;

*Копійка Олександр Кузьмич*, кандидат фізико-математичних наук, доцент, Одеський національний університет імені І. І. Мечникова;

*Черненко Олександр Сергійович*, доктор фізико-математичних наук, професор, Одеський національний університет імені І. І. Мечникова.

**Рецензенти:**

*Желєзний Віталій Петрович*, доктор технічних наук, професор, Одеський національний технологічний університет;

*Шевчук Володимир Гаврилович*, доктор фізико-математичних наук, професор, Військова академія, м. Одеса.

*Рекомендовано до друку вченою радою  
факультету математики, фізики та інформаційних технологій  
Одеського національного університету імені І. І. Мечникова  
Протокол № 2 від 4 листопада 2024 року*

E45

**Експериментальні методи в фізиці тепломасообміну** : методичний посібник до лабораторних робіт з дисципліни «Фізика тепломасообміну» для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти спеціальності 104 Фізика та астрономія / уклад.: В. В. Калінчак, С. Г. Орловська, О. К. Копійка, О. С. Черненко. – Одеса : Олді+, 2024. – 68 с.

Методичний посібник призначений для виконання лабораторних робіт зі спеціального практикуму до навчальної дисципліни «Фізика тепломасообміну», а також фізичних практикумів, які забезпечують теоретичні лекційні курси з фізики теплопровідності, тепломасообміну та теплопередачі. Видання містить класичні лабораторні роботи з описом теоретичних основ та методики вимірювань, обробки, розрахунків та аналізу результатів. Укладений відповідно до програми навчальної дисципліни «Фізика тепломасообміну» для студентів факультету математики, фізики та інформаційних технологій, що навчаються за спеціальністю 104 Фізика та астрономія.

УДК 536.24.08(072)

## Зміст

<b>Передмова</b> .....	4
<b>Лабораторна робота № 1.</b> Визначення теплофізичних характеристик речовини методом плоского шару .....	5
<b>Лабораторна робота № 2.</b> Визначення коефіцієнта теплопровідності металевого стрижня (метод Бората-Вінера).....	10
<b>Лабораторна робота № 3.</b> Визначення коефіцієнта теплопровідності і коефіцієнта Відемана-Франца провідників.....	16
<b>Лабораторна робота № 4.</b> Визначення питомої теплоємності металів методом охолодження.....	21
<b>Лабораторна робота № 5.</b> Визначення теплофізичних характеристик речовини методом регулярного режиму (метод регулярного режиму 1-го роду).....	25
<b>Лабораторна робота №6.</b> Визначення коефіцієнта температуропровідності металевого стрижня методом температурних хвиль (метод регулярного режиму 3-го роду).....	32
<b>Лабораторна робота №7.</b> Виготовлення і градуювання термопари .....	38
<b>Лабораторна робота № 8.</b> Тепловіддача дротиків і циліндрів при природній конвекції.....	42
<b>Лабораторна робота № 9.</b> Вивчення кінетики випаровування краплин рідини.....	47
<b>Лабораторна робота № 10.</b> Градуювання реометра. Тепловіддача дротиків і циліндрів при вимушеній конвекції.....	56
<b>Лабораторна робота № 11.</b> Визначення коефіцієнту теплопровідності газу.....	61
<b>Література</b> .....	67

## Передмова

У навчальному посібнику розглядаються експериментальні методи визначення теплофізичних властивостей твердих тіл та газів, які базуються на дослідженні двох видів переносу тепла – теплопровідністю і конвекцією. Перенесення теплоти при безпосередньому контакті нагрітих тіл або середовищ з менш нагрітими, що здійснюється за допомогою хаотичного руху і взаємодії мікрочастинок (молекул, атомів, електронів, іонів) називається *теплопровідністю*. Перенесення теплоти макро об'ємами рідини або газу називається *конвективним* теплопереносом. Конвекція можлива тільки в рухомому середовищі і завжди супроводжується теплопровідністю. *Масообмін* – процес переносу маси речовини в просторі з неоднорідним розподілом концентрації цієї речовини і обумовлений дифузійною компонентом в суміші речовин. Механізми теплопровідності і дифузії ідентичні – обидва обумовлені хаотичним тепловим рухом молекул.

Запропоновані лабораторні роботи направлені на визначення теплофізичних властивостей речовин: коефіцієнтів теплопровідності, температуропровідності, теплообміну, питомої теплоємності, а також коефіцієнтів дифузії та сталої випаровування рідин.

Даний методичний посібник до виконання лабораторних робіт містить класичні роботи з тепло масообміну, базою для виконання яких є лекційний матеріал з навчальної дисципліни «Фізика тепло масообміну», що викладається студентам кафедри фізики та астрономії (рівень – бакалавр) факультету МФІТ. Укладений за єдиною схемою: завдання до кожної лабораторної роботи побудовані таким чином, щоб студенти пройшли через основні етапи наукового дослідження: мета та аналіз задачі, короткі теоретичні відомості метода вимірювання, методика проведення досліду, опис приладів, проведення вимірювань, обробка та аналіз результатів. Для закріплення матеріалу в кінці кожної роботи приводяться контрольні запитання. Для зручності використовується своя нумерація всередині кожної лабораторної роботи.

**Мета дисципліни:** формування у студентів умінь та навичок проведення теплофізичного експерименту.

В результаті вивчення навчальної дисципліни студенти повинні:

- оволодіти методами визначення теплофізичних властивостей речовин та коефіцієнтів тепло- масопереносу;
- вміти: користуватися теоретичними положеннями при вирішенні задач тепломасообміну; користуватися приладами для вимірювання теплофізичних властивостей речовин, температур та температурних полів; планувати і виконувати теплофізичні вимірювання, обробляти результати досліджень, розрахувати похибки вимірювань, робити обґрунтовані висновки.

### Лабораторна робота № 1.

#### **Визначення теплофізичних характеристик речовини методом плоского шару (метод Хрістіансена)**

**Завдання:** Виміряти температурний напір у еталонному зразку і зразку, що виготовлений з речовини, теплопровідність якої досліджується. По відомому значенню коефіцієнту теплопровідності еталонного зразка та відношенню температурного напору в обох зразках визначити величину коефіцієнту теплопровідності дослідного зразка.

**Обладнання:** два циліндричні діелектричні зразки – таблетки(плексиглас і ебоніт) ; дві диференційні мідь-константанові термопари; електричний ключ; потенціометр або мілівольтметр, термостат, нагрівач і холодильник.

**Загальні теоретичні положення:** Метод плоского шару (метод Хрістіансена) є відносним методом для визначення коефіцієнту теплопровідності  $\lambda_x$ , тобто ґрунтується на використанні еталонного матеріалу , для якого коефіцієнт теплопровідності заздалегідь відомий  $\lambda_{et}$ .

Розглянемо систему з двох щільно з'єднаних пластин, виготовлених з різного матеріалу (один з яких і є еталонним). Контакт між поверхнями є досконалим, внаслідок чого температура  $T_0$  на границі між ними однакова. На зовнішніх границях подібна система також щільно контактує з нагрівачем та холодильником, температура яких не змінюється з часом і дорівнює відповідно  $T_1$  і  $T_2$  ( $T_1 > T_2$ ) (рис.1).

Для визначення коефіцієнту теплопровідності  $\lambda_x$  скористаємося першим законом Фур'є:

$$q_x = -\lambda_x \frac{dT}{dx}, q_x = -\lambda_{et} \frac{dT}{dx}, \quad (1)$$

де  $q_x$  - кількість теплоти, яка проходить через одиницю поверхні стінки за одиницю часу у напрямку вісі  $Ox$ , тобто густина потоку тепла.

Контакт між поверхнями еталону і зразка є досконалим, внаслідок чого температура  $T_0$  на границі між ними однакова, та виконується рівність густин теплових потоків(гранична умова четвертого роду)

$$-\lambda_x \frac{dT}{dx}_{x=0} = -\lambda_{et} \frac{dT}{dx}_{x=0}.$$

Звідки

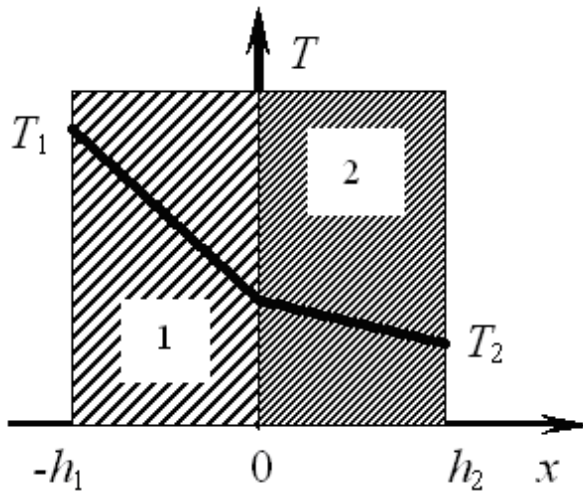
$$-\lambda_x = -\lambda_{et} \frac{dT}{dx}_{x=+0} / \frac{dT}{dx}_{x=-0} \quad (2)$$

Для знаходження градієнтів в зразку і еталоні запишемо типову задачу про теплопровідність двошарової стінки. Математично така задача описується за допомогою рівняння теплопровідності та граничних умов першого роду:

$$c_{p,x}\rho_x \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_v, \quad (3.a)$$

$$c_{p,et}\rho_{et} \frac{\partial T}{\partial \tau} = \lambda_{et} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + q_v, \quad (3.b)$$

де  $c_p$  – питома теплоємність речовини при сталому тиску,  $\rho_x$  – густина речовини,  $\lambda_x, \lambda_{et}$  – коефіцієнт теплопровідності,  $\tau$  – час,  $q_v$  – об’ємна густина виділення тепла за рахунок внутрішніх джерел.



**Рис.1** Двошарова стінка, 1 – еталон, 2 – досліджуваний матеріал. Залежність стаціонарної температури від координати в еталоні (1) та досліджуваному зразку (2).

Зробимо деякі уточнення, які повинні призвести до спрощення задачі. А саме, будемо розглядати стаціонарний режим ( $\partial T / \partial \tau = 0$ ). Коефіцієнти теплопровідності  $\lambda_{et}, \lambda_x$  прийнято не залежними від температури. Допустимо відсутність внутрішніх джерел тепла ( $q_v = 0$ ). Крім того, вважаємо, що стінка з двох пластин є ізотропною і тепловтрати через бічні поверхні матеріалів настільки малі, що ними можна знехтувати. За таких умов температура буде змінюватися тільки у напрямку, що перпендикулярний площині стінки – вісь  $Ox$ . Враховуючи всі припущення, рівняння (1) набуває вигляд рівняння Лапласа:

$$\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0, \quad \lambda_{et} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0. \quad (4)$$

Для знаходження залежності стаціонарної температури від координати в еталоні (1) та досліджуваному зразку (2) використаємо граничні умови першого роду.

На поверхні  $x = -h_1$  (нагрівач-еталон)

$$x = -h_1, \quad T(x = -h_1) = T_1 = \text{const}_1.$$

На поверхні  $x = h_2$  (зразок - холодильник)

$$x = h_2, \quad T(x = h_2) = T_2 = \text{const}_2$$

На поверхні  $x = 0$  (зразок - еталон )

$$x = 0, T(x = 0) = T_0 = \text{const}_0.$$

Розв'язок рівняння (4) дозволяє отримати розподіл температури в кожному шарі плоскої стінки вздовж координати  $x$  і визначити густину теплового потоку через них у тому ж напрямку.

Для еталонної пластини закон розподілу температури:

$$T = T_0 - \frac{T_1 - T_0}{h_1} x. \quad (5a)$$

Для пластини-зразка, коефіцієнт теплопровідності якої невідомий, маємо:

$$T = T_0 + \frac{T_2 - T_0}{h_2} x. \quad (5b)$$

Знайдемо  $q$  окремо для пластини 1 з еталонного матеріалу і для пластини 2, коефіцієнт теплопровідності якої невідомий. Після почергової підстановки (3a) та (3b) у перший закон Фур'є (1) отримуємо, що:

$$q_{et} = \frac{\lambda_{et}}{h_{et}} (T_1 - T_0), \quad (6a)$$

$$q_x = \frac{\lambda_x}{h_x} (T_0 - T_2). \quad (6b)$$

Спільний аналіз цих виразів дозволяє отримати важливий результат. А саме, у стаціонарному стані теплові потоки у досліджуваному та еталонному матеріалі однакові  $q_{et} = q_x$ . Тоді у відповідності до (6a) і (6b):

$$\frac{\lambda_{et}}{h_{et}} (T_1 - T_0) = \frac{\lambda_x}{h_x} (T_0 - T_2).$$

Звідки остаточно формула для визначення невідомого коефіцієнту теплопровідності досліджуваної речовини має вигляд:

$$\lambda_x = \lambda_{et} \frac{h_x}{h_{et}} \cdot \frac{(T_1 - T_0)}{(T_0 - T_2)}. \quad (7)$$

Таким чином, для визначення  $\lambda_x$  необхідно знати товщину еталонного і досліджуваного матеріалів<sup>1</sup>  $h_{et}$  і  $h_x$ , а також величини температурних напорів з обох боків від контактного шару  $\Delta T_{et} = (T_1 - T_0)$  та  $\Delta T_x = (T_0 - T_2)$ .

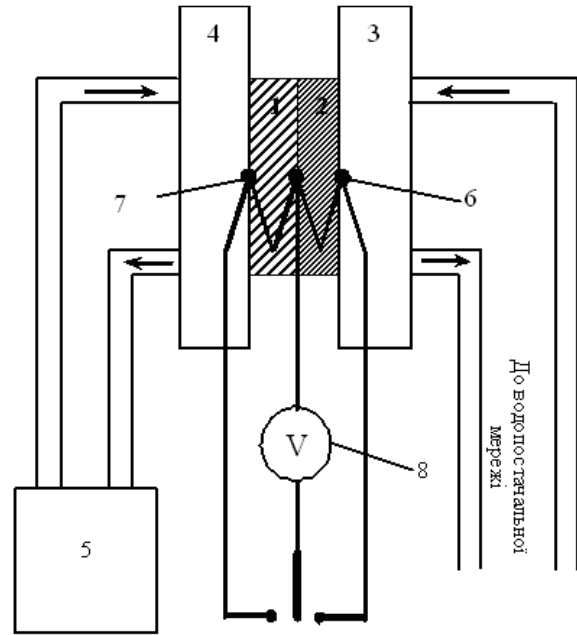
Враховуючи, що формула (7) отримана за умов, коли коефіцієнт теплопровідності не залежить від температури, визначену у такий спосіб величину  $\lambda_x$  відносять до середньої температури досліджуваного матеріалу.

Крім того, оцінки показують, що використане спочатку наближення про відсутність витрат тепла з бокової поверхні обґрунтовано за умов, коли відношення товщини пластини  $h$  до її діаметру  $d$  складає 1:30.

<sup>1</sup> В даній роботі пластини мають однакову товщину ( $h_{et}=h_x$ )

### Опис експериментальної установки:

Схема експериментальної установки приведена на рис.2. Установка складається з двох дисків. Диск 1 виготовлений з плексигласу і вважається еталонним (коефіцієнт теплопровідності  $\lambda_{et} = 0.184 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ). Диск 2 виготовлений з ебоніту, коефіцієнт теплопровідності якого необхідно визначити. Згадані диски щільно з'єднані один з одним та розташовані між холодильником 3 і нагрівачем 4. Теплоносієм є вода. Через нагрівач прокачується гаряча вода з термостату 5, а через холодильник – вода з водопостачальної мережі. Для вимірювання температурного напору у дисках застосовуються дві диференційні термопари 6 і 7. Термо-ЕРС цих термопар, за допомогою перемикача, реєструється потенціометром або мультивольтметром 8.



**Рис. 2.** Схема експериментальної установки

### Порядок виконання роботи і обробка результатів:

1. Ввімкнути термостат (тумблер “мережа”, тумблери 200, 300 і 500Вт, тумблер “насос”).
2. Підключити холодильник до водопостачальної мережі із холодною водою.
3. За допомогою контактного термометру, що входить до складу термостату, встановити температуру нагрівача на рівні  $70^{\circ}\text{C}$ .
4. Підготувати до роботи потенціометр або мілівольтметр. Реєструючи показання термопар через кожні 10 хвилин, провести вимірювання температурного напору для еталонного та досліджуваного зразків. Результати вимірювань звести у таблицю 1:

**Табл. 1.** Таблиця для запису результатів вимірювання

$t, \text{хв}$	$\Delta T_{et}, \text{мВ}$	$\Delta T_x, \text{мВ}$

Завершити вимірювання на момент встановлення стаціонарного режиму (коли останні дві серії вимірювань повторюють одна одну).

5. Провести розрахунки коефіцієнту теплопровідності  $\lambda_x$  досліджуваного матеріалу за формулою (6). Визначити похибку експерименту. При розрахунках  $\lambda_x$  необхідно зважити на те, що завдяки лінійному, у певних межах, характеру залежності термо-ЕРС термопар від температури, вибір одиниць вимірювань температурного напору (мВ або градуси) не позначиться на кінцевому результаті. (Доведіть це.)

### Питання для самоконтролю:

1. Які механізми теплопровідності у твердих тілах?
2. Визначте фізичний зміст поняття коефіцієнту теплопровідності? Від чого залежить коефіцієнт теплопровідності твердих тіл? Які одиниці вимірювання?
3. Сформулюйте перший закон Фур'є.
4. Який характер розподілу температури пластини вздовж координатної вісі  $Ox$ ? Як зміниться профіль температури  $T(x)$  у разі врахування залежності  $\lambda(T)$ ?
5. Використовуючи тільки дані прямих вимірів температурного напору в обох пластинах однакової товщини, зробіть якісний висновок про співвідношення коефіцієнтів теплопровідності  $\lambda_x$  і  $\lambda_{et}$ , тобто для якої пластини цей коефіцієнт є більшим. Відповідь обґрунтуйте.
6. Як зв'язані градієнти температур на межі пластини зразка і пластини еталону? Якщо градієнт температури в зразку більш градієнту температури в еталоні, то яка відповідь буде вірною: 1.  $\lambda_{et} > \lambda_x$ ; 2.  $\lambda_{et} < \lambda_x$ ; 3.  $\lambda_{et} = \lambda_x$ ?
7. Задача. Нагріта пластина товщиною  $2\delta = 10$  мм та довжиною  $L = 1.5$  м і шириною  $h = 1.5$  м обдувається повітряним потоком  $w_\infty = 4$  м/с кімнатної температури  $t_\infty = 20^\circ\text{C}$ . Температура поверхні пластини  $t_s = 80^\circ\text{C}$ . Визначити середній по довжині пластини коефіцієнт тепловіддачі і кількість теплоти (тепловий потік), яка віддається пластиною повітрю.

Рекомендації. Кількість теплоти за одиницю часу (тепловий потік), яка віддається пластиною повітрю згідно закону Ньютона-Ріхмана

$$Q_x = \alpha (T_s - T_\infty) H \cdot L = \frac{\lambda_g Nu}{L} (T_s - T_\infty) H \cdot L,$$

де  $\alpha$  коефіцієнт тепловіддачі,  $\lambda_g$  коефіцієнт теплопровідності повітря

$$\alpha = \frac{\lambda_g Nu}{L}$$

Критерій Нуссельта (безрозмірний коефіцієнт тепловіддачі) залежить від швидкості повітря (критерій Рейнольдса  $Re$ ) та критерію Прандтля

$$Nu = 0.67 \cdot Re^{1/2} Pr^{1/3}, Pr = \nu_{g,\infty} / a_{g,\infty}, a_{g,\infty} = \lambda_{g,\infty} / (c_{p,g} \rho_g),$$

де  $a_{g,\infty}$ ,  $\nu_{g,\infty}$  відповідно коефіцієнт температуропровідності і коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря, які визначаються при температурі повітря.

$$\nu_{g,\infty} = 15.06 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 / \text{с}$$

Критерій Прандтля  $Pr$  практично не залежить від температури (при кімнатній температурі  $Pr = 0.707$ )

$$\text{Критерій Рейнольдса } Re \text{ визначається як } Re = \frac{w_\infty L}{\nu_{g,\infty}} = \frac{4 \cdot 1.5}{15.06 \cdot 10^{-6}} = 10^6 \cdot 0.398,$$

де коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря визначається при температурі повітря. Критичне значення  $Re_{cr} = 5 \cdot 10^5$ . Коефіцієнт тепловіддачі

$$\alpha = \frac{\lambda_{g,\infty} Nu}{L} = \frac{\lambda_{g,\infty} 0.67 \cdot Re^{1/2} Pr^{1/3}}{L}, Nu = 0.67 \cdot Re^{1/2} Pr^{1/3}, Pr = \nu_{g,\infty} / a_{g,\infty},$$

## Лабораторна робота № 2.

### Визначення коефіцієнта теплопровідності металевого дротику

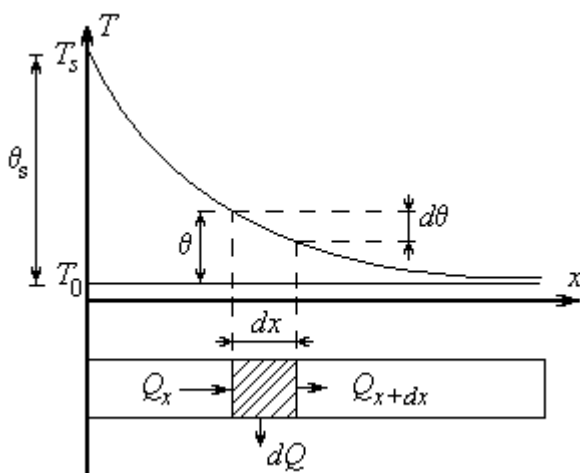
**Завдання:** Знайти розподіл температури вздовж нагрітого з одного кінця металевого дротику. Визначити коефіцієнт теплопровідності матеріалу, із якого виготовлений дротик, відносно методичну похибку.

**Обладнання:** металевий дротик, електропіч, набір мідних і константанових дротиків для виготовлення термопар, багатоканальний ключ, потенціометр або аналоговий мілівольтметр, лінійка, штангенциркуль або мікрометр, термометр кімнатний.

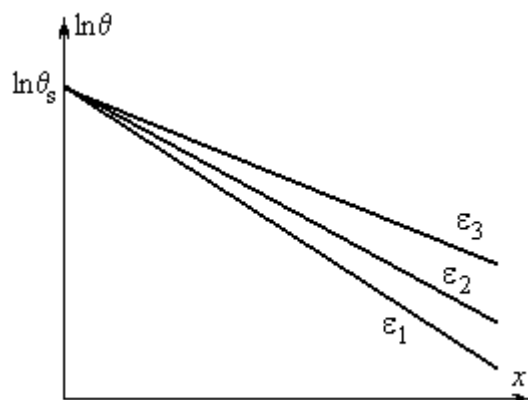
**Загальні теоретичні положення:** Перенесення тепла у твердих речовинах не супроводжується переносом маси (конвекцією); основний характер руху частинок твердої речовини – коливальний і за рахунок руху вільних електронів. При наявності сил взаємодії між атомами коливання передаються від атома до атома, тобто створюється хвиля, яка переносить енергію коливання зі швидкістю звуку. Для спрощення математизації даного процесу доцільно розглядати перенос теплоти фіктивними частинками, які називають фононами. Для твердих тіл, що характеризуються наявністю вільних носіїв заряду (електронів), необхідно враховувати фонону теплопровідність  $\lambda_f$  і електронну теплопровідність  $\lambda_e$ . Спрощено представимо коефіцієнт теплопровідності як

$$\lambda = \lambda_f + \lambda_e.$$

Коефіцієнти теплопровідності  $\lambda_f$  і  $\lambda_e$  залежать від взаємодії електронів і фононів. В металах основним носієм теплоти є вільні електрони. Електронну теплопровідність металів  $\lambda_e$  можна вивчити при температурах вище 273 К, бо теплопровідність решітки при цих температурах складає малу частку від загальної теплопровідності ( $\lambda_e \gg \lambda_f$ ).



**Рис. 3.** Передача тепла через однорідний прямий дротик



**Рис. 4.** Розподіл надлишкової температури дротику у напівлогарифмічних координатах ( $\epsilon_1 > \epsilon_2 > \epsilon_3$ ).

Розглянемо розповсюдження теплоти в прямому однорідному металевому дротику з постійним поперечним перерізом будь-якої геометричної конфігурації (прямокутник, коло, трикутник та інше). В лівому кінці дротику  $x = 0$  знаходиться джерело тепла з постійною потужністю  $\dot{Q} = I \cdot U$ , яке нагріває дротик до температури  $T_0$  (рис.3). Сам дротик і його другий кінець знаходяться у газовому середовищі з температурою  $T_g$ , яка також не змінюється ( $T_0 > T_g$ ). Обмін теплом між нагрітим дротиком і відносно холодним середовищем відбувається через бічну поверхню дротику. Температура вздовж дротику зменшується в результаті теплопровідності і конвективного теплообміну з газовим середовищем.

При невеликій різниці температур поверхні металевого дротику й газового середовища  $\theta = T - T_g$ , процес теплообміну з достатньою точністю може бути описаний за допомогою закону Ньютона-Ріхмана:

$$\dot{Q} = \alpha(T - T_g)2\pi r dx, \quad (1)$$

де  $\dot{Q}$  – кількість теплоти, якою обмінюється дротик із газовим середовищем за одиницю часу, Вт;  $\alpha, \text{Вт} / \text{м}^2$  – коефіцієнт теплообміну;  $2\pi r dx$  – площа бічної поверхні дротику. Рівняння (1) має інтегральний характер. Взагалі, температура дротику є функцією координат  $T(x, y, z)$ . Будемо вважати, що коефіцієнт теплообміну не залежить від температури.

Пошук розподілу температури у дротику значно спроститься, якщо не враховувати зміну температури впоперек. Це припущення буде тим більш справедливим, чим менше критерій  $Bi \ll 1$  для дротику.

Виділимо довільний елемент дротику довжиною  $dx$  на відстані  $x$  від місця контакту дротику з джерелом тепла і складемо для нього рівняння теплового балансу (рис.3):

$$Q_x - Q_{x+dx} = dQ, \quad (2)$$

де  $Q_x$  – кількість тепла, що входить через площу поперечного перерізу  $S$  у ліву грань елемента за одиницю часу,  $Q_{x+dx}$  – кількість тепла, що виходить із протилежної грані елемента за той же час,  $dQ$  – кількість тепла, яким обмінюється за одиницю часу елемент дротику з навколишнім середовищем через бічну поверхню елемента.

Останню величину можна знайти, використовуючи вже згаданий закон Ньютона-Ріхмана :

$$dQ = \alpha(T - T_g)2\pi r dx. \quad (3)$$

де  $p$  – периметр поперечного перерізу дротику, і, для зручності подальших розрахунків, відлік температури встановлено від температури навколишнього середовища  $T_0$  (рис.3).

Величини  $Q_x$  і  $Q_{x+dx}$  можуть бути визначені за допомогою закону Фур'є:

$$Q_x = -\lambda_m \left. \frac{\partial T}{\partial x} \pi r^2 \right|_x \quad \text{і} \quad Q_{x+dx} = -\lambda_m \left. \frac{\partial T}{\partial x} \pi r^2 \right|_{x+dx}$$

звідки

$$Q_x - Q_{x+dx} = \lambda_m \pi r^2 \frac{d^2 T}{dx^2} dx. \quad (4)$$

Тут прийнято, що дротик однаковий по довжині ( $S = \text{const}$ ) і коефіцієнт теплопровідності  $\lambda$  не залежить від координати і, як наслідок, від температури. Останнє припущення можливе при невеликій різниці температур на кінцях стрижня.

Прирівнюючи (3) і (4), згідно (2) одержуємо диференціальне рівняння теплопровідності дротику і рівняння для визначення  $\lambda_m$ :

$$\pi r^2 \lambda_m \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - 2\pi r \alpha (T - T_g) = \pi r^2 c_m \rho_m \frac{\partial T}{\partial \tau} \quad (5)$$

$$\dot{Q} = I \cdot U = -\lambda_m \frac{\partial T}{\partial x} \pi r^2 \Big|_{x=0} \quad (5B)$$

Граничні умови до(5)

$$x = 0, T = T_0; \quad x \rightarrow \infty, T - T_g = 0.$$

Диференціальне рівняння теплопровідності дротику представимо у вигляді:

$$\frac{d^2 \theta}{dx^2} - \varepsilon^2 \theta = 0, \quad \theta = (T - T_g), \quad \varepsilon = \sqrt{\frac{\alpha p}{\lambda_m S}}, \quad (5c)$$

$$x = 0, \theta = \theta_0; \quad x \rightarrow \infty, \theta = 0.$$

де  $\varepsilon$  – розмірний параметр рівняння теплопровідності (5),  $\varepsilon, 1/m^2$ . Для дротику будь-якої форми, за умов, що коефіцієнт теплопровідності не залежить від температури  $\lambda(T) = \text{const}$ , параметр  $\varepsilon$  також є сталим.

Розв'язок рівняння (5) дозволяє отримати остаточний вигляд розподілу температури вздовж дротику:

$$(T - T_g) = (T_0 - T_g) \exp\left(-\sqrt{\frac{\alpha p}{\lambda_m S}} x\right) = (T_0 - T_g) \exp(-\varepsilon x). \quad (6)$$

Аналіз (6) показує, що температура дротику вздовж координати  $x$  змінюється за законом експоненти, і чим більший параметр  $\varepsilon$ , тим сильніше температура падає за довжиною дротику. Геометричний зміст параметра  $\varepsilon$  стає зрозумілим після представлення розподілу температури (6) у напівлогарифмічних координатах. Модуль  $\varepsilon$  дорівнює тангенсу кута нахилу експериментальних прямих, що представлені на рис. 4, тобто:

$$\varepsilon_{\text{exp}} = \frac{1}{x} \ln \frac{\theta_0}{\theta}, \quad \varepsilon = \ln \frac{(T_0 - T_g)}{(T(x) - T_g)} / x. \quad (7)$$

Використаємо

$$\dot{Q} = I \cdot U = -\lambda_m \frac{\partial T}{\partial x} S \Big|_{x=0} .$$

В результаті маємо рівняння для визначення  $\lambda_m$

$$\dot{Q} = I \cdot U = -\lambda_m \frac{\partial T}{\partial x} S \Big|_{x=0} = \lambda_m (T_0 - T_g) \varepsilon S \exp\left(-\sqrt{\frac{\alpha p}{\lambda_m S}} x\right) \Big|_{x=0} \quad (7)$$

Формула (7) є базовою для визначення величини коефіцієнта теплопровідності, яку представимо у вигляді:

$$\lambda_m = \frac{I \cdot U}{S \varepsilon_{\text{exp}}}, \varepsilon_{\text{exp}} = \frac{\ln(T_0 - T_g) / (T(x) - T_g)}{x}, \varepsilon_{\text{exp}} = \frac{1}{x} \ln \frac{\theta_0}{\theta} . \quad (8)$$

Таким чином, для визначення коефіцієнта теплопровідності за формулою (8) необхідно знати: 1)  $I \cdot U$ ; 2)  $(T_0 - T_g)$  різницю температур між нагрітим кінцем дротику і навколишнім середовищем; 3)  $\varepsilon_{\text{exp}}$ ; 4) площу поперечного перерізу дротику  $S$ .

Отриманий результат відноситься до моделі нескінченно довгого дротику. Зрозуміло, що на практиці мають справу із стрижнями, які мають цілком певну довжину  $L$ , але чим стрижень довший, тим точніше можна визначити коефіцієнт теплопровідності. Похибку розрахунків  $\Delta Q$  можна знайти, якщо проінтегрувати рівняння (5) у межах від  $x = L$  до  $x = \infty$ . Маємо:

$$\Delta Q = \frac{\alpha p}{\varepsilon} \theta_s \exp(-\varepsilon L). \quad (9)$$

Тепер, коли закон розподілу температури вздовж дротику відомий, можна визначити кількість тепла, яку дротик віддає в газ. Спільний розгляд рівнянь (3) і (6) дозволяє знайти цю величину для елемента дротику:

$$dQ = \alpha p \theta_s \exp(-\varepsilon x) dx .$$

Кількість тепла  $Q$ , що розсіюється через усю бічну поверхню нескінченного довгого дротику (координата  $x$  від 0 до  $\infty$ ) може бути знайдена як інтеграл рівняння (7)

$$Q = \int_0^{\infty} \alpha p \theta_0 \exp(-\varepsilon x) dx = \frac{\alpha p}{\varepsilon} \theta_0 = \lambda_m S \varepsilon \theta_0 .$$

Відносна похибка за рахунок скінченної довжини стрижня  $L$  становитиме:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \exp(-\varepsilon L). \quad (10)$$

**Опис експериментальної установки:** Схема експериментальної установки приведена на рис.5. Стрижень 1 діаметром  $d$  і довжиною  $L$  одним кінцем щільно вставлений в отвір печі 2 з електричним нагрівним елементом. Інший кінець стрижня є вільним. Для виключення непередбачених розрахунками втрат тепла піч розміщується в посудині Дьюара. Живлення електричного кола здійснюється від електричної мережі через вимикач 3. Напруга  $U$  і сила струму  $I$ , що проходить через нагрівний елемент печі, реєструються вольтметром 4 і амперметром 5. Різниця температур стрижня і навколишнього середовища (надлишкова температура  $\theta$ ) вимірюється за допомогою шести термопар 6-11, що підключені через перемикач 12 до потенціометра 13.

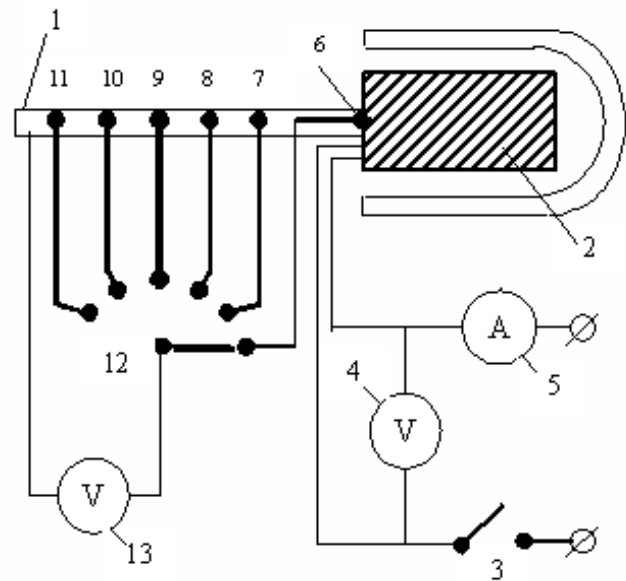


Рис. 5. Схема експериментальної установки.

В умовах стаціонарності процесу, коли розподіл температури вздовж стрижню є сталим у часі, кількість тепла  $Q$ , що втрачається стрижнем через бічну поверхню за одиницю часу, дорівнює кількості тепла, що утворюється в печі за рахунок протікання електричного струму:  $Q = IU$ .

**Порядок виконання роботи і обробка результатів:**

1. Ввімкнути вимикач 3 і виміряти напругу і силу струму у нагрівному елементі.
2. Підготувати мілівольтметр чи потенціометр 13 до роботи.
3. Через 10 хвилин за допомогою перемикача 12 вимірювати надлишкову температуру стрижня  $\theta$  у шести різних точках. Вимірювання повторювати через кожні 5 хвилин. Коли температура стрижня перестане змінюватися, припинити вимірювання. Отримані дані вмістити у таблицю 2:
- 4.

Табл. 1. Таблиця для запису результатів вимірювання

t, хв	$\theta(x_1)$	$\theta(x_2)$	$\theta(x_3)$	$\theta(x_4)$	$\theta(x_5)$	$\theta(x_6)$
10						
15						
20						
25						
...						
...						
$x, 10^{-2} \text{ м}$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$

5. Використовуючи градування для мідь-константової термопари перевести останні данні шести термопар в різниці температур  $\theta$ .
6. Розрахувати за формулою (9) значення коефіцієнту теплопровідності матеріалу стержня в п'яти точках. Знайти середнє значення.
7. Побудувати графік  $\ln \theta$  від  $x$ . Знайти коефіцієнт  $\varepsilon$  як тангенс кута нахилу побудованої прямої.
8. Розрахувати похибку за формулою (10).

### **Питання для самоконтролю:**

1. Яким чином передається тепло в твердих тілах? Чому для металів коефіцієнт теплопровідності на два порядки вище, ніж для діелектриків?
2. Коли можна користуватися для розрахунку коефіцієнту теплопровідності формулою (8)? Який фізичний зміст величини  $Q$ , що входить в цю формулу?
3. Який профіль температури по довжині стержня? Як він при інших однакових умовах буде відрізнятися, наприклад, для міді і латуні ( $\lambda_{\text{міді}} > \lambda_{\text{латуні}}$ )?
4. Поясніть, з чим пов'язана необхідність розрахунку похибки за формулою (10)?

### Лабораторна робота №3

#### **Визначення коефіцієнта теплопровідності і коефіцієнта електропровідності металеві нитки**

**Мета роботи:** Визначити відношення коефіцієнта теплопровідності металу до коефіцієнту його електропровідності.

**Обладнання:** джерело постійного струму, амперметр, вольтметр, мілівольтметр, хромель-копелеви термопари, термометр.

**Загальні теоретичні відомості.** Вільні електрони в металах поведуться подібно до молекул ідеального газу. У проміжках між зіткненнями з вузлами кристалічної решітки вони рухаються абсолютно вільно, пробігаючи в середньому шлях  $\ell$ . На відміну від молекул газу, вільний пробіг практично не залежить від взаємних зіткнень між собою, а визначається зіткненнями з іонами, що утворюють кристалічну решітку металу. Ці зіткнення приводять до встановлення теплової рівноваги між електронним газом і кристалічною решіткою. Середня швидкість теплового руху знаходиться з розподілу Максвелла, тобто по наступній формулі:

$$\langle w \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m_e}},$$

де  $k_B$  – постійна Больцмана,  $T$  – температура металу,  $m_e$  – маса електрона. Для кімнатної температури обчислення за даною формулою приведе до значення близько  $\langle w \rangle = 10^5$  м/с.

При «включенні» зовнішнього електричного поля на хаотичний тепловий рух електронів накладається впорядкований рух з деякою середньою швидкістю  $\langle \vec{u} \rangle$ . Величину цієї швидкості можна оцінити, виходячи з формули, що зв'язує щільність струму  $\vec{j}$  з числом  $n$  носіїв заряду в одиниці об'єму, їх зарядом  $e$  і швидкістю  $\langle \vec{u} \rangle$ :

$$\vec{j} = ne \langle \vec{u} \rangle \quad (1)$$

Наприклад, для гранично допустимої технічними нормами густини струму для мідних дротів близько  $10^7$  А/м<sup>2</sup>, взявши для  $n$  значення  $10^{29}$  м<sup>-3</sup>, отримаємо  $\langle u \rangle \approx 10^{-3}$  м/с.

Таким чином, навіть при дуже великій густині струму середня швидкість впорядкованого руху зарядів в  $10^8$  разів менше їх середньої швидкості теплового руху. Тому при розрахунках модуль результуючої швидкості можна прийняти рівним модулю швидкості теплового руху.

Вважаємо, що відразу після зіткнення електрона з кристалічною решіткою швидкість його впорядкованого руху дорівнює нулю. Припустимо, що напруженість поля не змінюється.

Тоді під його дією електрон отримає постійне прискорення величиною  $eE/m$  і до кінця пробігу швидкість впорядкованого руху досягне в середньому значення:

$$\langle u_{\max} \rangle = \frac{eE}{m_e} \tau.$$

де  $\tau$  – середній час між двома послідовними зіткненнями електрона з іонами, рівний відношенню середньої довжини вільного пробігу до швидкості теплового руху

$$\tau = \frac{\ell}{\langle w \rangle}$$

Оскільки швидкість  $u$  змінюється за час пробігу лінійно, то її середнє значення за весь пробіг дорівнює половині максимального:

$$\langle u \rangle = \frac{eE\ell}{2m_e \langle w \rangle}.$$

Підставивши цей вираз у формулу (1), отримаємо закон Ома в диференціальній формі:

$$j = \frac{ne^2\ell}{2m_e \langle w \rangle} E.$$

Коефіцієнт пропорційності між  $j$  і  $E$  є електропровідністю  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{ne^2\ell}{2m_e \langle w \rangle}. \quad (2)$$

Якби електрони в провіднику не зіштовхувались з іонами кристалічної решітки, то довжина вільного пробігу, а отже, і електропровідність, були б нескінченно великі. Таким чином, зіткнення електронів з іонами кристалічної решітки обумовлюють електричний опір провідників.

З досвіду відомо, що разом з високою електропровідністю метали мають високу теплопровідність. Відеман і Франц встановили в 1853 році емпіричний закон, згідно якому відношення коефіцієнта теплопровідності  $\lambda$  до коефіцієнта електропровідності  $\sigma$  для всіх металів однакове і змінюється прямо пропорційно абсолютній температурі. Так, наприклад, при кімнатній температурі це відношення рівне для алюмінію  $5.8 \cdot 10^{-6}$ , для міді  $6.4 \cdot 10^{-6}$  і для свинцю  $7.0 \cdot 10^{-6}$  Вт·Ом/К.

Здатністю проводити тепло володіють і неметалічні кристали. Проте теплопровідність металів значно перевершує теплопровідність діелектриків. Тому теплопередача в металах здійснюється в основному не кристалічною решіткою, а вільними електронами. Розглядаючи електрони як одноатомний ідеальний газ, для коефіцієнта теплопровідності можна запозичити вираз кінетичної теорії газів:

$$\lambda = \frac{1}{3} nm_e \langle w \rangle \ell c_v.$$

Питома теплоємність одноатомного газу рівна

$$c_v = \frac{3R}{2\mu} = \frac{3k_B}{2m_e}.$$

Підставляючи це значення у формулу для коефіцієнта теплопровідності  $\lambda$ , отримаємо:

$$\lambda = \frac{1}{2} n k_B \langle w \rangle l \quad (3)$$

Розділивши вираз (2) на (3), отримаємо:

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \frac{k_B m_e \langle w \rangle^2}{e^2}$$

Зробивши заміну  $\frac{m \langle w \rangle^2}{2} = \frac{3}{2} k_B T$ , прийдемо до закону Відемана - Франца

$$\frac{\lambda}{\sigma} = 3 \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 T. \quad (4)$$

Після підстановки чисельних значень постійної Больцмана  $k_B$  і заряду електрона  $e$  отримаємо

$$\frac{\lambda}{\sigma} = 2.23 \cdot 10^{-8} T.$$

При кімнатних температурах розрахункове значення відношення  $\lambda/\sigma$  добре узгоджується з експериментальними даними. Проте класична теорія зустрілася з вельми істотними труднощами. З них основними є два. З формули (2) витікає, що опір металів повинен зростати як  $\sqrt{T}$ , оскільки в цьому співвідношенні температурною залежністю володіє тільки величина  $\langle w \rangle$ , яка пропорційна квадратному кореню від температури. Цей висновок суперечить дослідним даним, з яких виходить, що опір металів зростає пропорційно першому ступеню температури.

Друга трудність полягає в тому, що електронний газ повинен володіти молярною теплоємністю, рівною  $3R/2$ . Разом з молярною теплоємністю кристалічної ґратки складовою  $3R$ , теплоємність металу повинна складати  $9R/2$ . Отже, теплоємність повинна бути в півтора рази вище за таку у діелектриків. Насправді теплоємність металів помітно не відрізняється від теплоємності неметалічних кристалів. Пояснення такої невідповідності дає лише квантова теорія металів.

В даній роботі використовуються метод Кольрауша. Провідник довжиною  $L$  і діаметром  $d$  примикає обома кінцями до електродів сильного джерела напруги  $U$ , які підтримуються при сталій температурі  $T_0$ . Внаслідок чого протікає через провідник струм  $I$  (рис.6). Бокова поверхня провідника захищена від втрат тепла внаслідок того, що провідник знаходиться в лампі, з якої відкачане повітря. Тепло, що виділяється електричним струмом, відводиться тільки в місцях втікання і витікання струму. В кінці кінців встановлюється стаціонарний стан як для електричного, так і для теплового потоку. В центрі дрютику температура максимальна і рівна  $T_m$  (рис. 1).

Передбачається відсутність теплообміну провідника з газом та зі стінками реакційної установки. Для цього випадку рівняння стаціонарної теплопровідності провідника має вигляд:

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{4I^2 R}{\pi d^2 L} = 0, \quad (5)$$

$$I = \frac{U}{R}, \quad R = \eta \frac{4L}{\pi d^2}, \quad (6)$$

$$\eta = \eta_0 \left[ 1 + \gamma (\bar{T} - T_0) \right], \quad (7)$$

де  $T$  і  $\bar{T}$  – поточна і середня температури провідника, К;  $x$  – координата, м (рис.1);  $L$ ,  $d$  – довжина і діаметр провідника, м;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності, Вт/м К;  $U$  – напруга на кінцях провідника, В;  $I$  – сила струму, А;  $\eta$  – питомий опір, Ом м;  $R$  – опір, Ом;  $\gamma$  – температурний коефіцієнт зміни електричного опору, К<sup>-1</sup>;  $T_0$  – температура кінців дроту, К. Коефіцієнтом Відемана-Франца називається величина  $\lambda\eta$  або  $\lambda/\sigma$ , де  $\sigma = 1/\eta$  – питома електропровідність провідника, См/м = 1/(Ом·м).

Задамо граничні умови

$$\frac{\partial T}{\partial x}(x=0) = 0, \quad T\left(x = \pm \frac{L}{2}\right) = T_0, \quad T(x=0) = T_m.$$

Вирішуючи рівняння (5), припускаючи незалежність опору від температури, отримаємо залежність  $T(x)$  у вигляді

$$T - T_0 = \frac{4I^2 R}{\lambda \pi d^2 L} \left( \frac{L^2}{8} - \frac{x^2}{2} \right). \quad (8)$$

При ( $x=0$ ) температура провідника максимальна  $T_m$ . Вважаючи в (8)  $x=0$  і підставляючи (6) в (8), отримаємо робочу формулу для визначення  $\lambda\eta$  у вигляді

$$\lambda\eta = \frac{U^2}{8(T_m - T_0)}. \quad (9)$$

Формула (9) дозволяє визначити  $\lambda\eta$  коефіцієнт Відемана-Франца по експериментальних значеннях  $U$  і  $T_m - T_0$ .

У випадку, коли неможливо визначити температуру в центрі провідника, використовують інший підхід. Визначимо середню температуру провідника, використовуючи (8) у вигляді

$$\bar{T} = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} T(x) dx = T_0 + \frac{I^2 R L}{\lambda \pi d^2 3}. \quad (10)$$

З (10) з врахуванням (5) отримаємо

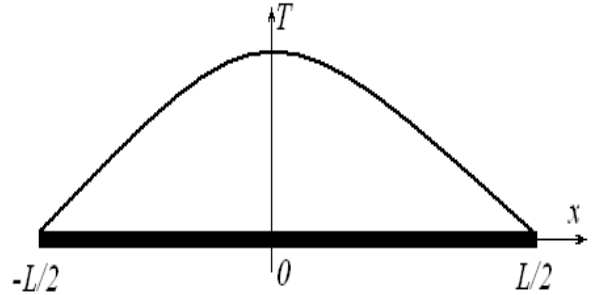


Рис. 1. Розподіл температури по металевій нитці

$$\lambda\eta = \frac{U^2}{12(\bar{T}-T_0)}. \quad (11)$$

Для визначення середньої температури по провіднику використаємо температурну залежність його опору від температури. Отже, з (6) та (7) виразимо

$$\bar{T} - T_0 = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{R}{R_0} - 1 \right).$$

Підставивши отриману різницю температур в (11), в результаті отримаємо:

$$\eta\lambda = \frac{U^2\gamma}{12 \left( \frac{R}{R_0} - 1 \right)}, \quad (12)$$

де  $R = U/I$  – опір провідника,  $R_0$  – опір при мінімальних значеннях сили струму і напруги, при яких температура провідника приблизно дорівнює кімнатній температурі.

### **Порядок роботи:**

1. Виставити струм через нитку 0.01 – 0.02 А.
2. Почекати, доки температура дроту перестане змінюватися з часом, виміряти падіння напруги  $U$  на його кінцях.
3. Виміряти електрорушійну силу хромель-копелевої терморпарі. Визначити максимальну температуру дроту. Впевнитися, що температура в центрі майже не відрізняється від кімнатної температури.
4. Провести аналогічні вимірювання сталих значень напруги та температури в центрі провідника при величинах сили струму від 0.02 – 0.22 А з кроком 0.02 А не менше 3-х разів на кожному значенні сили струму.
5. Провести розрахунки коефіцієнту Відемана-Франца окремо по формулам (9) та (12). Розрахунки питомого опору  $\eta$  та середньої температури  $\bar{T}$  провідника для кожного значення сили струму також внести до таблиці розрахунків.
6. Провести аналіз вольт-амперної характеристики провідника  $U(I)$ . Отримайте

залежність  $U = \frac{IR_0}{1-AI^2}$ , де  $A = \frac{\eta_0 \left( \frac{L}{S} \right)^2 \gamma}{12\lambda}$ .

### **Питання для самоконтролю:**

1. В чому полягає метод Кольрауша?
2. Чому дорівнює відношення  $\lambda\eta$ ? Сформулюйте закон Відемана-Франца.
3. Яку форму має розподіл температури по довжині провідника в методі Кольрауша?
4. Як залежить опір провідника від його довжини і діаметру? А від температури?
5. Чи сталі відношення напруги на кінцях провідника до сили струму, що протікає через нього?
6. Чому опір провідника визначає саме середню температуру провідника?

## Лабораторна робота № 4

### Визначення питомої теплоємності металів методом охолодження

**Завдання:** Із порівняння кривих залежності температури від часу для двох металевих тіл кінцевих розмірів, що обмінюються теплом з навколишнім середовищем (одне з тіл є еталоном), визначити теплоємність речовини, з якої виготовлене друге тіло.

**Обладнання:** електропіч, ЛАТР, два циліндричних металічні зразки однакової форми та розміру, дві мідь-константанові інтегральні термопари, штатив з тримачами для термопар, самописець або мілівольтметр.

**Загальні теоретичні положення:** Теплоємністю тіла називають кількість тепла, яку треба надати йому чи відібрати для зміни температури тіла на один градус:

$$C = \delta Q / dT.$$

Розглядають питому  $c$  та молярну  $C_\mu$  теплоємності, які характеризують вже не тіло, а речовину, з якої складається тіло. Молярна  $C_\mu$  теплоємність (теплоємність одного моля):

$$C_\mu = \frac{\mu \delta Q}{m dT}.$$

Питома  $c$  теплоємність (теплоємність одиниці маси):

$$c = \frac{1 \delta Q}{m dT}.$$

Метод охолодження передбачає, що тіло масою  $m$ , яке є суцільним і однорідним, спочатку нагрівають до температури  $T$ , після чого переміщують в середовище з більш низькою температурою  $T_0$ . Внаслідок чого температура тіла  $T$  буде падати з часом  $\tau$ , тобто відбувається охолодження тіла. А швидкість охолодження залежить від теплоємності тіла.

Кількість енергії (ентальпії)  $dH$ , що втрачається елементарним об'ємом  $dV$  металу за проміжок часу  $dt$ , можна представити як:

$$dH = -c_m \rho_m \frac{\partial T}{\partial t} dV dt. \quad (1)$$

де  $c_m$  – питома теплоємність металу при сталому тиску,  $\rho_m$  – густина речовини. Враховуючи, що в умовах експерименту об'єм твердого тіла  $V$  суттєво не змінюється, вважаємо у подальшому  $c_p = c_v = c_m$ . Крім того, для металевих тіл, які мають малі лінійні розміри  $l$  і велику теплопровідність  $\lambda$ , характерне значення числа Біо  $Bi = \frac{\alpha l}{\lambda} < 0.1$ . Наслідком цього буде те, що температура дослідного зразка  $T$  приймається однаковою в усіх точках зразка і її частинну похідну в (1) можна замінити на повний диференціал.

Згідно першому закону термодинаміки  $dH = dQ$ . Величину  $dQ$  можна обчислити за законом Ньютона-Ріхмана, який описує процес обміну теплом між тілом і середовищем на границі їх розділу:

$$dQ = \alpha(T - T_g) \cdot dS \cdot dt. \quad (2)$$

Тут  $\alpha$  – коефіцієнт теплообміну між тілом і середовищем,  $dS$  – елементарна площа поверхні тіла. Порівнюючи між собою вирази (1) і (2), отримуємо, що:

$$-c\rho \frac{dT}{dt} dV = \alpha(T - T_g) \cdot dS. \quad (3)$$

Знак “–” у цьому рівнянні є фізичним мінусом і відбиває той факт, що зміна внутрішньої енергії (ентальпії) речовини відбувається за рахунок тепловіддачі в навколишнє середовище. Кількість тепла, яке втрачає весь зразок, буде відома після інтегрування виразу (3):

$$Q = -\int_V c\rho \frac{dT}{dt} dV = \int_S \alpha(T - T_g) \cdot dS. \quad (4)$$

При цьому треба зважити на те, що ні похідна температури, ні теплоємність, ні густина речовини не залежать від розташування елементарного об’єму  $dV$  всередині тіла, так само, як і  $\alpha$ ,  $T$ ,  $T_0$  не залежать від координати елементарної поверхні  $dS$ . Тоді маємо рівняння теплового балансу металевого зразка:

$$-c\rho \frac{dT}{dt} \cdot V = \alpha(T - T_0) \cdot S, \quad (5)$$

де  $V$  і  $S$  – об’єм і площа поверхні всього тіла.

Якщо співвідношення (5) записати для двох однакових за геометричними розмірами дослідних зразків і прийняти до уваги, що  $S_1 = S_2$ ,  $T_1 = T_2$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2$ , то після ділення цих рівнянь одне на одне отримуємо робочу формулу:

$$c_1 = c_2 \frac{m_2 \left( \frac{dT}{dt} \right)_2}{m_1 \left( \frac{dT}{dt} \right)_1}, \quad (6)$$

де  $m_1 = \rho_1 V_1$  – маса першого зразку,  $m_2 = \rho_2 V_2$  – маса другого зразку (еталону).

У випадку рівності об’ємів зразків відношення мас можна замінити відношенням відповідних густин.

Таким чином, теплоємність дослідного зразку можна знайти за допомогою формули (6), коли відомі питома теплоємність еталону, маси і швидкості охолодження еталону і дослідного зразку. З (5) можна отримати вираз для знаходження  $\tau = c_m \rho_m V / \alpha S$ . Розділимо змінні в (5)

$$-\frac{dT}{(T - T_g)} = \frac{dt}{c_m \rho_m V / \alpha S}$$

В результаті інтегрування маємо закон охолодження у вигляді:

$$\frac{(T_0 - T_g)}{(T - T_g)} = \exp \frac{t}{c_m \rho_m V / \alpha S}, \quad \text{Ln} \frac{(T_0 - T_g)}{(T - T_g)} = \frac{t}{c_m \rho_m V / \alpha S}$$

**Опис експериментальної установки:**

Схема експериментальної установки приведена на рис. 1. Електрична піч 1, що підключена до електричної мережі за допомогою ЛАТРу 2 може пересуватися у горизонтальному напрямку. Дослідні зразки 3, що виготовлені з різних металів, уявляють з себе циліндри довжиною 30мм і діаметром 5мм з висвердленим каналом з одного кінця. Через цей канал всередині дослідного зразка поміщена термопара 4, показання якої реєструються за допомогою самописця чи мілівольтметра. Отриману залежність показань термопарі з часом обробляють, використовуючи спеціальний графік перекладу показань термопарі у значення температури термопарі.

**Порядок виконання роботи і обробка результатів:**

1. Дослідні зразки з міді, заліза і алюмінію ретельно вичистити від окислів зовні і зсередини.
2. Ввести мідний циліндр (еталон) у піч і нагріти його до температури 400-500°C. Для цього вмикають піч за допомогою ЛАТРу в електричну мережу з напругою 60В.
3. Швидко відвести в бік піч і вимкнути її.
4. Нагрітий дослідний зразок охолоджується у нерухомому повітрі. Провести реєстрацію температури зразка (у випадку використання мілівольтметра) через кожні 30 секунд, знімаючи показання потенціометру протягом 7 хвилин:  $T_1, T_2, T_3$  і т.д. Те ж саме виконують і для інших зразків. У разі використання самописцю шукані криві отримують

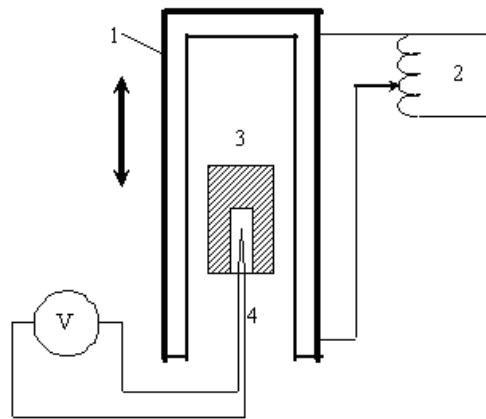


Рис. 1. Схема експериментальної установки

**Табл. 1.** Таблиця для запису результатів вимірювання

$t, c$	$E, мВ$	$T, К$	$T_*, К$	$\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_{Cu}$	$E, мВ$	$T, К$	$T_*, К$	$\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_{Fe}$	$E, мВ$	$T, К$	$T_*, К$	$\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_{Al}$	$C_{Cu}$	$C_{Fe}$	$C_{Al}$
0															
30															
60															
...															

безпосередньо на ньому.

5. Будують графіки залежності температури зразків від часу  $T = f(t)$  для міді Cu, заліза Fe і алюмінію Al. Графічним методом переводять криві  $T = f(t)$  для всіх зразків у криві  $\frac{dT}{dt} = \varphi(T)$ , що необхідно для використання формули (6). Для

цього кожному з трьох кривих  $T = f(t)$  розбивають на однакові, близькі один до одного ділянки вертикальними лініями, які є перпендикулярними до вісі абсцис (вісь часу). При використанні мілівольтметра розмір областей вже встановлений: 30 с. Для кожного часового інтервалу знаходиться значення часової похідної:

$$\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_1 = \frac{T_1 - T_2}{\Delta t_1}, \left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_2 = \frac{T_2 - T_3}{\Delta t_2}, \left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)_3 = \frac{T_3 - T_4}{\Delta t_3} \text{ і т.д.,}$$

що характеризує швидкість охолодження в даному місці на кривій  $T = f(t)$  і яка відповідає конкретній температурі (середньому значенню на даному часовому інтервалі:  $T_{*1} = (T_1 + T_2)/2$ ,  $T_{*2} = (T_2 + T_3)/2$  і т.д.). Числові значення швидкості охолодження, отримані у такий спосіб, вносять до таблиці запису результатів і будують графік залежності  $\frac{dT}{dt} = \varphi(T)$  для дослідних зразків Cu, Fe, Al.

6. Визначають питому теплоємність заліза, а потім алюмінію для температур 300, 400, 500, 600 К. Для цього у робочу формулу (6) підставляють значення  $dT/dt$  для кожного зразку при вказаних температурах. Оскільки за еталонний зразок приймається мідний, температурна залежність його питомої теплоємності відома (табл. 2). З цієї таблиці необхідно взяти значення  $c_2$  для температур 300, 400, 500, 600 К і підставити у (6). Відповідні значення  $dT/dt$  також беруть з

**Табл. 2.** Значення питомих теплоємностей металів (Дж/(кг·К)) при різних температурах

Речовина	Температура, К				
	400	500	600	700	800
Алюміній	926	952	974	977	1020
Мідь	394	401	406	411	415
Залізо	477	502	525	549	572

графіку  $dT/dt = \varphi(T)$  для мідного зразка. Відношення мас зразків у випадку рівності їх об'ємів замінюють на відношення їх густин. В протилежному випадку маси зразків визначаються за допомогою терезів.

Всі отримані в дослідах і розрахунках результати вносяться у табл. 1

### **Питання для самоконтролю:**

1. Що називається теплоємністю тіла? Дайте визначення питомої і молярної теплоємності. Який зв'язок між питомою і молярною теплоємністю?
2. Основні положення класичної теорії теплоємності твердих тіл. Закон Дюлонга-Пті. Розрахуйте питому теплоємність одного з трьох досліджуваних металів, виходячи з закону Дюлонга-Пті.
3. Як теплоємність твердого тіла залежить від температури? При яких температурах має місце закон кубів Дебая?
4. Як швидкість охолодження тіла залежить від його теплоємності? Від чого ще залежить швидкість охолодження будь-якого тіла? Яка залежність швидкості охолодження від діаметру циліндричного зразка?

### Лабораторна робота № 5.

#### **Визначення теплофізичних характеристик речовини методом регулярного режиму 1-го роду**

**Завдання:** Спостерігаючи за темпом нагрівання (охолодження) тіла, яке інтенсивно обмінюється теплом з навколишнім середовищем, визначити коефіцієнт температуропровідності речовини.

**Обладнання:** сферичні та циліндричні діелектричні зразки, мідь-константанові термопари на кожний зі зразків, штатив з кріпленнями для термопар, мілівольтметр, ємність з водою, електричний нагрівач.

**Загальні теоретичні положення:** Регулярний режим першого роду передбачає, що тіло знаходиться в середовищі (рідині), температура якого не змінюється  $T_0 = \text{const}$ , а коефіцієнт теплообміну між тілом і середовищем теж є сталою величиною  $\alpha = \text{const}$ . Рівняння теплопровідності (другий закон Фур'є) для тіла з температурою  $T$  буде має вигляд:

$$c_p \rho_c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{x^k} \frac{\partial}{\partial x} \left( x^k \lambda_c \frac{\partial T}{\partial x} \right), \quad (1)$$

де  $c_p$  – питома теплоємність речовини при сталому тиску,  $\rho_c$  – густина речовини,  $\lambda_c$  – коефіцієнт теплопровідності тіла,  $x$  – поточна координата,  $\tau$  – час,  $k$  – коефіцієнт форми, що відповідають різній симетрії задачі ( $k = 0$  – необмежена пластина,  $k = 1$  – циліндр,  $k = 2$  – сфера).

Відповідні граничні і початкові умовами, які, до речі, відповідають рівномірному розподілу температури тіла в початковий момент часу

$$\alpha(T - T_0)|_{x=\delta-0} = -\lambda_c \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right) \Big|_{x=\delta+0}, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \\ \tau = 0, \quad T = T_b = \text{const}.$$

В безрозмірному вигляді рівняння (1) можна представити у вигляді

$$\frac{\partial \theta}{\partial Fo} = \frac{1}{\bar{x}^k} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left( \bar{x}^k \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} \right), \quad (2) \\ Bi\theta \Big|_{\bar{x}=1-0} = \left( \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} \right) \Big|_{\bar{x}=1+0}, \quad \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} \Big|_{\bar{x}=0} = 0, \quad \theta(Fo = 0) = 1, \\ \theta = \frac{T - T_\infty}{T_b - T_\infty}, \quad \bar{x} = \frac{x}{\delta}, \quad Fo = \frac{a\tau}{\delta^2}, \quad a = \frac{\lambda}{c_p \rho_c}, \quad Bi = \frac{\alpha\delta}{\lambda_c}$$

Для сфери та циліндру число Фур'є та критерій Біо:

$$Fo = \frac{a\tau}{r_s^2} \quad \text{і} \quad Bi = \frac{\alpha r_s}{\lambda_c}.$$

Методом розподілу змінних  $\theta = \theta_{Fo} \theta_\tau$  дозволяє отримати розв'язок рівняння (2) дозволяє отримати вираз для зміни температури тіла з часом:

Для необмеженої пластини

$$\theta = C \cos(\varepsilon \bar{x}) \exp(-\varepsilon^2 Fo),$$

для циліндра необмеженої довжини

$$\theta = C J_0(\varepsilon \bar{x}) \exp(-\varepsilon^2 Fo).$$

для сферичного тіла

$$\theta = C \frac{\sin(\varepsilon \bar{x})}{\varepsilon \bar{x}} \exp(-\varepsilon^2 Fo).$$

Використовуючи початкову умову ( $Fo = 0$ ) отримуємо умову для визначення константи  $C$ :

$$1 = C \cos(\varepsilon \bar{x}), \quad 1 = C J_0(\varepsilon \bar{x}), \quad 1 = C \frac{\sin(\varepsilon \bar{x})}{\varepsilon \bar{x}}.$$

Самостійно знайдіть, що константа дорівнює

$$C = \frac{2 \sin \varepsilon}{\varepsilon + \sin \varepsilon \cos \varepsilon} \quad (\text{для пластини}), \quad C = \frac{2 J_1(\varepsilon)}{\varepsilon [J_0^2(\varepsilon) + J_1^2(\varepsilon)]} \quad (\text{для циліндру}),$$

$$C = \frac{2(\sin \varepsilon - \varepsilon \cos \varepsilon)}{\varepsilon - \sin \varepsilon \cos \varepsilon} \quad (\text{для сфери}).$$

В розмірному вигляді загальний розв'язок виглядає так

$$T = T_\infty + (T_b - T_\infty) \sum_{n=1}^{\infty} C_n (Bi) U_n(\varepsilon \bar{x}) \exp\left(-\frac{a \tau \varepsilon_n^2}{\delta^2}\right), \quad (3)$$

де  $C_n$  – сталі, що визначаються з початкових умов,  $U_n$  – функції координат,  $\varepsilon_n$  – сталі, що визначаються з граничних умов,  $\delta$  – в залежності від числа  $k$  це або половина товщини пластини, або радіус циліндру чи сфери,  $a = \lambda / \rho c_p$  – коефіцієнт температуропровідності речовини. В табл. 1 наведені значення величин  $C_n$ ,  $U_n$ ,  $\varepsilon_n$ , що входять до рівняння (2), в залежності від форми тіла. В ній використані такі позначення, як число Біо ( $Bi = \alpha \delta / \lambda$ ),  $J_0$  і  $J_1$  – модифіковані функції Бесселя першого роду, відповідно, нульового і першого порядку.

Представимо рівняння (3) для необмеженої пластини ширини  $2\delta$

$$T = T_0 + (T_b - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \varepsilon_n}{\varepsilon_n + \sin \varepsilon_n \cos \varepsilon_n} \cos\left(\varepsilon_n \frac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\frac{a \tau \varepsilon_n^2}{\delta^2}\right). \quad (4)$$

Рівняння (5.3) для циліндра необмеженої довжини

$$T = T_0 + (T_b - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 J_1(\varepsilon_n)}{\varepsilon_n [J_0^2(\varepsilon_n) + J_1^2(\varepsilon_n)]} J_0\left(\varepsilon_n \frac{r}{r_s}\right) \exp\left(-\frac{a \tau \varepsilon_n^2}{r_s^2}\right). \quad (5)$$

Рівняння (3) для сферичного тіла

$$T = T_0 + (T_b - T_0) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\sin \varepsilon_n - \varepsilon_n \cos \varepsilon_n)}{\varepsilon_n - \sin \varepsilon_n \cos \varepsilon_n} \frac{\sin\left(\varepsilon_n \frac{r}{r_s}\right)}{\varepsilon_n r} \exp\left(-\frac{a \tau \varepsilon_n^2}{r_s^2}\right). \quad (6)$$

Таким чином, температурне поле в тілі залежить від його геометричної форми, початкового теплового стану та умов теплообміну тіла з навколишнім середови-

**Табл. 1.** Значення величин  $A'_n, U_n, \varepsilon_n$  для тіл різної геометричної форми.

Форма тіла	$C(\varepsilon_n)$	$U_n$	$\varepsilon_n$	$\varepsilon_\infty, (Bi \gg 1)$	$\varepsilon_0, (Bi \ll 1)$
Безмежна пластина	$\frac{2 \sin \varepsilon_n}{\varepsilon_n + \sin \varepsilon_n \cos \varepsilon_n}$	$\cos\left(\varepsilon_n \frac{r}{\delta}\right)$	$\operatorname{ctg} \varepsilon_n = \frac{\varepsilon_n}{Bi}$	$\frac{\pi}{2}$	1
Циліндр безмежної довжини	$\frac{2J_1(\varepsilon_n)}{\varepsilon_n [J_0^2(\varepsilon_n) + J_1^2(\varepsilon_n)]}$	$J_0\left(\varepsilon_n \frac{r}{\delta}\right)$	$\frac{J_0(\varepsilon_n)}{J_1(\varepsilon_n)} = \frac{\varepsilon_n}{Bi}$	2.4048	1
Сфера	$\frac{2(\sin \varepsilon_n - \varepsilon_n \cos \varepsilon_n)}{\varepsilon_n - \sin \varepsilon_n \cos \varepsilon_n}$	$\frac{\sin\left(\varepsilon_n \frac{r}{r_s}\right)}{\varepsilon_n \frac{r}{r_s}}$	$\operatorname{ctg} \varepsilon_n = \frac{1 - Bi}{\varepsilon_n}$	$\pi$	1

щом, і може бути подане у вигляді нескінченного ряду. Але можна показати, що цей ряд буде швидко збігатися по закінченню терміну часу, який визначається числом Фур'є  $Fo \geq 0.55$  (число Фур'є  $Fo = at / R^2$ ). Всі члени ряду стають настільки малими порівняно з першим членом, що ними можна знехтувати, і тоді розподіл температури у часі для всіх точок тіла буде мати досить простий вигляд:

$$T = T_0 + (T_b - T_0) C_1 U_1 \exp\left(-\frac{a\tau \varepsilon_1^2}{\delta^2}\right)$$

або

$$\theta = AU \exp\left(-\frac{a\tau \varepsilon^2}{\delta^2}\right) = AU \exp(-m\tau). \quad (7)$$

Тут використані наступні позначення і скорочення:  $\theta = T - T_0$  – надлишкова температура;  $C = (T_b - T_0) C_n$  – величина, яка визначається початковим тепловим станом тіла і не залежить від часу; функція координат  $U_1 = U$ ; стала  $\varepsilon_1 = \varepsilon$ ;  $m = a\varepsilon^2 / \delta^2$ .

Аналіз виразу (3) показує, що температурне поле для тіла будь-якої форми змінюється з часом за законом експоненти. Тому такий тепловий стан тіла отримав назву **експоненціального регулярного режиму першого роду**. А величину  $m$ , що стоїть під знаком експоненти, називають темпом нагріву (охолодження) тіла.

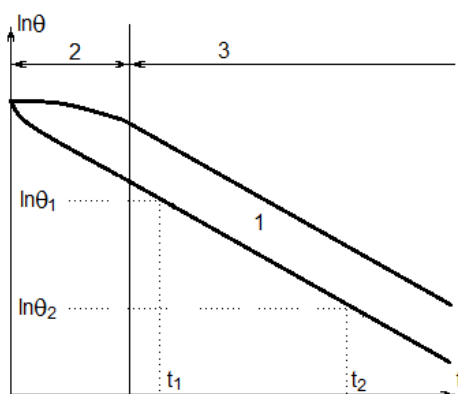
Оскільки  $\varepsilon$  є функцією від числа Біо, то:  $m = f(a, \alpha, R, \lambda, K)$ , де серед вже знайомих позначень маємо коефіцієнт  $K$  – коефіцієнт форми, відповідні значення якого наведені в табл. 6. Інакше кажучи, темп охолодження  $m$  залежить від теплофізичних властивостей, геометричних розмірів і форми тіла, а також від умов, в яких відбувається процес обміну теплом. Фізичний зміст цієї величини стає більш зрозумілим після диференціювання рівняння (7):

$$m = -\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial \ln \theta}{\partial t}.$$

Отже,  $m$  характеризує відносну швидкість змінювання температури тіла з часом.

А геометричний зміст  $m$  стане явним, якщо провести логарифмування того ж таки рівняння (7):

$$\ln \theta = \ln(AU) - mt. \quad (8)$$



**Рис. 1.** Зміна температури всередині тіла з часом при регулярному режимі 1-го роду (1 – температура тіла у різних точках, 2 – початкова стадія  $Fo < 0.55$ , 3 – область регулярного режиму  $Fo > 0.55$ ).

Тобто, якщо експоненціальний закон регулярного режиму подати в напівлогарифмічних координатах  $\ln \theta = \varphi(t)$ , то зміна температури з часом для різних точок тіла виразиться системою паралельних прямих, кутовий коефіцієнт яких  $i$  є темпом охолодження (рис.1).

Останній результат є дуже важливим для практичного способу визначення темпу охолодження за формулою:  $m = \frac{\ln \theta_1 - \ln \theta_2}{t_2 - t_1}$ .

Володіння інформацією про темп охолодження (нагріву) тіла дає можливість визначити таку важливу характеристику, як коефіцієнт теплопровідності тіла  $a$ . Для цього необхідно згадати, що  $m = a\varepsilon^2 / R^2$ . Тоді

$$a = \frac{mR^2}{\varepsilon^2}. \quad (9)$$

Основна проблема при визначенні теплопровідності  $a$  речовини полягає у тому, що  $\varepsilon$ , яке входить у знаменник (5), є коренем трансцендентних рівнянь (див. табл. 1). Але ситуація значно спроститься, якщо розглядати граничний випадок  $Bi \rightarrow \infty$ . Тоді розв'язок трансцендентних рівнянь є добре відомими асимптотами, до яких прямує  $\varepsilon = \varepsilon_\infty$ . У відповідності до даних, що наведені в табл. 1, і виразу (9) отримаємо:

$$a = m_\infty \left( \frac{2R}{\pi} \right)^2 \quad \text{для безмежної пластини,}$$

$$a = m_\infty \left( \frac{R}{2.4048} \right)^2 \quad \text{для циліндру безмежної довжини,}$$

$$a = m_\infty \left( \frac{R}{\pi} \right)^2 \quad \text{для сферичного тіла.}$$

Вигляд цих формул можна узагальнити шляхом введення вже згаданого вище коефіцієнту форми –  $K$  (табл.2).

Табл. 2. Коефіцієнти форми для різних тіл

Форма тіла	$K, \text{м}^2$	Форма тіла	$K, \text{м}^2$
Безмежна плас-тина	$\left(\frac{2R}{\pi}\right)^2$	Сферичне тіло	$\left(\frac{R}{\pi}\right)^2$
Циліндр безмеж-ної довжини	$\left(\frac{R}{2.4048}\right)^2$	Прямокутний паралелепі-пед з ребрами $R_1, R_2, R_3$	$\left[\pi^2 \left(\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} + \frac{1}{R_3^2}\right)\right]^{-1}$
Циліндр довжини $l$	$\left[\left(\frac{2.4048}{R}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2\right]^{-1}$		

Маємо:

$$a = m_{\infty} K, \quad (10)$$

де  $m_{\infty}$  – темп охолодження (нагрівання) при  $Bi \rightarrow \infty$ . Таким чином, коефіцієнт температуропровідності речовини визначається досить легко за формулою (10), якщо експериментально визначити темп охолодження, а коефіцієнт форми тіла  $K$  є відомим. Але бувають випадки, коли тіло має досить складну геометричну конфігурацію і отримати з розрахунків коефіцієнт форми тіла, а значить його температуропровідність, не уявляється можливим. Тоді його знаходять у такий спосіб: проводять експеримент із зразком складної форми, але зробленого із матеріалу з відомою температуропровідністю, після чого повторюють дослід зі зразком аналогічної конфігурації, що виготовлений з матеріалу, який підлягає дослідженню.

Наприкінці необхідно також визначитися з приводу технічного забезпечення умов, дотримання яких було визнаним обов'язковим при отриманні вищезазначених результатів. Виконання умови, що  $Bi \rightarrow \infty$ , забезпечується використанням охолоджувального (нагрівального) середовища з високою теплопровідністю та при інтенсивному його перемішуванні. Умова, що  $T_0 = const$  виконується за рахунок відповідного вибору розмірів охолоджувальної (нагрівальної) системи – термостату (печі). Розміри повинні бути такими, щоб повна теплоємність системи була значно більша у порівнянні з теплоємністю дослідного зразку, а тепло, яким обмінюється тіло з середовищем, не приводило до зміни температури останнього.

**Опис експериментальної установки:** Схема експериментальної установки приведена на рис. 2. Установка складається з термостату 1, дослідного зразка 2 правильної геометричної форми (циліндр, сферичне тіло) з різних матеріалів (фторопласт, текстоліт, ебоніт, поліметилметакрилат), диференційної термопари 3, яка вмонтована усередину дослідного зразка. Термостат обладнаний електричним нагрівачем 4 і контактним термометром 5 з регулятором, що дозволяє підтримувати температуру рідини (води) на сталому рівні (до  $100^{\circ}\text{C}$ ). Вода перемішу-

ється мішалкою 6, що обертається за допомогою електродвигуна. Дані вимірювання надлишкової температури  $\theta$  фіксуються чутливим вольтметром 7.

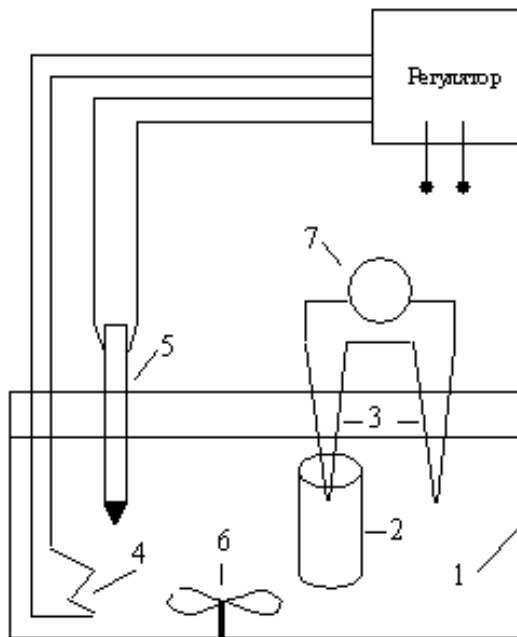


Рис.2. Експериментальна установка

**Порядок виконання роботи і обробка результатів:**

1. Ввімкнути термостат і встановити на контактному термометрі температуру, що дорівнює  $70^{\circ}\text{C}$ .
2. Дочекатися, коли температура води стане сталою, і занурити у неї дослідний зразок.
3. Ввімкнути вольтметр. Провести вимірювання надлишкової температури в процесі нагрівання дослідного зразка. Для цього необхідно записати показання вольтметра, що фіксує термо-ЕРС диференційної термопари. Показання записувати через кожні 5 секунд.
4. Результати вимірювань занести у таблицю 3

Табл. 3. Таблиця для запису результатів вимірювання

$t, \text{c}$	$E, \text{мВ}$	$\ln E$

5. Побудувати графік залежності  $\ln E = f(t)$ .
6. Визначити з графіка темп нагрівання тіла  $m$ .
7. Згідно формули (10) обчислити коефіцієнт температуропровідності речовини  $a$ , з якої виготовлене тіло. Визначити похибку експерименту.
8. Аналогічні вимірювання і розрахунки провести для тіл різної геометричної форми та виготовлених з іншого матеріалу.

**Питання для самоконтролю:**

1. Що називається коефіцієнтом температуропровідності речовини? Як його розрахувати по відомим теплофізичним характеристикам матеріалу тіла?
2. Що називається регулярним режимом першого роду?
3. Які елементи в конструкції експериментальної установки забезпечують виконання необхідних умов:  $T_0 = \text{const}$  і  $Bi \rightarrow \infty$ ?
4. Чому при визначенні  $m$  темпу нагріву (охолодження) тіла можна не рахуватися з тим, що замість надлишкової температури, яка вимірюється у градусах, в розрахунках фактично використовується показання диференційної термопари (мВ)?
5. Як оцінити час, коли настає регулярний режим охолодження (нагрівання) тіла?

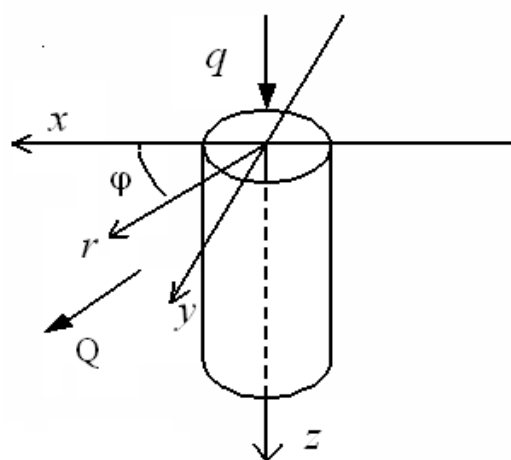
### Лабораторна робота № 6.

#### **Визначення коефіцієнта температуропровідності металевого стрижня методом температурних хвиль (метод регулярного режиму 3-го роду)**

**Завдання:** За допомогою зовнішнього, періодично діючого джерела тепла у металевому стрижні формується температурне поле  $T(x,y,z,t)$ , структура якого змінюється з часом. Аналізуючи розподіл температури у стрижні, визначити коефіцієнт температуропровідності  $a$  речовини, із якої виготовлений цей стрижень.

**Обладнання:** електрична піч, ЛАТР, циліндричний металевий зразок, 4 мідь-константанові термопари, АЦП, вольтметр, термостат.

**Загальні теоретичні положення:** Розглянемо задачу про розподіл температури в металевому стрижні, що являє з себе напівобмежений циліндр, один із кінців якого періодично нагрівається потоком тепла  $q$ . Бокова поверхня стрижня охолоджується за рахунок теплообміну з навколишнім середовищем (тепловий потік  $Q$ ). Вважаємо, що початок координат співпадає з тим кінцем стрижня, який знаходиться у контакті з нагрівачем, а вісь  $Oz$  направлена вздовж центральної симетричної вісі (рис. 1).



**Рис. 1.** Досліджуваний зразок.

Загальне рівняння теплопровідності має вигляд:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_c \Delta T. \quad (1)$$

Враховуючи циліндричну форму дослідного зразка, перепишемо рівняння (1) в циліндричній системі координат  $(r, \varphi, z)$ :

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_c \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} \right). \quad (2)$$

з відповідними граничними умовами вздовж вісі  $z$ :

$$z = 0, T = T_g + \sum_n A_n \cos(n\omega t + \xi_n), \quad z = \infty, T = T_g \quad (3)$$

і радіусу  $r$ :

$$-\lambda_c \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad -\lambda_c \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_s} = q. \quad (4)$$

Тут використані наступні позначення:  $\rho$  – густина речовини стрижня,  $\text{кг}/\text{м}^3$ ;  $c$  – питома теплоємність речовини,  $\text{Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$ ;  $\lambda_c$  – коефіцієнт теплопровідності матеріалу стрижня,  $\text{Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$ ;  $T_g$  – температура навколишнього газового середо-

вища,  $K$ ;  $A_n$  – амплітуда коливань температури в точці з координатою  $z=0$ ;  $\omega$  – циклічна частота, рад/с;  $t$  – час, с;  $\xi_n$  – різниця фази коливання температури.

Перша гранична умова в (3) відповідає існуючому в даному експерименті періодичному впливу тепла від нагрівача на формування температурного поля у стрижні. А друга відбиває той факт, що температурна хвиля в стрижні повинна згасати на нескінченності.

Граничні умови (4) записані для потоків тепла вздовж радіусу  $r$  і є ознакою того, що більша частина перепаду температури зосереджена на границі тіла, а внутрішній перепад температури відносно малий. Справедливість цього припущення показує оцінка величини критерію Біо ( $Bi = \alpha d / \lambda \ll 1$ ), який визначається співвідношенням температурного опору тіла  $d / \lambda$  до температурного опору приграничного шару  $1 / \alpha$ , де  $d$  – діаметр тіла,  $\lambda$  і  $\alpha$  – коефіцієнти теплопровідності речовини та теплообміну тіла в приграничному шарі відповідно.

Величина потоку тепла між стрижнем і навколишнім середовищем  $Q$  може бути приблизно визначена за допомогою закону Ньютона-Ріхмана:

$$Q = \alpha(T - T_g).$$

Рівняння (2) може бути спрощене, якщо прийняти до уваги, що процес передачі тепла у даному випадку є незалежним від напрямку розповсюдження тепла, тобто від величини кута  $\varphi$ . Тоді можна вважати, що  $\partial^2 T / \partial \varphi^2 = 0$ .

Отже, в подальшому будемо розглядати температуру по стержню як середню по радіальному перерізу. Для цього помножимо кожен частину рівняння (2) на  $2\pi r h dr$  (об'єм між циліндрами з радіусами  $r$  і  $r + dr$ ) і проведемо інтегрування вздовж радіусу  $r$  в межах від  $r=0$  до  $r=r_s$ . В результаті використання (4) отримуємо рівняння теплопровідності, в якому середня температура по радіальному перерізу є функцією тільки часу  $t$  і координати  $z$ , що дозволяє розглядати задачу в одномірній постановці:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} - \frac{2\alpha}{\rho c r_s} (T - T_g). \quad (5)$$

Введення безрозмірної температури  $\theta = T - T_g$  дозволяє переписати рівняння теплопровідності (5) у більш зручному для подальшого рішення вигляді, з відповідними граничними умовами:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - k\theta, \quad (6)$$

$$z=0, \theta = \sum_n A_n \cos(n\omega t + \xi_n), \quad z=\infty, \theta=0.$$

Тут  $a = \lambda / \rho c$  – коефіцієнт температуропровідності речовини,  $m^2/c$ ;  $k = \frac{2\alpha}{\rho c r_s}$ .

Зрозуміло, що за умови дії періодичного джерела тепла на одному з кінців розподіл температури вздовж стрижня буде також постійно змінюватись. З часом у різних точках стрижня встановляться коливання температури тієї ж частоти, що і коливання температури на кінці стрижня.

Відомо, що будь-яку періодичну функцію можна представити у вигляді ряду Фур'є. Тому, якщо є впевненість в періодичному характері розподілу температури у стрижні, можна відшукати розв'язок рівняння теплопровідності (6) за допомогою перетворення Фур'є:

$$\theta = \sum_{n=0}^{\infty} Z_n(z) \exp(-in\omega t). \quad (7)$$

Використання Фур'є-образу температури  $\theta$  дозволяє позбавитися однієї зі змінних – часу  $t$ . Дійсно, підставляючи Фур'є-образ температури (7) у рівняння (6), отримаємо систему рівнянь відносно одної змінної  $z$ :

$$\sum_{n=0}^{\infty} in\omega Z_n(z) = k \sum_{n=0}^{\infty} Z_n(z) - a \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^2 Z_n}{dz^2}.$$

Будь-яке рівняння такої системи виглядає як однорідне диференціальне рівняння другого порядку:

$$\frac{d^2 Z_n}{dz^2} = \frac{k - in\omega}{a} Z_n.$$

Загальний розв'язок для подібних рівнянь, з оглядом на принцип суперпозиції температурних збурень, має бути таким:

$$Z_n = C_{1n} \exp(\varepsilon_n z) + C_{2n} \exp(-\varepsilon_n z). \quad (8)$$

де  $C_{1n}$  і  $C_{2n}$  – сталі інтегрування, а  $\varepsilon_n = \sqrt{\frac{k - in\omega}{a}}$ .

Для визначення сталих інтегрування  $C_{1n}$  і  $C_{2n}$  скористаємося граничними умовами задачі (6). Згідно з цими умовами, перша стала в (8)  $C_{1n}$  повинна дорівнювати нулю, в протилежному випадку, за умовою  $z \rightarrow \infty$ , загальний розв'язок  $Z_n$  прямував би до нескінченності, тобто маємо нефізичну ситуацію. Друга стала  $C_{2n}$ , з огляду на (6) і (7), взагалі є комплексною величиною  $C_{2n} = B_n \exp(i\beta_n)$ .

Необхідно також прийняти до уваги, що коефіцієнт  $\varepsilon_n$  також є комплексною величиною  $\varepsilon_n = x_n + iy_n$ .

З урахуванням всього загальний розв'язок (8) перепишеться як:

$$Z_n = B_n \exp(-\varepsilon_n z + i\beta_n) = B_n \exp(-x_n z + i(\beta_n - y_n z)).$$

Повертаючись до розв'язку (7), отримаємо:

$$\theta = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \exp(-x_n z + i(\beta_n - y_n z - n\omega t)).$$

Виділяючи дійсну частину цього розв'язку і користуючись граничною умовою  $z=0$  з (6), можна отримати розв'язок рівняння теплопровідності (2) у кінцевому вигляді:

$$T = T_g + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-x_n z) \cos(n\omega t + y_n z + \xi_n). \quad (9)$$

Цей розв'язок і є температурною хвилею, яка з часом розповсюджується вздовж стрижня. Якщо порівняти отриманий розв'язок (9) з періодичним законом (3), відповідно до якого змінюється температура на границі стрижня  $z=0$ , можна

бачити, що величина температури вздовж стрижня теж здійснює гармонічні коливання з такою ж частотою. Але ці коливання є такими, що їх амплітуда зменшується з ростом відстані від джерела тепла ( $A_n \exp(-x_n z) \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \infty$ ), і вони мають зміщення за фазою ( $y_n z$ ), яке зростає при  $z \rightarrow \infty$ . Зміщення за фазою і зменшення амплітуди визначаються також і температуропровідністю стрижня  $a$ . А саме, чим більший коефіцієнт температуропровідності, тим більша амплітуда коливань і менше зміщення за фазою.

З огляду на завдання даної роботи для визначення коефіцієнту температуропровідності необхідно вирішувати зворотню задачу тій, що була розглянута вище. Тобто, якщо відоме з експерименту зменшення амплітуди коливань і зміщення за фазою в будь-яких точках стрижня, можна, використовуючи розв'язок (9), визначити температуропровідність речовини.

Для цього знайдемо, яка повинна бути температура стрижня у точках  $z_1 = L$  і  $z_2 = L + l$ . Маємо, що:

$$T_L = T_g + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-x_n L) \cos(n\omega t + y_n L + \xi_n),$$

$$T_{L+l} = T_g + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp(-x_n (L+l)) \cos(n\omega t + y_n (L+l) + \xi_n).$$

Відносне зменшення амплітуди коливань температури  $A_1/A_2$  у цих точках і зміщення за фазою ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) запишемо як:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{A_n \exp(-x_n L)}{A_n \exp(-x_n (L+l))} = \exp(x_n l),$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (-y_n L + y_n (L+l)) = y_n l.$$

З іншого боку,  $x_n$  і  $y_n$  пов'язані з температуропровідністю речовини так, що  $x_n y_n = \frac{n\omega}{2a}$ . (Виходячи з  $\varepsilon_n^2 = \frac{k - i n \omega}{a}$  та  $\varepsilon_n = x_n + i y_n$ ). Виконуючи нескладні перетворення відносно  $x_n$  і  $y_n$  в передостанніх двох рівняннях, отримуємо кінцеву формулу для визначення коефіцієнту температуропровідності стрижня:

$$a = \frac{n\omega l^2}{2(\varphi_1 - \varphi_2) \ln \frac{A_1}{A_2}}.$$

Ця формула записана для будь-якої з  $n$  гармонік, на які розкладається коливання температури в ряд Фур'є. Але, як відомо, найбільш вагомий внесок дають перші гармоніки, тому:

$$a = \frac{\pi l^2}{\tau(\varphi_1 - \varphi_2) \ln \frac{A_1}{A_2}}. \quad (10)$$

Тут використано, що  $\omega = 2\pi/\tau$ , де  $\tau$  – період коливань температурної хвилі.

Таким чином, формула (10) є робочою формулою, яка дозволяє отримати температуропровідність речовини, аналізуючи температурні криві  $T(t)$  у різних то-

чках стрижня за наявності періодичного нагрівання кінця стрижня з періодом  $\tau$ . Температура вимірюється за допомогою термопар, що знаходяться на відстані  $l$  одна від одної. Аналіз температурних кривих обмежується визначенням співвідношення амплітуд перших гармонік і різниці фаз коливань температури у цих точках.

**Опис експериментальної установки:**

Схема експериментальної установки приведена на рис. 2. До бокової поверхні стрижня 1 прикріпленні три термопари 2, які через перемикач 3 підключені до гальванометру 4. Верхній кінець стрижня обігрівається піччю 5, яка живиться струмом від автотрансформатора 6, а нижній кінець уміщений в термостат 7. Обігрівач змонтований на рухомому кронштейні, який задає періодичні коливання температури на верхній границі стрижня.

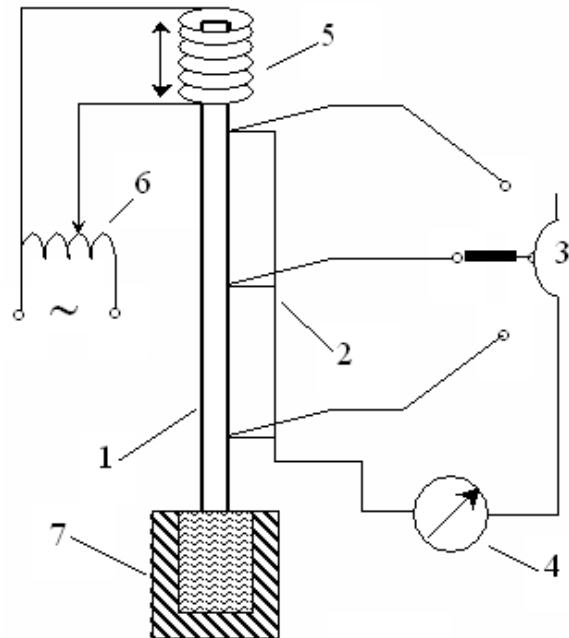


Рис.2. Експериментальна установка

**Порядок виконання роботи і обробка результатів:**

1. Відвести піч від стрижня і ввімкнути автотрансформатор в електричну мережу. Прогріти піч на протязі 15 хвилин.
2. Встановити режим періодичного прогріву стрижня. Для цього ввімкнути генератор механічних коливань, що з'єднаний з рухомим кронштейном і витримати режим на протязі 5-6 циклів. Визначити період коливань температури на верхній границі стрижня.
3. Не вимикаючи генератора, записати залежність температури від часу у різних точках стрижня. Побудувати графіки залежності  $T(t)$  для всіх термопар.
4. Користуючись формулою (10), визначити температуропровідність  $a$  для трьох пар точок: 1-2; 2-3; 1-3. Для отримання кінцевого результату необхідно взяти середнє значення величини з трьох отриманих значень  $a$ . Обчислити похибку розрахунків.

**Питання для самоконтролю:**

1. Сформулюйте закон Фур'є. Які помилкові уявлення про природу теплоти були покладені в основу рівняння Фур'є. Чому ми все ж таки користуємося ним?

2. За даних умов експерименту зробіть оцінку величини критерію Біо для металевго стрижня. Що можна сказати про розподіл температури з огляду на ці розрахунки? Які переваги дає досліднику знання величини Біо?
3. Коли можна застосовувати закон Ньютона для теплообміну? Чому він носить приблизний характер?
4. Доведіть, що чим більша температуропровідність стрижня, тим більша амплітуда коливань і менше зміщення за фазою?
5. Чи можна за допомогою метода температурних хвиль визначити теплопровідність стрижня?

**Лабораторна робота № 7**  
**Виготовлення і градування термопар.**

**Завдання.** Виготовити термопару. Провести її градування. Визначити для даної температури величину термо-ЕРС при різниці температур в 1 К:  $d\varepsilon_T/dT$ .

**Обладнання:** електрична піч, ЛАТР, хром ель - алюмелева термопара, 2 мілівольтметра, два різнорідних металевих провідника, пристрій для виготовлення термопар.

**Загальні теоретичні положення.** Термоелектричний метод вимірювання температури заснований на виникненні електрорушійної сили (ЕРС) в ланцюзі, складеному з різнорідних провідників, при порушенні теплової рівноваги (при нерівності температур в місцях з'єднання провідників). Це так званий ефект Зеебека. Ділянка електричного кола, яка складається тільки з двох різних провідників, називається термоелементом або термопарою. А провідники – термоелектродами.

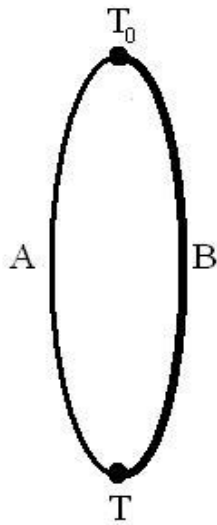
Існує і обернене явище – ефект Пельтьє. Це термоелектричне явище, при якому відбувається виділення або поглинання тепла при проходженні електричного струму в місці контакту (спаю) двох різнорідних провідників. Величина тепла, що виділяється, і його знак залежать від виду контактуючих речовин, напряму і сили протікаючого електричного струму.

Причина виникнення явища Пельтьє полягає в наступному. На контакті двох речовин є контактна різниця потенціалів, яка створює внутрішнє контактне поле. Якщо через контакт протікає електричний струм, то це поле або сприятиме проходженню струму, або перешкоджатиме йому. Якщо струм йде проти контактного поля, то зовнішнє джерело повинне витратити додаткову енергію, яка виділяється в контакті, що приведе до його нагріву. Якщо ж струм йде по напряму контактного поля, то він може підтримуватися цим полем, яке і здійснює роботу по переміщенню зарядів. Необхідна для цього енергія відбирається у речовини, що приводить до охолодження його в місці контакту.

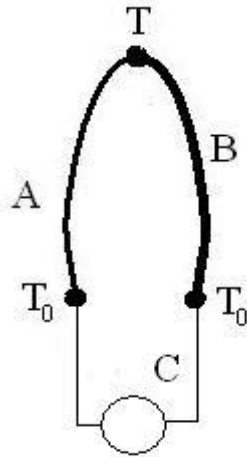
Сучасна фізика пояснює виникнення контактної різниці потенціалів (термо-ЕРС) відмінністю енергій Фермі у контактуючих різних провідників. При створенні контакту хімічні потенціали електронів стають однаковими і виникає контактна різниця потенціалів. Електрони переміщуються (дифундують) з одного провідника в інший для вирівнювання їх внутрішніх потенціалів. При вирівнюванні внутрішніх потенціалів на поверхні зіткнення провідників виникає контактна різниця потенціалів, яка залежить від властивостей дотичних матеріалів і їх абсолютної температури. Результуюча термо-ЕРС в колі (рис. 1 - 3), складеному з двох різних провідників, однорідних по довжині, дорівнює сумі контактних різниць потенціалів:

$$\varepsilon_{AB}(T, T_0) = \Delta\varphi_{AB}(T) + \Delta\varphi_{BA}(T_0).$$

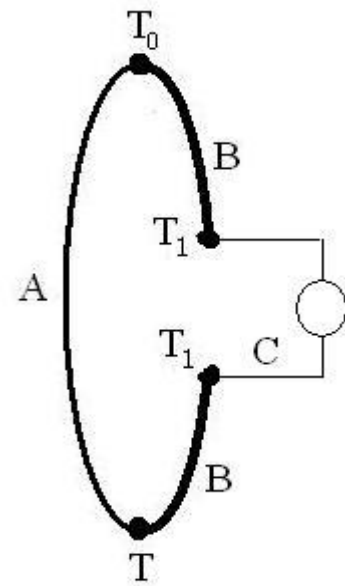
Маючи на увазі, що



**Рис. 1.** З'єднання двох різнорідних матеріалів



**Рис. 2.** Інтегральна термопара



**Рис.3.** Диференціальна термопара

$$\begin{aligned}
 -\Delta\varphi_{BA}(T_0) &= \Delta\varphi_{AB}(T_0) \\
 \varepsilon_{AB}(T, T_0) &= \Delta\varphi_{AB}(T) - \Delta\varphi_{AB}(T_0)
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

де  $\Delta\varphi_{AB}(T)$  – контактна різниця потенціалів від провідника А до провідника В при температурі  $T$ ;  $\Delta\varphi_{BA}(T_0)$  – контактна різниця потенціалів від провідника В до провідника А при температурі  $T_0$ .

Результуюча термо-ЕРС, що виникає в колі провідників А і В, залежить від двох температур  $T$  і  $T_0$ . Щоб поставити термо-ЕРС в залежність тільки від однієї температури, наприклад від  $T$ , необхідно температуру  $T_0$  підтримувати сталою.

Щоб виміряти термо-ЕРС в колі термопари (в електричному колі з двох провідників – термоелектродів), необхідний вимірювальний прилад. Включення приладу, яке викликає появу в ланцюзі, зазвичай щонайменше, ще одного нового третього провідника С, можна виконати одним з двох способів: або роз'єднавши на одному з кінців термоелектроди А і В (рис.2), або розірвавши один із термоелектродів (рис.3). У першому випадку (вживається частіше) температура місця приєднання третього провідника дорівнюватиме температурі кінців термоелектродів, а в другому – матиме деякі невизначені значення температури кінців  $T_1$ .

Щоб встановити, як впливає включення третього провідника в ланцюг термопари, підсумуємо контактні різниці потенціалів ланцюгів з трьох провідників. Обходячи проти годинникової стрілки електричне коло (рис. 2), отримуємо:

$$\varepsilon_{ABC}(T, T_0) = \Delta\varphi_{AB}(T) + \Delta\varphi_{BC}(T_0) + \Delta\varphi_{CA}(T_0).$$

Аналогічно з (1)

$$\Delta\varphi_{BC}(T_0) + \Delta\varphi_{CA}(T_0) = -\Delta\varphi_{AB}(T_0),$$

тоді

$$\varepsilon_{ABC}(T, T_0) = \Delta\varphi_{AB}(T) - \Delta\varphi_{AB}(T_0).$$

Враховуючи (1), отримаємо:

$$\varepsilon_{ABC}(T, T_0) = \varepsilon_{AB}(T, T_0). \quad (2)$$

Отже, підключення третього провідника до одного з кінців термоелектродів не внесе спотворень до термо-ЕРС пари термоелектродів. Аналогічно обходимо ланцюг (рис. 3) і отримуємо:

$$\varepsilon_{ABCD}(T, T_1, T_0) = \Delta\varphi_{AB}(T) + \Delta\varphi_{BC}(T_1) + \Delta\varphi_{CB}(T_1) + \Delta\varphi_{BA}(T_0).$$

Проведемо заміни:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_{BC}(T_1) + \Delta\varphi_{CB}(T_1) &= \Delta\varphi_{BC}(T_1) - \Delta\varphi_{BC}(T_1) = 0, \\ \Delta\varphi_{BA}(T_0) &= -\Delta\varphi_{AB}(T_0). \end{aligned}$$

Тоді отримаємо:

$$\varepsilon_{ABCD}(T, T_1, T_0) = \Delta\varphi_{AB}(T) - \Delta\varphi_{AB}(T_0) = \varepsilon_{AB}(T, T_0). \quad (3)$$

Отже, при включенні в розрив одного з термоелектродів третього провідника не виникає спотворення термо-ЕРС пари термоелектродів.

Всі матеріали по своїм термоелектричним властивостям можна підрозділити на позитивні і негативні. Позитивними умовно називають матеріали, у яких в парі з платиною струм в гарячішому кінці (при температурі  $T > T_0$ ) тече від платини до цього матеріалу, а негативні – у яких струм тече у зворотному напрямі.

**Табл. 1.** Термо-ЕРС для різних матеріалів щодо платини. Один спай метал-платина знаходиться при температурі 100 °С, інший при 0°С.

Речовина	$\varepsilon$ , мВ	Речовина	$\varepsilon$ , мВ	Речовина	$\varepsilon$ , мВ
Сурма	+4.00	Залізо жорстке	+1.87	Свинець	+0.44
Залізо м'яке	+1.89	Молібден	+1.45	Магній	+0.43
Вольфрам	+1.12	Золото	+0.78	Алюміній	+0.42
Графіт	+0.70	Мідь	+0.77	Ртуть	-0.60
Хромель	+2.81	Срібло	+0.76	Натрій	-0.21
Алюмель	-1.29	Цинк	+0.79	Калій	-0.94
Константан	-3.51	Олово	+0.46	Нікель	-1.50

Якщо відомі термоелектричні властивості (залежність термо-ЕРС від  $T$  і  $T_0$ ) для матеріалу А (допустимо позитивного) і платини П та для матеріалу В (допус-

тимо негативного) і платини П, то легко визначити термоелектричні властивості для пари з матеріалу А і В. Термоелектрорушійна сила такого ланцюга, де платина грає роль третього провідника з кінцями при температурі Т, дорівнюватиме різниці  $\varepsilon_{ПА}$  і  $\varepsilon_{ВП}$  або

$$\varepsilon_{ВА}(T, T_0) = \varepsilon_{ПА}(T, T_0) - [-\varepsilon_{ВП}(T, T_0)] = \varepsilon_{ПА}(T, T_0) + \varepsilon_{ВП}(T, T_0)$$

У табл. 1 приведені значення термо-ЕРС для деяких чистих металів, металевих сплавів та інших матеріалів в парі з платиною при температурах 100°C і 0°C. Як видно з табл. 1, невелика зміна змісту компонентів в сплавах може істотно змінити термо-ЕРС (див. наприклад, константан і кобальт). По таблиці легко встановити, що при 100°C і 0°C пара мідь – нікель розвиватиме термо-ЕРС, рівну 2.27 мВ, а пара мідь – константан – 4.28 мВ. Проте не тільки величина термо-ЕРС визначає можливість використання того або іншого матеріалу як термоелектродного, але і ряд наступних вимог: 1) постійність термоелектронних властивостей матеріалу впродовж практично безмежного часу; 2) високе значення термо-ЕРС; 3) висока жаротривкість (вісмут, що розвиває високу термо-ЕРС практично не застосовується із-за низької температури плавлення (+ 270°C); 4) висока електропровідність (із-за цього практично непридатний кремній); 5) можливість відтворення сплавів однакового складу; 6) легкість технологічної обробки; 7) дешевизна.

Зазвичай підбирають два відповідні матеріали, які утворюють термопару, що володіє певними термоелектричними властивостями. Сполучені між собою кінці термопари, занурювані у вимірювальне середовище, називають робочим кінцем. Кінці, що знаходяться в навколишньому середовищі (атмосфері), до яких зазвичай приєднують дроти від вимірювального приладу (рис. 3), називають вільними кінцями.

### **Опис експериментальної установки.**

Термопара виготовляється таким чином. Беруть два дротика з матеріалів, вказаних викладачем, зачищають їх кінці і скручують. Потім скручування поміщають в дугу між двома вугільними електродами, підключеними до зварювального трансформатора. Перевіряють, чи вийшов спай.

Для градуювання термопари застосовується установка, зображена на рис. 4. Досліджувана 2 і еталонна 4 термопари поміщено в піч 3, напруга живлення до якої регулюється автотрансформатором. Температура еталонної термопари вимірюється мілівольтметром 5. Термо-ЕРС з виготовленої термопари вимірюється за допомогою мілівольтметра 1.

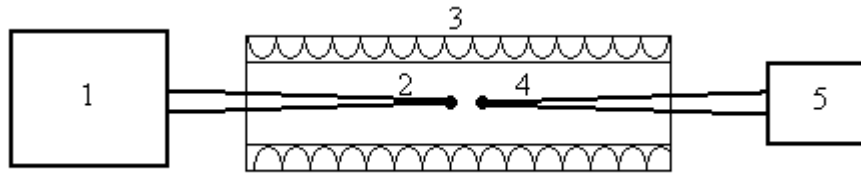


Рис. 4. Експериментальна установка

**Порядок виконання роботи і обробка результатів.**

1. Включити піч (початкова напруга 60 В) і почати вимірювання температури в печі еталонною термопарою, одночасно визначаючи термо-ЕРС виготовленої термопари. Вимірювання температури провести від кімнатної температури до 400°C з кроком 20°C.
3. За отриманими даними побудувати графіки залежності термо-ЕРС від температури і визначити з нього величину термо-ЕРС на один градус  $d\varepsilon_T/dT$ .
4. Вимкнути піч і повторити вимірювання при її охолодженні.
5. Величину  $d\varepsilon_T/dT$  порівняти з табличною для даної пари металів.

**Питання для самоконтролю:**

1. На чому заснований термоелектричний метод? Поясніть ефекти Зеебека і Пельтьє.
2. Як вимірювати термо-ЕРС? Чому вона виникає?
3. Як впливає включення третього провідника в електричне коло термопари? Які умови потрібно при цьому виконати?
4. Яким вимогам повинні задовольняти матеріали, щоб їх можна було використовувати як термоелектроди?
5. Якими методами можна скористатися для градування термопари?

## Лабораторна робота №8

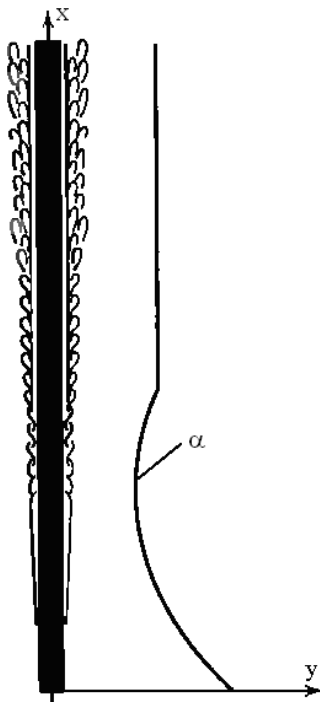
### Тепловіддача дротиків і циліндрів при природній конвекції

**Завдання:** Визначити залежність між критеріями Нуссельта і Грасгофа при природній конвекції горизонтального циліндра.

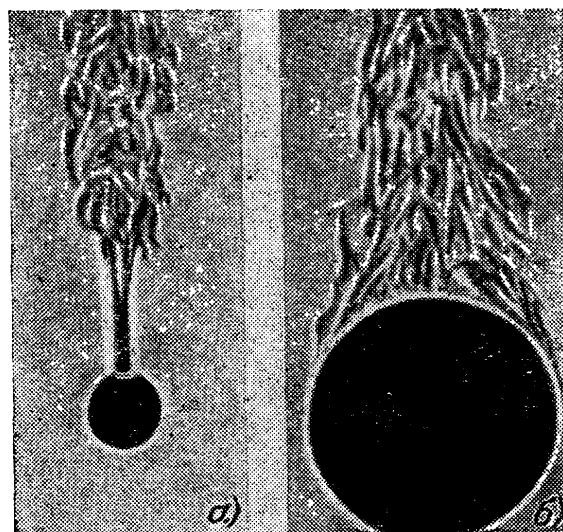
**Обладнання:** ЛАТР, вольтметр, амперметр, алюмінієвий циліндр з електронагрівачем всередині, багатоклемний ключ, набір із 7 мідь-константанових термопар, мілівольтметр.

**Загальні теоретичні положення.** Під конвекцією теплоти розуміють перенесення теплоти при переміщенні мікрочасток рідини або газу в просторі з області з однією температурою в область з іншою температурою. Конвекція можлива тільки в плинному середовищі, в якому перенесення теплоти нерозривно пов'язане з перенесенням самого середовища. Конвекція теплоти завжди супроводжується теплопровідністю, оскільки при русі рідини або газу неминуче відбувається зіткнення окремих частинок, що мають різні температури.

Рух рідини (газу), що обумовлюється різницею густин нагрітих і холодних частинок, називається вільним або природнім. Умови виникнення і розвитку такого руху представляються в наступному вигляді. Хай є приміщення, в якому середовище, наприклад повітря, знаходиться в спокійному стані і у всьому об'ємі має однакову температуру. Якщо в це приміщення внести нагріте тіло, то між тілом і повітрям виникає теплообмін. При цьому повітря нагрівається і легшає. Тоді внаслідок різниці густин нагрітих і холодних частинок рідини (газу) виникає підйомна сила, під дією якої нагріті частинки рідини (газу) піднімаються (спливають)



**Рис.1.** Картина вільного руху повітря і зміна коефіцієнту теплообміну  $\alpha$  вздовж нагрітої вертикальної труби.



**Рис.2.** Картина вільного руху повітря навколо нагрітих горизонтальних труб (вигляд з торця): а)  $d = 28 \text{ мм}$ ; б)  $d = 250 \text{ мм}$ .

догори. На їх місце поступають свіжі, холодні частинки, які також нагріваються і піднімаються. Якщо ж тіло холодніше за повітря, тоді від зіткнення з ним повітря охолоджується, стає важчим і опускається вниз.

Таким чином, вільний рух рідини (газу) цілком визначається наявністю теплообміну. Чим більше передається тепло, тобто чим інтенсивніше теплообмін, тим інтенсивніше і рух.

На рис. 1. представлена типова картина руху нагрітого повітря вздовж вертикальної труби. Тут представлені всі три режими руху – на нижній ділянці ламінарний, на середньому – локоноподібний і на верхньому – вихровий. Описана картина вільного руху вздовж вертикальної труби типова також для похилої і горизонтальної труби, кулі і інших тіл овальної форми (рис. 2). Переважання одного режиму над іншим визначається температурним натиском і протяжністю поверхні, уздовж якої відбувається рух нагрітого повітря.

Для тонкого дротика ( $d = 0.2 - 1\text{мм}$ ) умови розвитку вільного руху декілька інші. Оскільки поверхня дроту мала, то і кількість тепла, що віддається, тобто інтенсивність теплообміну, незначна. Тому тут ламінарний режим руху зберігається і при великому температурному натиску. Зі збільшенням діаметру дротика критичне значення температурного натиску знижується. При малих температурних натисках рух стає вже дуже слабким і навколо дротика утворюється майже нерухома плівка нагрітого повітря. Це четвертий, так званий плівковий режим.

Розрізняють вільну і вимушену конвекцію. У першому випадку, як вказано раніше, рух в даному об'ємі рідини (газу) виникає за рахунок неоднорідності в ньому масових сил. Вимушений рух даного об'єму рідини або газу відбувається під дією зовнішніх поверхневих сил, прикладених на його межах, за рахунок попередньо повідомленої кінетичної енергії (наприклад, за рахунок роботи насоса, вентилятора, вітру). Вимушений рух в загальному випадку може супроводжуватися вільним рухом. Відносний вплив останнього тим більше, чим більше різниця температур окремих частинок середовища і чим менше швидкість вимушеного руху. При великих швидкостях вимушеного руху впливом вільної конвекції можна знехтувати.

**Умови подібності процесів теплообміну при вільній конвекції.** Для більшості рідин та газів в тому інтервалі температур, який зазвичай зустрічається на практиці, залежність густини від температури з достатнім наближенням може розглядатися як лінійна. Так, якщо далеко від нагрітого тіла температура рідини (газу) складає  $T_0$ , а в деякій точці біля поверхні рівна  $T$ , то відповідні значення густини  $\rho_0$  і  $\rho$  пов'язані рівнянням:

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)],$$

де  $\beta$  – температурний коефіцієнт об'ємного розширення середовища,  $\text{K}^{-1}$ .

Оскільки  $\rho < \rho_0$ , то на одиницю об'єму нагрітої рідини, що має температуру  $T$ , діє підйомна сила Архімеда:

$$g(\rho_0 - \rho) = g\rho_0\beta(T - T_0).$$

Ця сила і викликає природній конвективний рух середовища.

Число Грасгофа  $Gr$  характеризує відношення підйомної сили, обумовленої відмінністю густин в потоці, до сил молекулярного тертя:

$$Gr = g\beta\Delta T \frac{l^3}{\nu^2}, \quad (1)$$

$g$  – прискорення вільного падіння,  $m/c^2$ ;  $\Delta T$  – характерний температурний натиск,  $K$ ;  $\nu$  – кінематичний коефіцієнт в'язкості,  $m^2/c$ ;  $l$  – характерний лінійний розмір системи,  $m$ . Якщо циліндр вертикальний, то  $l$  – його довжина, якщо горизонтальний, то  $l$  – діаметр.

Число Прандтля  $Pr$  характеризує подібність швидкісних і температурних полів в потоці рідини і є теплофізичною характеристикою теплоносія:

$$Pr = \frac{\eta c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a}. \quad (2)$$

Тут  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності рідини або газу;  $\eta$  і  $\nu$  – коефіцієнти динамічної і кінематичної в'язкості рідини (газу),  $c_p$  – питома теплоємність рідини (газу).

Умови (1) і (2) забезпечують подібність процесів вільної конвекції, тобто подібність полів температурних натисків, теплових потоків і швидкостей в геометрично подібних системах.

Число Нуссельта  $Nu$  характеризує теплообмін на межі стінка - рідина:

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}. \quad (3)$$

Тут  $\alpha$  – коефіцієнт теплообміну,  $l$  – характерний розмір тіла (для циліндра і сфери – діаметр).

Рівняння подібності для процесів теплообміну при вільній конвекції має вигляд:

$$Nu = f(Gr, Pr). \quad (4)$$

**Узагальнені формули тепловіддачі.** По тепловіддачі, при вільному русі рідини, в літературі є велика кількість даних, отриманих з дослідів з повітрям, водою, вуглекислою, водою, аніліном, гліцерином, чотирьох хлористим вуглецем, різними маслами і ртуттю. Всі ці дані були між собою узгоджені і узагальнені. При обчисленні критеріїв подібності за визначальний геометричний розмір, що входить як лінійний розмір в критерії подібності, для труб був прийнятий їх діаметр  $d$ . Як визначальна температура прийнята середня температура прикордонного шару  $T_* = \frac{1}{2}(T + T_0)$ . В результаті залежність між критеріями подібності може бути представлена степеневою функцією виду:

$$Nu = c(Gr \cdot Pr)^n. \quad (5)$$

Сталі  $c$  і  $n$  в рівнянні (5) для різних значень аргументу різні. Їх значення приведені в табл.1 .

**Табл. 1.** Значення коефіцієнтів  $Nu = c(Gr \cdot Pr)^n$

№	$Gr \cdot Pr$	c	n
1	$1 \cdot 10^{-4} - 1 \cdot 10^{-3}$	0.50	0
2	$1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	1.18	1/8
3	$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	0.54	1/4
4	$2 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^{13}$	1.135	1/3

Чотири закони теплообміну відповідають чотирьом режимам руху. Для першого закону (постійне значення критерію  $Nu$ ) переважаючим є плівковий режим; для другого (ступінь 1/8) – ламінарний; для третього (ступінь 1/4) – інтенсивний ламінарний і локоноподібний, нарешті, для четвертого (ступінь 1/3) – вихровий режим. Перехід від одного закону до іншого відбувається досить плавно і кожен з них охоплює значно більшу область зміни аргументу, чим це вказаний в таблиці. Так, наприклад, перший закон охоплює собою зміну аргументу  $GrPr$  від  $10^{-4}$  до  $10^1$ , другий – від  $10^{-3}$  до  $10^3$ , третій – від  $10^2$  до  $10^8$  і четвертий –  $10^7$  до  $10^{13}$ .

**Експериментальна частина.** Експериментальна установка (рис. 3) складається з циліндра 1, розташованого горизонтально в повітрі. Циліндр нагрівається за рахунок електричного струму, який протікає по нитці розжарювання 2, розташованій всередині циліндра. Потужність виділення тепла на нитці вимірюють за допомогою амперметра 4, та вольтметра 3. На зовнішній поверхні циліндра розташовані практично рівномірно 7 термопар 5, показання яких знімають за допомогою потенціометра чи мілівольтметра 7, використовуючи перемикач 6 для перемикання на потрібну термопару.

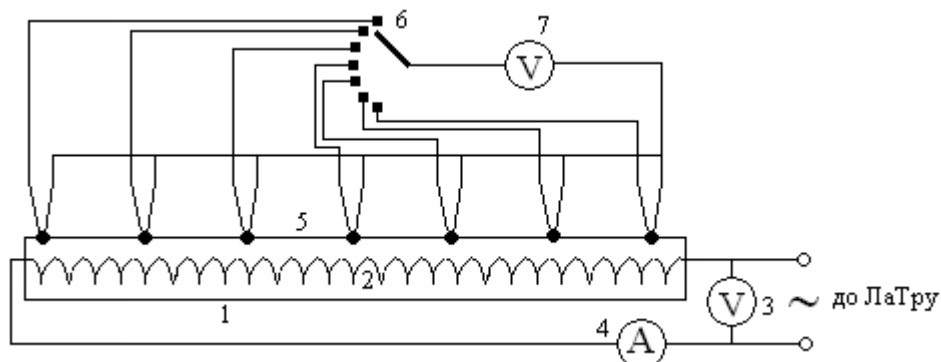
Основною метою роботи є визначення при природній конвекції залежності критерію Нуссельта від критерію Грасгофа у вигляді:

$$Nu = A \cdot Gr^n. \quad (6)$$

Для визначення критерія Нуссельта визначають коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  з умови стаціонарності теплових потоків:

$$IU = \alpha S(T - T_0), \quad (7)$$

де  $S$  – площа бічної поверхні циліндра;  $I$ ,  $U$  – сила струму, що проходить через



**Рис.3.** Експериментальна установка для вивчення впливу природної конвекції на теплообмін циліндрів.

спіраль накаливання, і напруга на її кінцях;  $T$ ,  $T_0$  – температура циліндра і навколишнього середовища, відповідно.

Як вказувалося раніше, критерії Нуссельта і Грасгофа визначаються за формулами (1) та (3).

Для повітря і інших газів температурний коефіцієнт об'ємного розширення  $\beta$  можна прийняти рівним  $1/273$ , як для ідеальних газів.

Для визначення коефіцієнтів  $A$  і  $n$  в залежності (6) при різних стаціонарних температурах циліндра будують графік  $\ln Nu = \varphi(\ln Gr)$ . Дана залежність є лінійною. Кутовий коефіцієнт є  $n$ , а точка перетину графіка з віссю ординат дасть  $\ln A$ .

### **Порядок виконання роботи:**

1. Перевіряємо, що покажчик на ЛАТРі виставлений на нуль. Вмикаємо ЛАТР. Вимірюємо температуру повітря.

2. Виставляємо за допомогою обертання покажчика на ЛАТРі напругу на кінцях нитки 20 В.

3. Через кожних 5 хвилин записуємо покази 7 термопар до тих пір, поки не встановиться стаціонарний режим. Записуємо температуру повітря в кімнаті  $T_0$ .

4. Вимірюємо силу струму  $I$ , що протікає через нитку.

5. Виконуємо аналогічні вимірювання при 30 і 40 В.

6. Для кожного стаціонарного режиму знаходимо середню температуру циліндра по результатам вимірів 7 термопар.

7. Для вказаних стаціонарних режимів нагрівання визначаємо коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha$  згідно формули (7) і розраховуємо критерії Нуссельта і Грасгофа за формулами (1) і (3). При цьому необхідно враховувати температурні залежності коефіцієнтів теплопровідності і в'язкості:

$$\lambda(T) = 0.0224 \left( \frac{T + T_0}{2 \cdot 273} \right)^{0.82} ; \quad \nu(T) = 15 \cdot 10^{-6} \left( \frac{T + T_0}{2 \cdot 273} \right)^{1.75} .$$

8. Будуємо графік залежності  $Nu=f(Gr)$  при різних потужностях нагрівання. З графіку визначаємо коефіцієнти  $A$  і  $n$  залежності (6).

9. Побудувати залежність  $T(t)$  для нагрівів при різних напругах.

### **Питання для самоконтролю:**

1. Чому виникає вільна (природна) конвекція? Наведіть приклади.
2. Які бувають режими вільної конвекції? Від чого залежить їх реалізація?
3. Які критерії подібності потрібні для визначення теплообміну при природній конвекції? Що вони показують?
4. Чому для отримання шуканої залежності в даному методі необхідно вимірювати різницю температур протягом певного часу?

## Лабораторна робота №9

### Вивчення кінетики випаровування краплин рідини

**Мета роботи:** Експериментально визначити константу випаровування крапель води та етилового спирту і визначити їх коефіцієнти дифузії в повітрі.

**Обладнання:** Інтегральна термопара, АЦП чи мікроамперметр, веб-камера, мікроскоп, мікрометр, комп'ютер, лінійка, психрометр, шприц, ємності з дистильованою водою та етиловим спиртом, годинник.

**Загальні теоретичні відомості.** При випаровуванні краплі її рівноважна температура випаровування менша за температуру її кипіння та температуру газового середовища (за умови відсутності хімічних реакцій на поверхні краплі). Тому кількість тепла, що йде на випаровування краплі, визначається теплом, що надходить від більш нагрітого газового середовища та описується законом Фур'є

$$I \cdot L = 4\pi r^2 \lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial r} \right|_{r=r_s}, \quad (1)$$

$$I = -\frac{dm}{dt},$$

де  $I$  – масова швидкість випаровування краплі, кг/с;  $t$  – час, с;  $L$  – питома теплота пароутворення, Дж/кг;  $\lambda_g$  – коефіцієнт теплопровідності газу, Вт/м К;  $T_g$  – температура газу, К;  $r_s$  – радіус краплі, м.

При випаровуванні на поверхні краплі з'являється пара рідини. В результаті виникає стефанівська течія, яка направлена від поверхні краплі і намагається віддалити утворені газоподібні маси від краплі. Масова швидкість стефанівської течії визначається масовою швидкістю випаровування краплі: чим швидше з'являється на поверхні пара рідини, тим швидше вона буде віддалятися від поверхні. Тому величина швидкості стефанівської течії визначається тільки температурою краплі.

Для визначення градієнту температури газу біля поверхні краплі необхідно розв'язати рівняння теплопровідності з врахуванням стефанівської течії:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( 4\pi r^2 \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} (I_c T_g). \quad (2)$$

Використовуємо граничні умови:

1) на поверхні краплі температура газу дорівнює рівноважній температурі випаровування:

$$r = r_s \quad T_g = T_s.$$

2) на границі приведеної плівки температура газу дорівнює температурі середовища

$$r = r_f \quad T_g = T_{g\infty}.$$

Тут  $r_f$  – радіус приведеної плівки, який визначається впливом вимушеної і природної конвекції через число Нуссельта:

$$r_f = r_s \left(1 - \frac{2}{Nu}\right)^{-1}.$$

Взявши перший інтеграл від (2) і визначивши константу інтегрування з (1), отримаємо

$$4\pi r^2 \lambda_g \frac{\partial T_g}{\partial r} = I \left( L + c_g (T_g - T_s) \right).$$

Взявши інтеграл в межах приведеної плівки, отримаємо вираз для масової швидкості випаровування:

$$I = \frac{4\pi r_s \lambda_g}{c_g (1 - r_s / r_f)} \ln \left[ 1 + \frac{c_g (T_g - T_s)}{L} \right],$$

або

$$- \frac{dm}{dt} = \frac{2\pi r_s \lambda_g Nu}{c_g} \ln \left[ 1 + \frac{c_g (T_g - T_s)}{L} \right]. \quad (3)$$

Величина потоку тепла, який витрачається на випаровування крапель рідини в повітрі, є добутком питомої теплоти пароутворення і знайденої швидкості випаровування (3), тобто  $IL$ .

Зміну маси краплі визначимо як:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{4}{3} \pi r_s^3 \rho \right) = 4\pi r_s^2 \rho \frac{dr_s}{dt}, \quad (4)$$

де  $\rho$  – густина краплі.

Підстановка (4) в (3) дає змогу отримати швидкість зміни радіуса краплі:

$$-4\pi r_s^2 \rho \frac{dr_s}{dt} = \frac{2\pi r_s \lambda_g Nu}{c_g} \ln \left[ 1 + \frac{c_g (T_g - T_s)}{L} \right].$$

Зробивши заміну радіуса частинки на діаметр краплі  $d = 2r_s$ , отримаємо закон Срезневського:

$$- \frac{d(d^2)}{dt} = \frac{8\lambda_g}{\rho c_g} \frac{Nu}{2} \ln \left[ 1 + \frac{c_g (T_g - T_s)}{L} \right], \quad - \frac{d(d^2)}{dt} = K_h \quad (5)$$

**Закон Срезневського** стверджує, що швидкість зменшення квадрату діаметру краплі (площі поверхні краплі) не залежить від початкового діаметру і являється сталою величиною.

Для випадку  $c_g (T_g - T_s) \ll L$ , що виконується в багатьох випадках, вираз (5) спрощується

$$- \frac{d(d^2)}{dt} = K_h = \frac{8\lambda_g}{\rho c_g} \frac{Nu}{2} (T_g - T_s). \quad (5')$$

Величина  $K_h$  носить назву сталої швидкості випаровування.

Навколо поверхні краплі при випаровуванні з'являється пара, яка за рахунок співударяння з молекулами щільного газового середовища утворює прошарок насиченої пари. Швидкість дифузії пари з поверхні в оточуюче середовище описується законом Фіка:

$$I = -4\pi r^2 D \rho_g \left. \frac{dY}{dr} \right|_{r=r_s} + 4\pi r^2 U \rho_g Y \Big|_s, \quad (6)$$

де  $D$  – коефіцієнт дифузії парів рідини в повітрі, м<sup>2</sup>/с;  $Y$  – відносна масова концентрація парів,  $U$  – швидкість стефанівської течії, м/с.

Потік молекул газового середовища до поверхні з оточуючого середовища в результаті концентраційної дифузії урівноважується потоком стефанівської течії

$$0 = -4\pi r^2 D_o \rho_g \left. \frac{dY_o}{dr} \right|_{r=r_s} + 4\pi r^2 U \rho_g Y_o \Big|_s, \quad (7)$$

де  $D_o$  – коефіцієнт дифузії молекул газу в повітрі, м<sup>2</sup>/с;  $Y_o$  – відносна масова концентрація газу в суміші парів рідини - газ.

Стефанівська течія така, що в будь-якій точці газу тиск не змінюється і сума відносних масових концентрацій  $Y + Y_o = 1$ . Вважаючи, що коефіцієнти дифузії практично рівні  $D = D_o$ , сумуючи (6) та (7) отримаємо, що швидкість стефанівської течії на поверхні частинки дорівнює:

$$I = 4\pi r_s^2 U_s \rho_{gs} = 4\pi r_s^2 U \rho_g.$$

Таким чином, швидкість дифузії пари з поверхні в оточуюче середовище (6) описується:

$$I = -4\pi r^2 D \rho_g \left. \frac{dY}{dr} \right|_{r=r_s} + I Y_s. \quad (8)$$

Для визначення градієнту концентрації необхідно розв'язати рівняння дифузії з врахуванням стефанівської течії в газі:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( 4\pi r^2 D \rho_g \frac{\partial Y}{\partial r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} (4\pi r^2 U \rho_g Y) = \frac{\partial}{\partial r} (I Y)$$

з граничними умовами:

- 1) на поверхні частинки концентрація пари є насиченою  $Y(r = r_s) = Y_s$ ,
- 2) на межі приведеної плівки концентрація пари  $Y(r = r_f) = Y_\infty$ .

В результаті інтегрування в межах приведеної плівки і використавши (8), маємо вираз для масової швидкості випаровування:

$$I = \frac{4\pi r_s D \rho_g}{(1 - r_s/r_f)} \ln \left( \frac{1 - Y_\infty}{1 - Y_s} \right),$$

або

$$I = 2\pi r_s D \rho_g Nu \ln \left( \frac{1 - Y_\infty}{1 - Y_s} \right). \quad (9)$$

Для випадку  $Y_\infty \ll 1$  та  $Y_s \ll 1$  вираз (9) спрощується і отримуємо формулу Максвелла:

$$I = 2\pi r_s D \rho_g Nu (Y_s - Y_\infty).$$

Підстановка (4) в (9) дає змогу отримати швидкість зміни радіусу краплі:

$$-4\pi r_s^2 \rho \frac{dr_s}{dt} = 2\pi r_s D \rho_g Nu \ln \left( \frac{1 - Y_\infty}{1 - Y_s} \right).$$

Зробивши заміну радіусу на діаметр краплі  $d = 2r_s$ , отримаємо закон Срезневського:

$$-\frac{d(d^2)}{dt} = K_D = \frac{4D\rho_g Nu}{\rho} \ln \left( \frac{1 - Y_\infty}{1 - Y_s} \right). \quad (10)$$

Для випадку  $Y_\infty \ll 1$  та  $Y_s \ll 1$  закон Срезневського (10) спрощується

$$-\frac{d(d^2)}{dt} = k_D = 4D Nu \frac{\rho_g}{\rho} (Y_s - Y_\infty). \quad (10')$$

Величина  $K_D$ , так як і  $K_h$ , носить назву сталої швидкості випаровування. Отже, для перевірки експериментального значення константи випаровування можна розрахувати  $K_D$  і  $K_h$  (з дифузійної і теплової моделі, відповідно).

Однак для розрахунку вище вказаних констант випаровування необхідно визначити рівноважну температуру краплі рідини і концентрацію пари на поверхні краплі.

Для визначення рівноважної температури краплі рідини, що випаровується, прирівняємо (5') та (10')

$$\frac{\lambda_g}{L} (T_g - T_s) = D \rho_g (Y_s - Y_\infty). \quad (11)$$

Залежність концентрації насиченої пари від температури  $Y_s(T_s)$  отримаємо, використавши залежність тиску насиченої пари від температури (закон Клаузіуса-Клапейрона) та рівняння стану (закон Менделєєва-Клапейрона):

$$Y_s = \frac{p M_p}{\rho_g R T}, \quad p = A \exp \left( -\frac{L M_p}{R T} \right),$$

де  $M_p$  – молярна маса водяної пари, кг/моль;  $p$  – тиск насиченої пари, Па.

Константу  $A$  знаходиться з умови, що при температурі кипіння тиск насиченої пари дорівнює атмосферному тиску. Тому концентрація насиченої пари на поверхні краплі визначається за формулою:

$$Y_s = \frac{p_0 M_p}{\rho_g R T_s} \exp \left( \frac{L M_p}{R} \left( \frac{1}{T_{кин}} - \frac{1}{T_s} \right) \right), \quad (12)$$

де  $p_0$  – атмосферний тиск, Па. Зазначимо, що повітря за межами приведеної плівки знаходиться теж при атмосферному тиску, тому:

$$p_0 = \frac{\rho_g}{M_g} R T_{g\infty}.$$

Остаточний вираз для відносної концентрації насиченої водяної пари на поверхні краплі має вигляд:

$$Y_s = \frac{M_p T_{g\infty}}{M_g T_s} \exp\left(\frac{LM_p}{R} \left(\frac{1}{T_{кин}} - \frac{1}{T_s}\right)\right). \quad (12)$$

Підставляючи (12) в (11), отримуємо трансцендентне рівняння для розрахунку рівноважної температури випаровування краплі:

$$T_s = T_g - \frac{D\rho_g L}{\lambda_g} \left(\frac{M_p T_{g\infty}}{M_g T_s} \exp\left(\frac{LM_p}{R} \left(\frac{1}{T_{кин}} - \frac{1}{T_s}\right)\right) - Y_\infty\right). \quad (13)$$

Для визначення часу випаровування краплі рідини проінтегруємо вираз (5) або (8). Тоді для краплі початкового діаметру  $d_0$  час випаровування  $t_{вип}$  :

$$t_{вип} = d_0^2/K_h \quad \text{або} \quad t_{вип} = d_0^2/K_D.$$

Підставляючи константи випаровування, по тепловій та дифузійній моделям отримуємо:

$$t_{вип} = \frac{d_0^2 \rho c_g}{4\lambda_g Nu \ln\left(1 + \frac{c_g(T_g - T_s)}{L}\right)} \quad \text{і} \quad t_{вип} = \frac{d_0^2 \rho}{4D\rho_g Nu \ln\left(\frac{1-Y_\infty}{1-Y_s}\right)}. \quad (14)$$

### Приклад розрахунку.

Розрахуємо час випаровування краплі води початкового діаметру 0.1мм. Необхідні для розрахунків довідникові дані:  $\rho = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $L = 2.4$  МДж/кг;  $M_p = 18$  кг/кмоль;  $M_g = 29$  кг/кмоль;  $\rho_g = \rho_{g0} \frac{T_0}{T_{g\infty}}$ ,  $\lambda_g = \lambda_{g0} \left(\frac{T_{g\infty}}{T_0}\right)^{0.75}$ ,  $D = D_0 \left(\frac{T_{g\infty}}{T_0}\right)^{1.8}$ ,  $T_{кин} = 373$ К. При  $T_0 = 273$ К  $\rho_0 = 1.293$  кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda_{g0} = 2.43 \cdot 10^{-2}$  Вт/м К,  $D_0 = 0.216 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с.

Розрахунки для  $T_{g\infty} = 293$  К дають наступні значення  $\lambda_g = 2.38 \cdot 10^{-2}$  Вт/(м·К);  $\rho_g = 1.2$  кг/м<sup>3</sup>;  $D = 0.24 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>/с.

а) знаючи відносну вологість  $\phi$  та температуру повітря  $T_{g\infty}$ , знайдемо  $Y_\infty$  концентрацію водяного пару в повітрі. Розрахуємо по формулі (12):

$$Y_s(T_{g\infty}) = \rho_g \frac{M_p}{M_g} \exp\left(\frac{LM_p}{R} \left(\frac{1}{T_{кин}} - \frac{1}{T_{g\infty}}\right)\right).$$

$$Y_s(T_{g\infty}) = \frac{1.2 \cdot 18}{29} \exp\left(\frac{2.4 \cdot 10^6 \cdot 18 \cdot 10^{-3}}{8.31} \left(\frac{1}{373} - \frac{1}{293}\right)\right) = 16.57 \cdot 10^{-3} \text{ (кг/м}^3\text{)}.$$

Тоді  $Y_\infty = 0.4 \cdot 16.57 \cdot 10^{-3} = 6.62$  кг/м<sup>3</sup>.

б) Знайдемо рівноважну температуру випаровування, вирішуючи трансцендентне рівняння (13). Отримуємо  $T_{gs} = 284.9$  К.

в) По формулі (12) розрахуємо концентрацію насиченої пари при температурі випаровування  $Y_{\infty}(T_s) = 10 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$ .

г) По формулам (5) та (10) знаходимо сталу швидкості випаровування:

$$K_h = \frac{8 \cdot 2.38 \cdot 10^{-2} (293 - 284.9)}{1000 \cdot 2.4 \cdot 10^6} = 6.42 \cdot 10^{-10} (\text{м}^2 / \text{с}),$$

$$K_D = \frac{8 \cdot 0.24 \cdot 10^{-4} (10 \cdot 10^{-3} - 6.62 \cdot 10^{-3})}{1000} = 6.49 \cdot 10^{-10} (\text{м}^2 / \text{с}).$$

д) по формулі (14) розрахуємо час випаровування краплі води  $t_{\text{вип}} = 1556 \text{ с}$  по тепловій моделі та  $t_{\text{вип}} = 1541 \text{ с}$  по дифузійній моделі.

**Похибка, пов'язана з відводом тепла по терморарі.** Найбільш точні вимірювання швидкості випаровування крапель проведені на порівняно великих (близько 1 мм) краплях, підвішених на тонких нитках. Нехтувати відведенням тепла через нитку при випаровуванні крапель летючих рідин, особливо при підвішуванні їх на терморарі, у жодному випадку не можна.

Позначимо через  $r_m$  – радіус нитки, через  $x$  – відстань від даного поперечного перетину нитки до краплі, через  $\lambda_m$  – теплопровідність матеріалу нитки, через  $\theta$  – різницю температур нитки і середовища. Якщо прийняти в першому наближенні, що в кожному поперечному перетині нитки температура стала по всьому перетину, то диференціальне рівняння теплопровідності набуває простої форми

$$\lambda_m \frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{2\alpha}{r_m} (T_s - T_g),$$

$$T(x=0) = T_s, \quad T(x=\infty) = T_g.$$

Тут  $T_s$  – температура поверхні краплі.

Розв'язок цього рівняння має вигляд:

$$T = T_g + (T_s - T_g) \exp \left[ -\sqrt{\frac{2\alpha r_m}{\lambda_m}} \frac{x}{r_m} \right].$$

Кількість тепла, що надходить до краплі через нитку за одиницю часу, знаходиться як:

$$Q_m = \pi r_m^2 \lambda_m \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x=0} = \pi r_m \lambda_m \sqrt{\frac{2\alpha r_m}{\lambda_m}} (T_g - T_s).$$

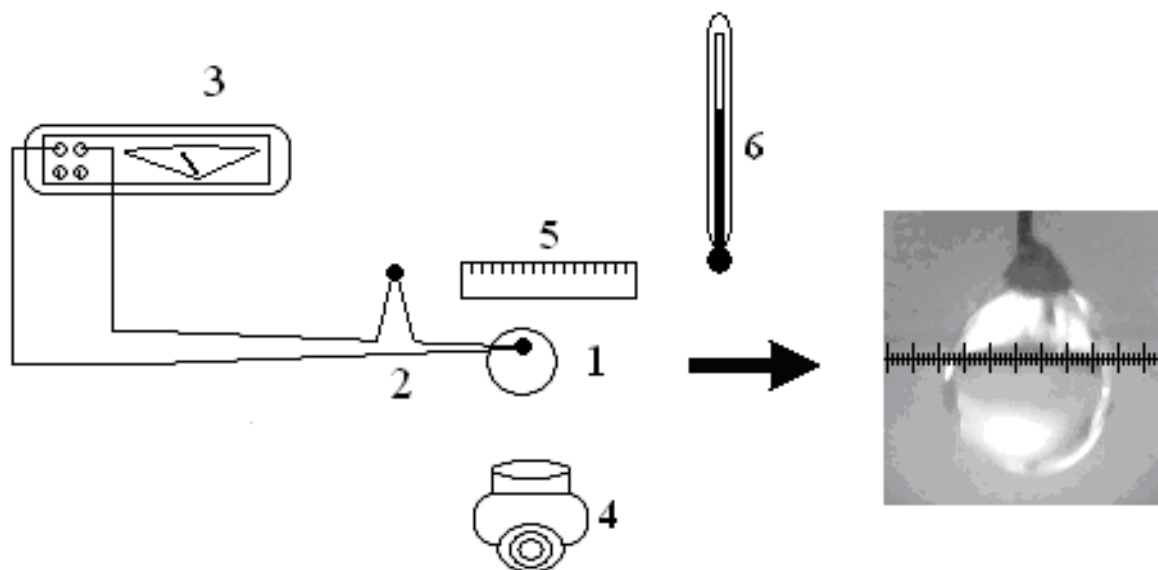
Відношення цієї кількості теплоти  $Q_m$  до основного потоку тепла через газ  $Q$  рівне:

$$\frac{Q_m}{Q} = \frac{r_m}{r_s} \sqrt{\frac{\lambda_m}{\lambda_g}} Nu_m, \quad (15)$$

$$Q = 4\pi r_s \lambda_g (T_g - T_s), \quad \alpha = \frac{\lambda_g Nu_m}{2r_m}.$$

Отже, чим більший радіус дротиків термопарі і чим з більш теплопровідної речовини вони зроблені, тим більше похибка вимірювання константи випаровування.

**Експериментальна частина.** Для експериментального дослідження кінетики випаровування краплі використовується експериментальна установка, яка дозволяє вимірювати температуру та діаметр краплі в процесі її випаровування (рис.1). Крапля рідини 1 навішується на спай диференційної хромель-алюмелевої термопарі 2. Діаметри спаю термопарі та термоелектродів вимірюють за допомогою



**Рис. 1.** Блок - схема експериментального стану: 1 – крапля; 2 – термопара; 3 – міліамперметр; 4 – оптичний мікроскоп, 5 – лінійка; 6 – ртутний термометр.

мікрометра.

Сигнал від термопарі поступає на міліамперметр 3.

Зміна розміру краплі в процесі випаровування спостерігають в окуляр оптичного мікроскопа зі збільшенням в 40 разів. Для отримання зображення в окулярі мікроскопа краплю необхідно тільки під час вимірювання освітити її за допомогою освітлювача.

Температура повітря вимірюється ртутним термометром 6, а час випаровування – за допомогою секундоміра.

### **Порядок виконання роботи:**

1. Встановити ціну поділки окулярної шкали. Для цього необхідно отримати при заданому збільшенні мікроскопа чітке зображення шкали міліметрової лінійки. Відстань між правими чи лівими краями сусідніх поділок є відстань в 1 мм.
2. Виміряти діаметр спаю і дротів термопарі. Встановити чітке зображення спаю термопарі в окулярі мікроскопа.

3. За допомогою шприца, навісити на спай термопари краплю води. Одночасно Через кожні 5 хвилин з початку досліду виміряти зміну діаметру в поділках окулярної шкали і міліметрах. Повторити дослід ще для двох крапель води.
4. Виміряти за допомогою термометра температуру повітря та різницю температур краплі і повітря за допомогою мілівольтметра. По значенням температури краплі і повітря визначити відносну вологість повітря (табл.1). Можна і навпаки за допомогою психрометра чи гігрометра визначити відносну вологість і потім різницю температур повітря і краплі.

Табл.1. Психометрична таблиця

Покази сухого термометра		Різниця показів сухого і вологого термометрів											
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
К	°С	Відносна вологість, %											
273	0	100	82	63	45	28	11						
274	1	100	83	65	48	32	16						
275	2	100	84	68	51	35	20						
276	3	100	84	69	54	39	24	10					
277	4	100	85	70	56	42	28	14					
278	5	100	86	72	58	45	32	19	6				
279	6	100	86	73	60	47	35	23	10				
280	7	100	87	74	61	49	37	26	14				
281	8	100	87	75	63	51	40	28	18	7			
282	9	100	88	76	64	53	42	31	21	11			
283	10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	4		
284	11	100	88	77	66	56	46	36	26	17	8		
285	12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11		
286	13	100	89	79	69	59	49	40	31	23	14	6	
287	14	100	90	79	70	60	51	42	33	25	17	9	
288	15	100	90	80	71	61	52	44	36	27	20	12	5
289	16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22	15	8
290	17	100	90	81	72	64	55	47	39	32	24	17	10
291	18	100	91	82	73	64	56	48	41	34	26	20	13
292	19	100	91	82	74	65	58	50	43	35	29	22	15
293	20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30	24	18
294	21	100	91	83	75	67	60	52	46	39	32	26	20
295	22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34	28	22
296	23	100	92	84	76	69	61	55	48	42	36	30	24
297	24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37	31	26
298	25	100	92	84	77	70	63	57	50	44	38	33	27
299	26	100	92	85	78	71	64	58	51	45	40	34	29
300	27	100	92	85	78	71	65	59	52	47	41	36	30
301	28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42	37	32
302	29	100	93	86	79	72	66	60	54	49	43	38	33
303	30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44	39	34

5. Побудувати залежність зменшення квадрату діаметру краплі з часом. Знайти, як тангенс кута нахилу, константу випаровування води. За формулою (5') і

знайденими значеннями температури краплі розрахувати константу випаровування і порівняти з експериментальним значенням. Розрахувати час випаровування краплі для будь-якого з трьох дослідів.

6. Розрахувати відносні масові концентрації водяної пари на поверхні краплі і в повітрі. Використовуючи формулу (10') розрахувати коефіцієнт дифузії водяної пари в повітрі.
7. Розрахувати за формулою (15) частку тепла, що відводиться через дроти термопари, враховуючи, що два дротики термопари різного матеріалу (хромель  $\lambda = 16$  Вт/(м<sup>2</sup>К), алюмель  $\lambda = 17.6$  Вт/(м<sup>2</sup>К) при 20°C).
8. Повторити досліди для випаровування краплі етилового спирту C<sub>2</sub>H<sub>5</sub>OH. Вимірювання проводити через кожну хвилину на протязі 5 хвилин. Для розрахунку використати наступні фізичні властивості: молярна маса 0.046 кг/моль, температура кипіння 78.4 °C, питома теплота пароутворення 840 кДж/кг, густина рідини 790кг/м<sup>3</sup>.

### **Питання для самоконтролю:**

1. Як веде себе температура краплі, що випаровується, по відношенню до температури повітря? Чому? За рахунок чого береться тепло, потрібне для випаровування краплі?
2. Запишіть закон Фіка. Що таке стефанівська течія?
3. Що таке питома теплота пароутворення? Запишіть закон Клапейрона-Клаузіуса.
4. Що таке абсолютна і відносна вологість? Як їх можна розрахувати? Що таке насичена пара?
5. Поясніть закон Срезневського. Від чого залежить константа випаровування?
6. Як врахувати тепло, що віддається по дротам термопари? Що потрібно зробити для зменшення цих тепловтрат?

### Лабораторна робота №10.

#### **Градування реометра. Тепловіддача дротиків і циліндрів при вимушеній конвекції.**

**Завдання:** Побудувати градуйовані графіки залежностей витрати газу за одиницю часу від перепаду тиску до і після діафрагми. Визначити критеріальну залежність між критеріями Нуссельта і Рейнольдса при вимушеній конвекції на тонкому металевому дротику.

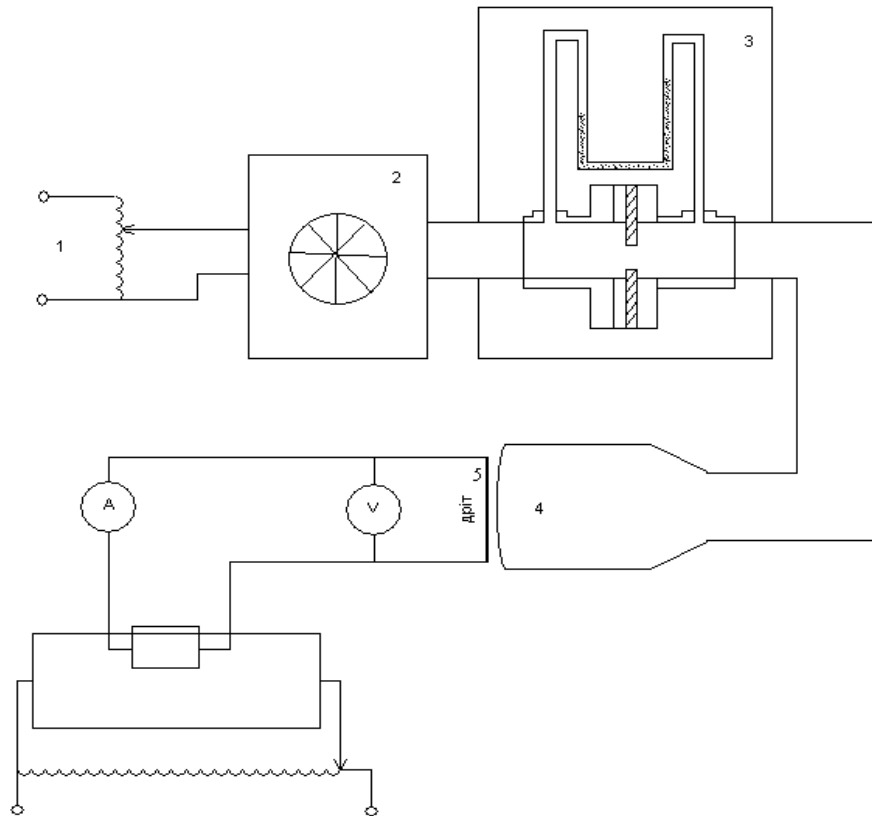
**Обладнання:** повітряний компресор, ЛАТР, реометр зі змінними діафрагмами, газовий лічильник, термоанемометр, джерело постійного струму, амперметр, вольтметр, тонкий металевий дротик.

**Загальні теоретичні положення.** Теплообмін в рухомому середовищі залежить від багатьох чинників. При визначенні коефіцієнта тепловіддачі слід враховувати форму, розмір і температуру поверхні нагріву, швидкість, характер руху, температуру і фізичні властивості робочої рідини, а також ряд інших чинників. В більшості випадків деякі фізичні параметри є змінними і залежними від інших змінних. Розв'язок проблеми, в першу чергу, зводиться до встановлення функціональної залежності між фізичними змінними, які змінюються і в часі, і в просторі. Наприклад, при конвективному теплообміні між температурним і швидкісним полями існує тісний взаємозв'язок. З одного боку, в потоці рідини поле температури залежить від швидкісного поля і його змін. З другого боку, зі зміною температури істотно змінюється в'язкість, а також інші фізичні властивості рідини, що викликає зміну швидкісного поля.

Нехай є стаціонарний потік газу, що обтікає нерухомий довгий циліндр, твірна якого перпендикулярна швидкості потоку (рис. 1). Припустимо, що циліндр віддає тепло потоку (дріт, що нагрівається електричним струмом, труба підігрівається газом, що протікає всередині неї). Навколо нагрітого циліндру встановлюється поле швидкостей і поле температур. Практично важливим питанням є питання про кількість тепла, що відноситься потоком з одиниці поверхні циліндру при даній швидкості потоку.

На ряду з вимушеною конвекцією існує і природна (вільна конвекція). Для розрахунку середніх коефіцієнтів тепловіддачі при вільному ламінарному русі біля горизонтальних дротиків необхідно приблизно знати величину комплексу  $Gr \cdot Pr$ . Для тонкого дротика ( $d = 0.2-2$  мм) умови тепловіддачі своєрідні. Оскільки поверхня дроту мала, то і кількість переданої теплоти незначна. При малих температурних перепадах навколо дроту утворюється нерухома плівка нагрітого повітря. Цей режим називається плівковим. Плівковий режим спостерігається при числах  $Gr \cdot Pr < 1$ . Тому надалі природну конвекцію враховувати не будемо.

При вимушеній конвекції існує декілька залежностей між критерієм Нуссельта та іншими критеріями, які в однакових інтервалах зміни числа Рейнольда мають різні залежності. Одна з узагальнених залежностей між критеріями подібності виконується при  $5 < Re < 80$ :



**Рис.1.** Принципова схема дослідної установки для вивчення процесу охолодження дроту в потоці. 1 – ЛАТР, 2 – компресор, 3 – реометр, 4 – сопло, 5 – металевий дріт.

$$Nu = 0.89 Re^{0.4} Pr^{0.3}.$$

А.Жукаускасом для  $5 < Re < 1000$  була запропонована наступна залежність:

$$Nu = 0.5 Re^{0.5} Pr^{0.38}.$$

Залежність для критерію Нуссельта, що виконується при  $0.1 < Re < 4$ :

$$Nu = 0.99 Re^{0.305} Pr^{0.33},$$

і при  $8 < Re < 1000$ :

$$Nu = 0.59 Re^{0.47} Pr^{0.33}.$$

Для визначення швидкості потоку можна використати зв'язок середньої швидкості потоку в трубі з його об'ємною витратою:  $u = W/S$ , де  $S$  – площа перерізу труби.

Реометр і манометр з рідинним наповненням служать для вимірювання витрати повітря і визначення швидкостей газових потоків в лабораторних умовах. Прилад заснований на зв'язку між швидкістю потоку і статичним тиском в трубі змінного перетину, що виражається рівнянням Бернуллі. Згідно рівнянню Бернуллі витрата газу через трубу із змінним перетином пов'язана з перепадом тиску між двома фіксованими перетинами наступним наближеним співвідношенням:

$$W = \varepsilon S \sqrt{\frac{2}{\rho_g} (p_1 - p_2)} = k \sqrt{\frac{2}{\rho_g} (p_1 - p_2)}, \quad (1)$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт стисливості газу при проходженні через діафрагму (звуження),  $k = \varepsilon S$  – стала діафрагми.

З (1) видно, що кількість газу, що проходить через прилад, пропорційна квадратному кореню з перепаду тиску, визначуваного за шкалою манометра, і залежить від густини газу.

Зазвичай, градууючи прилад, поступають таким чином: для кожного перепаду тиску визначають витрату газу не по формулі (1), а за допомогою якого-небудь газового лічильника. Потім будують криві  $W = f(\Delta P)$  для діафрагми.

Швидкість потоку можна вимірювати і за допомогою термоанемометру. Принцип дії і пристрій термоанемометра засновані на відомому фізичному ефекті зміни температури нагрітого провідника із струмом, поміщеного в потік, при зміні швидкості його обтікання. Основним елементом цього приладу є дротяний (або плівковий) датчик. У **термоанемометрах постійного струму** (рис. 2) сила струму, що протікає в колі чутливого елемента перетворювача, залишається незмінною при різних швидкостях течії. Живлення моста в такому термоанемометрі здійснюється за допомогою джерела з дуже великим внутрішнім опором, що забезпечує постійність величини струму при зміні опору чутливого елемента.

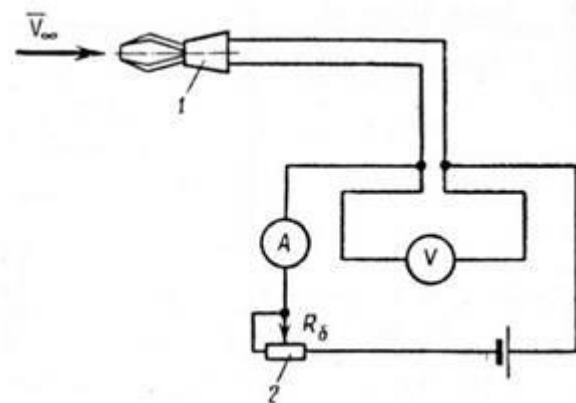
Чутливим елементом термоанемометра часто є нагрітий дріт або поверхня, наприклад, з платини або вольфраму. Нагрів елемента, зазвичай, здійснюється постійним струмом, що проходить через нього, або струмом, що проходить через нього з підтримкою постійної температури елемента. Дріт промислових термоанемометрів для газових вимірювань має 4-10 мкм в діаметрі і 1 мм довжини. Іноді дріт може бути у вигляді нитки з нікелю, вольфраму або з платини завдовжки 3-12 мм і діаметром 0.005-0.15 мм, укріпленою на тонких електропровідних стрижнях.

У сталому потоці тепловіддача з поверхні датчика дорівнюватиме кількості Джоулева тепла, що виділяється в провіднику з електричним струмом:

$$Q = I^2 R t,$$

де  $I, R$  – сила струму і опір датчика, відповідно. Під час досліду сила струму підтримується сталою, і по зміні опору можна судити про швидкість набігаючого потоку. Початковий струм, відповідний положенню нерухомого в газі датчика, встановлюється за допомогою баластного змінного резистора, а під час досліду, при різних швидкостях потоку, реєструються показами вольтметра. Характер залежності цих показань від швидкості потоку визначається фізичним ефектом залежності опору провідника від його температури. Остання пов'язана зі швидкістю охолодження датчика набігаючим потоком і пропорційна швидкості останнього.

При постійному струмі збільшення швидкості потоку викликає зниження електричного опору датчика і, отже, зменшення величини падіння напруги на ньому.



**Рис.2.** Термоанемометр, виконаний по схемі постійного струму: 1 – датчик; 2 – баластний резистор.

**Визначення залежності критерію Нуссельта від критерію Рейнольдса.** Якщо швидкість потоку дорівнює нулю, то коефіцієнт тепловіддачі, що характеризує кількість тепла, яке віддає нитка за одиницю часу при природній конвекції, визначається згідно закону Ньютона:

$$Q = \alpha S(T - T_0),$$

де  $Q = IU$ ,  $S$  – поверхня дроту,  $T$  – температура дроту,  $T_0$  – температура навколишнього середовища. Тоді:

$$\alpha(u = 0) = \frac{IU}{S(T - T_0)}. \quad (2)$$

Тепер ввімкнемо газовий потік. Нехай швидкість потоку буде  $u_1$ . Збільшуємо силу струму до  $I_1$  так, щоб опір нитки, і, як наслідок, її середня температура залишалась без змін, тобто  $R$  і  $T$ . Тоді значення коефіцієнта тепловіддачі за рахунок тільки вимушеної конвекції буде дорівнювати

$$\alpha(u = u_1) = \frac{(I_1 U_1 - IU)}{S(T - T_0)}. \quad (3)$$

Маючи значення коефіцієнта тепловіддачі  $\alpha$  для різних швидкостей потоку, можна обчислити параметри в залежності критерію Нуссельта від критерію Рейнольдса  $Nu = A Re^n$  графічною побудовою кривої:

$$\ln(Nu) = n \ln(Re) + \ln A,$$

де  $A$  – стала для даного газу і даного циліндра (дротика). Тут  $Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda_g}$ ,

$Re = \frac{u \cdot d}{\nu_g}$ ,  $\lambda_g$  і  $\nu_g$  – коефіцієнти теплопровідності і кінематичної в'язкості повітря при середній температурі дротика і навколишнього середовища.

Ділянка цієї кривої, в якій  $n$  має постійне значення, тобто прямолінійна ділянка, буде визначати область застосування принципів динамічної та теплової подібності для двох схожих систем.

### **Опис експериментальної установки.**

Принципова схема приладу приведена на рис. 1. Реометр 3 є роз'ємною трубкою з двома фланцями, між якими поміщається діафрагма. Реометр укріплений на підставці і сполучений з U – подібним манометром, що вимірює перепад тиску по обидві сторони діафрагми. Реометр сполучений з повітряним компресором 2 через газовий лічильник, по якому визначається витрата повітря. Обороти повітряної машини регулюється ЛАТРОМ 1.

Для вивчення теплообміну металевого дроту в потоці використана електрична схема з стабілізацією сили струму.

### **Порядок виконання роботи і обробка результатів.**

1. Перевірити збіг нульової поділки шкали з рівнем рідини в скляній трубці манометра. При невідповідності рівня з нульовою поділкою шкали додати рідини в манометр.

2. Встановити діафрагму з певним отвором.

3. Включити повітродувку, задавши ЛАТРом такий режим роботи, щоб  $\Delta D=10$  мм водяного стовпа. При сталому перебігу газу секундоміром виміряти час одного повного обороту стрілки газового лічильника, відповідного  $5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  повітря. Визначити витрату газу за одиницю часу як  $W = 5 \cdot 10^{-3} / t$ ,  $\text{м}^3/\text{с}$ .

5. Збільшуючи перепад тиску на 10 мм, визначити витрату газу за одиницю часу аж до  $\Delta D=250$  мм водяного стовпа.

6. Результати вимірювань занести в таблицю 1:

**Табл. 1.** Таблиця для запису результатів вимірювання

$W$ , $\text{м}^3/\text{с}$							
$\Delta D$ , мм. вод.ст	10	20	30	40	50	60	70
$u$ , м/с (розрахунок)							
$u$ , м/с (термоанемометр)							

7. Для визначення постійної  $k$  для кожної діафрагми графічно представити отримані дані в координатах

$$W = f \left( \sqrt{\frac{2}{\rho_g} (p_1 - p_2)} \right).$$

8. Зняти газовий лічильник. Розрахувати швидкість потоку на виході труби з поперечним перерізом  $S$  при різних напорах тиску. Порівняти отримані значення  $s$  показами термоанемометру.

9. Нагріти металевий дріт до певної температури, коли він ще не світиться. Визначити коефіцієнт тепловіддачі за формулою (2). При різних швидкостях повітряного потоку знайти коефіцієнти тепловіддачі за формулою (3).

10. Розрахувати критерії Нуссельта і Рейнольдса. Знайти параметри критеріальної залежності  $Nu = A Re^n$ .

### **Питання для самоконтролю:**

1. У чому суть роботи реометра? Як градуують прилад? Від чого залежить кількість газу, що проходить через прилад?
2. Як перейти від витрати газу в одиницю часу до швидкості газового потоку в даному трубопроводі?
3. Які джерела похибок при вимірюванні швидкостей газових потоків реометром?
4. В чому полягає принцип роботи термоанемометра?
5. Як описати вплив вимушеної конвекції на теплообмін дротиків?

## Лабораторна робота № 11 Визначення коефіцієнту теплопровідності газу

**Завдання:** Визначити коефіцієнт теплопровідності повітря за допомогою вимірювання вольт-амперної характеристики вольфрамового провідника і визначення його середньої температури.

**Обладнання:** Джерело сталого струму, амперметр, вольтметр, скляний холодильник, вольфрамовий дріт.

**Загальні теоретичні відомості.** Для кожної речовини коефіцієнт теплопровідності залежить від структури (природи), вологості, температури і, в меншій мірі, від тиску. Це пояснюється різним механізмом переносу теплоти в різних речовинах. Важливо знати те, що теплофізичні властивості різних тіл, в тому числі коефіцієнт теплопровідності, залежать від хімічного складу, мікроструктури, пористості, наявності вологи, попередньої термообробки та ін.

Так як при розповсюдженні тепла температура в різних частинах тіла різна, то насамперед необхідно знати залежність коефіцієнта теплопровідності від температури.

Як показує дослід, для більшості газів маємо лінійну залежність:

$$\lambda = \lambda_0 (1 + b(T - T_0)) \quad (1)$$

де  $\lambda_0$  – значення коефіцієнта теплопровідності при  $T_0 = 273.15$  К, Вт/(м·К),  $T$  – абсолютна температура, К,  $b$  – константа, що визначається експериментальним шляхом, К<sup>-1</sup> (табл. 1).

Часто в практичних розрахунках значення коефіцієнту теплопровідності вважається сталим і визначається з формули (1) як середнє арифметичне значення при граничних температурах тіла.

**Коефіцієнт теплопровідності газів** змінюється в межах таких значень: від  $\lambda = 0.006$  Вт/(м·К) до  $\lambda = 0.18$  Вт/(м·К). Наприклад, при температурі 300 К: для повітря  $\lambda = 0.026$  Вт/(м·К); для водню  $\lambda = 0.18$  Вт/(м·К); для ксенону  $\lambda = 0.006$  Вт/(м·К).

Гази є найгіршими провідниками тепла. Причиною цього є мала густина газів. Теплопровідність у газах здійснюється шляхом молекулярного переносу енергії при зіткненні молекул між собою при їхньому русі. Найбільш високий коефіцієнт теплопровідності мають водень і гелій, що пояснюється невеликою масою окремих молекул. Ксенон, навпаки, відрізняється низьким коефіцієнтом теплопровідності, тому що він складається з відносно важких молекул, яким відповідає менша швидкість руху молекул.

З підвищенням температури коефіцієнт теплопровідності зростає ( $\lambda \sim T^n$ , де  $n = 0,6 - 1,0$ ); від тиску практично не залежить, за виключенням дуже високих (більш  $2 \cdot 10^9$  Па) та дуже низьких (менш ніж 200 Па) тисків.

Користуючись основними співвідношеннями молекулярно-кінетичної теорії газів, коефіцієнт теплопровідності для ідеального газу можна визначити, знаючи середню довжину вільного пробігу молекул:

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{l} c_v, \quad (2)$$

де  $\rho$  – густина газу,  $\text{кг/м}^3$ ,  $\bar{v}$  – середня квадратична швидкість руху молекул,  $\text{м/с}$ ,  $\bar{l}$  – середня довжина вільного пробігу молекул,  $\text{м}$ ,  $c_v$  – питома теплоємність газу,  $\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ .

Так як густина  $\rho$  пропорційна тиску, а  $\bar{l}$  обернено пропорційна густині, то коефіцієнт теплопровідності не залежить від густини газу, а отже і тиску. Виняток складають області дуже малих і дуже великих тисків. Це пояснюється тим, що у випадку великої густини в переносі імпульсу та енергії беруть участь багато молекул, але передача імпульсу та енергії проводиться малими порціями і на малі відстані, і навпаки. Та якщо густина газу така, що середня довжина вільного пробігу порівнювана з характерними розмірами посудини, де знаходиться газ, і, як наслідок цього, коефіцієнт теплопровідності пропорційний густині газу. На цьому оснований принцип дії посудини Дьюара.

Середня швидкість руху молекул згідно (2) пропорційна  $\sqrt{T}$ . Теплоємність газів також зростає з підвищенням температури. Тому коефіцієнт теплопровідності зростає з температурою в степені, більшій ніж  $\sqrt{T}$ .

Чисельне значення коефіцієнта теплопровідності газів можна визначити за формулою Сьозерленда:

$$\lambda = \lambda_0 \frac{T_0 + C}{T + C} \left[ \frac{T}{T_0} \right]^{3/2}, \quad (3)$$

де  $C$  – константа,  $\text{К}$ . Для деяких газів значення констант в виразах (1) та (3) наведені в табл.1.

В літературі існує наступна формула для розрахунку теплопровідності газів, яка була отримана при вивченні теплопровідності азоту під тиском:

$$\lambda = \left[ c_v M + \frac{9}{4} R \right] \frac{\eta}{M},$$

де  $c_v$  – питома теплоємність при сталому об'ємі,  $\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $R$  – універсальна газова стала,  $\text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}$ ,  $\eta$  – коефіцієнт динамічної в'язкості газу,  $M$  – молекулярна маса,  $\text{кг/моль}$ .

Якщо використати формулу Майєра для ідеальних газів у вигляді:  $c_p - c_v = R/M$ , і використовуючи  $\gamma = c_p/c_v$ , де  $c_p$  – питома теплоємність при сталому тиску, то отримаємо нову формулу для визначення теплопровідності газів:

$$\lambda = \frac{1}{4} [9\gamma - 5] c_v \eta$$

Для газової суміші коефіцієнт теплопровідності може бути визначений тільки експериментальним шляхом, так як в цьому випадку не діє закон адитивності, хоча існують довідкові данні та різні теоретичні та інтерполяційні формули. Для га-

**Табл. 1.** Значення  $\lambda_0$ ,  $C$ ,  $b$  в формулах (1) та (3) для деяких газів.

Газ	$\lambda_0$ , Вт/м·К	$C$ , К	$b \cdot 10^5$ , К <sup>-1</sup> .
Повітря (від 82 до 485 К)	0.0224	125	–
Кисень (від 82 до 373 К)	0.028	144	–
Азот (від 82 до 373 К)	0.0228	114	–
Водень (від 82 до 373 К)	0.159	94	–
Вуглекислий газ (від 195 до 773 К)	0.0138	–	5.5
Аміак (від 213 до 373 К)	0.0201	–	8.85

зових сумішей пропонується універсальний метод розрахунку:

$$\lambda_{ab} = \frac{\lambda_a c_a}{c_a + c_b \psi_{ab}} + \frac{\lambda_b c_b}{c_b + c_a \psi_{ab}},$$

де  $\lambda_a$ ,  $\lambda_b$  – теплопровідності чистих газів  $a$  і  $b$  при температурі суміші;  $c_a$  і  $c_b$  – масові концентрації компонентів суміші;  $\psi_{ab}$  та  $\psi_{ba}$  – безрозмірні поправки. Ці поправки визначаються як

$$\psi_{ab} = \frac{M_a/M_b}{\sqrt{8(1+M_a/M_b)}^{1/2}} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\mu_a}{\mu_b} \right)^{1/2} \left( \frac{M_b}{M_a} \right)^{1/4} \right]^2,$$

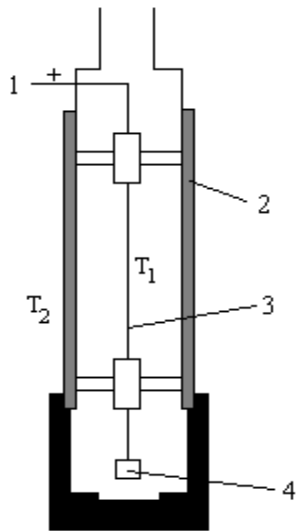
$$\psi_{ba} = \frac{M_b/M_a}{\sqrt{8(1+M_b/M_a)}^{1/2}} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{\mu_b}{\mu_a} \right)^{1/2} \left( \frac{M_a}{M_b} \right)^{1/4} \right]^2,$$

де  $M_a$  і  $M_b$  – молекулярні маси компонентів;  $\mu_a$  і  $\mu_b$  – динамічні в'язкості газів  $a$  і  $b$  при температурі суміші. Метод розрахунку по цій формулі дає середню похибку приблизно 4%.

**Експериментальне вивчення теплопровідності газів** ускладнене, оскільки перенесення тепла в газі відбувається не лише внаслідок простого механізму теплопровідності, а й так званої природної конвекції, яка легко виникає в газі.

Природна конвекція – це перенесення тепла разом з переміщенням маси газу під впливом сили тяжіння при наявності різниці температур. Механізм як конвекції, так і теплопровідності полягає у вирівнюванні температури в газі, тому відрізнити їх експериментально важко, і при вимірюванні теплопровідності треба забезпечити такі умови, за яких конвекція не виникає.

Один з найбільш поширених методів вимірювання коефіцієнта теплопровідності газів полягає у заповненні досліджуваним газом простору між двома коаксіальними циліндрами радіусами  $r_1$  і  $r_2$ , один з яких (переважно внутрішній) нагрівається електричною пічкою чи джерелом струму потужністю  $W$ , а другий охолоджується за підтриманням сталої температури  $T_2$  (рис. 1).



**Рис.1.** Прилад для вимірювання коефіцієнта теплопровідності газів:  
1 – дріт до джерела струму, 2 – металева трубка, 3 – нитка, 4 – тягар для натягнення нитки.

Внутрішній циліндр виготовлений з тонкого дроту, через який проходить електричний струм, одночасно є нагрівачем. Через деякий час після ввімкнення нагрівача встановлюється стаціонарний стан, при якому температура  $T_1$  внутрішнього циліндра, що нагрівається, стає сталою.

Таким чином, між внутрішнім і зовнішнім циліндрами встановлюється стала різниця температур  $T_1 - T_2$ , яка залежить від теплопровідності газу. Опишемо цю залежність. Якщо висота циліндра дорівнює  $h$ , то кількість тепла, яка проходить за 1 с через будь-яку циліндричну поверхню  $S$  радіусом  $r$  ( $S = 2\pi rh$ ), виражається за формулою:

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dT}{dr} S,$$

де  $dT/dr$  – градієнт температури вздовж радіуса циліндра. Якщо висота циліндра значно більша за радіус, то температуру вздовж осі циліндра вважаємо однаковою. У стаціонарному стані  $\dot{Q} = W$ . Отже,

$$W = -2\pi rh\lambda \frac{dT}{dr}.$$

Звідки

$$dT = -\frac{W}{2\pi\lambda h} \frac{dr}{r}.$$

Інтегруючи останнє рівняння, одержимо:

$$T = -\frac{W}{2\pi h\lambda} \ln r + C,$$

де  $C$  – стала інтегрування, яку можна знайти за умови, що при  $r = r_1$ ,  $T = T_1$ , а при  $r = r_2$ ,  $T = T_2$ , тобто

$$T_1 = -\frac{W}{2\pi\lambda h} \ln r_1 + C, \quad T_2 = -\frac{W}{2\pi\lambda h} \ln r_2 + C,$$

$$T_1 - T_2 = \frac{W}{2\pi\lambda h} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Таким чином, температура, що встановилася у нагрітому циліндрі, дорівнює:

$$T_1 = T_2 + \frac{W}{2\pi\lambda h} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Вимірявши температуру  $T_1$  і  $T_2$  і знаючи геометричні розміри приладу та потужність нагрівача, можна обчислити коефіцієнт теплопровідності:

$$\lambda = \frac{W}{2\pi h(T_1 - T_2)} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (4)$$

За температуру стінки трубки  $T_2$  приймають температуру навколишнього середовища, яка вимірюється термометром. Температуру дроту можна визначити, вимірюючи зміну її електричного опору при нагріванні. Дійсно, в області досліджуваних температур опір дроту зростає з температурою за лінійним законом:

$$R_T = R_0(1 + \alpha(T - 273.15)), \quad R_0 = \rho_0 \frac{4h}{\pi d_1^2}, \quad (5)$$

де  $R_0$  і  $R_T$  – опір дроту відповідно при  $T = 273.15$  К і при вимірюваній температурі  $T$ , К;  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору,  $\rho_0$  – питомий опір,  $d_1$  – діаметр внутрішнього циліндру.

Знаючи опір, визначаємо температуру дроту, яку і підставляємо в (4).

Проведена оцінка кількості тепла, що віддає дріт за рахунок випромінювання, використовуючи закон Стефана-Больцмана.

Згідно цього закону з одиниці поверхні абсолютно чорного тіла за одиницю часу випромінюється енергія:

$$q = \sigma T^4,$$

де  $T$  – абсолютна температура чорного тіла;  $\sigma = 5.735 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>К<sup>4</sup>). Будь-яке тіло, що не є абсолютно чорним, при цій же температурі випромінює з одиниці поверхні за одиницю часу меншу енергію:

$$q = \varepsilon \sigma T^4$$

де  $\varepsilon$  – коефіцієнт чорноти для покриття дроту.

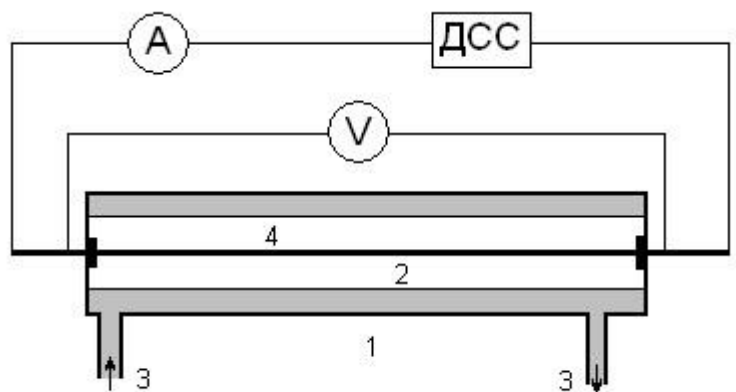
Кількість теплоти, що дріт за одиницю часу втрачає за рахунок теплового випромінювання, визначається як:

$$\dot{Q} = \varepsilon S \sigma (T_1^4 - T_w^4), \quad (6)$$

де  $S$  – площа поверхні дроту,  $T_w$  – температура стінок експериментальної установки, яка дорівнює кімнатній температурі.

### **Опис експериментальної установки:**

Схема експериментальної установки приведена на рис. 2, основним елементом якої є холодильник, що являє собою два скляні коаксіальні циліндри 1 і 2, між якими через отвори 3 прокачують воду сталої температури. Вздовж осі холодильника натягнутий вольфрамовий дріт 4, який підключений до джерела сталої струму (ДСС) зі стабілізацією сили струму. Для вимірювання сили струму



**Рис.2.** Схема експериментальної установки: 1 і 2 – зовнішня і внутрішня стінки холодильника; 3 – отвори; 4 – вольфрамовий дріт.

і напруги на кінцях вольфрамового дроту використовують амперметр і вольтметр.

### **Порядок виконання роботи і обробка результатів:**

1. Виміряти температуру кімнати і води, що буде використовуватися в холодильнику.
2. Подати від джерела на дріт електричний струм величиною 0.05 А.
3. Почекати поки температура дроту, а з нею напруга на кінцях дроту, перестане змінюватися з часом і виміряти падіння напруги на кінцях вольфрамової нитки  $U$ .
4. Провести аналогічні вимірювання встановлених значень напруги при наступних значеннях встановлених значеннях сили струму 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 А
5. Використовуючи формулу (5), визначити температуру дроту при кожному значенні сили струму.
6. Визначити коефіцієнт теплопровідності повітря за формулою (4), де потужність нагрівача знаходиться як  $W = I \cdot U$ ,  $r_1$  – радіус дроту,  $r_2$  – радіус внутрішньої стінки холодильника.
7. Порівняти отримані значення коефіцієнту теплопровідності з теоретичними даними, розрахованими за формулою (3).
8. Оцінити за формулою (6) тепловтрати випромінюванням з поверхні дроту та порівняти з потужністю електричного струму, що нагріває вольфрамовий дріт.

### **Дані для розрахунку:**

$L = 23.2$  см – довжина дроту;  $d_1 = 210$  мкм – діаметр дроту;  $d_2 = 11$  мм – діаметр внутрішньої стінки холодильника;  $\alpha = 4.6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ ;  $\rho_0 = 5.5 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ,  $\varepsilon = 0.2$ .

### **Питання для самоконтролю:**

1. Що називається коефіцієнтом теплопровідності? Сформулюйте закон Фур'є.
2. Чому гази мають найнижчі значення коефіцієнтів теплопровідності?
3. Як залежить коефіцієнт теплопровідності газів від тиску, температури?
4. Які існують методи вимірювання коефіцієнту теплопровідності газів?
5. Як змінюється температура газу між двома коаксіальними циліндрами?
6. Як оцінити тепловтрати випромінюванням з поверхні вольфрамового дротяного нагрівача?

## Література

1. Гапчин Б.М., Дутчак Я.Й., Френчко В.С. Молекулярна фізика: лабораторний практикум. - Львів: Світ, 1990. - 240 с.
2. Константинов С.М. Теплообмін: підручник. - К.: ВПІ ВПК «Політехніка»: Інрес, 2005. - 304 с.
3. Лабай В.Й. Тепломасообмін: підручник для ВНЗ. Львів: Тріада Плюс, 2004. - 260 с.
4. Малишев В.В., Кретов В.В., Гладка Т.М. Технічна термодинаміка та теплопередача. К.: Університет «Україна», 2015. - 258 с.
5. Теплотехніка: основи термодинаміки, теорія теплообміну / О.С. Миронов, М.Р. Брижа, В.Б. Бойко, О.В. Золотовська. Дніпропетровськ: ТОВ «ЕНЕМ», 2001. - 424 с.
6. Калінчак В.В., Орловська С.Г., Черненко О.С. Фізика теплопровідності та експериментальні методи визначення коефіцієнту теплопровідності речовин: навчальний посібник. - Одеса: ОНУ ім.І.І.Мечникова, 2012. - 52 с.
7. Калінчак В.В., Орловська С.Г., Копійка О.К., Черненко О.С. Фізика теплообміну: методичні вказівки до спеціального фізичного практикуму. Одеса: ОНУ ім. І.І.Мечникова, 2014. - 64 с.
8. Лабай В.Й. Тепломасообмінні процеси в системах ТГВ. Львів: Львівська політехніка, 2021. - 340 с.
9. Арестов О. П. Теплотехнічні виміри: навчальний посібник. Дніпропетровськ: Дніпропетр. нац. ун-т залізн. трансп. ім. акад. В. Лазаряна, 2008. - 176 с.
10. Драганов Б.Х. Теплотехніка: підручник. К.: Фірма «Інкос», 2005. - 400 с.
11. Луцик Р.В. Теплообмін. К.: КНУТД, 2004. - 126 с.
12. Співак О. Ю., Резидент Н. В. Тепломасообмін. Частина I : навчальний посібник . – Вінниця : ВНТУ, 2021.- 113 с.
13. Омельченко О.В., Цвіркун Л.О. Тепломасообмін : навч. посіб. - Кривий Ріг: ДонНУЕТ, 2021. - 100 с.
14. Орловська С.Г. Експериментальні дослідження випаровування крапель парафінів // Фізика аеродисперсних систем. - 2022, Вип.60. - С.187-193.
15. Копійка О.К., Калінчак В.В., Черненко О.С. Випаровування крапель бінарних сумішей нижчих одноатомних спиртів у нагрітому повітрі// Укр. фіз. журн., 2023.- Т.68, №10.- С. 662-674.

*Навчальне видання*

# **ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ МЕТОДИ В ФІЗИЦІ ТЕПЛОМАСООБМІНУ**

**Методичний посібник**

**до лабораторних робіт з дисципліни «Фізика тепломасообміну»  
для здобувачів першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
спеціальності 104 Фізика та астрономія**

*Укладачі*

**Калінчак Валерій Володимирович**

**Орловська Світлана Георгіївна**

**Копійка Олександр Кузьмич**

**Черненко Олександр Сергійович**

*В авторській редакції*



Підписано до друку 04.11.2024 р.  
Формат 60x84/16. Папір офсетний.  
Цифровий друк. Гарнітура Times.  
Ум. друк. арк. 3,72. Наклад 30 пр.  
Замовлення № 1224-18.

Видавництво: Олді+  
65101, м. Одеса, вул. Інглезі, 6/1,  
тел.: +38 (095) 559-45-45,  
e-mail: office@oldiplus.ua  
Свідоцтво ДК № 7642 від 29.07.2022 р.  
Замовлення книг:  
тел.: +38 (050) 915-34-54, +38 (068) 517-50-33  
e-mail: book@oldiplus.ua

