

И. Л. Андронов

Одесский государственный университет им. И. И. Мечникова

НОВЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА АСТРОНОМИЧЕСКИХ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Приведен стислий огляд алгоритмів та програм, що розроблені автором для дослідження дискретних одно- та багатомірних часових рядів з рівномірним та нерівномірним розподілом аргументів. Розглянуті методи: аналізу моно-, мульти- та а-періодичних сигналів; визначення періоду та дослідження його змін за моментами характерних явищ та всьому ряду: двовимірному спалах- та шкалограмно-го аналізу; визначення фрактальної розмірності.

Приведен краткий обзор алгоритмов и программ, разработанных автором для исследования дискретных одно- и многомерных временных рядов с равномерным и неравномерным распределением аргументов. Рассмотрены методы: анализа моно-, мульти- и а-периодических сигналов; определения периода и исследование его изменений: двумерного всплеск- и шкалограммного анализа; определения фрактальной размерности.

The brief review of algorithms and programs, which have been elaborated by the author for the investigation of discrete one- and multi-dimensional time series with homogeneous and heterogeneous distribution of the arguments, is presented. The methods are discussed: of the analysis of mono-, multi- and a-periodic signals; of the period determination and of the study of its variations; of the two-dimensional wavelet and scalegram analysis; of the determination of the fractal dimension.

Введение. Разнообразие процессов в природе и обществе приводит к разнообразию типов переменности со временем характеристик, описывающих эти процессы. В соответствии с классическим подходом, любой бесконечный по продолжительности непрерывный сигнал $x(t)$ может быть описан его преобразованием Фурье (напр., [7]). Сложные сигналы характеризуются наличием как “континуума” в преобразовании Фурье, т.е. непрерывным распределением амплитуды по частоте, так и наличием размытых (квазипериодические колебания) или δ – образных (когерентные периодические колебания) максимумов. В последнее время активно развиваются методы “частотно-временного” анализа (всплеск-анализ, динамические спектры).

Однако, реально наблюдаемые сигналы всегда ограничены по времени и дискретны по аргументу. Неоднородность распределения аргументов t сигнала приводит к необходимости учета этих ограничений и росту числа алгоритмов и программ (напр., [7]). Задача исследования временных рядов может быть разбита на несколько основных частей: 1) поиск периодических компонент переменности и определение их характеристик (частот, амплитуд, фаз); 2) поиск переменности этих характеристик; 3) описание непериодической составляющей.

1. Параметрические методы. Наиболее распространенными методами анализа являются так называемые “параметрические”, в которых наблюдаемый сигнал представляется как функция, составленная из набора заданных базисных функций и некоторых параметров – констант, обычно определяемых минимизацией скалярного квадрата расстояния между n -мерным вектором наблюдаемых значений сигнала и его проекцией на m -мерное пространство значений базисных функций. Аналогом метрического тензора является матрица h_{ij} . Для скользящего сглаживания используются значения $h_{ij} = p(z_i)w_i\delta_{ij}$, где $p(z)$ – функция фильтра, зависящая от безразмерного отклонения $z = (t - t_0)/\Delta t$ аргумента, $w_i = \sigma_0^2/\sigma_i^2$ – вес наблюдения, соответствующий погрешности наблюдения σ_i . Статистические свойства параметров и сглаживающей функции рассмотрены [13].

2. Методы определения периода. Основным методом определения периодов переменных звезд является периодограммный анализ (см., напр. [7]). Постановка задачи: имеется n пар наблюдений x^j, t^j . Необходимо найти период P такой, чтобы все наблюдения сво-

дильсь в одну (в некотором смысле "наилучшую") фазовую кривую. Фактически необходимо найти экстремальное (минимальное или максимальное) значение тест-функции $S(P; x^j; \varphi^j; T_0)$, где фаза φ определяется из соотношения $E + \varphi = (t - T_0)/P$, E — целый номер цикла, так что $0 \leq \varphi < 1$. В случае переменной частоты $f = 1/P = d(E + \varphi)/dt$.

Выбор конкретного вида тест-функции определяет как эффективность обнаружения периода (поскольку на периодограмме для неравноотстоящих по аргументу сигналов обычно наблюдаются пики на "ложных частотах"), так и скорость вычислений. Для того, чтобы при вычислениях периодограммы на сетке частот не пропустить пик, соответствующий истинной частоте, выбирается шаг $\Delta f = \Delta\varphi/(t'' - t')$, где $\Delta\varphi \approx 0.05 \dots 0.10$. После предварительного определения частоты, ее значение уточняется методом дифференциальных поправок, что также позволяет оценить статистическую погрешность не только "линейных", но и "нелинейных" параметров.

В параметрических методах в качестве тест-функции целесообразно использовать безразмерное отношение $S(f) = \sigma_C^2 / \sigma_O^2$ дисперсий наблюдений (O) и их сглаженных значений (C) с учетом весов w_j . Если сигнал является некоррелированным белым шумом, имеющим нормальное распределение, то тест-функция является случайной величиной, имеющей B — распределение с $(m-1)$ и $(n-m)$ степенями свободы [11]. Поскольку экстремум выбирается из множества пиков на периодограмме, для оценки вероятности "ложной тревоги", т.е. получения пика данной высоты при отсутствии периодического сигнала, необходимо использовать соотношения (10, 13, 14) [11], обобщающие распределение Релея [7] на случай B — распределения.

3. Анализ моно- и мульти-периодических сигналов тригонометрическими полиномами. В нашей программе [11] проводится периодограммный анализ и совместное уточнение параметров модели методом дифференциальных поправок с определением статистической значимости порядка модели (критерий Фишера). Кроме того, можно использовать обычно более жесткий критерий минимизации среднеквадратичной погрешности значений сглаживающей функции [11]. Кроме периодов, амплитуд и фаз, обычно исследуют отношения амплитуд и разности фаз разных компонент колебаний. Отметим, что значения параметров (включая периоды) зависят от порядка модели, поскольку система базисных функций не является ортогональной.

4. Сплайн-функции постоянного порядка. Кроме классических полиномов для сглаживания непериодических сигналов и тригонометрических полиномов для периодических, широкое распространение получили сплайны, т.е. кусочно заданные функции. Полиномиальные сплайны задаются на разных отрезках различными полиномами степени N , причем производные на границах непрерывны до порядка $(N-K)$ включительно, где K называется дефектом сплайна. В качестве базисных функций для сглаживания в работе [6] были использованы кубические сплайны дефекта 1 с периодическими и непериодическими граничными условиями. Там же приведены и тексты подпрограмм на языке фортран. По аналогии с полиномами Лагранжа, для базисных функций выбиралось условие $F_\alpha(T^k) = \delta_\alpha^k$, где T^k — аргументы базисных точек. Особенностью сплайн-аппроксимаций является зависимость сглаживающей функции не только от числа базисных точек (что характерно для любых приближений), но и от их расположения. Для устранения этой зависимости были предложены методы "сглаживания сглаживающих сплайнов" [8] и "оптимального сдвига" [12]. Сглаживание сплайнами было использовано для интегрирования функций и их квадратов для равномерных и неравномерных сигналов [5], определения периода и сглаживающей кривой, исследования изменений периода [8]. Эти и другие проблемы были рассмотрены [12].

5. Сплайн-функции переменного порядка. Для уменьшения статистической погрешности определения моментов экстремумов сигналов и определения характерного времени

переключения между двумя состояниями, был предложен метод сглаживания "асимптотическими параболой" [18]. Две асимптотические прямые соединяются параболой так, чтобы сглаживающая функция и ее первая производная были непрерывными. "Линейные параметры": наклоны асимптот и значение сигнала в точке их пересечения. "Нелинейные": аргумент точки пересечения и продолжительность параболического участка (т.е. времени переключения). Метод эффективен для определения моментов экстремумов пульсирующих, затменных и эруптивных звезд с переменной фазовой кривой блеска или аperiодическими изменениями, а также для исследования переключений периодов звезд по (O-C) диаграммам.

Метод может быть обобщен на периодические функции. Для исследования асимметричных кривых блеска пульсирующих звезд (напр., типа RR Лиры и др.) эффективным является сплайн порядков 2 и 3 – парабола, занимающая часть периода, концы которой соединены кубической параболой (с учетом повторяемости кривой каждый период). Функция и ее первая производная непрерывны. "Линейные параметры": значения на концах и в середине параболического участка. Метод был условно назван "Ловец RR". Для поиска периодов и сглаживания кривых блеска затменных переменных звезд был предложен "Ловец EA", в котором участок постоянного блеска прерывается двумя параболическими минимумами, сдвинутыми по фазе на половину периода. "Линейные параметры": уровень постоянного участка, амплитуды параболических добавок. "Нелинейные" (для EA и RR): фазовый сдвиг, продолжительность, поправка к начальному значению частоты. С точки зрения статистического отклика на белый шум, оба метода эквивалентны тригонометрическому полиному второй степени ($m = 5$ при фиксированной частоте), однако значительно превосходят его по степени приближения к наблюдениям звезд соответствующих типов.

6. Непараметрические методы периодограммного анализа. Основным показателем "качества" фазовой кривой принимается эффективное расстояние между точками, расположенными последовательно по фазе, без построения какой-либо сглаживающей кривой. Методы различаются формулами для определения этого расстояния. Статистические характеристики тест-функций для 9 модификаций непараметрических методов рассмотрены [4].

7. Определение периода по моментам характерных событий.

В методе, вместо всех наблюдений, используется значительно меньшее количество моментов максимумов, минимумов, пересечений фиксированного значения сигнала и т.д. При отсутствии погрешностей наблюдений, метод сводится к алгоритму Евклида поиска наибольшего общего делителя интервалов времени между последующими характерными событиями. Для моментов с погрешностями, нами был предложен двухступенчатый алгоритм, в котором вычисляется предварительное значение частоты с шагом, соответствующим $\Delta\phi = 1$, а затем проводится уточнение методом наименьших квадратов. Рассмотрены статистические свойства тест-функций, используемых в этом методе [2] и в методе анализа попарных разностей моментов [9].

8. Исследование изменений периода по моментам характерных событий. Моделируется зависимость от номера цикла E_i остатков $O - C = t^i - (T_0 + P_0 E_i)$, где P_0 – начальное приближение к значению периода (напр., [7]). Мгновенное значение периода равно $P = P_0 + \partial(O - C) / \partial E$. Для оценки точности значения производной используется соотношение (4) [11]. Разработаны алгоритмы исследования изменений периода с учетом возможных аperiодических трендов (полиномы), на которые накладываются периодические тригонометрические полиномы, а также с использованием приближений "асимптотическими параболой", "гиперболическими тангенсами", кубическими и линейными сплайнами.

9. "Красный шум" и определение его характеристик. Спектр мощности аперiodических звезд часто показывает степенной характер $S(f) \propto f^{-\gamma}$ в широком диапазоне частот. Классические значения параметра γ равны 0 (белый шум), 1 (фликкер-шум) и 2 (случайные блуждания) [7]. Нецелые значения могут соответствовать степенному профилю $\chi(t) \propto t^{-D}$ всплеск, хаотическим изменениям с фрактальной размерностью $D = 1 - \gamma/2$ [7] или авторегрессионным моделям.

10. Автокорреляционный анализ рядов ограниченной длины с вычитанием тренда. Получены аналитические выражения для автокорреляционной функции (АКФ), соответствующей низкочастотному сглаживанию методом наименьших квадратов и отклонениям от него в случае ограниченного числа наблюдений N с использованием. Вектор значений автоковариационной функции может быть получен домножением $(n \times n)$ матрицы Z_{ti} , зависящей от вида произвольной невырожденной системы базисных функций, использованных для аппроксимации тренда, на вектор несмещенных оценок АКФ. Поскольку матрица Z является практически вырожденной, невозможно получить «несмещенные» оценки из «смещенных» решением n уравнений с n неизвестными. Рекомендуется моделировать параметры «несмещенной» АКФ вместо «смещенной». Поэтому восстановленная «несмещенная» АКФ всегда является модельно-зависимой [10].

11. Определение эффективных цветов коррелированных стохастических сигналов по многоканальным наблюдениям с учетом шума. Для исследования переменности катаклизмических двойных звезд в разных фотометрических системах был разработан алгоритм определения среднеквадратичных амплитуд каждой из компонент сигнала $\chi_{\alpha i} = \chi_{\alpha 1i} + \chi_{\alpha 2i} + \chi_{\alpha 3i}$, состоящего из некоррелированных медленных изменений, более быстрой коррелированной (между каналами) составляющей и некоррелированных погрешностей наблюдений [19].

12. Локальное сглаживание: "скользящие параболы". Сглаживание скользящим средним подразумевает прямоугольную функцию фильтра $p(t, t_0, \Delta t) = 1$ при $t_0 - \Delta t \leq t \leq t_0 + \Delta t$ и 0 за пределами этого интервала. Статистические и спектральные свойства сглаживающей функции для произвольных базисных функций и функций фильтра рассмотрены [1, 13]. Для практических приложений предложено использование параболического приближения с весовой функцией $p(t, t_0, \Delta t) = (1 - ((t - t_0)/\Delta t)^2)^2$ при $|t - t_0| \leq \Delta t$. Это позволяет обеспечить непрерывность сглаживающей функции и ее производной, а также получить аналитическую оценку погрешности положения экстремума. Единственный свободный параметр Δt может быть определен минимизацией среднеквадратичной точности сглаженного значения $\sigma[x_c]$ или максимизацией отношения "сигнал/шум" ξ . В последнем случае, для равноотстоящих по аргументу гармонических сигналов с периодом P при $t_{i+1} - t_i \ll \Delta t$ получим $\Delta t = 0.545P$ [13].

13. Шкалограммный анализ и фрактальная размерность. При определении оптимального значения "шкалы" Δt вычисляется несколько тест-функций: $\sigma[x_c]$, ξ , а также несмещенная оценка σ_{0-C} среднеквадратичного отклонения данных от сглаживающей кривой. При сглаживании белого шума, математическое ожидание σ_{0-C} не зависит от Δt . Для зашумленных сигналов с характерным временем переменности P , σ_{0-C} статистически не зависит от Δt при $\Delta t \ll P$ и возрастает с Δt при увеличении систематических отклонений сглаживающей кривой от сигнала до некоторого асимптотического значения [13]. Для случайных сигналов, описываемых авторегрессионными моделями

[7]. $\sigma_{0-C} \propto (\Delta t)^v$. Для хаотических сигналов с фрактальной размерностью D , также будет наблюдаться степенная зависимость с показателем $v = 0.5 - D$ [16].

14. Всплеск-анализ неравномерных временных рядов. Статистические свойства тест-функций, анализирующих белый шум, зашумленные гармонические сигналы и коррелированные случайные процессы, рассмотрены [3]. Предложены методы выбора оптимальных значений разрешения по времени и частоте. Использование метода наименьших квадратов с весовой функцией, соответствующей распределению Гаусса, вместо дискретной версии всплеск-преобразования Морле, позволяет уменьшить высокочастотный шум тест-функции до 20-60 раз [14,15].

15. Локальное сглаживание: "скользящие синусы". Локальное приближение синусоидой эффективно при исследовании практически гармонических сигналов с медленной переменностью характеристик [17]. Его можно рассматривать как частный случай всплеск-анализа с прямоугольной функцией фильтра и фиксированным периодом [15]. Рекомендуемое значение полуширины фильтра $\Delta t = P/2$ оптимально при исследовании переменности от цикла к циклу, однако может быть увеличено для получения более гладкой кривой. При $\Delta t \ll P$, асимптотически совпадает с методом "скользящих парабол". Использование скользящих тригонометрических полиномов порядка выше первого приводит к уменьшению систематических отклонений, но увеличению статистической погрешности. Сравнение свойств сглаживающей функции для разных функций фильтра приведено [15].

Выводы. Ограниченность по продолжительности и возможная неравномерность временных рядов приводят к недостаточности анализа с использованием только одного или немногих методов. Часто возникает необходимость использования взаимодополняющих методов, имеющих разную эффективность при выделении сигналов с различными характеристиками. Данные методы были использованы для исследования различных процессов в переменных звездах и их эволюции:

пульсирующие звезды: периодические, мультипериодические, циклические колебания с характерными временами от часов до лет; статистическое исследование характеристик средних кривых блеска и индивидуальных циклов пульсаций звезд типа Миры, включая пульсирующие звезды-гиганты в симбиотических двойных системах; переключения моды пульсации и модуляция переменности полуправильных переменных звезд; их классификация в соответствии с характеристиками стабильности пульсаций с одним или несколькими периодами;

катаклизмические двойные звезды: "красный шум" (от секунд до лет), квазипериодические осцилляции аккреционных структур, основной фотометрический период (несколько часов, связан с орбитальным движением или прецессией аккреционного диска), модуляция основного колебания, переключения состояний светимости между активным и неактивным (от суток до лет); переменность орбитальных кривых блеска симбиотических новых звезд.

Всего было исследовано более двухсот звезд, что позволило ввести дополнительные критерии классификации полуправильных пульсирующих звезд. Кроме того, проведен поиск периодов переменных звезд разных типов по наблюдениям на спутнике *Hipparcos* – *Tycho*, в результате которого к 320 ранее известным переменным звездам добавлено 455 новых переменных из списка заподозренных.

Упомянутые методы были разработаны и применены для анализа астрофизических временных рядов. Некоторые из них, как и несокращенная версия данной статьи, приведены в Internet: <http://paco.odessa.ua/~il-a> и <http://ila.webjump.com>. Однако, эти методы могут быть использованы для исследования сигналов любой природы.

1. Андронов И.Л. Сглаживание экспериментальных данных методом скользящих парабол// Кинем. физ. неб. тел. - 1990. - Т.6, № 6. - С.87-96.

2. Андронов И.Л. Об определении периода переменного сигнала по моментам характерных событий// Кинем. физ. неб. тел. - 1991. - Т.7, № 2. - С.78-86.

3. Андронов И.Л. Всплеск-анализ временных рядов методом наименьших квадратов с дополнительными весами// Кинем. физ. неб. тел.– 1998.– Т.14, № 6.– С.490–511.
4. Андронов И.Л., Чинарова Л.Л. О статистических свойствах тест-функций непараметрических методов периодограммного анализа// Кинем. физ. неб. тел.– 1997.– Т.13, № 6.– С.67–80.
5. Об интегрировании сплайн-функций/ Андронов И.Л.; Одес. ун-т.– Одесса, 1986. 64с. – Деп. УкрНИИ-НТИ. № 358 УК–86,
6. Определение параметров сглаживающего сплайна/ Андронов И.Л.; Одес. ун-т.– Одесса, 1984.– 38с. – Деп. УкрНИИ-НТИ, № 131 УК 85.
7. Теребиз В.Ю. Анализ временных рядов в астрофизике.– М.: Наука, 1992.– 392с.
8. Andronov I.L. Smoothing the “Smoothing” cubic Spline-Functions// Contrib. Astron. Inst. Czechoslovak.– 1987.– V. 20.– P.161–164.
9. Andronov I.L. Period Search using the DMRT Method: The Properties of the Test-Function// Astron. Nachr.– 1988.– B.309, H.2.– S.121–131.
10. Andronov I.L. Autocorrelation function bias due to a limited number of de-trended observations. Applications to autoregressive models with noise// Astron. Nachr.– 1994.– V. 315, № 5.– P.353–370.
11. Andronov I.L. (Multi-) frequency variations of stars. Some methods and results// Odessa Astron. Publ.– 1994.– V.7.– P. 49–54.
12. Andronov I.L. La apliko de splajn-funkcioj: signifa metodo de komputema matematiko// Scienca Revuo.– 1995.– V. 166.– P.20–39.
13. Andronov I.L. Method of running parabolae: spectral and statistical properties of the smoothing function// Astron. Astrophys. Suppl.– 1997.– V.125, № 1.– P.207–217.
14. Andronov I.L. «Red noise» from the accreting magnetic white dwarfs// Astron. Soc. Pacif. Conf. Ser.– 1999.– V.169.– 326–336.
15. Andronov I.L. Wavelet analysis of the irregularly spaced time series// in: «Self-Similar Systems», eds. V.B. Priezhev, V.P. Spiridonov.– Dubna: JINR.– 1999.– P.57–70.
16. Andronov I.L., Kolesnikov S.V., Shakhovskoy N.M. Scalogram Analysis of the Variability of the Polar AM Her// Odessa Astron. Publ.– 1997.– V.10.– P.15–17.
17. Chinarova L.L., Andronov I.L., Schweltzer E. Time series analysis of the AFOEV observations of symbiotic stars UV Aur, TX Cvn and V1329 Cyg// Odessa Astron. Publ.– 1994.– V.7. P.103–107.
18. Marsakova V.I., Andronov I.L. Local fits of signal with asymptotic branches// Odessa Astron. Publ.– 1996.– V.9.– P.127–130.
19. Tremko J., Andronov I.L., Chinarova L.L., Kumsiashvili M.I., Luthardt R., Pajdosz G., Patkos L., Roessiger S., Zola S. Periodic and aperiodic variations in TT Arietis. Results from an international campaign// Astron. Astrophys.– 1996.– V.312, №1. – P.121–134.