

К. М. КОПІЙКА
О. К. КОПІЙКА

КУРС ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ ДЛЯ БІОЛОГІВ

У трьох частинах

Частина II ЕЛЕКТРИКА І МАГНЕТИЗМ

Одеса
«Астропринт»
2011

ББК 22.36р30я73:28
К65
УДК 539.1:57(075.8)

У другій частині курсу загальної фізики для біологів викладено фізичні основи електрики, магнетизму та електромагнетизму. Головну увагу приділено з'ясуванню суті та змісту законів і понять, що входять до означених розділів фізики та мають велике практичне застосування у сучасній біології.

Посібник розраховано на студентів біологічних спеціальностей, а також може бути корисним студентам медичних, аграрних та інших природничих спеціальностей вищих навчальних закладів.

Рецензенти:

Л. А. Булавін, академік НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри молекулярної фізики Київського національного університету імені Тараса Шевченка;

О. Є. Сергєєва, доктор фізико-математичних наук, професор, завідувачка кафедри фізики і матеріалознавства Одеської національної академії харчових технологій;

А. М. Куценко, доктор технічних наук, професор кафедри фізики Одеського національного політехнічного університету, заслужений діяч науки і техніки України

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як навчальний посібник для студентів біологічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Лист № 1/11-8276 від 30 серпня 2010 р.

ISBN 978–966–190–434–6 (у 3-х ч.)
ISBN 978–966–190–354–7 (ч. 2)

© К. М. Копійка,
О. К. Копійка, 2011

Передмова

Зміст II частини посібника «Курс загальної фізики для біологів» складає вчення про електрику і магнетизм. Вивчення цих розділів для біологів має велике загальнонаукове і практичне значення.

Вони, по-перше, формують сучасний світогляд майбутнього фахівця, розуміння ним різних електромагнітних явищ. На лабораторних заняттях, що супроводжують лекційний курс, відпрацьовують вміння користуватись різними електротехнічними і радіотехнічними приладами, які пов'язані як з професійною, так і з господарською діяльністю. Це дуже важливо, особливо в наш час, коли в Україні йде гуманітаризація освіти, і фізика в загальноосвітніх навчальних закладах вивчається в незначних об'ємах.

По-друге, розділи електрики і магнетизму створюють фундаментальну базу для вивчення різних біологічних процесів, наприклад: біоелектричні явища, що зумовлені виникненням біоелектричних потенціалів, біоенергетичних процесів, пов'язаних з генерацією та переносом енергії, чи електричних імпульсів в живих об'єктах. Тому уявлення про те, що студентам-біологам достатньо шкільних знань з фізики, є невірним. На сучасному етапі розвитку науки і техніки фахівець-біолог повинен мати достатнє розуміння і світосприйняття природних явищ. Лише за таких умов він буде фахівцем високого класу, конкурентоспроможним, здатним розв'язувати складні завдання в своїй професійній діяльності.

Незважаючи на невелику кількість годин, що відводяться на вивчення розділів, автори намагались зробити виклад матеріалу послідовним, аргументованим, математично не навантаженим. В короткому математичному вступі приведені основні поняття, формули, а також теореми, якими користуються для описування електростатичних, магнітних і електромагнітних полів.

Зміст посібника включає два змістовні блоки, кожен з яких поділяється на змістові модулі, або теми. В цілому він відповідає програмі нормативної дисципліни «Загальна фізика» для біологічних спеціальностей. Кожна тема закінчується контрольними питаннями та завданнями для самоконтролю.

Навчальний посібник написано на основі лекційного та інших методичних матеріалів, які застосовувались на протязі багатьох років при проведенні занять із студентами біологічного факультету Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова.

Автори щиро вдячні академіку Національної академії наук України, професору Л. А. Булавину, професорам А. М. Куценко і О. Є. Сергєєвій за рецензування рукопису та корисні зауваження.

ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ФОРМУЛИ ДЛЯ ОПИСУВАННЯ ВЕКТОРНИХ І СКАЛЯРНИХ ПОЛІВ

Векторним полем називається суцільний розподіл будь-якої фізичної векторної величини в просторі. Наприклад, поле вектора швидкості текучої рідини. Якщо в кожній точці простору скалярна фізична величина має суцільний розподіл, то таке поле називається *скалярним*. Прикладом скалярного поля може бути розподіл температури в просторі.

Для описування векторного і скалярного полів застосовують елементи і поняття векторного аналізу.

а) Градієнт скалярної величини.

Якщо кожній точці P простору з координатами x, y, z відповідає значення скалярної величини $\varphi(x, y, z)$, то градієнтом цієї величини називається відношення її зміни до відстані, на якій вона відбувається, взятій в напрямку найбільшого зростання цієї величини. Таким чином, градієнтом є вектор, направлений в сторону найбільшого зростання фізичної величини. Математично цей вектор записують так $\overrightarrow{\text{grad}}\varphi = \vec{i} \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \varphi}{\partial z}$, де $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — одиничні вектори вздовж напрямку x, y, z відповідно.

Приріст фізичної величини φ при зміщенні на відрізок $d\vec{r} = \vec{i}dx + \vec{j}dy + \vec{k}dz$ дорівнює $d\varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial x}dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y}dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z}dz$, його також можна представити у вигляді: $d\varphi = \vec{\nabla}\varphi \cdot d\vec{r}$, де $\vec{\nabla}$ — векторний диференціальний оператор «набла», або оператор Гамільтона. Його записують так $\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}$.

Сам по собі цей вектор не має змісту. Він має зміст в поєднанні з фізичною величиною, на яку він символічно помножу-

ється. Так, якщо помножити вектор $\vec{\nabla}$ на скаляр ϕ , то отримаємо вектор $\vec{\nabla}\phi$, який являє собою градієнт величини ϕ .

б) Потік вектора.

Потік вектора характеризує поле векторної величини. Візьмемо для прикладу поле швидкості рідини. Тоді об'єм рідини, що протікає через деяку уявну поверхню S за одиницю часу, називають потоком рідини через цю поверхню. Для його визначення розіб'ємо поверхню на маленькі ділянки ΔS , тоді об'єм рідини через такі ділянки за час Δt буде дорівнювати $\Delta V = \Delta S \cos \alpha v \Delta t$, тут α — кут між напрямком швидкості і перпендикуляром до площини ΔS . Поділивши цей об'єм на час, отримаємо потік через площу ΔS . Він дорівнює $\Delta \Phi = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \Delta S v \cos \alpha$.

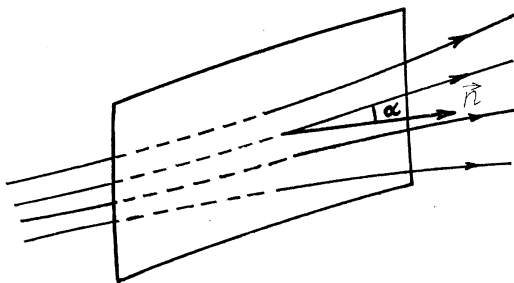


Рис. 1

Для елементарного потоку отримаємо $d\Phi = v \cos \alpha dS$. В останній формулі $v \cos \alpha = v_n$ є проекція швидкості на перпендикуляр n до dS . Тоді $d\Phi = v_n dS$. Крім того, можна ввести вектор $d\vec{S}$, модуль якого дорівнює величині площадки dS , а напрямок співпадає з напрямком нормалі $\vec{n}$ до площадки. Вектор $d\vec{S}$ є не дійсним вектором, а так званим псевдовектором. Тоді елементарний потік можна записати ще так $d\Phi = \vec{v} \cdot d\vec{S}$.

Повний потік швидкості через всі елементарні dS дорівнює $\Phi_v = \int_S v_n dS$. Аналогічний вираз потоку можна записати для поля будь-якої векторної фізичної величини a : $\Phi_a = \int_S a_n dS$.

Якщо поверхня замкнута, то потік через таку поверхню записують так: $\oint_S a_n dS$.

Потік є алгебраїчна величина, знак якої залежить від вибору перпендикуляра до елементарних площадок. У випадку замкнутої поверхні, якщо вектори входять в поверхню — потік негативний, якщо виходять — потік позитивний. Потіку вектора можна дати геометричну інтерпретацію. Для цього векторне поле можна зобразити системою ліній, дотична до яких в кожній точці співпадає з вектором фізичної величини, а густина їх у кожному місці чисельно дорівнює модулю вектора фізичної величини в тій самій точці. Тоді кількість цих ліній, які перетинають площадку ΔS , дорівнює $\Delta N = a_n \Delta S$. Тут мова йде лише про чисельну рівність.

Потік через замкнуту поверхню в геометричній інтерпретації має вигляд: $\Phi_a = \oint_S a_n dS = N_{(+)} + N_{(-)}$, де під $N_{(+)}$ мають на

увазі повну кількість ліній, що виходять з поверхні, а під $N_{(-)}$ — повну кількість ліній, що входять в поверхню.

в) Дивергенція фізичної величини.

Розглянемо векторне поле швидкості рідини. Навколо деякої точки P в цьому полі візьмемо замкнуту поверхню S , через яку проходить рідина. Якщо в об'ємі V , обмеженому поверхнею S , немає джерел і стоків рідини, то потік через поверхню буде дорівнювати нулю. Якщо є джерела, потік буде позитивний, якщо стоки — негативний.

Відношення потоку Φ_v до об'єму V , з якого він витікає $\frac{\Phi_v}{V}$, є питома потужність джерел в об'ємі. В граничному випадку, коли V прямує до нуля, тобто при стягненні об'єму до точки P , вираз $\lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi_v}{V} = \text{div} \vec{v}$ називається дивергенцією швидкості.

Аналогічно визначається дивергенція будь-якої фізичної величини $\vec{a}$: $\text{div} \vec{a} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi_a}{V} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_S a_n dS$.

Інтеграл береться по довільній замкнутій поверхні S навколо точки P . Таким чином, $\operatorname{div} \vec{a}$ чисельно дорівнює густині точок, в яких починаються лінії вектора $\vec{a}$, якщо $\operatorname{div} \vec{a} > 0$, або густині точок, в яких закінчуються лінії вектора $\vec{a}$, якщо $\operatorname{div} \vec{a} < 0$. У випадку, коли лінії проходять через точку P , тобто немає сходження, чи розходження ліній фізичної величини в даній точці, $\operatorname{div} \vec{a} = 0$.

Дивергенція є скалярною величиною. Формула, що дає визначення дивергенції, є загальною і не залежить від виду координатної системи. Можна показати, що в декартовій системі координат $\operatorname{div} \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$.

Використовуючи оператор Гамільтона $\vec{\nabla}$, вираз для дивергенції записують як скалярний добуток вектора $\vec{\nabla}$ на вектор $\vec{a}$.

$$\operatorname{div} \vec{a} = \vec{\nabla} \cdot \vec{a} = \nabla_x a_x + \nabla_y a_y + \nabla_z a_z.$$

г) Циркуляція фізичної величини.

Уявімо собі замкнену лінію, контур L , у векторному полі швидкості рідини. Нехай, якимось чином, миттєво заморозино всю рідину за виключенням деякого тонкого, замкнутого каналу постійного перерізу, всередині якого знаходиться контур L (рис. 2). В залежності від характеру поля, рідина в каналі або буде нерухома, або буде рухатись (циркулювати) в одному чи в іншому напрямку.

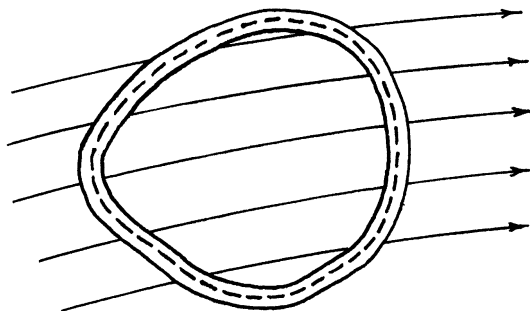


Рис. 2

Як міру цього руху візьмемо величину, що дорівнює добутку швидкості рідини в каналі на довжину контуру. Ця величина називається циркуляцією вектора швидкості по контуру. Якщо швидкість рідини v по контуру буде сталою величиною, то циркуляція дорівнює $\Gamma = v \cdot l$, де l — довжина контуру. Якщо в різних ділянках контуру швидкість буде різною, то спричиняти рух рідини по контуру буде не перпендикулярна складова швидкості, а тангенціальна, тобто проекція швидкості v_t на елемент ділянки контуру dl , тоді циркуляція швидкості по замкненому контуру буде дорівнювати $\Gamma_v = \oint v_t dl$.

Аналогічно визначається циркуляція для будь-якої векторної фізичної величини $\Gamma_a = \oint a_t dl$.

Інтегрування проводиться по замкненому контуру. Якщо циркуляція дорівнює нулю, то таке поле називають потенціальним, якщо циркуляція не дорівнює нулю, то поле вихрове.

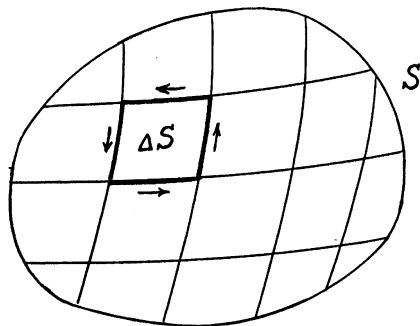


Рис. 3

Циркуляція — адитивна величина. Якщо розбити будь-яку поверхню S на велику кількість елементарних ділянок ΔS (рис. 3), то циркуляція по контуру, що обмежує поверхню S , дорівнює сумі циркуляцій по контурам, що обмежують ділянки ΔS

$$\Gamma = \sum_{i=1}^n \Gamma_i .$$

д) Ротор фізичної величини.

У векторному полі швидкості рідини розглянемо уявний контур L , який знаходиться в площині. Контур обмежує деяку поверхню S , всередині якої знаходиться точка P . Обчислимо для цього контуру циркуляцію швидкості $\Gamma_v = \int_L v_l dl$. Візьмемо відношення циркуляції до площі, яка обмежена контуром $\frac{\Gamma_v}{S}$.

В граничному випадку, коли S прямує до нуля, тобто при стягненні S до точки P , вираз $\lim_{S \rightarrow 0} \frac{\Gamma_v}{S} = \text{rot} v$ називається ротором, або вихором швидкості.

Аналогічно визначається ротор будь-якої фізичної величини $\vec{a}$: $\text{rot} \vec{a} = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{\Gamma_a}{S} = \lim_{S \rightarrow 0} \frac{1}{S} \oint_L a_l dl$.

Інтеграл слід брати по довільному контуру навколо точки P .

Величина границі залежить не лише від властивостей поля в точці P , а й від орієнтації контура в просторі. Орієнтація контура, як правило, задається напрямком додатної нормалі n до площини контура. Додатною вважається нормаль, зв'язана з напрямком обходу контура при інтегруванні правилом правого гвинта. Обчислюючи границю в точці P для різних напрямків n , ми отримаємо різні значення. Для якогось напрямку нормалі величина границі буде максимальною. Таким чином, ротор веде себе як проекція деякого вектора на напрямок нормалі до площини контура. Максимальне значення визначає модуль цього вектора, а напрямок нормалі, при якому досягається максимум, дає напрямок цього вектора. Таким чином, ротор фізичної величини є вектором. Наочне уявлення про ротор можна отримати, уявивши собі легку крильчатку, розташовану в полі текучої рідини. В тих точках, де ротор не дорівнює нулю, крильчатка буде крутитись з тим більшою швидкістю, чим більша проекція ротора на вісь крильчатки.

Можна показати, що в декартовій системі координат ротор можна записати так:

$$\operatorname{rot} \vec{a} = \vec{i} \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right).$$

Використовуючи оператор Гамільтона, вираз для ротора записують так:

$$\operatorname{rot} \vec{a} = \left[\vec{\nabla} \times \vec{a} \right] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix}.$$

е) Теорема Остроградського — Гаусса.

Скориставшись визначенням дивергенції фізичної величини, визначимо потік цієї величини через будь-яку замкнену поверхню. Спочатку визначимо потік для поля швидкості рідини. Добуток $\operatorname{div} \vec{v} \cdot dV$ дає кількість точок, в яких починаються лінії вектора $\vec{v}$ в об'ємі dV . Сума таких добутків по всьому об'єму V дає сумарну алгебраїчну потужність джерел в об'ємі. Оскільки рідина не стиснена, то сумарна потужність буде дорівнювати потокові рідини, що витікає назовні через поверхню S , яка обмежує об'єм V . Тобто $\oint_S \vec{v}_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{v} dV$.

Аналогічне співвідношення можна записати для векторного поля будь-якої фізичної величини $\vec{a}$: $\oint_S \vec{a}_n dS = \int_V \operatorname{div} \vec{a} dV$.

Це співвідношення називають теоремою Остроградського — Гаусса. Потік фізичної величини $\vec{a}$ через замкнену поверхню S дорівнює сумі потужностей джерел (стоків) в об'ємі V , обмеженому поверхнею S . Якщо в середині замкнутої поверхні S джерел чи стоків немає, потік через цю поверхню дорівнює нулю.

є) Теорема Стокса про циркуляцію.

Знаючи ротор вектора $\vec{a}$ в кожній точці поля або поверхні S , можна обчислити циркуляцію цього вектора по контуру L , що обмежує поверхню S . Для цього розіб'ємо поверхню на досить малі ділянки ΔS , в межах яких $\operatorname{rot} \vec{a}$ можна вважати ста-

лою величиною. Тоді циркуляція вектора $\vec{a}$ по контуру, що обмежує ділянку ΔS , дорівнює $\Delta\Gamma = \text{rot}\vec{a}\Delta S$. Оскільки циркуляція адитивна величина, то сума циркуляцій по всіх ΔS дорівнює $\sum_{i=1}^n \text{rot}\vec{a}\Delta S$. Виконуючи граничний перехід і замінивши суму доданків інтегруванням для циркуляції вектора $\vec{a}$ по всьому замкнутому контуру L , отримаємо $\oint_L a_l dl = \int_S \text{rot}\vec{a}\Delta S$.

Це співвідношення носить назву теореми Стокса про циркуляцію фізичної величини $\vec{a}$. Циркуляція вектора $\vec{a}$ по довільному замкнутому контуру L дорівнює потокові вектора $\text{rot}\vec{a}$ через довільну поверхню S , обмежену даним контуром.

ЕЛЕКТРИКА

В електриці, перед усім, розглядаються явища, що породжуються електричними зарядами, які знаходяться в стані спокою. Перший розділ посібника, в якому ці явища вивчаються, називається *електростатикою*. Із дослідів та спостережень за поведінкою наелектризованих тіл, можна зробити висновок про наявність взаємодії між ними. Для пояснення цієї взаємодії вводиться поняття електричного поля, яке у випадку, коли його характеристики не залежать від часу, називається *електростатичним*. Мета першого розділу полягає в ознайомленні читача з основними фізичними величинами, що характеризують заряджені тіла та електростатичне поле навколо них, а також у вивченні та отриманні навиків правильного застосування відповідних законів і теорем. Цей розділ є дуже важливим з точки зору вірного розуміння поведінки біологічних тканин в електричному полі.

В другому розділі електрики розглядаються рухомі заряди, та явища які виникають завдяки цьому рухові. Саме рух електричних зарядів призводить до появи *електричного струму*, який у нашому повсякденному житті виконує найрізноманітнішу роботу: приводить у дію електричні двигуни, використовується для отримання тепла та функціонування електронних схем і приладів. Самим простим видом електричного струму є *постійний струм*. Зміст другого розділу передбачає ознайомлення читача із застосуванням та дією законів постійного струму, розрахунками електричних ланцюгів та з особливостями поведінки постійного струму в різних середовищах, в тому числі і в біологічних тканинах.

Розділ 1

ЕЛЕКТРОСТАТИКА

1.1. ЕЛЕКТРИЧНИЙ ЗАРЯД. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ЗАРЯДУ

Електростатика — це розділ електрики, в якому вивчаються властивості і взаємодія нерухомих в інерціальній системі відліку заряджених тіл чи частинок, що мають електричні заряди. Електричні заряди — це не особливі механізми, що притаманні тілам. *Електричний заряд* — це фізична величина, яка характеризує властивості тіл чи частинок вступати до електричної взаємодії. Ще в давнину люди помічали здатність деяких тіл взаємодіяти при терті одного з другим, наприклад, скла з шкірою, янтарю з шовком. Це явище назвали електризацією. При терті тіла отримували заряди і могли взаємодіяти — притягуватись чи відштовхуватись. Умовно їх назвали негативними та позитивними. Заряди одного знаку відштовхуються, різних знаків — притягуються.

Стабільними носіями електричного заряду є елементарні частинки. Найменший існуючий в природі негативний електричний заряд має електрон. Він називається *елементарним зарядом*. Протон і позитрон (античастинка електрона) мають найменший позитивний заряд.

Електричний заряд будь-якого зарядженого тіла дорівнює цілому числу елементарних зарядів. В електрично нейтральній системі існує однакове число елементарних зарядів протилежного знаку. Нейтральними є атоми, молекули і їх колективи — макроскопічні тіла. Електрична нейтральність тіл порушується при електризації. При цьому відбувається перерозподіл зарядів, створюється надлишок або нестача електричних зарядів того чи іншого знаку. При всіх явищах, зв'язаних з перерозподілом зарядів в ізольованій системі взаємодіючих тіл, алгебра-

їчна сума електричних зарядів є сталою величиною. Це є *закон збереження електричного заряду*. Він є таким самим основним законом збереження, як і інші закони збереження, зокрема. енергії, імпульсу.

Електричний заряд — величина інваріантна. Він не змінюється при русі носія заряду. В яких би рухах електрон не приймав участі, його заряд залишається одним і тим самим.

Тіла, в яких електричні заряди можуть вільно переміщуватись, називаються *провідниками*. Існують два роди провідників. До провідників *першого роду* належать всі метали. В них зарядами, що вільно переміщуються, є електрони. До провідників *другого роду* належать електроліти (розчини солі, кислот, лугів), в яких вільно переміщуються позитивні і негативні іони.

Тіла, в яких можливість переміщення зарядів обмежена, називаються *діелектриками*, або ізоляторами. В них немає вільних електронів чи іонів. До діелектриків належать скло, каучук, масло, сірка, ебоніт, фарфор, газу за звичайних температур. Проміжний стан між провідниками і діелектриками займають *напівпровідники* (селен, германій, кремній та інші). Кількість вільних зарядів в них залежить від зовнішніх умов, головним чином від температури.

Одиницею електричного заряду в СІ служить *кулон* (Кл). Ця одиниця встановлюється із співвідношення, що зв'язує силу постійного струму I в провіднику з електричним зарядом q , що проходить через поперечний переріз провідника, і часом t його проходження.

$$q = It \quad (1.1)$$

1 кулон — це кількість заряду, що проходить через поперечний переріз провідника за 1 с, якщо по провіднику тече струм 1 ампер (Кл = А·с).

Одиниця струму 1 ампер є основною в СІ, і з її визначенням ми ознайомимось пізніше. Електричний заряд електрона негативний і дорівнює $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Такий самий позитивний заряд має протон. Будь-який заряд q утворюється сукупністю елементарних зарядів і дорівнює

$$q = (-e)N_e + eN_p, \quad (1.2)$$

де N_p — число протонів, N_e — число електронів.

Оскільки елементарний заряд дуже малий, то величину макроскопічних зарядів можна вважати такою, що змінюється безперервно.

Для розподілу заряду в просторі вводять поняття *об'ємна густина заряду*. Об'ємною густиною заряду називають відношення

$$\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}. \quad (1.3)$$

Тут ΔV — об'єм, де знаходиться заряд Δq .

Якщо відома густина заряду як функція координат, то можна знайти заряд в будь-якому об'ємі V . Для цього розбивають його на маленькі комірки. Заряд Δq в кожній комірці, згідно (1.3), визначають так:

$$\Delta q = \rho(x, y, z) \cdot \Delta V. \quad (1.4)$$

Повний заряд в об'ємі V отримують як суму зарядів (1.4) по всьому об'єму.

$$q = \sum_{i=1}^n \rho_i \Delta V_i. \quad (1.5)$$

Переходячи до границі при $\Delta V \rightarrow 0$, повний заряд в об'ємі V знаходять так:

$$q = \int \rho dV. \quad (1.6)$$

Слід мати на увазі, що перехід $\Delta V \rightarrow 0$ повинен бути обмеженим завдяки атомістичній природі речовин. Мінімальні розміри комірок повинні бути більшими за розміри атомів чи молекул.

Поверхневою густиною заряду σ називають відношення заряду Δq до площі ΔS , на якій знаходиться цей заряд:

$$\sigma = \frac{\Delta q}{\Delta S}. \quad (1.7)$$

Заряд на маленькій ділянці поверхні визначають як

$$\Delta q = \sigma \Delta S. \quad (1.8)$$

Поверхневий заряд на всій поверхні дорівнює сумі зарядів на всіх маленьких ділянках і визначається поверхневим інтегралом:

$$q = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \sum \sigma_i \Delta S_i = \int_S \sigma dS. \quad (1.9)$$

В деяких випадках заряд може бути розподілений вздовж витягнутої форми (нитка, циліндр). В цьому випадку користуються *лінійною густиною заряду*

$$\tau = \frac{\Delta q}{\Delta l}, \quad (1.10)$$

де Δq — заряд, що знаходиться на довжині тіла Δl . Тоді заряд на тілі довжиною L визначається контурним інтегралом

$$q = \int_L \tau dl. \quad (1.11)$$

1.2. ВЗАЄМОДІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ ЗАРЯДІВ

Тіла, що мають електричні заряди, взаємодіють. Взаємодію точкових зарядів, тобто заряджених тіл, розмірами яких в даних умовах можна знехтувати, вперше дослідним шляхом вивчав французький фізик Ш. Кулон. За допомогою крутильних терезів в 1785 році він встановив закон взаємодії двох точкових зарядів, згідно з яким *два точкових заряди взаємодіють у вакуумі з силою F , яка пропорційна добутку зарядів q_1 і q_2 , обернено пропорційна квадрату відстані r між ними і направлена вздовж лінії, що з'єднує ці заряди:*

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}, \quad (1.12)$$

де k — коефіцієнт пропорційності, який залежить від вибору системи одиниць і визначається експериментально. В СІ його записують у вигляді

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}. \quad (1.13)$$

Величину ϵ_0 називають *електричною сталою*. Дослідне визначення ϵ_0 приводить до значення $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2\text{Н}^{-1}\text{м}^{-2}$. З врахуванням (1.13) закон Кулона для вакууму записують так:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1.14)$$

Векторний запис закону Кулона має такий вигляд:

$$\vec{F}_{1,2} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{1,2}}{r}. \quad (1.15)$$

Тут $F_{1,2}$ — сила, що діє на заряд q_2 зі сторони заряду q_1 , а $\vec{r}_{1,2}$ — вектор, проведений від заряду q_1 до q_2 .

Введення множника 4π в формулу (1.13) зумовлене, поперше: сферичною симетрією електричного поля поодинокого заряду. По-друге, щоб звільнити і тим самим спростити більшість формул електростатики, електромагнетизму, а також формули, що часто зустрічаються на практиці (електротехніка, радіотехніка), від множника 4π , або $\frac{1}{4\pi}$, достатньо його ввести в закон Кулона і, як буде показано пізніше, в закон Ампера. Таке перетворення формул називають *раціоналізацією*. Міжнародна система СІ побудована саме на раціоналізованих формулах електрики.

Численні експерименти свідчать, що сила взаємодії двох зарядів не зміниться, якщо поблизу них розмістити інші заряди. Якщо заряд q_0 буде оточений зарядами $q_1, q_2, \dots, q_n$, то результуюча сила, з якою діють всі n зарядів на заряд q_0 , визначається формулою

$$\vec{F} = \sum \vec{F}_{0i}, \quad (1.16)$$

де $\vec{F}_{0i}$ — сила, з якою діє на заряд q_0 заряд q_i у відсутності всіх інших зарядів. Цей факт дозволяє визначити силу взаємодії для протяжних (неточкових) зарядів. Для цього необхідно роз-

бити тіла на маленькі частинки так, щоб їх заряди можна було вважати точковими, і сили взаємодії розрахувати за формулою (1.14) попарно, а потім векторно їх скласти. Ця процедура схожа на дію з гравітаційними силами між тілами протяжних форм (частина 1).

1.3. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ

Взаємодія між зарядами, що знаходяться в стані спокою, відбувається за допомогою *електростатичного поля*. Електростатичне поле, яке в подальшому будемо називати *електричним*, є видом матерії, що здійснює взаємодію між частинками речовини. Кожний заряд змінює властивості простору навколо себе, тобто створює в просторі електричне поле. Це поле проявляє себе, якщо в нього помістять інший заряд. Тоді це електричне поле буде діяти на заряд з силою Кулона. За величиною сили, що діє на заряд, який знаходиться в електричному полі, можна судити, наскільки це поле «сильне».

Таким чином, щоб виявити електричне поле, в нього вносять так званий «пробний» заряд. Таку назву він отримав через те, що за допомогою його пробують наявність поля. Пробний заряд повинен бути точковим, і для визначеності його беруть позитивним. За допомогою пробного точкового заряду q_0 досліджують електричне поле, що створює нерухомий точковий заряд Q у просторі навколо себе. Розмістивши пробний заряд в різних точках поля, визначають силу, з якою діє поле, створене зарядом Q на пробний заряд q_0 за формулою (1.14):

$$F = \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1.17)$$

Сила, що діє на пробний заряд в різних місцях поля, залежить не лише від величини заряду Q , що створює поле, і від відстані r між зарядами, а залежить також від величини пробного заряду q_0 . Але, якщо взяти відношення сили до величини пробного заряду, тобто знайти силу, що діє в даній точці поля

на одиничний пробний заряд, то це відношення буде характеристикою поля. Воно не залежить від величини пробного заряду і фактично є силовою характеристикою поля:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \quad (1.18)$$

Називають цю величину *напруженістю електричного поля в даній точці*. Напруженість — це векторна величина. Вона має такий самий напрямок, як і сила, що діє на одиничний, позитивний, точковий заряд в даній точці поля.

За одиницю напруженості електричного поля в СІ, згідно з (1.18), приймають 1 Н/Кл (ньютон на кулон), що еквівалентно, як буде показано пізніше, загальноприйнятому позначенню 1 В/м (вольт на метр).

Із формул (1.17) і (1.18) легко знайти напруженість поля, що створює будь-який точковий заряд q :

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \frac{\vec{r}}{r}. \quad (1.19)$$

Для абсолютного значення величини напруженості точкового заряду маємо

$$E = \frac{|q|}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1.20)$$

Як видно із (1.19), в полі позитивного заряду ($q > 0$) вектор напруженості направлений в сторону радіус-вектора $\vec{r}$, тобто від заряду радіально у всі сторони (рис. 4а), а в полі негативного заряду ($q < 0$) — проти $\vec{r}$, тобто до заряду q (рис. 4б).

Як було показано в § 1.2, сила, з якою система зарядів діє на заряд, що не входить в систему, дорівнює векторній сумі сил, з якими діє на даний заряд кожний із зарядів системи окремо (1.16). Звідси випливає, що і *напруженість поля системи зарядів дорівнює векторній сумі напруженостей полів, що створюються кожним із зарядів окремо, тобто*

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i. \quad (1.21)$$

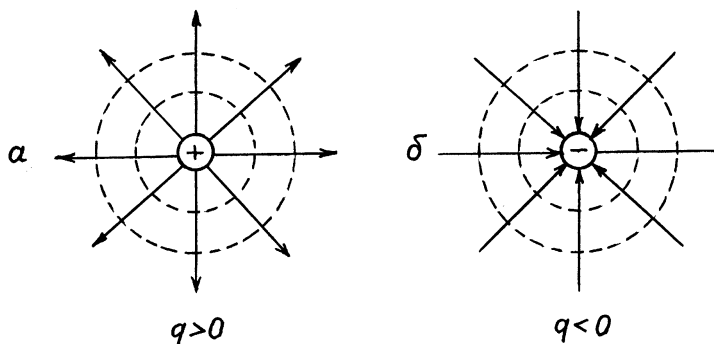


Рис. 4

Цю властивість називають *принципом суперпозиції електричних полів*. Принцип суперпозиції дозволяє теоретично розрахувати напруженість поля при будь-якому заданому розподілі зарядів у просторі, а також поле, створене неточковими (протяжними) зарядами. Для цього розбивають протяжні заряди на дуже малі заряди dq_i , і тоді будь-яка система зводиться до сукупності точкових зарядів, а результуюча напруженість розраховується так:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq_i}{r_i^2} \frac{\vec{r}_i}{r_i}. \quad (1.22)$$

Електричне поле можна описати, якщо в кожній точці простору вказати величину і напрямок вектора $\vec{E}$. Сукупність цих векторів утворює так зване *поле вектора напруженості*. В динаміці рідин і газів (частина 1, § 5.1) частинки рідини утворювали поле швидкостей, яке можна було зобразити за допомогою ліній течії. Аналогічно електричне поле можна також описати за допомогою *ліній напруженості*. Лінії напруженості проводять так, щоб дотична до них в кожній точці співпадала з напрямком вектора $\vec{E}$ (рис. 5). Густина ліній вибирається так, щоб кількість ліній, що пронизують одиницю поверхні, перпендикулярної до ліній, дорівнювала б числовому значенню вектора E . Там, де густина ліній більша, більшою буде і напруженість поля.

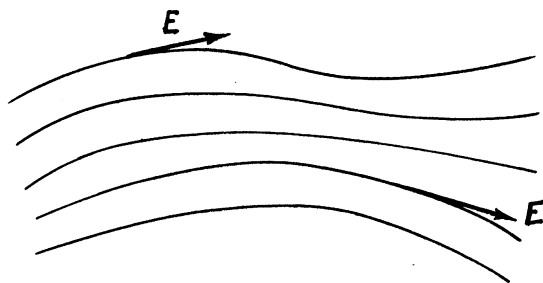


Рис. 5

Лінії напруженості поля точкового заряду являють собою сукупність радіальних прямих, спрямованих від заряду, якщо він позитивний, і до заряду, якщо він негативний. На позитивних зарядах лінії починаються на зарядові і уходять на нескінченність. Густина їх обернено пропорційна квадрату відстані від заряду. На негативних зарядах лінії приходять із нескінченності і закінчуються на зарядові. На рис. 6 за допомогою ліній напруженості на площині зображено електричне поле двох однакових точкових зарядів: а) негативного і позитивного, б) двох позитивних.

Слід зазначити, що повна кількість ліній, які перетинають сферичну поверхню довільного радіуса, для точкового заряду буде дорівнювати добуткові густини ліній на поверхню сфери.

Оскільки густина ліній чисельно дорівнює $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, а пло-

ща сфери $S = 4\pi r^2$, то повна кількість ліній дорівнює $\frac{q}{\epsilon_0}$. Тобто

кількість ліній, що перетинають будь-яку сферичну поверхню, що обмежує заряд q , буде такою самою і не залежить від радіуса сфери. Звідси випливає, що лінії напруженості ніде, крім заряду, не починаються і не закінчуються. Ця властивість ліній E є загальною для всіх електричних полів, тобто полів, що створюються будь-якою системою нерухомих зарядів: лінії напруженості починаються або закінчуються лише на зарядах або уходять на нескінченність.

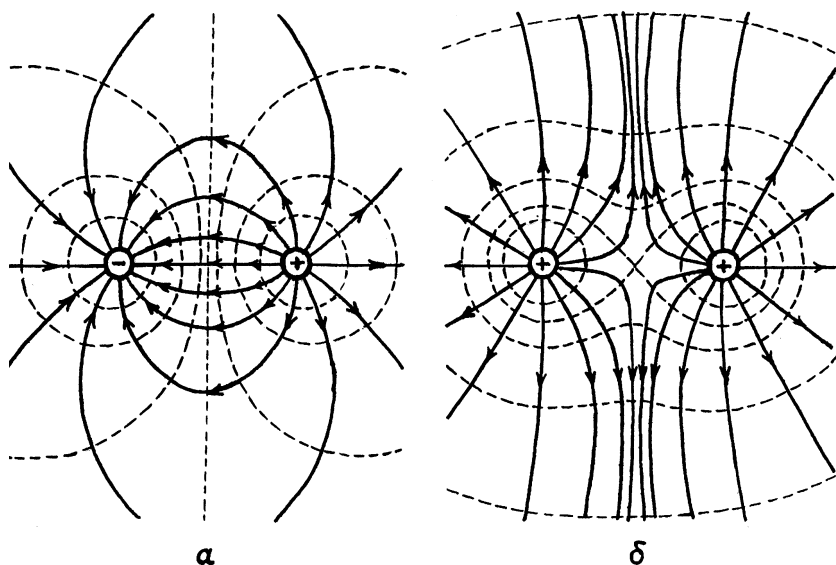


Рис. 6

1.4. ТЕОРЕМА ОСТРОГРАДСЬКОГО — ГАУССА ДЛЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ В ВАКУУМІ

Для характеристики векторних полів вводиться скалярна величина — потік вектора через поверхню (див. вступ). В електриці мова йде про поле вектора напруженості, і, відповідно, маємо справу з потоком вектора напруженості. Нагадаємо, коли поле однорідне, тобто густина ліній однакова, а поверхня плоска, то потік Φ вектора напруженості $\vec{E}$ через площину S визначається формулою:

$$\Phi = ES \cos \alpha = E_n S, \quad (1.23)$$

де α — кут між вектором напруженості $\vec{E}$ і перпендикуляром $\vec{n}$ до площадки S , а $E_n = E \cos \alpha$ — проекція напруженості на нормаль $\vec{n}$ (рис. 1). Коли поле неоднорідне, а поверхня не плоска, розбивають поверхню на досить малі ділянки, щоб

можна було вважати їх плоскими, а поле у всіх точках ділянки однорідним, і визначають елементарні потоки через ці ділянки $d\Phi = E dS \cos \alpha = E_n dS$. Повний потік напруженості Φ через поверхню S отримаємо, підсумувавши елементарні потоки через поверхню S :

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S E_n dS. \quad (1.24)$$

Абсолютна величина потоку через площадку чисельно дорівнює числу ліній напруженості, що проходять крізь площадку. Знак потоку залежить від кута між вектором напруженості і нормаллю до поверхні. При визначенні потоку через замкнену поверхню домовились вибирати *зовнішню* нормаль до поверхні. Тоді, як видно із рис. 7, потік буде позитивний на тих ділянках, де лінії напруженості виходять з поверхні (кут $\alpha < \frac{\pi}{2}$, $E_n > 0$) і, відповідно, $d\Phi = E_n dS > 0$. І потік буде негативний там, де лінії напруженості входять всередину замкненої поверхні (кут $\alpha > \frac{\pi}{2}$, $E_n < 0$ і $d\Phi < 0$). Таким чином, потік через замкнену поверхню чисельно дорівнює числу ліній, що виходять з поверхні, мінус число ліній, що входять в поверхню.

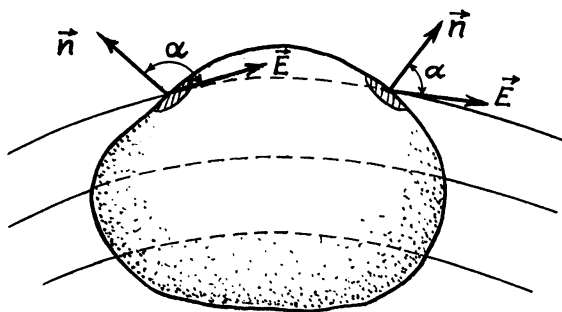


Рис. 7

Для електростатичного поля в вакуумі має місце наступна фундаментальна теорема про потік (теорема Остроградського — Гаусса). *Потік вектора напруженості через будь-яку замк-*

нену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що знаходяться всередині цієї поверхні, поділеній на електричну сталу.

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i, \quad (1.25)$$

де символ інтеграла з кружечком означає, що інтеграл беруть по замкненій поверхні S .

Доведемо цю теорему.

Спочатку розглянемо найпростіший випадок: точковий, позитивний заряд q знаходиться в центрі сферичної поверхні радіусом R . Згідно з (1.20), напруженість поля, що створена цим зарядом на поверхні сфери, однакова і дорівнює $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$.

Силкові лінії спрямовані вздовж радіусів, тобто перпендикулярно до поверхні сфери (кут $\alpha = 0$), і тому потік через всю замкнену поверхню $S = 4\pi R^2$ дорівнює

$$\Phi = ES = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} \cdot 4\pi R^2 = \frac{q}{\epsilon_0}. \quad (1.26)$$

Тобто потік через замкнену поверхню в даному випадку дорівнює заряду, що знаходиться всередині поверхні, поділеному на електричну сталу. Проведемо навколо сфери будь-яку довільну замкнену поверхню (рис. 8).

Як видно, кожна силова лінія, що пронизує сферу, буде пронизувати і цю поверхню. Таким чином, формула (1.26) буде справедлива не лише для сфери, а і для замкненої поверхні довільної форми. Теорема залишається справедливою і для замкненої поверхні, яка багаторазово перетинається лініями напруженості, проведеними із заряду q (рис. 9).

В цьому випадку знаки потоків, що виходять і входять через зазначені ділянки, будуть різними. Оскільки абсолютні їх значення будуть однакові, а силкові лінії неперервні (вони починаються або закінчуються лише на зарядах), то сумарний потік через замкнену поверхню буде таким самим, як і у випадку сферичної поверхні, а саме — $\frac{q}{\epsilon_0}$.

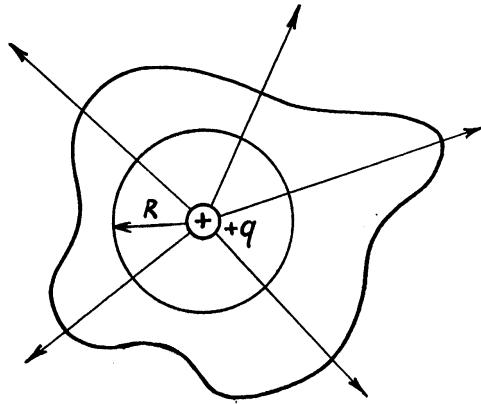


Рис. 8

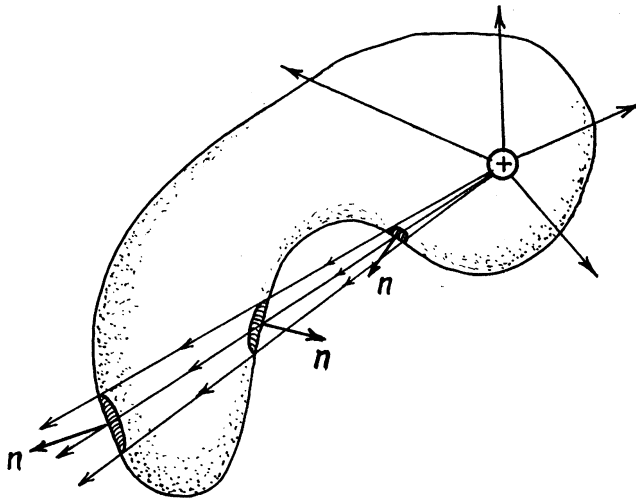


Рис. 9

Якщо заряд знаходиться ззовні замкнутої поверхні, то кількість силових ліній, що входять і виходять з поверхні, буде однаковою, і тому загальний потік через будь-яку замкнуту поверхню в цьому випадку буде дорівнювати нулю.

У випадку, коли всередині замкнутої поверхні буде знаходитись не один, а декілька зарядів, кожен з них буде створювати

своє поле. І зрозуміло, що внаслідок принципу суперпозиції (1.21), потік вектора напруженості через будь-яку замкнуту поверхню розпадається на суму потоків, зумовлених полем кожного заряду системи окремо, і тому $\Phi = \sum_{i=1}^n \Phi_i = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$, або $\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^n q_i$. Ті потоки, які зумовлені зарядами, що знаходяться ззовні замкнутої поверхні, дорівнюють нулю, і під знаком суми стоять заряди, що знаходяться всередині замкнутої поверхні.

Якщо розподіл зарядів по об'єму всередині замкнутої поверхні буде не дискретним, а неперервним з густиною $\rho = \frac{dq}{dV}$, то повний заряд всередині замкнутої поверхні, згідно з (1.6), можна розраховувати таким чином:

$$\sum_{i=1}^n q_i = q = \int_V \rho dV, \quad (1.27)$$

що надає теоремі Остроградського — Гауса в інтегральній формі такого вигляду:

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV. \quad (1.28)$$

Розглянемо локальну, або диференціальну, форму запису цієї теореми. Вона застосовується тоді, коли електричний заряд розподілений з густиною $\rho(x, y, z)$ у вакуумі. Очевидно, це відповідає випадку, коли, нехтуючи дискретною природою електричного заряду, розглядають такі досить малі елементи об'єму, в яких густина заряду є сталою величиною.

Розділимо ліву частину (1.28) на об'єм V , обмежений замкнутою поверхнею S . Тоді в граничному випадку (див. вступ), коли V прямує до нуля, тобто при стягненні об'єму до точки P , біля якої густина заряду дорівнює ρ , маємо:

$$\lim_{V \rightarrow 0} \frac{\Phi}{V} = \lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint_S E_n dS = \operatorname{div} E. \quad (1.29)$$

Отримуємо дивергенцію вектора напруженості електричного поля. Що стосується правої частини рівняння (1.28), то в граничному випадку вона дає

$$\lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (1.30)$$

і тоді диференціальна форма запису теореми Остроградського — Гаусса має вигляд:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (1.31)$$

Дивергенція фактично означає розходження, або розтікання вектора E біля точки P і характеризує інтенсивність витоку, якщо заряд позитивний, або стоку, якщо заряд негативний, з околиць точки P , в якій обчислюється дивергенція. Математично, в декартовій системі координат дивергенцію записують через оператор набла $\vec{\nabla}$:

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}. \quad (1.32)$$

Тоді запис теореми Остроградського — Гаусса в диференціальній формі має вигляд:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (1.33)$$

Запис значно скорочується, якщо ліву частину (1.33) представити у вигляді скалярного добутку оператора $\vec{\nabla}$ на вектор напруженості електричного поля

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (1.34)$$

Теорема Остроградського — Гаусса дозволяє порівняно просто визначити характеристики електричного поля таких систем зарядів, що містять нескінченно велике число елементарних точкових зарядів. Розглянемо деякі з них:

а) Знайдемо напруженість поля рівномірно зарядженої нескінченної площини, що має поверхневу густину заряду σ^+ .

Замкнену поверхню в даному випадку зручно вибрати у вигляді циліндра, вісь якого перпендикулярна до площини і поділяється нею навпіл, як показано на рис. 10.

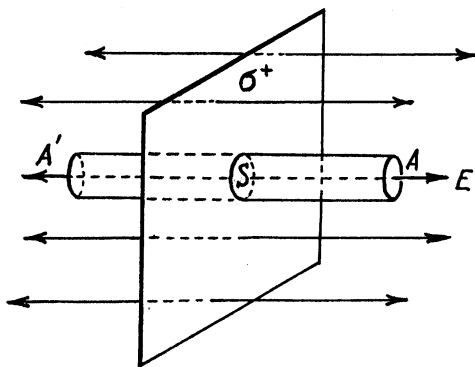


Рис. 10

Згідно з теоремою Остроградського — Гаусса, потік напруженості через поверхню циліндра повинен дорівнювати заряду, що знаходиться всередині цього циліндра, поділеному на електричну сталу. Заряд всередині циліндра дорівнює $\sum q_i = \sigma S$, де S — площа основи циліндра. Лінії напруженості внаслідок симетрії бокову поверхню циліндра не перетинають. Тому весь потік проходить через основи циліндра і дорівнює $\Phi = E 2S$. Теорему Остроградського — Гаусса записуємо так $E \cdot 2S = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma S$, звідки

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}. \quad (1.35)$$

Таким чином, напруженість поля, що створюється нескінченною і рівномірно зарядженою площиною, пропорційна поверхневій густині заряду і не залежить від відстані до площини. Тобто поле такої площини є однорідним.

б) Знайдемо напруженість поля між двома паралельними нескінченними рівномірно зарядженими площинами з однаковою поверхневою густиною зарядів протилежних знаків.

З рис. 11, із врахуванням формули (1.35) випливає, що між пластинами напруженості полів, які не залежать від відстані, додаються, утворюючи однорідне поле з напруженістю

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \quad (1.36)$$

За межами площин напрями векторів напруженості протилежні, тому там електричне поле відсутнє.

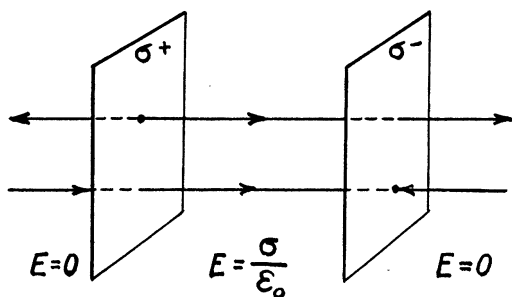


Рис. 11

в) Визначимо напруженість поля рівномірно зарядженої нескінченної прямолинійної нитки.

Замкнену поверхню в даному випадку виберемо також у вигляді циліндра, але розташованого вздовж нитки, і так, щоб вона проходила всередині циліндра, як це зображено на рис. 12.

Внаслідок симетрії лінії напруженості будуть розташовані перпендикулярно до нитки і перетинати лише бокову поверхню циліндра. Якщо лінійна густина заряду нитки τ (1.10), то заряд всередині циліндра дорівнює $\sum q_i = \tau h$, де h — висота циліндра, а потік ліній напруженості через замкнуту поверхню буде $\Phi = ES = E2\pi rh$, де $2\pi rh$ — площа бокової поверхні циліндра. Тоді теорема Остроградського — Гаусса має вигляд:

$$E2\pi rh = \frac{1}{\varepsilon_0} \tau h, \text{ звідки}$$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}. \quad (1.37)$$

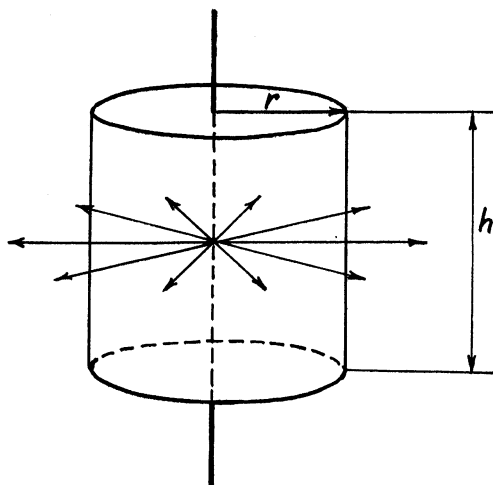


Рис. 12

Таким чином, напруженість поля нитки обернено пропорційна першій степені відстані від неї.

1.5. РОБОТА ПРИ ПЕРЕМІЩЕННІ ЗАРЯДУ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

На заряд, що знаходиться і рухається в електричному полі, діє сила, яка може переміщувати цей заряд. Визначимо роботу по переміщенню точкового позитивного заряду q_0 в електричному полі, яке створює заряд Q . Сила, що діє зі сторони електричного поля, створеного зарядом Q на заряд q_0 , є кулонівською і згідно з (1.14), дорівнює

$$F = \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1.38)$$

Елементарна робота сили $\vec{F}$ на нескінченно малому відрізку $d\vec{l}$, згідно з (3.1, частина I), дорівнює $dA = \vec{F}d\vec{l}$, або

$$dA = Fdl \cos\alpha. \quad (1.39)$$

Будемо вважати, що відрізок dl прямолінійний, а також знехтуємо зміною сили на цьому відрізку. Тоді, як видно із рис. 13а, $dl \cos \alpha = dr$, і елементарна робота дорівнює

$$dA = Fdr. \quad (1.40)$$

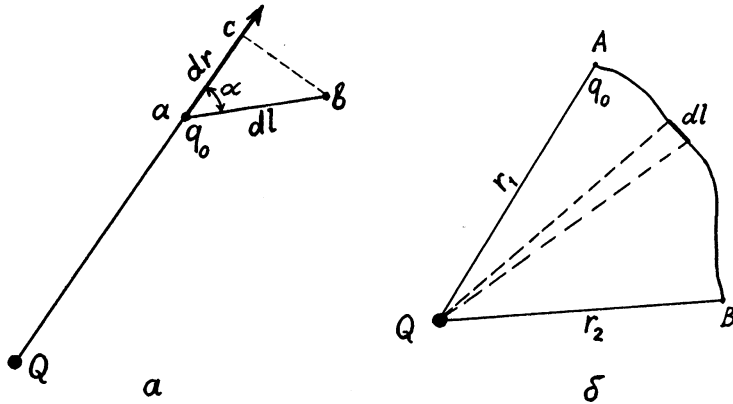


Рис. 13

Якщо заряд q_0 переміщується із точки A , що знаходиться на відстані r_1 від заряду Q в точку B , що знаходиться на відстані r_2 (рис. 13б), то повну роботу, що виконує електричне поле заряду Q , можна знайти як суму елементарних робіт, тобто

$$A = \int_{r_1}^{r_2} Fdr. \quad (1.41)$$

Підставимо в цей вираз значення сили із (1.38) і отримаємо

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Qqdr}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_1} - \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0 r_2}. \quad (1.42)$$

Із формули видно, що робота не залежить від довжини та форми шляху, а визначається лише початковим та кінцевим положенням заряду q_0 . Із останньої формули випливає також, що робота по замкнутому шляху, коли $r_1 = r_2$, дорівнює нулю. Записують це так:

$$\oint dA = 0. \quad (1.43)$$

Це означає, що електростатичні сили є консервативними силами.

Із (1.18) знайдемо силу через напруженість електричного поля

$$\vec{F} = q_0 \vec{E} \quad (1.44)$$

і підставимо це значення у формулу (1.39). Тоді для елементарної роботи отримаємо

$$dA = q_0 E dl \cos \alpha. \quad (1.45)$$

Вираз $E \cos \alpha$ є проекція вектора напруженості на переміщення dl . Позначимо її через E_l . Тоді елементарну роботу записують так:

$$dA = q_0 E_l dl, \quad (1.46)$$

а роботу на всій ділянці шляху від точки A до точки B :

$$A = q_0 \int_A^B E_l dl. \quad (1.47)$$

Виходячи з формули (1.47), а також із принципу суперпозиції (1.21), роботу в полі, що створене довільною системою зарядів, можна записати як суму робіт, виконуваних полем кожного заряду окремо:

$$A = q_0 \int E_l dl = q_0 \int \left(\sum_{i=1}^n E_l^i \right) dl = \sum_{i=1}^n \left(q_0 \int E_l^i dl \right) = \sum_{i=1}^n A_i. \quad (1.48)$$

Оскільки кожна робота A_i не залежить від форми траєкторії заряду q_0 , то і сумарна робота також не залежить від форми траєкторії.

1.6. ТЕОРЕМА ПРО ЦИРКУЛЯЦІЮ

Використовуючи для елементарної роботи вираз (1.46), повну роботу по замкнутому шляху (1.43) запишемо так:

$$\oint q_0 E_l dl = 0. \quad (1.49)$$

В останній формулі q_0 не дорівнює нулю, відповідно, нулю дорівнює інтеграл по замкнутому контуру L :

$$\oint_L E_l dl = 0. \quad (1.50)$$

Для довільного поля вектора $\vec{a}$ вираз $\oint \vec{a}_l dl$ (див. вступ) називають *циркуляцією* вектора $\vec{a}$ по замкнутому контуру. Тому формулу (1.50) можна сформулювати так: *циркуляція вектора напруженості електростатичного поля по будь-якому замкнутому контуру дорівнює нулю*. Це є теорема про циркуляцію.

Якщо поділити ліву частину рівняння (1.50) на площу S , обмежену контуром L , тоді в граничному випадку, коли S прямує до нуля, тобто при стягненні S до точки, вираз $\lim_{S \rightarrow 0} \frac{\oint E_l dl}{S} = \text{rot } E$ є ротор вектора напруженості електричного поля, і згідно з (1.50), він дорівнює нулю:

$$\text{rot } \vec{E} = 0. \quad (1.51)$$

Тоді теорему про циркуляцію в диференціальній формі можна сформулювати так: *ротор вектора напруженості електростатичного поля дорівнює нулю*.

Ротор напруженості електричного поля є векторною величиною. В декартовій системі координат його можна записати так:

$$\text{rot } \vec{E} = \vec{i} \left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) + \vec{j} \left(\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) + \vec{k} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right). \quad (1.52)$$

Використовуючи оператор набла, вираз для ротора має вигляд:

$$\text{rot } \vec{E} = [\vec{\nabla} \times \vec{E}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix}, \quad (1.53)$$

а теорема про циркуляцію —

$$\operatorname{rot} \vec{E} = [\vec{\nabla} \times \vec{E}] = 0. \quad (1.54)$$

Якщо відомий ротор вектора $\vec{E}$ в кожній точці поля або поверхні S , то по теоремі Стокса можна обчислити циркуляцію вектора $\vec{E}$ по контуру, що обмежує поверхню S (див. вступ):

$$\oint_L E_l dl = \int_S \operatorname{rot} E dS. \quad (1.55)$$

Права частина (1.55) являє собою потік ротора E , і теорему Стокса для електричного поля можна сформулювати таким чином: *циркуляція вектора напруженості електричного поля по довільному замкнутому контуру дорівнює потокові ротора напруженості через довільну поверхню, обмежену цим контуром*. І, оскільки ротор в кожній точці дорівнює нулю, то приходимо до висновку, що

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{E}) dS = 0. \quad (1.56)$$

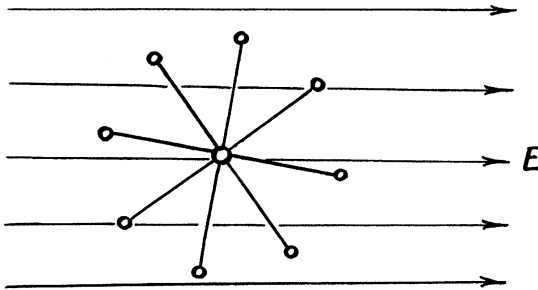


Рис. 14

Наочною аналогією ротора може бути електрична крильчатка дуже малих розмірів, на кінцях якої будуть розміщені електричні позитивні заряди (рис. 14). В тих місцях електричного поля, де ротор не дорівнює нулю, крильчатка повинна крутитись з тим більшим прискоренням, чим більша проекція ротора на вісь крильчатки. Для електростатичного поля, де ротор до-

рівнює нулю, вона не буде крутитись при будь-якій орієнтації її осі. Тобто в електростатичному полі немає вихорів, і тому його називають безвихровим.

1.7. ПОТЕНЦІАЛ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

Оскільки електростатичне поле безвихрове, а сили консервативні, то слід чекати, що заряд q_0 , який знаходиться в електричному полі, має потенціальну енергію. Згідно з (3.62, частина I), зміна потенціальної енергії дорівнює роботі, що виконують електричні сили при переході заряду із одного положення в інше, тобто

$$A = W_1 - W_2. \quad (1.57)$$

Порівнюючи цю формулу із (1.42), бачимо, що потенціальна енергія заряду q_0 , який знаходиться в електричному полі, створеному зарядом Q , дорівнює

$$W = \frac{Qq_0}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.58)$$

Потенціальна енергія залежить від величини зарядів та відстані між ними. Точкою відліку потенціальної енергії є нескінченність, тобто $r = \infty$, тоді $W = 0$.

Потенціальна енергія не може бути характеристикою поля, тому що вона залежить від величини заряду q_0 . Згідно з (1.58), ця залежність прямо пропорційна. Різні заряди q_{0i} в одній і тій самій точці поля будуть мати різні енергії W_i . Однак відношення $\frac{W_i}{q_{0i}}$ буде для всіх зарядів тим самим. Воно буде залежати лише від величини заряду, що створює поле, і відстані в цьому полі, тому буде характеристикою поля:

$$\varphi = \frac{W_i}{q_{0i}}. \quad (1.59)$$

Цю величину називають *потенціалом* поля в даній точці і використовують поряд із напруженістю E для опису електричних

полів. Із (1.59) випливає, що потенціал чисельно дорівнює потенціальній енергії, яку мав би в даній точці поля одиничний позитивний заряд. Для потенціалу точкового заряду із формул (1.59) і (1.58) знаходимо

$$\varphi = \frac{W}{q_0} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.60)$$

В СІ одиницею потенціалу є 1 вольт = 1 джоуль/1 кулон. Потенціал електростатичного поля — скалярна величина. Коли в кожній точці простору визначено якусь скалярну фізичну величину, то тим самим буде задано скалярне поле. Таким чином, в електростатиці ми маємо справу із *скалярним полем потенціалу*.

Розглянемо поле, створене системою точкових зарядів Q_i . Відстань кожного із зарядів до даної точки поля, де знаходиться заряд q_0 , буде r_i . Робота, яку виконують сили цього поля над зарядом q_0 , буде дорівнювати алгебраїчній сумі робіт, зумовле-

них кожним із зарядів Q_i , а саме $A = \sum_{i=1}^n A_i$. Згідно (1.42), кож-

на $A_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_i q_0}{r_{i1}} - \frac{Q q_0}{r_{i2}} \right)$. Тоді $A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i q_0}{r_{i1}} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i q_0}{r_{i2}}$.

Зіставляючи останній вираз із (1.57), отримаємо для потенціальної енергії заряду q_0 в полі системи зарядів вираз

$$W = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i q_0}{r_i}, \text{ із якого виходить, що}$$

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{Q_i}{r_i}. \quad (1.61)$$

Порівнюючи цю формулу з (1.60), приходимо до висновку, що *потенціал поля, створеного системою зарядів, дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів, створених кожним із зарядів окремо*:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i. \quad (1.62)$$

Тобто для потенціалу, як і для напруженості, використовується *принцип суперпозиції*. Але слід мати на увазі, що напруже-

ності додаються векторно, а потенціали — алгебраїчно. Завдяки цьому розрахунок потенціалів здійснюється значно простіше, ніж розрахунок напруженості полів.

Із формули (1.59) знайдемо потенціальну енергію заряду q , що знаходиться в точці поля з потенціалом φ :

$$W = q\varphi. \quad (1.63)$$

Тоді роботу сил поля над зарядом q при його переміщенні із одного положення в інше (1.57) можна виразити через різницю потенціалів:

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (1.64)$$

Якщо заряд q із точки поля з потенціалом φ вивести на нескінченність, де потенціал дорівнює нулю, то робота сил поля буде дорівнювати

$$A_{\infty} = q\varphi_1. \quad (1.65)$$

Звідки виходить, що *потенціал чисельно дорівнює роботі, яку виконують сили поля над одиничним позитивним зарядом при віддаленні його із даної точки на нескінченність*. Таку ж саму за величиною роботу слід виконати проти сил електричного поля, переміщуючи одиничний позитивний заряд із нескінченності в дану точку поля.

В фізиці часто користуються одиницею роботи чи енергії, яка називається електрон-вольт (eB). Під електрон-вольтом мають на увазі роботу, яку виконують сили поля над зарядом, що дорівнює заряду електрона при проходженні ним різниці потенціалів в 1 вольт:

$$1\text{eB} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1\text{В} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}.$$

Поверхні у всіх точках, в яких потенціали однакові, називають *еквіпотенціальними*. Із формули (1.64) виходить, що робота по переміщенню заряду вздовж еквіпотенціальної поверхні дорівнює нулю, оскільки $\varphi_1 = \varphi_2$. Це означає, що сили електричного поля направлені перпендикулярно еквіпотенціальним поверхням і, відповідно, *лінії напруженості поля перпендикулярні еквіпотенціальним поверхням*.

Таким чином, електричне поле характеризується двома фізичними величинами: *напруженістю* (силова характеристика) і *потенціалом* (енергетична характеристика). Встановимо між ними зв'язок. Нехай позитивний заряд q переміщується силою електричного поля з еквіпотенціальної поверхні з потенціалом φ_1 на близько розташовану еквіпотенціальну поверхню з потенціалом φ_2 ($\varphi_2 < \varphi_1$) (рис. 15).

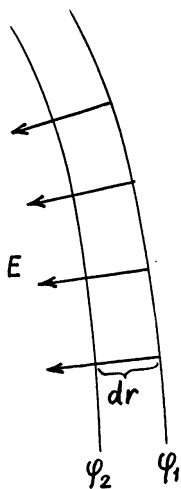


Рис. 15

Напруженість поля на елементарному переміщенні dr будемо вважати сталою величиною. Тоді робота по переміщенню заряду дорівнює

$$dA = Fdr = qEdr. \quad (1.66)$$

З іншого боку, цю роботу можна виразити через різницю потенціалів

$$dA = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qd\varphi. \quad (1.67)$$

Із цих останніх двох формул отримаємо:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \text{ або } \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}\varphi}. \quad (1.68)$$

Знак мінус зумовлений тим, що напруженість поля направлена в сторону зменшення потенціалу, тоді як градієнт потенціалу направлений в сторону збільшення потенціалу (див. вступ).

Таким чином, *напруженість поля дорівнює за величиною і протилежна за напрямком градієнту потенціалу*. Записуючи формулу (1.68) для координатних осей x , y , z , отримаємо формули для проекцій E_x , E_y , E_z вектора напруженості:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}. \quad (1.69)$$

Формули (1.68), (1.69) дають можливість розрахувати напруженість поля через потенціал, здиференціювавши його по координатам. Цей спосіб більш зручніший, ніж використання принципу суперпозиції для напруженості. Формула (1.68) також показує, що одиницею напруженості електричного поля є 1 В/м .

1.8. ПРОВІДНИКИ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

За своїми електричними властивостями всі речовини можна поділити на дві групи: провідники і діелектрики. Проміжний стан між ними займають напівпровідники. Про це йшла мова в § 1.1. В провідниках під дією електромагнітного поля виникає електричний струм, в діелектриках — ні. Електричний струм в провідниках виникає тому, що в них є електричні заряди, які можуть вільно переміщатись по провіднику. Існують два роди провідників. До провідників першого роду відносяться метали. В них заряди, що можуть вільно переміщатись, є вільні електрони. Їх переміщення не спричиняє ніяких хімічних перетворень в провідниках. У вузлах кристалевої ґратки металу розташовуються позитивні іони, а електрони зовнішніх оболонок, які відокремились від них, стають «колективними» і можуть вільно переміщуватись по провіднику. Виходячи з такої спрощеної класичної моделі, розглянемо, як ведуть себе провідни-

ки першого роду, якщо їх розмістити в електричному полі. Помістимо в однорідне електричне поле нейтральний провідник, наприклад, металеву кулю (рис. 16).

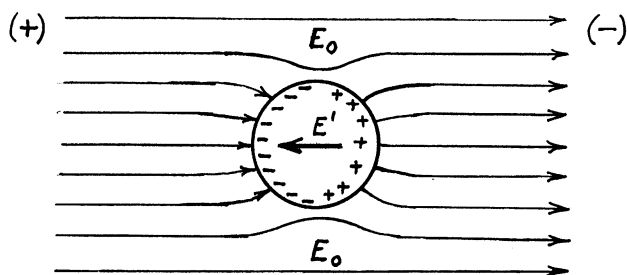


Рис. 16

Під впливом поля вільні електрони провідника почнуть переміщуватись проти поля і розташовуватись на лівій частині поверхні кулі. Внаслідок цього ліва частина буде заряджена негативно, а права, на якій буде нестача електронів, — позитивно. Це явище перерозподілу зарядів називають *електростатичною індукцією*. Індуковані заряди будуть створювати своє електричне поле, яке буде спрямоване в протилежну сторону зовнішньому полю. Перерозподіл зарядів буде відбуватися доти, поки зовнішнє поле не буде скомпенсоване власним полем зарядів. При цьому результуюче поле всередині провідника буде відсутнім, а це означає, що напруженість поля всередині провідника дорівнює нулю. Відсутність поля всередині провідника, в свою чергу, приводить до висновку, що всі точки провідника мають

однаковий потенціал. Якщо $E = -\frac{d\phi}{dr}$ і $E = 0$, то $\phi = \text{const}$. Та-

ким чином, провідник є екіпотенціальним тілом, а поверхня провідника — *еквіпотенціальною поверхнею*. Як було розглянуто раніше в 1.7, в такому випадку силові лінії напруженості поля повинні бути розташовані перпендикулярно до екіпотенціальної поверхні провідника. Тобто, внесений в електричне поле провідник, навіть тоді, коли він не заряджений, викликає викривлення поля: поблизу провідника воно буде неоднорід-

ним. На рис. 16 це зображено за допомогою ліній напруженості електричного поля.

Зрозуміло, що електричне поле буде відсутнім не лише всередині суцільного провідника, а також і всередині порожнини, що може знаходитись в провіднику, наприклад, всередині порожнистої кулі. На цій властивості провідників заснований *електростатичний захист*. Електростатичне поле не проникає в область, яка буде обмеженою замкнутою металевою оболонкою. Цим явищем *екранування* користуються, коли необхідно звільнитися від впливу зовнішніх електричних полів. Для цього стінки лабораторії обшивають металевими листками.

Якщо провідник заряджений, то надані йому заряди під впливом кулонівських сил будуть відштовхуватись якнайдалі. Тому вони завжди будуть розташовуватись на зовнішній поверхні провідника. Всередині провідника вільних зарядів не буде. Найбільша поверхнева густина заряду буде на гострих кінцях провідника. Там же буде і найбільша напруженість поля зарядженого провідника.

1.9. ЕЛЕКТРОЄМНІСТЬ ПРОВІДНИКІВ. ЕНЕРГІЯ ПРОВІДНИКІВ

Оскільки поверхня провідника є еквіпотенціальною, то заряджений провідник можна характеризувати потенціалом. Дослід показує, що із збільшенням заряду провідника потенціал також збільшується. При зміні заряду на dq потенціал змінюється на $d\phi$, а відношення

$$C = \frac{dq}{d\phi} = \frac{q}{\phi} \quad (1.70)$$

залишається сталою величиною. Величину C називають *електроємністю провідника*. Це важлива характеристика провідника, і залежить вона від його розмірів та форми, і не залежить від матеріалу. Чисельно ємність дорівнює заряду, який необхідно надати провіднику, щоб збільшити його потенціал на оди-

ницю. В СІ ємність вимірюється в *фарадах*. 1 фарада = 1 кулон/1 вольт. Це дуже велика одиниця ємності для оточуючих нас провідників, тому часто використовують її частки: мікро-фараду 1 мкф= 10^{-6} ф і піко-фараду 1 пкф= 10^{-12} ф.

Отримаємо формулу для ємності кулі. Оскільки поле зовні кулі буде таким самим, як і для точкового заряду (1.20), а по-

тенціал, згідно з (1.60), дорівнює $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$, де q — заряд кулі,

а $r = R$ — радіус кулі, то, підставляючи це значення в формулу (1.70), отримаємо $C = 4\pi\epsilon_0 R$. Із цієї формули можна знайти, що ємність в 1 фараду має куля, радіус якої дорівнює

$R = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9$ м, що в 1500 разів більше за радіус Землі.

Для зарядки провідника необхідно виконати роботу проти кулонівських сил відштовхування між однойменними зарядами. Ця робота йде на збільшення електричної енергії зарядженого провідника. Нехай спочатку нейтральному провіднику, що має ємність C , надали заряд q , а потім маленькими порціями dq будемо підзаряджати наш провідник, переносючи їх із нескінченності, де потенціал $\varphi_0 = 0$, на наш провідник. Від цього потенціал провідника буде зростати. Позначимо цей змінний потенціал через φ . Тоді елементарна робота, яку ми кожного разу будемо виконувати, згідно з (1.64), дорівнює $dA = (\varphi_0 - \varphi)dq = -\varphi dq$. Із формули (1.70) $dq = Cd\varphi$, тому $dA = -C\varphi d\varphi$. Повна робота по зарядці провідника дорівнює сумі елементарних робіт, тобто

$$A = \int_0^{\varphi} dA = -C \int_0^{\varphi} \varphi d\varphi = -\frac{1}{2} C \varphi^2.$$

Знак мінус показує, що роботу виконували зовнішні сили проти сил поля зарядженого провідника. Таку ж саму роботу, але додатну, може виконати провідник в процесі розрядки. Але робота дорівнює енергії провідника, тому енергія зарядженого провідника дорівнює

$$W = \frac{C\varphi^2}{2}. \quad (1.71)$$

Користуючись формулою (1.70) енергію провідника записують ще так:

$$W = \frac{q\varphi}{2}, \text{ або } W = \frac{q^2}{2C}. \quad (1.72)$$

1.10. КОНДЕНСАТОРИ. ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

Окремо взятий провідник має невелику електроємність. Для прикладу підрахуємо електроємність кулі, що має такі розміри, як наша планета Земля. Згідно з формулою $C = 4\pi\epsilon_0 R$, електроємність дорівнює приблизно 700 мкф. Разом з тим на практиці є необхідність в пристроях, які б могли накопичувати значні за величиною заряди. Такі пристрої називають *конденсаторами*. В основу роботи конденсаторів покладений той факт, що електроємність провідника зростає при наближенні до нього інших тіл. Це пояснюється тим, що під дією поля, яке створює заряджений провідник, на тілі, що підносять до нього, виникає індукований заряд, і це призводить до зменшення потенціалу провідника, а згідно з (1.70), до збільшення електроємності.

Найпростішу конструкцію має плоский конденсатор. Він складається з двох паралельних, близько розташованих металевих пластин — обкладок, розділених тонким шаром діелектрика. Обкладкам надають різнойменні однакові заряди (рис. 17). Між ними утворюється електричне поле, яке можна характеризувати як напруженість, тік і різницею потенціалів. Згідно з (1.70), електроємність C плоского конденсатора дорівнює відношенню заряду q одної із його обкладок до різниці потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$ на цих обкладках:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \quad (1.73)$$

Для малих значень d — відстані між обкладками — поле всередині конденсатора можна вважати однорідним. Скористуємось формулою зв'язку між напруженістю і потенціалом (1.68). Для конденсатора вона буде мати такий вигляд:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}. \quad (1.74)$$

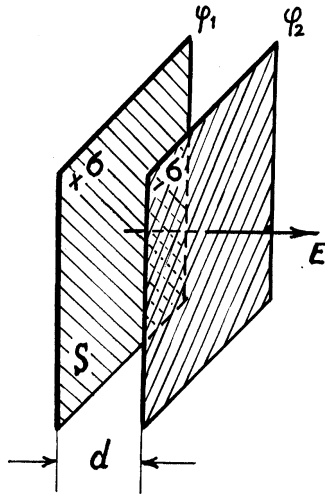


Рис. 17

Враховуючи формулу (1.36), в однорідному полі для різниці потенціалів отримаємо вираз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}. \quad (1.75)$$

Тут σ — поверхнева густина заряду на обкладках. Оскільки $q = \sigma S$, то із формул (1.73) і (1.75) отримаємо:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}. \quad (1.76)$$

Електроємність плоского конденсатора прямо пропорційна площі обкладок і обернено пропорційна відстані між ними. Діелектрик, що розміщують між пластинами, зменшує різницю потенціалів в ε раз. Як буде показано пізніше, ε — це діелектрична стала речовини. Зменшення різниці потенціалів приводить до збільшення ємності конденсатора в ε разів, і тому формулу (1.76) записують так:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}. \quad (1.77)$$

Практично конденсатор виготовляють із двох тонких вузьких і довгих стрічок із металевої фольги. Між ними розташовують дуже тонку стрічку пропарафінового паперу. Таку трьохшарову смужку скручують в щільний рулон. До металевих стрічок приєднують два проводи, і скручений рулон розміщують в металеву коробку розмірами в декілька сантиметрів. Конденсатори розмірами з сірникову коробку мають ємність порядку десятків мікрофард. Для порівняння самотня металева куля такої ж ємності повинна мати розміри порядку 100 км. В зв'язку з тим, що ззовні металевих стрічок електричне поле відсутнє (рис. 11), заряджений конденсатор не може впливати на сусідні з ним провідники.

Конденсатори можна з'єднувати між собою в батареї. Визначимо ємність паралельно і послідовно з'єднаних конденсаторів. У паралельно з'єднаних конденсаторів (рис. 18а) різниця потенціалів на обкладках однакова і дорівнює $\varphi_1 - \varphi_2$, оскільки вони з'єднані провідниками, а провідник екіпотенціальний. Сума однойменних зарядів на обкладках дорівнює $q_1 + q_2$. Ємність такої батареї дорівнює $C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q_1 + q_2}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q_1}{\varphi_1 - \varphi_2} + \frac{q_2}{\varphi_1 - \varphi_2}$, де $\frac{q_1}{\varphi_1 - \varphi_2} = C_1$ — ємність першого конденсатора, а $\frac{q_2}{\varphi_1 - \varphi_2} = C_2$ — ємність другого конденсатора. Тому $C = C_1 + C_2$.

Для n паралельно з'єднаних конденсаторів ємність дорівнює

$$C = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (1.78)$$

Ємність батареї конденсаторів при паралельному їх з'єднанні дорівнює сумі ємностей окремих конденсаторів.

При послідовному з'єднанні конденсаторів заряди всіх обкладок однакові і дорівнюють q , а різниця потенціалів дорівнює $(\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) = \varphi_1 - \varphi_3$. Ємність такої батареї дорівнює

$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_3}$, звідки $\frac{1}{C} = \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{q} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{q} + \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{q}$. А, оскільки $\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{q} = \frac{1}{C_1}$, а $\frac{\varphi_2 - \varphi_3}{q} = \frac{1}{C_2}$, то $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$. Для n послідовно з'єднаних конденсаторів ємність дорівнює

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (1.79)$$

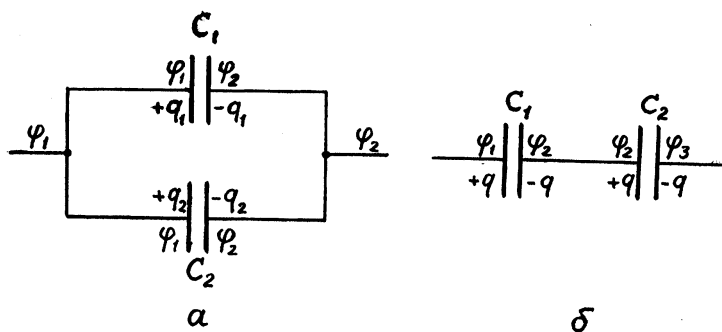


Рис. 18

При послідовному з'єднанні обернена величина ємності дорівнює сумі обернених величин ємностей окремих конденсаторів. Ємність батареї менше найменшої ємності конденсатора, що входить в батарею.

Цікаво відмітити, що орган для накопичення електричної енергії у деяких видів риб (електричний скат, електричний вугор) являє собою батарею конденсаторів значної ємності, що знаходиться під досить високою різницею потенціалів, яка може досягати тисячі вольт. Ця батарея складається із тонких шарів, які чергуються із провідної (нервової) та непровідної (з'єднуючої) тканини. Електроенергія виробляється нервовою системою спинного мозку.

Як всякий заряджений провідник, конденсатор має електричну енергію, яка, згідно з (1.71), дорівнює $W = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}$

. Враховуючи формули (1.74) і (1.77), електричну енергію конденсатора можна представити у вигляді $W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 Sd}{2}$, а оскільки $S \cdot d = V$ є об'єм між обкладками конденсатора, то

$$W = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 V}{2}. \quad (1.80)$$

Так як електричне поле зосереджено всередині конденсатора, то можна вважати, що формула (1.80) описує не тільки енергію електричного поля конденсатора, а і енергію електричного поля взагалі, яка пропорційна квадрату його напруженості і об'єму охопленого ним простору. Густина енергії електричного поля дорівнює відношенню енергії електричного поля до зайнятого ним об'єму.

$$\omega = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}. \quad (1.81)$$

Як бачимо, густина енергії електричного поля прямо пропорційна квадрату напруженості поля.

1.11. ДІЕЛЕКТРИКИ В ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛІ

Розглянемо електричні властивості іншої групи речовин, а саме діелектриків. Нагадаємо, що до групи діелектриків відносяться речовини, в яких електричні заряди не можуть вільно переміщуватись. Можливість переміщення зарядів у діелектриках обмежена. І тому вони не пропускають електричний струм. Діелектрики за своїми властивостями бувають різні. Відрізняються вони своєю будовою та поведінкою в електричному полі. Можна виділити декілька видів діелектриків: неполярні, полярні, сегнетоелектрики, іонні кристали та інші.

Розглянемо спочатку *неполярні* діелектрики. Складаються вони з молекул чи атомів, які схематично можна уявити у вигляді позитивно зарядженої центральної області (атомного ядра) і симетрично оточуючої її негативно зарядженої електронної

оболонки (рис. 19а). В такій молекулі чи атомі «електричний центр» зосереджений в одній точці, в центрі. Типовими представниками є атоми інертних газів, а також газів O_2 , H_2 , N_2 та інші. Під впливом зовнішнього поля позитивно заряджена область буде зміщуватись в одну сторону, а негативна — в протилежну (рис. 19б), і «електричний центр» уже не буде зосереджений в одній точці. Молекула видовжиться і стане *полярною*. Схематично таку молекулу представляють у вигляді *диполя* (рис. 19в). Диполь — це модель молекули чи атома, в якій позитивний і негативний заряди, будучи зв'язаними і разом з тим просторово роз'єднаними, представляють у вигляді двох точкових зарядів. Явище деформації неполярної молекули чи атома називають *поляризацією*. В даному випадку поляризація буде *електронною*, оскільки зміщуватись відносно ядра будуть електронні оболонки. Зрозуміло, що при розміщенні такого діелектрика в електричному полі всі неполярні молекули будуть перетворюватись в диполі і розташовуватись вздовж ліній поля (рис. 19г). Внаслідок цього на торцях діелектрика виникають різноіменні поверхневі заряди. Сам діелектрик поляризується. Степінь електронної поляризації залежить від його властивостей і від напруженості поля.

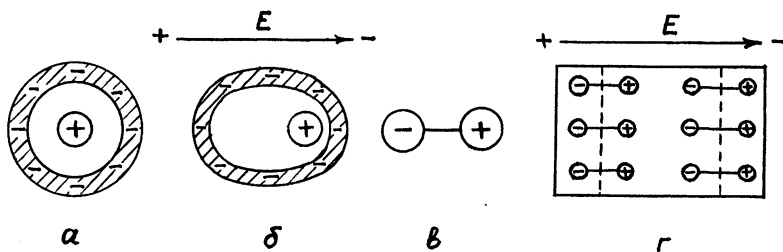


Рис. 19

В *полярних* діелектриках молекули у відсутності зовнішнього поля будуть не симетричні в електричному відношенні, тобто *полярними*, або *дипольними*. До таких діелектриків відносяться вода, аміак, ефір, ацетон та ін. Завдяки тепловому рухові дипольні молекули розташовуються в діелектрику хаотично

(рис. 20а), тому діелектрик в цілому буде неполяризованим. Під впливом зовнішнього електричного поля дипольні молекули діелектрика будуть повертатися так, щоб їх осі розташовувались вздовж ліній напруженості поля. Це зумовлене тим, що на заряди диполя діє зовнішнє електричне поле, яке створює момент сили, і він повертає диполь доти, поки не встановить його вздовж поля. Тобто зовнішнє поле орієнтує диполі полярного діелектрика в електричному полі (рис. 20б). Разом з тим електричне поле може і деформувати диполі, розтягуючи чи стискаючи їх. Внаслідок цього діелектрик поляризується (рис. 20в). Такого роду поляризація називається *орієнтованою або дипольною*. Степінь поляризації залежить від властивостей полярного діелектрика, напруженості поля і температури. Коли зовнішнє електричне поле зникає, разом з ним зникає і поляризація як електронна, так і орієнтована.

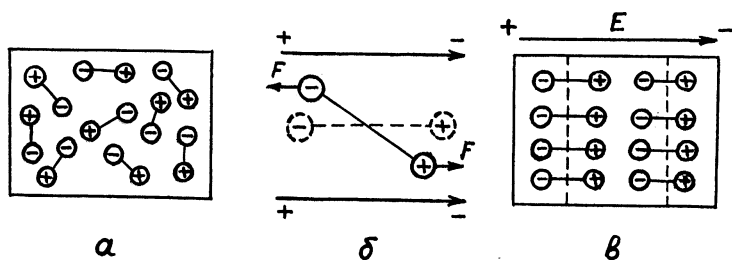


Рис. 20

Існують діелектрики, які називають *сегнетоелектриками*. У сегнетоелектриків зберігається поляризація і після зникнення електричного зовнішнього поля. Це пояснюється тим, що в них існують області, які називають *доменами*. В кожному окремому домені диполі молекул орієнтовані однаково при відсутності зовнішнього поля. При цьому в різних доменах орієнтація диполів різна. І тому сегнетоелектрик у цілому не полярний (рис. 21а). При внесенні сегнетоелектрика в зовнішнє електричне поле починають орієнтуватись по полю не окремі диполі, а всі поляризовані області (домени) (рис. 21б). Після зникнення електричного поля теплових рух зможе дезорієнту-

вати такі області тільки при достатньо високій температурі, яка називається *температурою Кюрі*. Типовими сегнетоелектриками є сегнетова сіль, титанат барію.

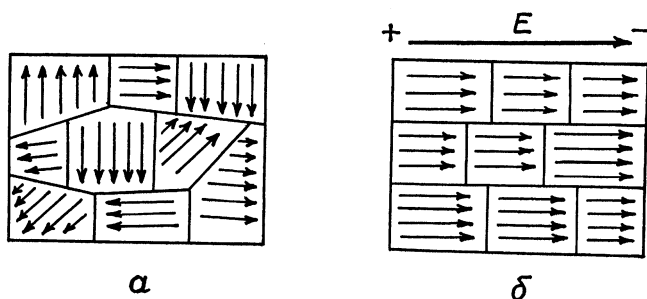


Рис. 21

Цікаву групу діелектриків утворюють речовини типу NaCl, KCl, KBr з іонними зв'язками у молекулах. Кристали цих речовин мають ґратки з правильним чергуванням позитивних і негативних іонів. Їх розглядають як систему двох просторових підґраток, утворених іонами певного знаку. У зовнішньому електричному полі відбувається *іонна поляризація*, а саме зміщення підґраток одна відносно другої з утворенням на торцях поверхневих поляризаційних зарядів і системи диполів в об'ємі кристалу.

Деякі кристали, наприклад, кварц, поляризуються при механічній деформації. При стисканні пластинки такого кристалу вона поляризується, і в середині кристалу виникає електричне поле. При розтягуванні пластинки її полярність і напрямок поля змінюються на протилежні. Це явище називають *п'єзоелектричним ефектом*. П'єзоелектричний ефект зумовлений деформацією структурних груп молекул кристалу, що порушує симетрію кожної із цих груп в електричному відношенні. Існує зворотний п'єзоелектричний ефект: в зовнішньому електричному полі пластинка починає деформуватись, а саме — розтягуватись чи стискуватись вздовж поля. Прямий і зворотний п'єзо ефекти знайшли широке застосування в тех-

ніці, особливо при дослідженні та отриманні швидкозмінних процесів, наприклад, утворення ультразвукових та електричних коливань, тобто в тих випадках, коли необхідно перетворити механічні коливання в електричні, і навпаки. Крім того, в медицині п'єзоефект використовують в датчиках для вимірювання пульсу, у віброметрах — приладах для реєстрації вібрацій.

Поляризація діелектриків за відсутності електричного поля відбувається також в піроелектриках, електретах. В піроелектриках зміна спонтанної поляризації відбувається при зміні температури. Так, в типовому піроелектрику турмаліні при зміні температури на 1°C виникає електричне поле $E \sim 4 \cdot 10^4 \text{ В/м}$. Піроелектрики є приймачами та індикаторами випромінювань. Електрети здатні тривалий час зберігати відмінний від нуля вектор поляризації, створюючи в навколишньому середовищі електричне поле. Вони подібні до постійних магнітів які створюють власне магнітне поле. Перший електрет був створений у 1922 році японським фізиком Єгуччі. Він розплавив речовину, що складається з полярних молекул, помістив її у сильне електричне поле, тобто зорієнтував дипольні моменти, потім охолодив. Це так звані термоелектрети. Існують також фотоелектрети, радіоелектрети, механоелектрети. Вони застосовуються як джерела постійного струму, а також як чутливі датчики в приладах дозиметрії, електронної пам'яті.

Внаслідок явища поляризації зменшується сила взаємодії зарядів в діелектричних середовищах в порівнянні з їх взаємодією в вакуумі. Наприклад, у воді сила взаємодії між зарядами зменшується майже у 80 разів. Візьмемо дві різнойменні кулі з зарядами q_1 і q_2 .

Сила взаємодії цих зарядів у вакуумі, згідно з законом Кулона, дорівнює $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. Якщо ці ж заряджені кулі розмістити,

наприклад, у воді, то заряди q_1 і q_2 будуть орієнтувати диполі води навколо себе так, що у сферах радіусом R' ; які трохи більші від розміру кульок (рис. 22), результуючі заряди q'_1 і, відповідно, q'_2 внаслідок компенсації будуть значно менші від q_1

і q_2 . Очевидно, що сила взаємодії між кулями тепер буде дорівнювати $F' = \frac{q'_1 q'_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ і також буде значно меншою, ніж сила F у вакуумі. Такий підхід незручний тим, що для кожної речовини слід шукати свої «ефективні заряди». Зручніше ввести в знаменник закону Кулона безрозмірне число ϵ , яке буде показувати, в скільки разів діелектрик ослаблює взаємодію зарядів у порівнянні з їх взаємодією у вакуумі. Тоді для ізотропного діелектрика закон Кулона буде мати вигляд:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (1.82)$$

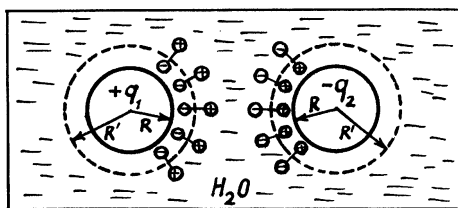


Рис. 22

Число $\epsilon > 1$ є безрозмірна величина. Її називають *діелектричною проникністю середовища*. Кожен діелектрик має своє значення ϵ .

Оскільки сила взаємодії в діелектриках зменшується в порівнянні з вакуумом, то і напруженість поля, яка є силовою характеристикою, також зменшується в ϵ разів. Тому для напруженості поля в діелектриках можна записати:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon}. \quad (1.83)$$

Для точкового заряду в діелектричному середовищі напруженість дорівнює

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2}. \quad (1.84)$$

Потенціал поля точкового заряду в діелектриках

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r}. \quad (1.85)$$

Розглянемо плоский конденсатор. Нехай напруженість поля між зарядженими пластинками у вакуумі дорівнює E_0 . Розмістимо тепер між пластинами діелектрик. Внаслідок поляризації на боковій поверхні діелектрика виникають поверхневі поляризаційні заряди, які створюють своє власне поле напруженістю E' (рис. 23).

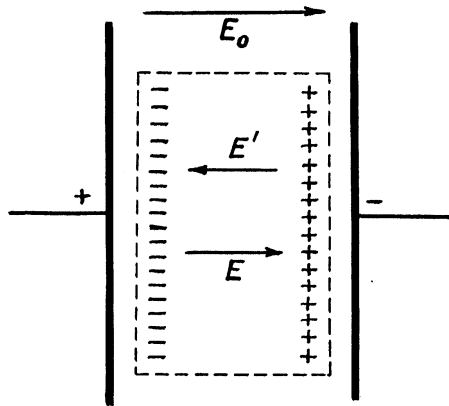


Рис. 23

Результуюча напруженість в конденсаторі тепер буде дорівнювати $E = E_0 - E'$. Відношення напруженості поля у вакуумі до напруженості результуючого поля в діелектричному середовищі при незмінних зарядах, що створюють поле, буде діелектричною проникністю ϵ діелектрика: $\epsilon = \frac{E_0}{E}$. Вона характеризує властивість діелектрика поляризуватись в електричному полі.

Для газів ϵ близька до одиниці (1,000–1,01). Для неполярних діелектричних рідин (2–2,5), у твердих діелектриків ϵ від 2,5 до 8, у полярних рідин — від 10 до 81. У сегнетоелектриків ϵ досягає дуже великих значень, порядку 10^4 , і, крім того, вона залежить від напруженості зовнішнього поля.

Для характеристики властивостей діелектрика розглянемо модель диполя. Як було показано вище, диполем називають систему, що складається з двох точкових зарядів однакових за величиною і протилежних за знаком (рис. 19в). Позначимо через $+q$ і $-q$ заряди диполя, а через $\vec{l}$ — вектор, проведений від негативного заряду диполя до позитивного. Тоді *електричним моментом диполя*, або *дипольним моментом* атома чи молекули називають

$$\vec{p} = q \cdot \vec{l}, \quad (1.86)$$

який є вектором і направлений вздовж осі диполя від негативного до позитивного заряду. Електричний момент диполя вимірюють в кулон · метрах, а дипольні моменти молекул, з огляду на їхні малі значення — в позасистемних одиницях — дебаях (∂). $1\partial = 3,36 \cdot 10^{-30} \text{ Кл} \cdot \text{м}$

Кількісно степінь поляризації діелектрика в електричному полі характеризують *вектором поляризації*. Вектор поляризації є сумарний дипольний момент одиниці об'єму речовини, тобто

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{p}_i}{V}. \quad (1.87)$$

В залежності від властивостей діелектрика поляризація може бути різною в різних точках діелектрика, тому і вектор поляризації буде функцією координат. Для ізотропних діелектриків, в не дуже сильних полях, розглядом яких ми і обмежимося, вектор поляризації пропорційний напруженості електричного поля.

$$\vec{P} = \varkappa \epsilon_0 \vec{E}. \quad (1.88)$$

Коефіцієнт $\varkappa$ залежить від властивостей речовини та від стану діелектрика і називається *діелектричною сприйнятливістю* речовини. Залежність $\varkappa$ від тих чи інших параметрів, що характеризують речовину у різних діелектриків, різна. Так, у діелектриків з полярними молекулами $\varkappa$ обернено пропорційна температурі:

$$\alpha \sim \frac{1}{T}. \quad (1.89)$$

Цей результат легко зрозуміти: із збільшенням температури збільшується дезорієнтуючий вплив теплового руху, що приводить до зменшення вектора поляризації. У діелектриків з неполярними молекулами α практично не залежить від температури.

При відсутності електричного поля позитивні і негативні заряди в кожній точці діелектрика скомпенсовані, тому густина заряду всюди дорівнює нулю. Поляризація діелектрика в електричному полі приводить до перерозподілу заряду, при якому виникають некомпенсовані заряди на поверхні діелектрика. Це так звані поляризаційні заряди. Встановимо зв'язок між поляризаційними зарядами і вектором поляризації.

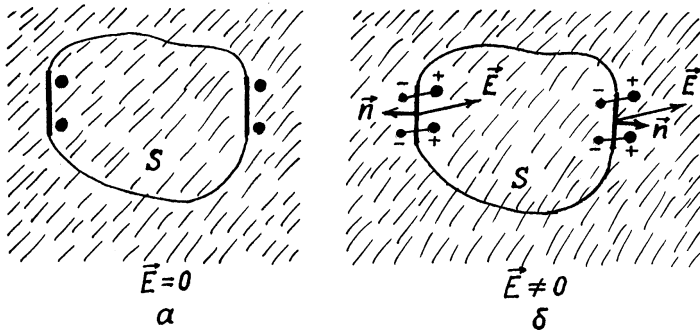


Рис. 24

Розглянемо ізотропний діелектрик з неполярними молекулами. Всередині його виділимо область, обмежену замкнутою поверхнею S (рис. 24). При поляризації відбувається зміщення зарядів. Оскільки центр мас молекули повинен залишатися на місці, бо маса ядра (позитивного заряду) в тисячі разів більше маси негативного заряду (електронів), то, зміщуватись будуть негативні заряди. Із рис. 24б видно, що через ділянки поверхні, де напруженість спрямована всередину, частина негативних зарядів залишить область, а через ділянки, де напруженість спрямована назовні, в область ввійдуть негативні заряди. Якщо

кількість зарядів, що ввійшли і вийшли через поверхню, буде різна, то область отримає поляризаційний заряд Q^n .

Підрахуємо спочатку малий заряд dQ^n , який отримає область за рахунок переходу зарядів через малу ділянку dS поверхні. Для цього розглянемо паралелепіпед, що спирається на dS .

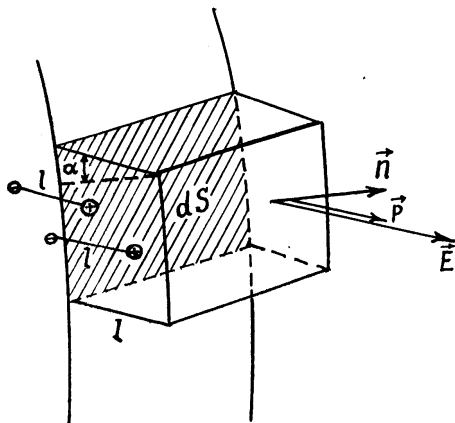


Рис. 25

Висота такого паралелепіпеда дорівнює l — величині зміщення електричних зарядів в молекулі. Об'єм такого паралелепіпеда буде дорівнювати $dV = dSl \cos \alpha$ (тут враховано, що паралелепіпед не прямокутний). В ньому знаходиться $dN = n_0 dV = n_0 dSl \cos \alpha$ молекул, де n_0 — концентрація молекул. Помножимо це число молекул на величину негативного заряду кожної молекули q і тим самим знайдемо абсолютну величину малого заряду dQ^n , що отримала область $|dQ^n| = qn_0 l \cos \alpha dS$. В цій формулі $ql = p$ є дипольний момент молекули, $qln_0 = pn_0 = P$ — величина вектора поляризації, $qln_0 \cos \alpha = P \cos \alpha = P_n$ — проекція вектора поляризації на нормаль до поверхні dS . Остаточного отримуємо

$$dQ^n = -P_n dS. \quad (1.90)$$

Знак мінус в цій формулі означає, що через ділянки поверхні, на яких $P_n > 0$, область отримує негативний заряд $dQ^n < 0$.

Повний поляризаційний заряд, що отримує область S , знайдемо як суму окремих малих зарядів по всій замкнутій поверхні:

$$Q^n = -\oint_S P_n dS. \quad (1.91)$$

Він дорівнює взятому з протилежним знаком потоку вектора поляризації через поверхню S .

1.12. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

Для опису електростатичного поля у вакуумі існують дві теореми, а саме теорема Остроградського — Гаусса і теорема про циркуляцію. В речовині, де можуть існувати як вільні, так і поляризаційні заряди, результуюча напруженість в кожній точці простору дорівнює сумі напруженостей, що створюють як вільні заряди провідників E^B , так і напруженості поля, що створюють поляризаційні заряди діелектриків E^n :

$$\vec{E} = \vec{E}^B + \vec{E}^n. \quad (1.92)$$

Але скористатись принципом суперпозиції в даному випадку неможливо тому, що використання передбачає заданим розташування зарядів у просторі, в той час, як розподіл вільних зарядів по поверхні провідника і поляризаційних зарядів в діелектриках визначається самим полем, яке заздалегідь невідомо. Тому в речовині для знаходження поля слід звернутись до теорем електростатики. Теорема про циркуляцію в речовині буде мати такий самий вигляд, як і у вакуумі. Безвихрове електростатичне поле у вакуумі буде залишатись безвихровим і в речовині. А що стосується теореми Остроградського — Гаусса про потік, то її слід конкретизувати так, щоб замість поляризаційних зарядів в ній були присутні характеристики діелектричного середовища. Запишемо теорему Остроградського — Гаусса для довільної замкнутої поверхні S , всередині якої можуть знаходитись як вільні заряди q_i^B , так і поляризаційні q_i^n :

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_{i=1}^n q_i^{\text{в}} + \sum_{i=1}^n q_i^{\text{п}} \right). \quad (1.93)$$

Скористуємось формулою (1.91) і виразимо сумарний поляризаційний заряд через потік вектора поляризації

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\sum_{i=1}^n q_i^{\text{в}} - \oint_S P_n dS \right). \quad (1.94)$$

Перенесемо ϵ_0 в ліву частину і внесемо його під знак інтеграла. Перенесемо в ліву частину також інтеграл від вектора поляризації. Оскільки обидва інтеграли беруть по одній і тій самій замкнутій поверхні S , то їх можна об'єднати під одним інтегралом. Після таких перетворень отримаємо:

$$\oint_S (\epsilon_0 E_n + P_n) dS = \sum_{i=1}^n q_i^{\text{в}}. \quad (1.95)$$

В ліву частину введемо новий вектор

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}. \quad (1.96)$$

Вектор $\vec{D}$ називають *вектором електричного зміщення*, або *вектором електричної індукції*.

Тепер теорема Остроградського — Гаусса приймає такий вигляд:

$$\oint D_n dS = \sum_{i=1}^n q_i^{\text{в}}. \quad (1.97)$$

В правій частині залишилась сума лише вільних зарядів, що знаходяться всередині замкнутої поверхні S , проте зліва замість потоку напруженості стоїть потік вектора електричної індукції через поверхню S . Це і є найбільш загальний вигляд теореми Остроградського — Гаусса в інтегральній формі. *Потік вектора електричної індукції через замкнену поверхню дорівнює сумі вільних зарядів, що знаходяться всередині цієї поверхні.*

Для запису цієї теореми в диференціальній формі розділимо ліву і праву частини рівняння (1.97) на об'єм і спрямуємо його

до нуля. Тоді, як це було показано у вступі, $\lim_{V \rightarrow 0} \frac{1}{V} \oint D_n dS = \text{div } \vec{D}$,
 $\sum_{i=1}^n q_i^B$
а $\frac{\sum_{i=1}^n q_i^B}{V} = \rho^B$ — об'ємна густина вільних зарядів. З врахуванням цього теорема Остроградського — Гаусса в диференціальній формі має такий вигляд:

$$\text{div } \vec{D} = \rho^B, \text{ або } \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho^B. \quad (1.98)$$

Тобто лінії електричної індукції починаються або закінчуються лише на вільних зарядах. В правій частині рівнянь (1.97) і (1.98) поляризаційних зарядів немає.

Розглянемо фізичний зміст та властивості вектора $\vec{D}$. Для ізотропних діелектриків вектор електричної індукції $\vec{D}$ так само, як і вектор поляризації (1.88), пропорційний напруженості поля, тому

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varkappa \varepsilon_0 \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} (1 + \varkappa). \quad (1.99)$$

Величина

$$1 + \varkappa = \varepsilon \quad (1.100)$$

є розглянута нами раніше *діелектрична проникність* речовини. Оскільки $\varkappa > 0$, то $\varepsilon > 1$ для будь-якого діелектрика. Згідно з (1.100), формула (1.99) має вигляд:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}. \quad (1.101)$$

Із останньої формули видно, що вектор $\vec{D}$, так само, як і вектор $\vec{E}$, утворює векторне поле. Напрямки векторів співпадають, тому лінії вектора $\vec{D}$ за формою співпадають з лініями вектора $\vec{E}$, але за чисельним значенням вони відрізняються в $\varepsilon_0 \varepsilon$ разів. Тобто густина цих ліній буде різною.

Важливою властивістю ліній вектора $\vec{D}$ є те, що вони, на відміну від ліній напруженості електричного поля, які починаються і закінчуються як на вільних, так і на поляризаційних зарядах, ідуть безперервно в таких місцях, де є поляризаційні

заряди. Вони, як це видно з теореми Остроградського — Гаусса (1.97), (1.98), починаються або закінчуються лише на вільних зарядах.

Для вакууму вектор поляризації $\vec{P} = 0$, тоді, згідно з (1.96),

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}. \quad (1.102)$$

Тобто у вакуумі вектори $\vec{D}$ і $\vec{E}$ відрізняються в ϵ_0 разів.

Всередині діелектрика, якщо він однорідний,

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}^B. \quad (1.103)$$

Тобто вектор електричної індукції відрізняється від вектора напруженості, що створюють тільки вільні заряди в ϵ_0 разів. Із формул (1.103) і (1.101) знаходимо, що всередині діелектрика

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}^B}{\epsilon}. \quad (1.104)$$

Можна показати, що у випадку, коли діелектрик вносять в електричне поле з напруженістю E_0 , поляризаційні заряди розподіляються на поверхні діелектрика таким чином, що створене ними поле відмінне від нуля лише всередині діелектрика. Тому внесення діелектрика не змінює початкового розподілу вільних зарядів і, відповідно, їх поля, тому $\vec{E}^B$ в формулі (1.104) фактично дорівнює E_0 — напруженості, яка існувала до внесення діелектрика, тобто:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\epsilon}. \quad (1.105)$$

З цією формулою ми ознайомились раніше (див. (1.83)).

1.13. ДІЕЛЕКТРИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ БІОЛОГІЧНИХ ТКАНИН

Одною із основних характеристик діелектриків є діелектрична проникність. Вона залежить від температури. За експериментально встановленою температурною залежністю діелек-

тричної проникності можна встановити, який тип поляризації має речовина, розрахувати дипольні моменти молекул, вектор поляризації. Зазначені параметри дають цінну інформацію про полярність молекули і її окремих зв'язків, про розподіл електронної густини. Характеризуючи живі тканини, слід врахувати, що вони є композиційними середовищами, причому одні структурні елементи можуть бути провідниками, інші діелектриками, деякі — напівпровідниками.

Діелектричні властивості живих тканин визначаються біоструктурами, які за значеннями дипольних моментів можна поділити на три групи.

До першої групи належать внутрішньоклітинні органоїди, значення їхніх дипольних моментів є максимальними. Для цих об'єктів характерна власна (спонтанна) поляризація. Властивості таких утворень обумовлені, по-перше, їхньою шаруватою структурою, по-друге, наявністю різниці потенціалів на межі шарів із суттєво відмінними значеннями електропровідності (про електропровідність дивись нижче). Клітинні органоїди є, по суті, замкненими об'ємами, утвореними біомембраною — типовим діелектриком, заповнені та оточені електролітом. Питомі електропровідності поза- та внутрішньо-клітинної рідини відрізняються від питомої електропровідності мембран у 10^9 – 10^{11} разів. На біомембранах існує різниця потенціалів 60–70 мВ. За поведінкою в електричному полі та значеннями P такі внутрішньоклітинні органоїди подібні до доменів сегнетоелектрика. Завдяки їхній наявності живі тканини мають значну діелектричну проникність і деякі інші сегнетоелектричні властивості.

Другу групу складають біологічно активні полярні макромолекули, що містяться як у цитоплазмі, так і у мембранах.

До третьої групи належать в основному молекули води і розчинених в ній різних неорганічних речовин. Дипольні моменти молекул таких речовин мають значення 1–2 дебая.

Дипольні моменти молекул змінюються за будь-якої, навіть зовсім незначної, перебудови структури речовини, тому дослідження динаміки діелектричної проникності дають

можливість виявляти тонкі зміни (навіть непомітні в електронний мікроскоп), що відбуваються на молекулярному рівні.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

1. Що таке електричний заряд та в яких одиницях він вимірюється?
2. Сформулюйте і поясніть закон збереження заряду.
3. Запишіть, що таке об'ємна, поверхнева та лінійна густина заряду.
4. Як взаємодіють електричні заряди? Сформулюйте і запишіть закон Кулона.
5. Що таке електричне поле?
6. Що таке напруженість електричного поля?
7. Чому дорівнює напруженість поля точкового заряду?
8. Сформулюйте принцип суперпозиції для електричних полів.
9. Сформулюйте і запишіть теорему Остроградського — Гаусса для вакууму в інтегральній та диференціальній формах.
10. Покажіть чому дорівнює напруженість поля, що створене однорідною і рівномірно зарядженою нескінченною пластинкою, а також ниткою.
11. Чому дорівнює робота при переміщенні заряду в електричному полі?
12. Сформулюйте теорему про циркуляцію в електричному полі в інтегральній і диференціальній формах.
13. Що таке потенціал електричного поля? Чому він дорівнює для точкового заряду?
14. Запишіть формулу зв'язку між напруженістю та потенціалом поля.
15. Як ведуть себе провідники в електричному полі?
16. Що таке електроємність провідників?
17. Що таке конденсатор? Чому дорівнює його електроємність?

18. Чому дорівнює електроємність послідовно і паралельно з'єднаних конденсаторів?
19. Чому дорівнює енергія електричного поля?
20. Які види діелектриків ви знаєте?
21. Що таке вектор поляризації? Від чого він залежить?
22. Запишіть формулу зв'язку між поляризаційними зарядами та вектором поляризації.
23. Запишіть теорему Остроградського — Гаусса в речовині.
24. Що таке вектор електричної індукції? Назвіть його властивості.

Розділ 2

ПОСТІЙНИЙ СТРУМ

2.1. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

Електричним струмом називають впорядкований рух електричних зарядів. Речовини, в яких може існувати електричний струм, називають *провідниками*. Основною ознакою провідника є наявність у ньому носіїв заряду і здатність їх під дією електричного поля переміщуватись по провіднику. Провідниками є метали, деякі рідини (електроліти), при певних умовах — гази. Окремо розглядаються напівпровідники. Носіями заряду є електрони та іони.

Коли по провіднику тече струм, то траєкторію окремого носія заряду можна схематично зобразити ламаною лінією (рис. 26), що відповідає хаотичному рухові зарядженої частинки і співударам її з іншими частинками. Разом з тим вона рухається впорядковано в сторону діючої на неї сили зі сторони електричного поля.

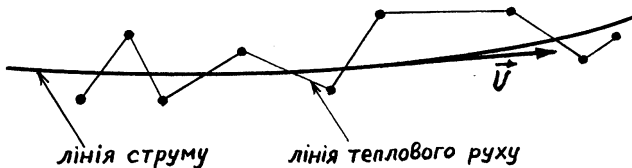


Рис. 26

При описі електричного струму тепловий рух не враховується, оскільки внаслідок хаотичності він не призводить до впорядкованого переносу заряду, і розглядають лише впорядкований рух заряду зі швидкістю $\vec{v}$ вздовж траєкторії, яку називають *лінією струму*.

Електричний струм називають *постійним*, якщо рух носіїв заряду *стаціонарний*, тобто швидкість їхнього направленого руху в даній точці провідника з часом не змінюється. Картина ліній струму в такому випадку залишається також незмінною.

Розглянемо деяку поверхню S всередині провідника. Нехай через цю поверхню за час Δt пройде заряд Δq . Тоді *силою струму* називають

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (2.1)$$

Якщо заряд з часом змінюється, то, згідно з (2.1), сила струму є похідна

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (2.2)$$

Якщо струм постійний, то замість похідної (2.2) силу струму визначають так:

$$I = \frac{q}{t}. \quad (2.3)$$

Сила струму — алгебраїчна величина. Вибравши один із двох напрямків за позитивний, силі струму приписують позитивний знак, якщо позитивні носії струму рухаються в цьому ж напрямку (або негативні — в протилежному), і негативний знак в протилежному випадку.

В СІ одиницею сили струму є 1 ампер. З її визначенням ми познайомимось в розділі 3, § 3.4.

В деяких випадках сила струму, що протікає через поперечний переріз провідника, в різних місцях неоднакова. Щоб описати такий рух зарядів, вводять фізичну величину *вектор густини струму*.

Густиною струму називають вектор, величина якого дорівнює силі струму, що проходить через одиничну площадку, розташовану перпендикулярно лініям струму, а напрямок співпадає з напрямком впорядкованого руху позитивних носіїв струму (рис. 27).

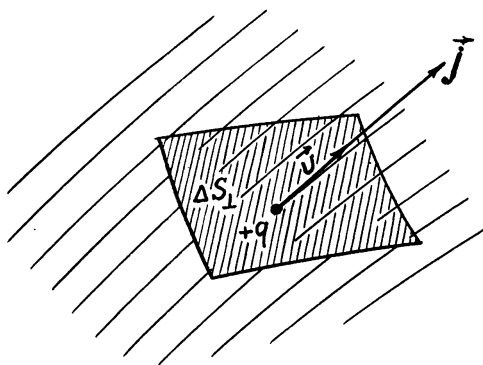


Рис. 27

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S_{\perp}}. \quad (2.4)$$

Густину струму можна виразити через концентрацію носіїв струму n_0 і швидкість їхнього впорядкованого руху v . Як видно із рис. 28, через площадку $\Delta S_{\perp}$ за час Δt пройдуть ті носії струму, що знаходяться в прямокутному паралелепіпеді з основою $\Delta S_{\perp}$ і висотою $v \cdot \Delta t$, тобто $N = \Delta S_{\perp} v \cdot \Delta t \cdot n_0$. Помножимо число цих носіїв на заряд q_0 окремого носія, отримаємо заряд, що проходить через площадку $\Delta S_{\perp}$ за час Δt :

$$\Delta q = q_0 N = q_0 n_0 \Delta S_{\perp} v \cdot \Delta t.$$

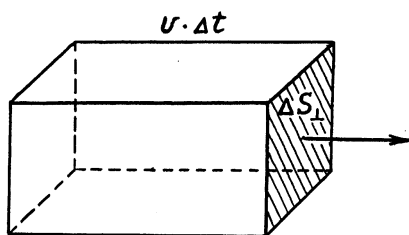


Рис. 28

Поділимо ліву і праву частини цього рівняння на Δt , отримаємо силу струму $\Delta I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = q_0 n_0 \Delta S_{\perp} v$. Якщо силу стру-

му поділити на площадку $\Delta S_{\perp}$, знайдемо густину струму

$$j = \frac{\Delta I}{\Delta S_{\perp}}.$$

Коли вектори $\vec{j}$ і $\vec{v}$ мають однаковий напрямок, то отримана формула для густини струму має вигляд:

$$j = q_0 n_0 v. \quad (2.5)$$

Якщо площадка, через яку проходить електричний струм, не буде перпендикулярною до ліній струму і нормаль до неї з вектором $\vec{j}$ буде складати кут α , тоді, як це видно із рис. 29, $\Delta S_{\perp} = \Delta S \cos \alpha$.

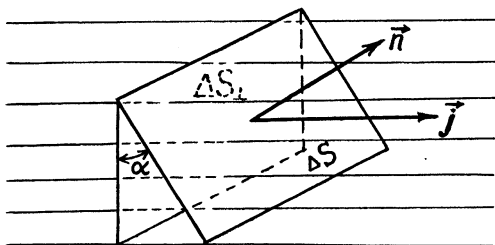


Рис. 29

Із (2.4) сила струму $\Delta I = j \Delta S_{\perp}$, або $\Delta I = j \Delta S \cos \alpha$. Оскільки $j \cos \alpha = j_n$ є проекція вектора густини струму на нормаль, величину сили струму записуємо так: $\Delta I = j_n \Delta S$. А для елементарної площадки

$$dI = j_n dS. \quad (2.6)$$

Якщо мова йде про струм через всю поверхню S , то сила струму дорівнює потокові вектора густини струму через цю поверхню:

$$I = \int_S j_n dS. \quad (2.7)$$

Для замкнутої поверхні, через яку проходить струм, вираз $\oint j_n dS$ дає заряд, що виходить за одиницю часу із об'єму V , об-

меженого поверхнею S . Тоді із закону збереження заряду ця величина повинна дорівнювати швидкості спаду заряду, що міститься в об'ємі.

$$\oint j_n dS = -\frac{dq}{dt}. \quad (2.8)$$

Вираз (2.8) можна записати в диференціальній формі, якщо ліву і праву частини поділити на об'єм і спрямувати його до нуля. Тоді зліва отримаємо $\text{div} \vec{j}$, або $\vec{\nabla} \cdot \vec{j}$, а справа, враховуючи, що $\frac{q}{V} = \rho$ — густина заряду, маємо $-\frac{\partial \rho}{\partial t}$. Отже,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}. \quad (2.9)$$

Тут записана частинна похідна, оскільки густина заряду може залежати не лише від часу, а і від координат. Співвідношення (2.9) називають *рівнянням нерозривності*. Воно так само, як і (2.8), виражає закон збереження заряду. В точках, які є джерелами вектора $\vec{j}$, відбувається спад заряду. Для постійного струму, коли в різних точках густина заряду не змінюється, рівняння нерозривності має вигляд:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0. \quad (2.10)$$

Тобто, у випадку постійного струму, вектор $\vec{j}$ не має джерел. Це означає, що лінії струму не починаються в об'ємі і не закінчуються в ньому. Лінії постійного струму повинні бути замкнутими.

2.2. ЕЛЕКТРОРУШІЙНА СИЛА

Якщо в провіднику створити електричне поле і не прийняти ніяких заходів для його підтримання, то переміщення носіїв струму приведе до того, що поле всередині провідника зникне і струм припиниться. Для того, щоб підтримувати струм, необхідно від кінця провідника з меншим потенціалом весь час віднімати заряди, що приносить сюди електричний струм, а до

кінця провідника з більшим потенціалом безупинно підводити заряди. Інакше кажучи, необхідно створити кругообіг зарядів, при якому вони будуть рухатись по замкнутому колу, рис. 30.

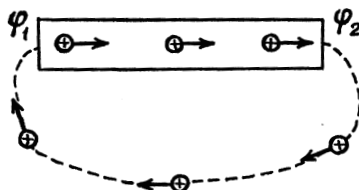


Рис. 30

Це співпадає з тим, як це було показано вище, що лінії постійного струму повинні бути замкнуті, а на кінцях провідника різниця потенціалів повинна залишатись сталою.

Для підтримання постійної різниці потенціалів необхідно мати пристрій, всередині якого весь час відбувається розділ різнойменних зарядів і перенесення позитивних зарядів на один кінець провідника, а негативних — на інший. Такий пристрій (рис. 31) називається *генератором*, або джерелом струму. Зрозуміло, що сили, які роз'єднують заряди в генераторі, повинні мати неелектричну природу, оскільки електричні сили можуть лише з'єднувати різнойменні заряди. Тому ці сили в генераторі називають *сторонніми силами*.

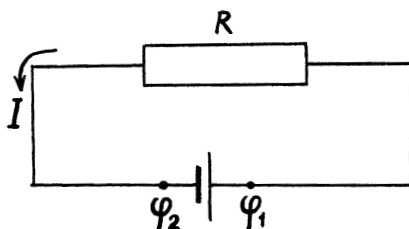


Рис. 31

Їх природа може бути різною. Вони виникають в акумуляторах і гальванічних елементах за рахунок енергії хімічних реакцій, в генераторах постійного струму — за рахунок енер-

гії магнітного поля і механічної енергії обертання якоря, в напівпровідникових генераторах — за рахунок електромагнітної енергії світла.

Розділу і переносу зарядів всередині генератора перешкоджають внутрішнє електричне поле, спрямоване від плюса до мінуса, і опір середовища самого генератора (наприклад, в'язкість електроліту акумулятора). Тому робота сторонніх сил генератора буде складатись з двох робіт: із роботи A_1 проти сил електричного поля всередині генератора і роботи A_2 проти сил опору середовища самого генератора, тобто $A = A_1 + A_2$. Причому $A_1 = q(\varphi_1 - \varphi_2)$, де q — арифметична сума зарядів (позитивного і негативного), що переносяться сторонньою силою на кінці провідника з потенціалами φ_1 і φ_2 , які називаються *полюсами* генератора, всупереч дії електричного поля. Тому можна записати

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) + A_2. \quad (2.11)$$

Робота, яку виконують сторонні електророзділяючі сили всередині джерела струму при переміщенні між його полюсами одиничного заряду, називають *електрорушійною силою* джерела струму (е.р.с.):

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q}, \text{ або } \mathcal{E} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{A_2}{q}. \quad (2.12)$$

Якщо полюси джерела не з'єднані провідником, то сторонні сили не переміщують заряди всередині джерела, а лише підтримують встановлений на полюсах розподіл зарядів, тоді $A_2 = 0$ і

$$\mathcal{E} = \varphi_1 - \varphi_2. \quad (2.13)$$

Тобто електрорушійна сила дорівнює різниці потенціалів між розімкнутими полюсами джерела струму. Цю різницю називають *напругою джерела струму*. Різницю потенціалів між будь-якими двома точками провідника називають просто *напругою* $\varphi_a - \varphi_b = U$ або *спадом напруги*. Очевидно, що електро-рушійну силу і спад напруги виражають в тих самих одиницях, що і різницю потенціалів, тобто у *вольтах*.

Джерела постійного струму можна з'єднувати між собою в батареї. Як правило, з'єднують між собою джерела, що мають однакові електрорушійні сили. При послідовному з'єднанні сусідні джерела з'єднують різнойменними полюсами. Е.р.с. такої батареї дорівнює сумі е.р.с. окремих елементів. При паралельному з'єднанні позитивні полюси всіх джерел з'єднують вкупі, так само вчиняють і з негативними полюсами. В цьому випадку е.р.с. батареї дорівнює е.р.с. окремого джерела, але від такої батареї можна отримати велику силу струму, що дорівнює сумі сил струмів окремих джерел.

2.3. ЗАКОН ОМА ДЛЯ ДІЛЯНКИ КОЛА. ОПІР ПРОВІДНИКІВ

Струм у металевих провідниках являє собою впорядкований рух вільних електронів. Взаємодіючи з іонами кристалічної ґратки провідника, як це показано на рис. 26, електрони віддають іонам частину своєї енергії, завдяки чому зменшується швидкість їх впорядкованого руху. Іони, отримавши цю енергію, збільшують амплітуду коливального руху. Таким чином, іони чинять опір впорядкованому руху електронів і, тим самим, електричному струму. Для того, щоб подолати цей опір і отримати постійний струм, необхідно підтримувати на кінцях провідника постійну різницю потенціалів (напругу). Зрозуміло, що в такому випадку сила струму повинна залежати від двох факторів: від напруги і опору провідника. Цю залежність в 1826 році експериментально встановив німецький фізик Г. Ом. Він показав, що сила струму в провіднику пропорційна напрузі на кінцях провідника:

$$I = kU, \quad (2.14)$$

де k — коефіцієнт пропорційності, який називають *електропровідністю*, або *провідністю провідника*. Величина, обернена провідності, називається *опором провідника*:

$$R = \frac{1}{k}. \quad (2.15)$$

З врахуванням опору, формула (2.14) має вигляд

$$I = \frac{U}{R}. \quad (2.16)$$

Це і є закон Ома для ділянки кола: *сила струму в провіднику пропорційна прикладеній напрузі і обернено пропорційна опору провідника.*

За одиницю опору, як це видно із закону Ома, приймають опір провідника, між кінцями якого при силі постійного струму в 1 ампер, підтримується напруга 1 вольт. Називається ця одиниця *омом* (Ом). $1 \text{ Ом} = 1 \text{ В/1 А}$.

Згідно з експериментальними дослідженнями Ома, опір провідника буде тим більший, чим більша довжина провідника l , і тим менший, чим більший поперечний переріз S провідника

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2.17)$$

де ρ — залежить від матеріалу, з якого виготовлений провідник, і називається *питомий опір* речовини провідника. Кожна речовина має свій питомий опір. В СІ питомий опір вимірюється в ом-метрах (Ом·м). Опір і питомий опір провідників залежать від зовнішніх умов, особливо від температури. Із збільшенням температури підсилюється хаотичний рух іонів металевої ґратки провідника, утруднюючи тим самим рух електронів. Встановлена експериментально, ця залежність для опору має такий вигляд:

$$R = R_0 (1 + \alpha t^\circ), \quad (2.18)$$

де R_0 — опір провідника при 0°C , t° — температура, α — температурний коефіцієнт опору. Очевидно, що така ж сама лінійна залежність буде і для питомого опору

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t^\circ), \quad (2.19)$$

де ρ_0 — питомий опір провідника при 0°C .

При дуже низьких температурах, порядку декількох градусів Кельвіна, опір деяких металів і сплавів стрибкоподібно падає до нуля. Це явище називають *надпровідністю*. Речовина при цьому становиться абсолютним провідником. Струм, один раз

збуджений у замкнутому надпровіднику, не зустрічаючи опору, існує дуже довго (декілька діб). Вперше це явище було відкрите в 1911 році Камерлінг-Оннесом для ртуті. Пізніше надпровідність була виявлена у свинці, олові, цинку, алюмінії і в інших металів, а також у сплавах цих металів.

На залежності опору провідника від температури заснована робота електротермометра. Такий термометр являє собою металевий (зазвичай платиновий) дротик, намотаний на фарфоровий каркас. Проградуваний, такий термометр дозволяє вимірювати температуру з великою точністю, до сотих градуса, і в широкому температурному діапазоні.

2.4. РОБОТА, ПОТУЖНІСТЬ ТА ТЕПЛОВА ДІЯ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Визначимо роботу, що виконує постійний струм в провіднику, який має опір R і знаходиться під напругою:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U. \quad (2.20)$$

Оскільки струм є впорядкований рух зарядів в електричному полі, то робота по переміщенню заряду, згідно з (1.64), дорівнює:

$$A = qU. \quad (2.21)$$

Врахуємо закон Ома для ділянки кола (2.16), а також формулу (1.1), і тоді для роботи отримаємо такі вирази:

$$\begin{aligned} A &= IUt \quad a) \\ A &= I^2 Rt \quad б) \\ A &= \frac{U^2}{R} t \quad в), \end{aligned} \quad (2.22)$$

де t — час, за який протікає струм по провіднику.

Якщо поділимо ліві і праві частини (2.22) на час t і врахуємо, що $\frac{A}{t} = N$ є потужність, то отримаємо відповідні вирази для потужності постійного струму:

$$\begin{aligned}
 N &= IU & a) \\
 N &= I^2 R & б) \\
 N &= \frac{U^2}{R} & в).
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

В СІ роботу струму вимірюють в джоулях, а потужність — у ватах. На практиці часто потужність виражають у кіловатах. В електротехніці роботу струму прийнято виражати в кіловат-годинах. Це така робота, що виконує електричний струм потужністю 1 кіловат на протязі однієї години.

Якщо спад напруги U в провіднику спричинений одним лише опором провідника, то вся робота струму буде витрачатися на нагрівання провідника. Кількість теплоти, що виділиться в провіднику, буде визначатись роботою $A = Q$:

$$\begin{aligned}
 Q &= IUt & a) \\
 Q &= I^2 Rt & б) \\
 Q &= \frac{U^2}{R} t & в).
 \end{aligned}
 \tag{2.24}$$

Тут кількість теплоти виражається в джоулях. Якщо кількість теплоти виражати в калоріях, то необхідно врахувати тепловий еквівалент, і тоді праві частини формул (2.24) слід помножити на 0,24. Співвідношення (2.24) називають *законом Джоуля — Ленца*.

Теплову дію струму досить широко використовують в техніці, в побутових електронагрівних приладах.

Якщо електричне коло складається із декількох електронагрівних приладів, які з'єднані між собою послідовно, то сила струму у всіх них буде однакова, тому, згідно з (2.24), найбільша кількість теплоти буде виділятися на тому приладі, опір якого найбільший. При паралельному з'єднанні однаковою буде напруга на всіх приладах, і тому найбільша кількість теплоти буде виділятися, згідно з (2.24), на приладі з найменшим опором. Якщо при послідовному з'єднанні провідників тепла буде виділятися найбільше на тому провіднику, де найбільший опір R , а як відомо, опір обернено пропорційний поперечному перерізу провідника

S (2.17), тому при якомусь критичному значенні сили струму $I_{кр}$, тепла на такому провіднику може виділятися так багато, що він розплавиться і розірве електричне коло. На цьому принципі працюють плавкі запобіжники, які обмежують струм в колі.

2.5. ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЗАМКНУТОГО КОЛА

Знайдемо залежність між електрорушійною силою $\mathcal{E}$ джерела струму і силою струму I в замкнутому електричному колі. Згідно з (2.12), електрорушійна сила дорівнює спадові напруги $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ на зовнішній частині електричного поля плюс робота сторонніх сил по переміщенню одиничного заряду $\frac{A_2}{q}$ всередині джерела струму.

Якщо позначити опір зовнішньої частини кола через R , а опір самого джерела струму, що називають внутрішнім опором, через r (рис. 31) і врахувати закон Ома для зовнішньої ділянки кола, а саме $U = IR$, а також закон Джоуля — Ленца для роботи струму на внутрішньому опорі r , тоді для електрорушійної сили отримаємо:

$$A_2 = I^2 r t \quad (2.25)$$

$$\mathcal{E} = IR + \frac{I^2 r t}{q}. \quad (2.26)$$

Заряд q , що переміщується всередині джерела струму, виразимо через силу струму, а саме $q = It$. Підставимо це значення в формулу (2.26) і отримаємо: $\mathcal{E} = IR + \frac{I^2 r t}{It}$, звідки

$$\mathcal{E} = IR + Ir. \quad (2.27)$$

Оскільки, згідно з законом Ома, добутки IR і Ir являють собою спад напруги на зовнішній і внутрішній ділянці кола, то співвідношення (2.27) можна сформулювати так: *в замкнутому колі електрорушійна сила джерела струму дорівнює сумі спадів напруги на всіх ділянках кола*. Закон Ома для замкнутого кола записують ще так:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (2.28)$$

Сила струму пропорційна електрорушійній силі і обернено пропорційна повному опору кола.

Якщо зовнішній опір буде складатись із декількох послідовно з'єднаних опорів, то закон Ома для повного кола буде мати вигляд:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{\sum_{i=1}^n R_i + r}. \quad (2.29)$$

2.6. РОЗГАЛУЖЕНІ КОЛА. ПРАВИЛА КІРХГОФА

Розглянуті вище електричні кола, що складаються лише з одного замкнутого контуру, називають *нерозгалуженими*. На всіх ділянках нерозгалуженого кола сила струму однакова, і розрахунки напруги, опору, е.р.с. виконуються за допомогою закону Ома. На практиці в електротехніці, радіотехніці частіше всього зустрічаються *розгалужені* кола, які складаються із декількох контурів, мають загальні ділянки, опори і джерела електрорушійної сили (рис. 32). Сили струму на окремих ділянках можуть бути різними як за значенням, так і за напрямком.

Розгалужене коло являє собою сукупність ділянок (1–2), (2–3), (3–5) і т. д., кінці яких з'єднані у вузлах 1, 2, 3, 4, 5. *Вузлом* називають точку, де сходяться не менше трьох провідників. На всіх поперечних перерізах однієї і тієї ж ділянки, від одного вузла до сусіднього, сила струму однакова. Але в різних ділянках сила струму різна. Встановимо зв'язок між силами струмів, що з'єднуються в окремому вузлі. Зрозуміло, що сума сил струмів, які втікають у вузол, повинна дорівнювати сумі сил струмів, що витікають із вузла. Інакше у вузлі буде накопичуватись заряд. Якщо струми, що втікають у вузол, вважати позитивними, а ті, що витікають, — негативними, то тоді, наприклад, для вузла 5 можна записати $I_5 + I_6 = I_7 + I_8$, або $I_5 + I_6 - I_7 - I_8 = 0$. Тобто алгебраїчна сума сил струмів у вузлі дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (2.30)$$

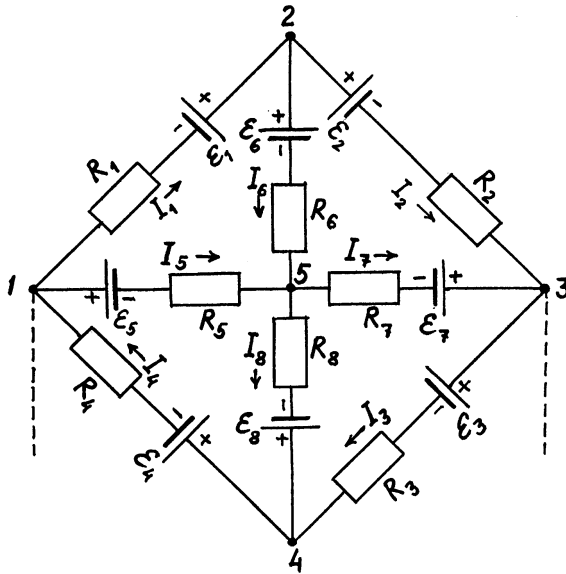


Рис. 32

Це є перше правило Кірхгофа. Воно фактично відображає закон збереження заряду.

Друге правило Кірхгофа відноситься до замкнутого контуру розгалуженого кола. Домовимось вважати позитивним напрямком струму, коли він тече за годинниковою стрілкою, а за негативний напрямок — коли він тече проти годинникової стрілки. Взагалі кажучи, вибір напрямку довільний. Таким же чином будемо приписувати електрорушійній силі знак плюс, якщо вона створює позитивний струм, і знак мінус, якщо вона створює негативний струм. Закон Ома для ділянки кола, де прикладена різниця потенціалів $\varphi(A) - \varphi(B)$ і яка має джерело струму з електрорушійною силою $\mathcal{E}$, має вигляд $I = \frac{\mathcal{E} + \varphi(A) - \varphi(B)}{R}$, або

$$IR = \mathcal{E} + \varphi(A) - \varphi(B). \quad (2.31)$$

Тут I — сила струму на ділянці AB , R — повний опір, враховуючи опір джерела струму.

Розглянемо тепер довільний замкнутий контур в розгалуженому колі, наприклад, $(1-2-5-4-1)$ і запишемо для всіх ділянок закон Ома в формі (2.31):

$$\begin{aligned} I_1 R_1 &= \varphi(1) - \varphi(2) + \mathcal{E}_1 \\ I_6 R_6 &= \varphi(2) - \varphi(5) - \mathcal{E}_6 \\ I_8 R_8 &= \varphi(5) - \varphi(4) + \mathcal{E}_8 \\ I_4 R_4 &= \varphi(4) - \varphi(1) - \mathcal{E}_4. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Складемо ліві і праві частини і, оскільки значення потенціалів в правій частині взаємно скорочуються, отримаємо:

$$I_1 R_1 + I_6 R_6 + I_8 R_8 + I_4 R_4 = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_6 + \mathcal{E}_8 - \mathcal{E}_4. \quad (2.33)$$

В загальному випадку:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i. \quad (2.34)$$

В замкнутому контурі розгалуженого кола алгебраїчна сума електрорушійних сил джерел струму дорівнює алгебраїчній сумі добутків сил струму на опір відповідної ділянки цього контуру.

Це і є друге правило Кірхгофа. Воно фактично є узагальненим законом Ома для контуру розгалуженого кола.

Розглянемо приклад застосування правил Кірхгофа: розрахуємо опір кола, що складається із декількох провідників, що з'єднані паралельно (рис. 33).

Для контуру AR_2BR_1A , який не має електрорушійної сили, згідно з другим правилом Кірхгофа, $I_2 R_2 - I_1 R_1 = 0$, звідки:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (2.35)$$

Сили струму в паралельно з'єднаних провідниках обернено пропорційні опорам провідників.

Для вузла A перше правило Кірхгофа записуємо так: $I - I_1 - I_2 - I_3 = 0$. Але, згідно з законом Ома:

$$I = \frac{U}{R}, \quad I_1 = \frac{U}{R_1}, \quad I_2 = \frac{U}{R_2}, \quad I_3 = \frac{U}{R_3},$$

де $U = \varphi(A) - \varphi(B)$ — напруга на всіх провідниках, а R — опір паралельно з'єднаних провідників. Тоді $\frac{U}{R} - \frac{U}{R_1} - \frac{U}{R_2} - \frac{U}{R_3} = 0$, звідки $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.

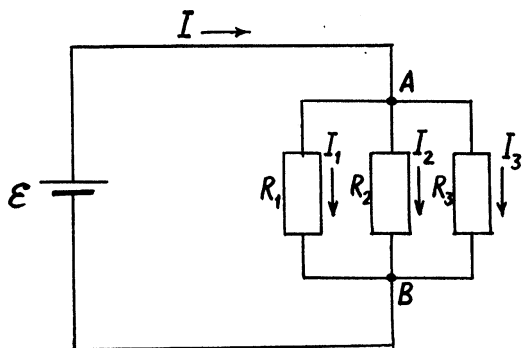


Рис. 33

Ця формула справедлива для будь-якої кількості провідників, з'єднаних паралельно:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (2.36)$$

Загальний опір паралельно з'єднаних провідників менше опору кожного з провідників.

На практиці досить часто застосовують *шунтування приладів*. Шунтування означає відгалужування струму, що протікає через прилад, в іншу ділянку кола через паралельний опір, який називають шунтом. Нехай через амперметр слід пропустити струм I_a , який повинен бути в n разів менший від струму I , що надходить до нього. Для цього паралельно до амперметра з опором R_a включають шунт з опором $R_{ш}$. Опір шунта можна розрахувати, скориставшись формулою (2.35).

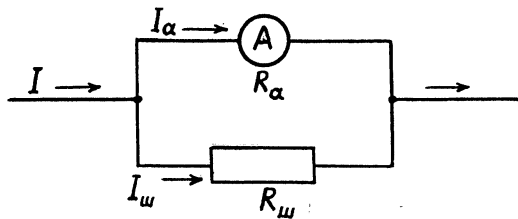


Рис. 34

Згідно з (2.35), $\frac{I_a}{I_{ш}} = \frac{R_{ш}}{R_a}$. Врахуємо $I_a = \frac{I}{n}$, а також правило

Кірхгофа, згідно з яким $I_{ш} = I - I_a = I_a(n-1)$, тоді отримаємо, що опір шунта повинен дорівнювати $R_{ш} = \frac{R_a}{n-1}$. Тобто щоб зменшити силу струму, що проходить через амперметр, в n разів, інакше прилад може бути пошкоджений, необхідно паралельно до нього включити шунт з опором $(n-1)$ раз меншим, ніж опір самого амперметра.

При вимірюванні великої напруги вольтметром, на яку він не розрахований, послідовно з ним слід включити додатковий опір (рис. 35).

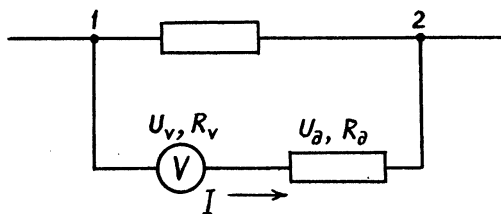


Рис. 35

Нехай опір вольтметра R_v , додатковий опір R_o , спад напруги на ділянці (1, 2) — U_{12} , спад напруги на вольтметрі U_v , спад напруги на додатковому опорі — U_o . Нехай U_v в n разів повинен бути менший, ніж U_{12} . Тобто $U_{12} = nU_v$. Тоді $U_{12} = U_v + U_o$, або $nU_v = U_v + U_o$, звідки $U_o = U_v(n-1)$. Оскільки через вольтметр і додатковий опір, які включені послідовно, проходить одна і та

сама сила струму I , то, враховуючи закон Ома, можна записати $IR_{\partial} = IR_V(n-1)$. Після скорочення на I отримаємо додатковий опір $R_{\partial} = R_V(n-1)$. Тобто щоб зменшити спад напруги, що вимірює вольтметр в n разів, послідовно з ним слід включити додатковий опір в $(n-1)$ разів більший, ніж опір самого вольтметра.

Зрозуміло, що в розглянутих вище випадках показники вимірювань і амперметра, і вольтметра слід збільшити в n разів. На цьому принципі працюють прилади з декількома шкалами вимірювань.

2.7. ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ МЕТАЛІВ

Електропровідність у металах зумовлена вільними електронами. Вільні електрони в металах — це валентні електрони, які розірвали зв'язки зі своїми атомами і перетворили їх у позитивні іони, що знаходяться у вузлах кристалічної ґратки. Вільні електрони хаотично рухаються в металі з середньою квадратичною швидкістю u , зіштовхуючись з іонами. Таким чином, електрони в металі ведуть себе як молекули в газах, і тому їх називають *електронним газом*. До них можна застосовувати закони кінетичної теорії ідеального газу.

Якщо до металевого провідника прикласти напругу, то електричне поле приведе до впорядкованого руху вільних електронів (рис. 26) із середньої швидкістю v . Це означає, що в провіднику з'явиться струм I .

Таким чином, носіями струму в металах є вільні електрони. Це було підтверджено на початку XX сторіччя багатьма дослідженнями, з якими можна познайомитись в інших підручниках з фізики.

Оцінимо швидкість електронів: теплову — u і в струмі — v . Згідно з молекулярно-кінетичною теорією, середня квадратична швидкість теплового хаотичного руху електронів визначається за формулою $u = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$. При $T = 300\text{К}$ тепла

швидкість дорівнює $u = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 1,2 \cdot 10^5$ м/с. Для оцінки швидкості електронів в струмі скористуємось формулою (2.5) $j = q_0 n_0 v$, звідки швидкість $v = \frac{j}{q_0 n_0}$, де j — густина струму, q_0 — заряд електрона, n_0 — концентрація електронів. Приймаючи найбільш розповсюджену в техніці густину струму для мідних дротів $j = 10^6$ А/м², а $n_0 = 10^{29}$ 1/м³, отримаємо $v = \frac{10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{29}} \approx 10^{-4}$ м/с. Таким чином, швидкість електронів у струмі для металів значно менша за швидкість їхнього теплового руху

$$v \ll u. \quad (2.37)$$

Виходячи з таких уявлень про рух вільних електронів, Друде створив класичну теорію металів, яку потім удосконалив Лоренц. Згідно з Друде, вільні електрони в металах, знаходячись в електричному полі, рухаються і, зіштовхуючись з іонами кристалічної ґратки, віддають їм усю накопичену енергію впорядкованого руху (в протилежному випадку, якби віддача була частковою, сила струму весь час повинна була б зростати). Ці зіткнення гальмують впорядкований рух електронів, виконуючи роль сили тертя. Внаслідок цього метал нагрівається. Із збільшенням температури зростає енергія коливального руху іонів, при цьому збільшуються амплітуда і частота коливань іонів (див. ч. 1), що приводить до збільшення числа зіткнень електронів з іонами, тобто до збільшення опору провідника.

За допомогою електронної теорії можна пояснити експериментальні закони, розглянуті в 2.3 і 2.4. Розглянемо закон Ома для ділянки кола. Для цього у формулі (2.16) поділимо ліву і праву частину рівняння на l (довжина провідника) і на S (поперечний переріз провідника) і врахуємо, що $\frac{U}{l} = E$ — напруженість поля в провіднику, $\frac{I}{S} = j$ — густина струму, а

$\rho = \frac{RS}{l}$ — питомий опір провідника (див. 2.17). Тоді закон Ома в диференціальній формі буде мати вигляд:

$$j = \frac{E}{\rho}. \quad (2.38)$$

Величину, обернену питомому опору $\frac{1}{\rho} = \sigma$, називають *питомою провідністю провідника*. З врахуванням цього закон Ома запишемо так:

$$j = \sigma E. \quad (2.39)$$

Густина струму прямо пропорційна напруженості електричного поля і питомій провідності провідника.

До такого самого висновку можна прийти з електронної точки зору. Позначимо заряд електрона через e . Рухаючись в електричному полі в провіднику під дією сили $f = eE$, він отримує прискорення $a = \frac{f}{m} = \frac{eE}{m}$. Тому швидкість електрона при його рухові від зіткнення до зіткнення з іонами не залишається постійною, а лінійно збільшується від нуля до свого максимального значення (рис. 36).

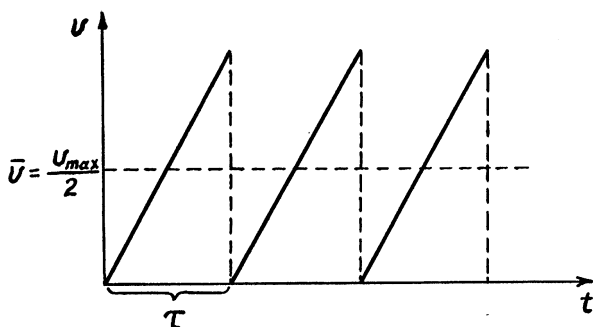


Рис. 36

Якщо через τ позначити час вільного пробігу, то $v_{max} = a\tau$, або

$$v_{\max} = \frac{eE\tau}{m}. \quad (2.40)$$

На кожному відрізкові вільного пробігу електрон рухається з прискоренням, але в середньому за багато таких відрізків він переміщується з середньою швидкістю

$$\bar{v} = \frac{v_{\max} - 0}{2} = \frac{v_{\max}}{2} = \frac{eE\tau}{2m}. \quad (2.41)$$

Час вільного пробігу можна зв'язати зі швидкістю теплового руху u , а саме $\tau = \frac{\lambda}{u}$, де λ — довжина вільного пробігу електрона. Тоді

$$\bar{v} = \frac{eE\lambda}{2mu}. \quad (2.42)$$

Підставимо (2.42) в формулу (2.5), і тоді для густини струму отримаємо

$$j = \frac{e^2 n_0 \lambda E}{2mu}. \quad (2.43)$$

Якщо порівняти (2.43) з (2.39), то ми отримаємо закон Ома в диференціальній формі, де

$$\sigma = \frac{e^2 n_0 \lambda}{2mu} \quad (2.44)$$

є провідність провідника, а величина, обернена їй, є питомий опір провідника

$$\rho = \frac{2mu}{e^2 n_0 \lambda}. \quad (2.45)$$

Користуючись електронною теорією, отримаємо в диференціальній формі закон Джоуля — Ленца. Кінетична енергія, що передається при зіткненні електрона з іоном, дорівнює $\omega = \frac{mv_{\max}^2}{2}$. На протязі 1 секунди електрон, зіткнувшись z раз, передає ґратці енергію $\mathcal{E} = z\omega$. Очевидно, що $z = \frac{u+v}{\lambda}$, а з вра-

хуванням (2.37) $z = \frac{u}{\lambda}$. Енергія $\mathcal{E}$ йде на нагрівання провідника, тобто переходить в теплоту. Кількість теплоти, що виділяється в одиниці об'єму за 1 секунду, дорівнює $q = n_0 \mathcal{E}$, де n_0 — концентрація вільних електронів. Після підстановки в цей вираз вищевказаних співвідношень, а також з врахуванням (2.40) і (2.44) отримаємо

$$q = n_0 z \omega = \frac{n_0 u m v_{\max}^2}{2\lambda} = \frac{n_0 e^2 \lambda}{2 m i} E^2 = \sigma E^2. \quad (2.46)$$

Це і є закон Джоуля — Ленца в диференціальній формі.

Кількість теплоти, що виділяється в одиниці об'єму провідника за 1 секунду, пропорційна квадрату напруженості електричного поля в цьому об'ємі і питомій провідності провідника.

Величина концентрації електронного газу, а також хороша рухливість вільних електронів зумовлюють хорошу передачу заряду, тобто високу електропровідність металів у порівнянні з діелектриками. Будемо вважати, що практично вся теплопровідність металів зумовлена вільними електронами, тоді, використовуючи формули кінетичної теорії газів (частина 1), запишемо коефіцієнт теплопровідності електронного газу у вигляді

$$\chi = \frac{1}{3} \lambda \bar{u} n_0 c_e, \quad (2.47)$$

де $c_e = \frac{3}{2} k$ — теплоємність, віднесена до одного електрона.

Порівнюючи (2.47) з виразом для коефіцієнта електропровідності (2.44), бачимо, що метали відрізняються концентрацією вільних електронів n_0 і довжиною вільного пробігу λ . Метали, в яких n_0 і λ великі, мають хорошу як теплопровідність, так і електропровідність. Візьмемо відношення $\frac{\chi}{\sigma}$ і врахуємо, що $\frac{m \bar{u}^2}{2} = \frac{3}{2} k T$, а $c_e = \frac{3}{2} k$. Після відповідних скорочень отримаємо

$$\frac{\chi}{\sigma} = 3 \frac{k^2}{e^2} \cdot T. \quad (2.48)$$

Відношення коефіцієнта теплопровідності до коефіцієнта електропровідності для всіх металів однакове і прямо пропорційне абсолютній температурі. Це відношення називається законом Відемана — Франца.

Незважаючи на те, що класична електронна теорія добре пояснює експериментальні закони, вона має суттєві недоліки. Відмітимо два основні. Із формули (2.45) витікає, що питомий опір ρ пропорційний середній швидкості теплового руху молекули, яка, в свою чергу, пропорційна кореню із температури (частина 1) $u \sim \sqrt{T}$. Таким чином, питомий опір ρ , згідно з електронною теорією, повинен бути $\rho \sim \sqrt{T}$. На практиці, як відомо (2.19), питомий опір пропорційний температурі $\rho \sim T$.

Другий недолік класичної теорії полягає у тому, що електронний газ повинен мати молярну теплоємність $\frac{3}{2}R$. Якщо цю величину додати до теплоємності ґратки, яка, згідно із законом Дюлонга і Пті (частина 1), дорівнює $3R$, то для молярної теплоємності металу отримаємо значення $\frac{9}{2}R$. В той же час, як відомо, молярна теплоємність металів помітно не відрізняється від теплоємності діелектриків, яка дорівнює $3R$.

Пояснення такій невідповідності змогла дати квантова теорія металів, короткий огляд якої ми розглянемо пізніше в 2.13.

2.8. КОНТАКТНІ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНІ ЯВИЩА

При тісному контакті двох різнорідних металів між ними виникає різниця потенціалів. Це явище вперше експериментально встановив у 1797 році італійський фізик А. Вольта. В результаті своїх досліджень він сформулював два закони:

— *контактна різниця потенціалів двох металів залежить від їх хімічного складу і температури;*

— *різниця потенціалів між кінцями розімкнутого кола, що складається із декількох послідовно з'єднаних металевих провід-*

ників, які мають однакову температуру, не залежить від проміжних провідників і дорівнює контактній різниці потенціалів, що виникає при контакті кінцевих провідників.

Під тісним контактом розуміють зближення двох поверхонь металів на відстань порядку розмірів комірки кристалічної ґратки. Це можна забезпечити шляхом зварювання металів.

Розглянемо причини, що викликають контактну різницю потенціалів. Згідно з електронною теорією, електрони можуть вільно переміщуватись всередині метала між вузлами ґратки, не покидаючи його.

Якщо за якоїсь причини електрон, що має значну кінетичну енергію, виходить за границю металу через його поверхню, то весь шматок металу заряджається позитивно і намагається втягнути цей самий електрон назад. Такі самі електрони безперервно вискакують з металу на відстань, не більшу атомних розмірів, і знову втягуються в метал. Між електронами, що вилітають із металу, і тими, що повертаються назад в метал, встановлюється рівновага. В результаті чого над поверхнею металу виникає своєрідна електронна хмара. Це явище нагадує випаровування рідини.

Для того, щоб електрон покинув метал, він повинен виконати роботу проти сил притягання до металу, що діють на відстанях порядку кристалічної комірки (10^{-8} см).

Роботу, яку необхідно завершити електрону, щоб вийти з металу в навколишній простір, називають *роботою виходу електрона* із металу. Цю роботу виражають в електрон-вольтах. Робота виходу у різних металів різна, наприклад, у цезію $A = 1,31$ eВ, у платини $A = 5,38$ eВ.

Якщо привести в тісний контакт два різnorідних метали з різними роботами виходу A_1 і A_2 і при цьому $A_2 > A_1$, то зрозуміло, що вільний електрон, який в процесі теплового руху потрапив на поверхню розділу двох металів, буде втягнутий в другий метал, оскільки зі сторони цього металу на електрон буде діяти більша сила притягання. Таким чином, через поверхню стикання двох металів буде відбуватись «перекачування» вільних електронів із першого металу в другий, внаслідок чого пер-

ший метал буде заряджатись позитивно, а другий — негативно. Різниця потенціалів $(\varphi_1 - \varphi_2)$, яка при цьому виникає, створює електричне поле напруженістю E , яка утруднює подальше «перекачування» електронів і зовсім її припиняє, коли робота переміщення електрона за рахунок контактної різниці потенціалів буде дорівнювати різниці робіт виходу електрона із металів: $e(\varphi_2 - \varphi_1) = A_2 - A_1$, звідки

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e}, \quad (2.49)$$

тут e — заряд електрона.

Другою причиною появи контактної різниці потенціалів є різні концентрації електронів у металах. Приведемо в тісний контакт два різнорідних метали з однаковими роботами виходу, але з різними концентраціями електронного газу, нехай $n_{02} < n_{01}$. Тоді внаслідок дифузії буде також відбуватись перехід електронів з першого металу в другий. Внаслідок цього перший метал буде заряджатись позитивно, а другий — негативно. Виникаючи при цьому різниця потенціалів створює електричне поле, яке буде перешкоджати подальшому переходу електронів в другий метал.

Можна показати, що різниця потенціалів, яка встановиться після рівноваги, дорівнює

$$\varphi'_1 - \varphi'_2 = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}. \quad (2.50)$$

Повну контактну різницю потенціалів, коли діють обидві причини, записують так:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}. \quad (2.51)$$

Із формули (2.51) видно, що контактна різниця потенціалів виражається через характеристики металів, а саме A_1, A_2, n_{01}, n_{02} , і температуру. Вона фактично є математичним виразом першого закону Вольти.

Для пояснення другого закону Вольти розглянемо ланцюг із декількох металевих провідників, між якими існує тісний кон-

такт. З'єднані вони послідовно і мають однакову температуру (рис. 37).

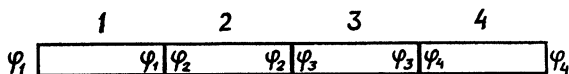


Рис. 37

Оскільки різниця потенціалів між кінцями цього ланцюга дорівнює $\varphi_1 - \varphi_4 = (\varphi_1 - \varphi_2) + (\varphi_2 - \varphi_3) + (\varphi_3 - \varphi_4)$, то, враховуючи (2.51) і виконавши прості перетворення, отримаємо співвідношення $\varphi_1 - \varphi_4 = -\frac{A_1 - A_4}{e} + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{04}}$.

Якщо з'єднати між собою кінцеві провідники, то існуюча між ними різниця потенціалів буде скомпенсована різницею $\varphi_1 - \varphi_4$, тому в замкненому колі контактна різниця потенціалів не створює електричні струми, якщо температура всіх провідників однакова. Інша справа буде, коли температура контактів різна. Розглянемо два різнорідних металевих провідники, що складають замкнуте коло (рис. 38а), в яких контакти (спаї) підтримуються при різних температурах, і нехай $T_a > T_\sigma$.

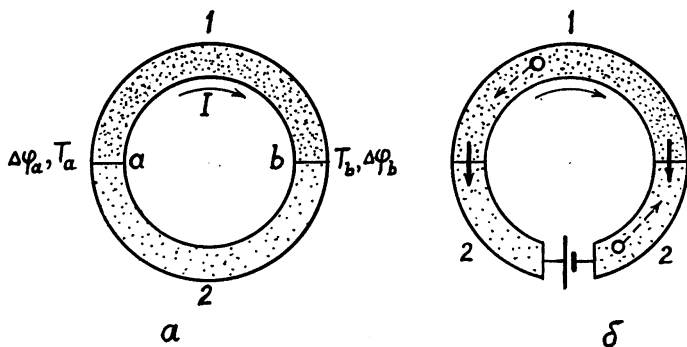


Рис. 38

Тоді, згідно з (2.51), контактна різниця потенціалів в спаї *a* більша, ніж в спаї *σ* $\Delta\varphi_a > \Delta\varphi_\sigma$. Внаслідок цього в колі виникає різниця потенціалів $\varepsilon = \Delta\varphi_a - \Delta\varphi_\sigma$, яка називається *термоелек-*

трорушійною силою, а саме явище *термоелектричним ефектом*. Після підстановки відповідних значень із (2.51) отримаємо для термо е.р.с.:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \left(-\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT_a}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}} \right) - \left(-\frac{A_1 - A_2}{e} + \frac{kT_\varepsilon}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}} \right) = \\ &= (T_a - T_\varepsilon) \frac{k}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}},\end{aligned}$$

або

$$\varepsilon = \alpha (T_a - T_\varepsilon), \quad (2.52)$$

де коефіцієнт $\alpha = \frac{k}{e} \ln \frac{n_{01}}{n_{02}}$ є сталою величиною для даної пари провідників. Таке замкнуте коло із двох металевих провідників називають *термопарою* або *термоелементом*. Формула (2.52) показує, що термо е.р.с. пропорційна різниці температур спайів.

Існує явище, зворотне термоелектричному, яке відкрив у 1834 році французький фізик Ж. Ш. А. Пельтьє. Воно отримало назву *ефект Пельтьє*. Якщо по замкнутому колу, складеному із двох різнорідних металів, що знаходяться в тісному контакті, пропускати електричний струм від стороннього джерела (рис. 38б) в тому ж напрямку, в якому йшов термострум, то спай *a* і *в* будуть мати різну температуру. Спай *a*, який раніше підтримувався при високій температурі, тепер буде охолоджуватись, а спай *в* — нагріватись. При зміні напрямку струму навпаки, спай *a* — нагріватись, а спай *в* — охолоджуватись. Пояснити це можна так: завдяки контактним явищам в спаях *a* і *в* створюється контактне електричне поле з напруженістю *E* (суцільні лінії). Для вказаного напрямку струму електрони в спайі *в* рухаються проти контактного поля, а в спайі *a* — за полем. Таким чином, в спайі *в* поле прискорює рух електронів, кінетична енергія їх зростає. При зіткненні з іонами в спайі *в* такі електрони передають іонам енергію, і спай нагрівається. В спайі *a* поле гальмує електрони, кінетична енергія їх зменшується. При зіткненні з іонами такі електрони отримують від іонів енергію, і спай охолоджується. Очевидно, що зміна напрямку струму на протилежний приведе до протилежних явищ.

Явища термоэффекту і зворотного ефекту Пельтьє знаходять досить широке застосування в техніці, в побуті. Термоэффект використовують для вимірювання температур. Термоелектричні термометри мають багато суттєвих переваг перед ртутними. Вони дуже чутливі, можна вимірювати температуру з точністю до 0,001 градуса, мають малу температурну інерцію, використовують їх в широкому діапазоні температур, допускають дистанційні виміри температур. Ефект Пельтьє використовують для створення холодильних пристроїв різного призначення.

2.9. ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ РІДИН ТА БІОЛОГІЧНИХ ТКАНИН

Електролітами називають речовини, розчини яких у воді і деяких інших діелектричних рідинах проводять електричний струм. До них належать кислоти, солі, луги. Молекули електролітів і розчинника є диполями. Схематично молекулу електроліту в розчині можна зобразити так, як це показано на рис. 39а, в оточенні групою молекул розчинника.

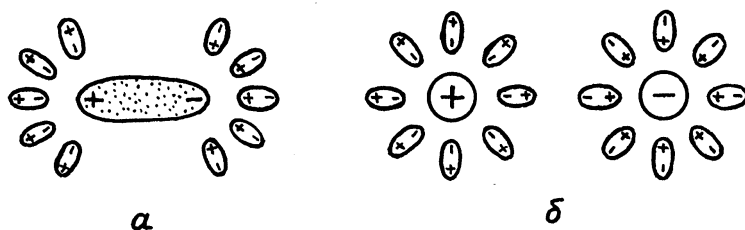


Рис. 39

Молекули розчинника, розтягуючи молекулу електроліту, прагнуть її розірвати на дві частини. В результаті більшість молекул електроліту розпадається на позитивні іони (катіони) і негативні (аніони). Такий процес називається *електролітичною дисоціацією*. Зворотному процесу — об'єднанню (*рекомбі-*

нації) іонів електроліту в нейтральні молекули перешкоджає утворення на іонах *сольватна оболонка* із молекул розчинника (рис. 39б).

При відсутності електричного поля іони електроліту разом зі своїми сольватними оболонками рухаються хаотично. При наявності поля їхній рух впорядковується: катіони рухаються по полю, аніони — проти поля. В рідині виникає електричний струм, зумовлений зустрічним рухом різнойменних іонів. Така провідність називається *іонною*.

Визначимо густину струму j в рідині. Оскільки перенесення заряду відбувається іонами обох знаків, то, згідно з (2.5),

$$j = q_+ \cdot n_+ \cdot v_+ + q_- \cdot n_- \cdot v_-, \quad (2.53)$$

де q_+ і q_- — заряди катіонів і іонів, n_+ і n_- — концентрації іонів, v_+ і v_- — середні швидкості впорядкованого руху цих іонів.

Оскільки розчин в цілому нейтральний, можна записати:

$$q_+ n_+ = q_- n_- = qn, \quad (2.54)$$

де q — заряд іона будь-якого знака, n — концентрація іонів цього ж знака.

Будемо вважати, що заряд іона зумовлений валентними електронами при дисоціації молекули. Тому, позначивши валентність іона через z , заряд іона знаходимо так

$$q = ze, \quad (2.55)$$

де e — абсолютне значення заряду електрона.

Враховуючи (2.54) і (2.55) для густини струму, отримаємо:

$$j = ezn(v_+ + v_-). \quad (2.56)$$

В електричному полі на рух іона діють дві сили: сила $F_e = qE$ зі сторони електричного поля, і сила тертя (зі сторони рідини). Якщо іон разом з сольватною оболонкою вважати кулькою, то, згідно з законом Стокса (частина 1), $F_{mp} = 6\pi r\eta v$. При рівномірному русі іона $F_e = F_{mp}$, звідки швидкість іона

$$v = \frac{qE}{6\pi r\eta}, \text{ або } v = uE, \quad (2.57)$$

де
$$u = \frac{q}{6\pi r \eta} — \text{рухливість іона.} \quad (2.58)$$

Рухливість іона, як це видно із формули (2.57), дорівнює швидкості його рівномірного руху, коли напруженість E дорівнює одиниці. Як видно із формули (2.58), рухливість іона зростає із збільшенням температури за рахунок зменшення коефіцієнта в'язкості рідини (частина 1).

Враховуючи формулу (2.57), вираз для густини струму запишемо так:

$$j = ezn(u_+ + u_-)E, \quad (2.59)$$

або

$$j = \sigma E, \quad (2.60)$$

де

$$\sigma = ezn(u_+ + u_-), \quad (2.61)$$

Тут σ — *питома електропровідність рідини*. А формула (2.60) являє собою закон Ома в диференціальній формі для рідини. Величина

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{ezn(u_+ + u_-)} \quad (2.62)$$

є *питомим опором рідини*. Із збільшенням температури збільшуються рухливість іонів u і їх концентрація n . Тому із збільшенням температури опір рідини буде зменшуватись, на відміну від опору металевих провідників.

Якщо в посудину з електролітом помістити два електроди і подати на них напругу, то іони в електричному полі, наближаючись до електродів, нейтралізуються, тобто перетворюються в нейтральні атоми і осідають на електродах (аніони — на аноді, катіони — на катоді).

Осідання на електродах продуктів електроліту під дією електричного поля називають *електролізом*. Кількісні закономірності електролізу експериментально встановив у 1836 році англійський фізик М. Фарадей. Ці ж закономірності можна вивести на основі уявлень про іонну провідність електролітів.

Якщо за час t на електроді нейтралізуються n іонів, кожен з них має валентність z і масу m , то електрод отримає заряд $q = ezn$, де e — заряд електрона. При цьому на електроді буде осідати маса речовини $M = mn$. Відношення

$$\frac{M}{q} = \frac{m}{ez} = K \quad (2.63)$$

називають *електрохімічним еквівалентом* даної речовини. Кожна речовина має свій електрохімічний еквівалент. Чисельно він дорівнює масі речовини, що виділяється на електроді при проходженні через розчин одиниці електричного заряду. Для срібла $K = 1,118 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл, для міді $K = 0,329 \cdot 10^{-6}$ кг/Кл. Із формули (2.63) маємо:

$$M = Kq = KIt. \quad (2.64)$$

Маса речовини, що виділяється на електроді, пропорційна силі струму і часу, за який цей струм протікає. Це є перший закон Фарадея для електролізу.

Помножимо і розділимо вираз (2.63) на число Авогадро N_A , отримаємо $K = \frac{mN_A}{ezN_A}$. Врахуємо, що $mN_A = \mu$ — молярна маса речовини, тоді

$$K = \frac{1}{F} \frac{\mu}{z}, \quad (2.65)$$

де $F = N_A \cdot e$ — універсальна стала величина, яку називають *стала Фарадея*. Відношення молярної маси речовини до валентності $\frac{\mu}{z}$ називається *хімічним еквівалентом*. Тоді (2.65)

можна прочитати так: *електрохімічний еквівалент пропорційний його хімічному еквіваленту.*

Це є другий закон Фарадея.

Об'єднаємо обидва закони Фарадея, отримаємо:

$$M = \frac{1}{F} \frac{\mu}{z} q = \frac{1}{F} \frac{\mu}{z} It. \quad (2.66)$$

Звідки отримаємо, що $F = q$, коли $M = \frac{\mu}{z}$. Тобто стала Фарадея дорівнює заряду, при проходженні якого через розчин, на кожному електроді виділиться кількість речовини, що дорівнює хімічному еквіваленту.

Згідно з експериментальними даними $F = 9,6484 \cdot 10^4$ Кл/моль.

Електроліз знаходить широке застосування в техніці. За допомогою електролізу покривають різні вироби шаром металу (нікелювання, хромування), називають цей процес гальваностегія. Виготовляють різні рельєфні металеві копії виробів, наприклад, типографські кліше (гальванопластика). За допомогою електролізу отримують деякі метали в чистому виді, наприклад, алюміній із розплаву бокситів, очищають від домішок багато металів. На електролізі заснована зарядка акумуляторів.

Важливо відмітити, що всі рідини в організмах людей, тварин, рослин є електролітами. Біологічні тканини є досить різнорідними утвореннями з різним електричним опором, який, крім того, може змінюватись під дією електричного струму. Цим зумовлені труднощі, які виникають при вимірюванні електричного опору живих біологічних систем.

Електропровідність окремих ділянок організму, що знаходяться між електродами, прикладеними до поверхні тіла людини, залежить від опору шкіри і підшкірних шарів. Усередині організму струм розповсюджується в основному по кровоносним і лімфатичним судинам, м'язам, оболонкам нервових стовбурів. Опір шкіри в свою чергу, залежить від її стану: товщини, віку, вологості та інших.

Електропровідність тканини і органів залежить також від їх функціонального стану, і це може застосовуватись як діагностичний показник. Наприклад, при запаленні, коли клітини набухають, зменшується перетин міжклітинних з'єднань і збільшується електричний опір. Фізіологічні явища, які спричиняють пітливість, супроводжуються зростанням електропровідності шкіри, і т. д.

Наведемо питомі опори різних тканин і рідин організму людини.

	ρ , Ом·м		ρ , Ом·м
Спинномозкова рідина	0,55	Мозкова і нервова тканини	14,3
Кров	1,66	Жирова тканина	33,3
М'язи	2	Шкіра суха	10^5

Вимірювання електропровідності (кондуктометрія) знайшло широке використання при вивченні процесів, які відбуваються в живих клітинах і тканинах під час зміни фізіологічного стану, в результаті дії деяких хімічних речовин. В області рефлексотерапії вимірюють електричний опір для знаходження «активних точок». З року в рік обсяг досліджень електричних властивостей біологічних тканин невинно зростає.

2.10. ДІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО СТРУМУ НА БІОЛОГІЧНІ ТКАНИНИ

Дія електричного струму на біологічні тканини пов'язана в основному з двома процесами: поляризацією та рухом заряджених частинок, їх появою і зміною концентрації, які призводять до порушення нормального для клітин розподілу зарядів і, як наслідок, її функції. Небезпеку становить не саме електричне поле (напруга чи напруженість), а електричний струм, що протікає через тканини. Найкращу провідність мають нервові волокна. Нервова система реагує навіть на дуже слабкий струм. Особливо небезпечно, коли струм проходить через життєво важливі органи — серце, мозок. Із зменшенням опору R (при збільшенні вологості) сила струму I , навіть за малих напруг, може різко зростати. Із збільшенням частоти струму його шкідлива дія зменшується. В таблиці приведені порогові значення сили струму побутової частоти та ефекти, що мають місце при його дії на людський організм.

Сила струму	Ефект дії
0,1–1 мА	Відсутній
1–1,5 мА	Подразнююча дія, 1 мА — поріг відчуття
1,5–2 мА	Втрата чутливості

Сила струму	Ефект дії
2–16 мА	Біль, м'язові скорочення
16–20 мА	Людина на може самостійно звільнитися від електродів
20–100 мА	Дихальний параліч
0,1–3 А	Смертельні шлуночкові фібриляції
Більше 3А	Зупинка серця, тяжкі опіки

Процеси, що відбуваються в біологічних тканинах за наявності низькочастотного електромагнітного поля зумовлені в основному іонними струмами провідності. Ці струми виникають при наявності замкненого електричного кола між біологічними тканинами та джерелами струму. Густина струму визначають за відомим законом Ома в диференціальній формі

$$j_{\text{пр}} = \sigma E = -\sigma \text{grad} \varphi.$$

В медицині використовують дію постійного іонного струму при *електрофорезі*. Електрофорез — лікувальна методика, яка базується на сумісній дії постійного струму та лікарського препарату, що вводиться в організм за допомогою цього струму. Вона використовується для введення лікарських речовин, що продисоціювали на іони, через шкіру або слизові оболонки, під дією електричного поля. Електрофорез дозволяє створювати значні концентрації речовин у поверхневих зонах ураження і тим самим уникати побічних ефектів перорального та перентерального введення.

Так як рухливість іонів (2.58) — величина, характерна для даного типу іонів, то за її значенням можна встановити вид іонів, або, якщо є суміш іонів, розділити їх в електричному полі. Цю особливість використовують для аналізу сироватки крові, шлункового соку електрофоретичним методом. Фракції білків (альбуміни, α -, β -, γ -глобуліни) мають різні значення рухливості, тому їх можна розділити електричним полем, а потім і визначити їх концентрації.

Сильні електричні імпульси використовуються для подразнення серця після його зупинки. Для цього декілька мілісекунд через серце пропускають струм силою біля 10 А. Цей струм ви-

кликає рівномірну поляризацію (в дійсності деполяризацію) серцевої мембрани, і дає можливість потенціалу дії скоординувати скорочення серцевих м'язів. Пристрій, який для цього використовується, називається дефібрилятор.

Подразнювальна дія слабких струмів низької частоти ($\nu < 20$ кГц) використовується під час фізіологічних досліджень, а також з лікувальною метою — для відновлення провідності нервових волокон, скорочувальної здатності м'язів. Це *електростимуляція*, *кардіостимуляція*, відновлення кісткової тканини при переломах. Важливе значення в цьому випадку має не тільки амплітуда і частота, а також і форма імпульсу, конфігурація його переднього та заднього фронтів. Вдалий підбір цих параметрів дозволяє отримати електричні імпульси, які адекватні до певних фізіологічних подразників. Наприклад, імпульси прямокутної форми застосовують при лікуванні електросном, при електрогімнастиці використовують імпульси трикутної та експоненціальної форми.

2.11. СТРУМ У ГАЗАХ

Гази, на відміну від металів і електролітів, складаються із електрично нейтральних атомів і молекул і в звичайних умовах не мають вільних носіїв заряду (електронів та іонів), тобто є діелектриками. Носії електричного струму в газах виникають під впливом зовнішнього *іонізатора*.

При іонізації газових молекул під дією зовнішнього джерела із молекул виривається один електрон і залишається позитивний іон з зарядом $+e$. Електрон, що виривається із молекули, деякий час може залишатись вільним або приєднатися до однієї із нейтральних молекул, перетворюючи її у негативний іон з зарядом $-e$. Таким чином, в іонізованому газі можуть бути позитивні і негативні іони і вільні електрони.

Іонізація газу може відбуватись під дією таких зовнішніх іонізаторів: сильне нагрівання газу, ультрафіолетове і рентгєнівське випромінювання, бомбардування атомів чи молекул

швидкими електронами або іонами. Мірою процесу іонізації є *інтенсивність іонізації*, яка вимірюється кількістю пар протилежно заряджених частинок, що виникають в одиниці об'єму за одну секунду. Для іонізації атома (молекули) необхідно виконати роботу іонізації A_i проти сили взаємодії електрона, який виривається із атома, і позитивною частиною атома, що залишається. Величина A_i залежить від хімічної природи газу і енергетичного стану електрона, що виривається. Поряд з іонізацією в газах відбувається і зворотний процес *рекомбінації* іонів. Внаслідок цих процесів в газі встановлюється рівноважний стан, що характеризується певним значенням концентрації іонів, яка залежить від інтенсивності іонізатора.

При наявності електричного поля в іонізованому газі виникає струм, який зумовлений рухом різнойменних іонів у взаємно протилежних напрямках і рухом електронів. Обидва типи іонів одновалентні ($z = 1$), мають однакову концентрацію n , але різні рухливості u_+ і u_- .

Так само, як і у випадку електролітів, густина струму j зв'язана з напруженістю електричного поля E співвідношенням

$$j = ne(u_+ + u_-)E. \quad (2.67)$$

Слід зауважити, що рухливість газових іонів значно більша рухливості іонів в електролітах (2.57). Але концентрація газових іонів значно менша концентрації іонів в електролітах. Навіть при наявності досить потужного іонізатора провідність газів невелика в порівнянні з провідністю електролітів. Слід звернути увагу на таку обставину: концентрація вільних іонів n_+ і n_- в електролітах залежить від концентрації розчиненої речовини і взаємодії з молекулами розчинника. Внаслідок відносно великої концентрації іонів, їх малої швидкості і довжини вільного пробігу, електричний струм може суттєво змінити концентрацію іонів не в об'ємі, а лише в області поблизу електродів. На відміну від цього концентрація іонів в газах мала, і наявність струму може порушити баланс іонів у всьому об'ємі і змінити їх концентрацію. Оскільки виявляється, що n є функцією j , то співвідношення (2.67) лише формально схоже на диференці-

альний закон Ома, насправді ж пропорційності між j і E може і не бути.

При зупиненні дії іонізатора концентрація іонів падає до нуля, і струм не тече. Струм, для існування якого необхідний зовнішній іонізатор, називають *несамостійним газовим розрядом*.

При достатньо сильному електричному полі в газі починається процес *самоіонізації*, завдяки якому струм може існувати і у відсутності зовнішнього іонізатора. Такий струм називають *самостійним газовим розрядом*. Пояснити самоіонізацію можна так: сильне електричне поле може розігнати електрони та іони, які в невеликих кількостях завжди є в газах, до досить великих швидкостей. При цьому зростає їх кінетична енергія, і коли вона стає більшою за роботу іонізації, тоді електрони та іони, рухаючись в напрямку до своїх електродів, зіштовхуються з нейтральними атомами чи молекулами, будуть іонізувати їх. Утворені при співударі нові (вторинні) електрони та іони також розганяються полем і, в свою чергу, іонізують нові нейтральні молекули газу і т. д. Така самоіонізація називається *ударною іонізацією*. Електрони спричиняють ударну іонізацію при напруженості поля порядку 10^3 В/м. Іони ж спричиняють іонізацію при значно більших напруженостях поля порядку 10^5 В/м.

Не дивлячись на це, позитивні іони відіграють досить важливу роль у самоіонізації газу. Справа в тому, що енергія цих іонів достатня для вибивання електронів із металевих електродів. Вдаряючись об металевий катод, вони вибивають із нього електрони, які, в свою чергу, розганяються полем і спричиняють вторинну іонізацію нейтральних молекул.

Якщо енергія електронів та іонів недостатня для ударної іонізації, вони, зіштовхуючись із нейтральними атомами, збуджують їх. Збуджені атоми, повертаючись у нормальний стан, випромінюють порцію електромагнітної енергії — *фотон* (ці процеси будуть розглянуті в частині III), і газ починає світитись. Фотони, що мають значну енергію, можуть поглинатись якимось атомом та іонізувати його. Така іонізація називається *фотонною*.

Внаслідок ударної і фотонної іонізації в об'ємі газу різко, лавиноподібно зростає потік електронів та іонів. Для існування струму в газі тепер уже зовнішній іонізатор не потрібен.

На рис. 40 показана залежність сили струму I в газі від напруженості поля E , або від напруги між катодом і анодом, оскільки $E = \frac{U}{L}$, де L — відстань між електродами.

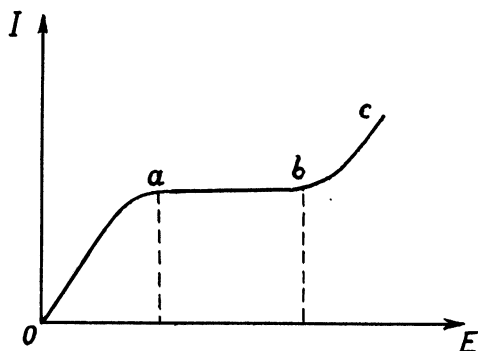


Рис. 40

На ділянці Oa сила струму зростає приблизно пропорційно напруженості поля, тобто за законом Ома. Це пояснюється тим, що із збільшенням напруженості зростає швидкість впорядкованого руху іонів і електронів, а відповідно зростає і кількість заряду, що проходить за 1 секунду до електродів. Коли напруженість поля досягає величини, при якій всі іони і електрони, що створює зовнішній іонізатор за 1 секунду, будуть за той самий час досягати електродів, зростання струму вже не буде. Наступає насичення (ділянка ab). Сила струму насичення пропорційна інтенсивності іонізатора. При збільшенні напруженості починається самоіонізація газу, струм різко зростає (ділянка bc), настає самостійний розряд. Характер розряду суттєво залежить від тиску газу, температури, хімічного складу, а також від матеріалу, форми, розмірів і взаємного розташування електродів. В природі існують різні види самостійного газо-

вого розряду. В спеціальній літературі можна познайомитись з такими видами, як іскровий розряд, коронний, дуговий та тліючий розряди.

2.12. СТРУМ В НАПІВПРОВІДНИКАХ

Напівпровідники по своїй електропровідності займають проміжний стан між металами і діелектриками. Типовими представниками напівпровідників є кремій, германій, селен, телур та ін. Нагадаємо, що провідність металів зумовлена переміщенням електронів. Провідність напівпровідників також зумовлена переміщенням електронів, але умови їх переміщення в напівпровідниках суттєво відрізняються від переміщення в металах.

Для напівпровідників характерні такі особливості:

- опір напівпровідників залежить від температури, а саме із збільшенням температури опір суттєво зменшується;
- електричний струм в напівпровідниках зумовлений не лише переміщенням вільних електронів, а також переміщенням зв'язаних з атомами електронів;
- невеликі домішки інших речовин досить сильно впливають на опір напівпровідників. Десяті долі відсотка домішку можуть змінити опір напівпровідника в десятки тисяч разів.

Розглянемо причини цих особливостей на прикладі 4-валентного германію. При дуже низьких температурах всі електрони зв'язані зі своїми атомами. Вільних електронів немає, і тому напівпровідник в таких умовах веде себе як діелектрик. Його опір дуже великий. Для того, щоб зв'язаний зовнішній валентний електрон став вільним, необхідно збільшити його кінетичну енергію. Для цього йому необхідно надати енергію, яка дорівнювала б роботі його звільнення від зв'язку з атомом. Це можна зробити, наприклад, шляхом нагрівання напівпровідника. Із збільшенням температури валентні електрони будуть звільнятися і ставати вільними. Їх кількість буде зростати. Збільшення концентрації вільних електронів призводить

до збільшення провідності і, відповідно, до зменшення опору напівпровідника. Залежності електропровідності та питомого опору від температури мають такий вигляд:

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad \rho = \rho_0 e^{\frac{\Delta W}{2kT}}, \quad (2.68)$$

де ΔW — енергія звільнення електрона з атома, яку називають *енергією активації власної провідності*. Кожна речовина має своє значення енергії активації. Провідність, що зумовлена рухом вільних електронів, називається електронною, або провідністю *n*-типу (від слова *negative* — негативний). На рис. 41 представлена залежність питомого опору від температури.

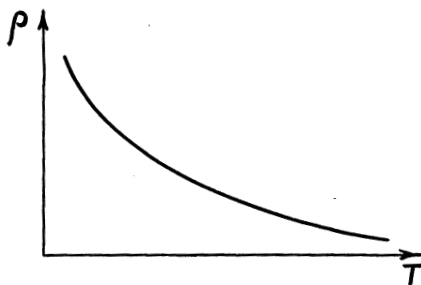


Рис. 41

Із збільшенням температури підвищується хаотичний рух атомів напівпровідника, що, в свою чергу, утруднює впорядкований рух електронів, тим самим збільшується опір напівпровідників, але вплив зростання концентрації вільних електронів на опір напівпровідників значно більший, ніж вплив хаотичного руху атомів. Тому із збільшенням температури опір напівпровідників зменшується, на відміну від металів, де опір збільшується із збільшенням температури.

Досить різка експоненціальна залежність опору напівпровідників від температури дозволяє виготовляти напівпровідникові термометри, які отримали назву *термістори*. Це дає можливість використання їх для виміру температури дуже малих

(точкових) об'єктів і виявити зміни температури до мільйонних часток кельвіна.

Крім електронної провідності для напівпровідників, характерним є ще один тип провідності, зумовлений переміщенням *зв'язаних електронів*. Розглянемо для прикладу 4-валентний германій, атоми якого знаходяться в оточенні 4-х сусідів, кожен з яких взаємодіє з даним атомом двоелектронними (ковалентними) зв'язками. Тобто чотирьохвалентний атом має чотири зовнішні електрони, кожен з яких одночасно належить одному із чотирьох сусідніх атомів германію. На рис. 42 ці зв'язки зображені суцільними рисочками.

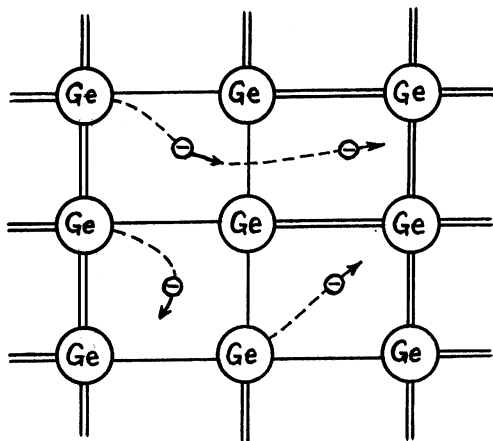


Рис. 42

При нагріванні напівпровідника зв'язки розриваються, електрони стають вільними і зумовлюють електронну провідність *n*-типу. Коли електрон розриває свій зв'язок і стає вільним, то це означає, що в області колишнього зв'язку з'являється позитивний заряд. Такий позитивний заряд, що утворився завдяки розірваному зв'язку, називають *діркою*. Таким чином, одночасно із виникненням вільного електрона утворюється позитивна дірка. Розірваний зв'язок може бути дуже легко відновлений за рахунок будь-якого зв'язаного електрона із сусіднього зв'язку.

Проте дірка тепер з'явиться в новому місці. Її поповнити може електрон із іншого зв'язку і т. д. Таким чином, по напівпровіднику буде переміщуватись позитивне місце — дірка. При відсутності зовнішнього електричного поля ці переходи мають хаотичний характер. При наявності поля на хаотичний рух буде накладатись впорядкований: зв'язані електрони заповнюють дірки і рухаються проти поля, а дірки — по полю. Провідність, зумовлену переміщенням дірок, називають *дірковою*, або провідністю *p*-типу (від слова *positive* — позитивний).

В результаті рух вільних електронів і дірок утворює струм в напівпровіднику. Оскільки звільнення електрона супроводжується появою дірки, то кількість вільних електронів в напівпровіднику повинна дорівнювати кількості дірок. Досліди і розрахунки показують, що вільні електрони і дірки переміщуються приблизно з однаковою швидкістю.

Тому струм у напівпровідниках в однаковій мірі зумовлений як електронною провідністю *n*-типу, так і дірковою *p*-типу. Таку електронно-діркову провідність називають *власною провідністю напівпровідника*.

Власну провідність мають *чисті* напівпровідники. Але ідеальних чистих напівпровідників в природі не існує, а штучне очищення від домішок дуже складне, практично неможливе. Тому в напівпровідниках завжди існують в невеликих кількостях домішки інших речовин, які мають великий вплив на його провідність, створюючи *домішкову провідність*.

Деякі домішки збагачують напівпровідник вільними електронами, створюючи тим самим переважно електронну провідність. Такі домішки називають *донорськими*, а напівпровідники — *електронними* або *напівпровідниками n-типу*.

Інші домішки можуть збагачувати напівпровідник дірками, створюючи в ньому переважно діркову провідність. Такі домішки називають *акцепторними*, а напівпровідники — *дірковими* або *напівпровідниками p-типу*.

Розглянемо домішкову провідність на прикладі германію. Для цього спочатку введемо в чотирьохвалентний германій невелику кількість п'ятивалентного миш'яку. Кожен атом

миш'яку чотирма своїми зовнішніми електронами ввійде у зв'язок з чотирма сусідніми атомами германію. П'ятий зовнішній електрон миш'яку буде «зайвим». Він не буде приймати участі у встановленні міжатомних зв'язків і стане вільним. Таким чином, кожен атом миш'яку створює в напівпровіднику по одному вільному електрону. Кількість дірок при цьому не збільшується. Таким чином, германій збагачується вільними електронами і перетворюється в домішковий електронний напівпровідник *n*-типу.

Введемо тепер в германій невелику кількість трьохвалентного елемента бору. Кожен атом бору трьома своїми зовнішніми електронами міцно прив'язується до трьох сусідніх атомів германію. Зв'язку з четвертим атомом германію немає. Він залишається без зв'язку, і таким чином утворюється дірка. Тому кожен атом введенного бору буде створювати в напівпровіднику дірку. Кількість вільних електронів при цьому не збільшується. Внаслідок цього германій збагачується дірками. Домішкова, діркова провідність буде основною, і германій перетворюється в домішковий дірковий напівпровідник *p*-типу.

Таким чином, вводячи в напівпровідник в невеликих кількостях і регулюючи відповідні домішки, можна в широких границях змінювати як величину, так і тип провідності напівпровідників. Виготовлення домішкових напівпровідників з наперед заданими електричними властивостями в наш час є найважливішою галуззю виробництва напівпровідників.

В останній час напівпровідники знаходять дуже широке застосування у всіх галузях народного господарства. Дуже цікаві і практично важливі процеси спостерігаються на границі двох напівпровідників із різними типами провідності, а також на границі напівпровідника з металом. Якщо границя розділяє області з *p*- і *n*-провідностями, то електрони внаслідок дифузії із *n*-напівпровідника будуть переходити в *p*-напівпровідник, а дірки переміщуватись в зворотному напрямку. В результаті на границі утворюється *пограничний* шар, який зі сторони *n*-напівпровідника заряджається позитивно, а зі сторони *p*-напівпровідника — негативно (рис. 43).

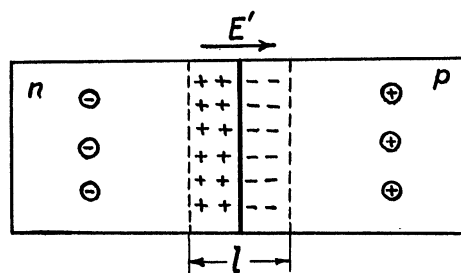


Рис. 43

Електричне поле, яке виникає при цьому, спрямоване від n -напівпровідника до p -напівпровідника, буде перешкоджати подальшому переходу електронів у напрямку $n \rightarrow p$ дірок і дірок у напрямку $p \rightarrow n$. Внаслідок цього встановиться рівновага, і перехід електронів і дірок припиниться. Товщина пограничного шару порядку 10^{-5} см, контактна різниця потенціалів в шарі порядку 10^{-1} В. Такий контакт двох напівпровідників називають *p-n-переходом*. Він має односторонню провідність. Якщо до переходу прикласти різницю потенціалів так, щоб більш великий потенціал відповідав p -області, то електрони і дірки будуть легко проходити через p - n -перехід, втягуючись зовнішнім електричним полем. В цьому випадку перехід буде мати малий опір, і струм може бути значним. При протилежній полярності зовнішнє поле буде перешкоджати проникненню через p - n -перехід як електронів, так і дірок, і він буде закритим, тобто мати великий опір, відповідно, струм буде малий. На рис. 44 приведена вольт-амперна характеристика переходу, вона суттєво нелінійна.

Гілка OA відповідає пропускну режиму, тобто прямому струму, коли опір p - n -переходу малий, а гілка OB — слабому зворотному струму, коли опір p - n -переходу великий. Така особливість замикаючого шару знайшла широке застосування в електрорадіотехніці для випрямлення змінного струму. Напрямок змінного струму кожні півперіоду змінюється на протилежний. Тому на протязі одного півперіоду струм проходить через p - n -перехід, його опір малий, а на протязі другого півперіоду

струм не проходить — опір p - n -переходу великий. Такі прилади називаються *діодами*. Із напівпровідників виготовляють також і тріоди, які інакше називають *транзисторами*. Транзистор складається із трьох напівпровідникових пластин різного типу провідності з p - n - p -переходами. Крайні пластини називаються *емітер* і *колектор*, вони мають діркову провідність. Середню пластину називають основою, вона має електронну провідність. Можливий і інший варіант, наприклад, транзистор з n - p - n -переходами. Таким чином, в транзисторі утворюються два запираючі, із взаємно протилежними напрямками шари: один — між емітером і основою, другий — між колектором і основою. Емітер «вприскує» дірки в основу, а колектор їх «відсмоктує» із основи. Напруга між емітером і основою може як збільшувати, так і зменшувати потік дірок із емітера, і тим самим змінювати в значній мірі силу струму в колі колектора. Тому використовують транзистори як підсилювачі напруги.

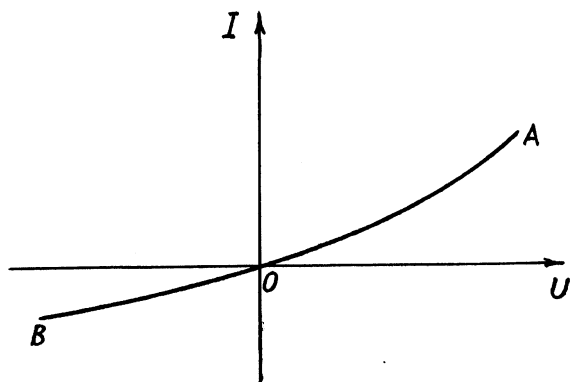


Рис. 44

Напівпровідникові діоди та тріоди мають великі переваги перед ламповими. По-перше, їхні розміри дуже малі, порядку декількох міліметрів, вони не потребують нагрівання, розжарювання, як це застосовується в електронних лампах, прості за своїм пристроєм, мають механічну міцність. Тому вони успішно конкурують з аналогічними електронними лампами.

2.13. ПОНЯТТЯ ПРО КВАНТОВУ ТЕОРІЮ ПРОВІДНОСТІ РЕЧОВИНИ

Як зазначалось в § 2.7, теорія електропровідності може бути вірно розвинутою лише за допомогою квантово-механічних уявлень. Основна відмінність квантової механіки від класичної полягає в тому, що з точки зору квантової механіки система частинок може знаходитись лише в певних «дискретних» енергетичних станах, в той час як, згідно з класичною теорією, система частинок може знаходитись в станах із будь-яким значенням енергії в границях деякого інтервалу енергій. З квантової точки зору перехід системи із одного стану в інший відбувається стрибкоподібно із зміною енергії на кінцеву величину ΔE . З точки зору класичної теорії зміна енергії системи може відбуватись безупинно. Якщо, наприклад, електрон знаходиться в полі точкового позитивного заряду, розташованого нерухомо в початку координат, то згідно з (1.58), його потенціальна енергія

$$E_p = -\frac{C}{r}, \quad (2.69)$$

де C — додатна константа, а r — відстань електрона від початку координат. На графіку рис. 45 ця залежність представлена двома неперервними гіперболами. В цьому ж випадку, згідно з квантовою теорією, повна енергія електрона в області негативних значень енергії ($E < 0$) може приймати лише одне із значень

$$E = -\frac{B}{n^2}, \quad (2.70)$$

де B — константа, а n — приймає значення $n = 1, 2, 3, \dots$ Можливі значення енергій електрона, згідно з (2.70), на рис. 45 зображені горизонтальними відрізками.

В металах вільні електрони перестають бути зв'язаними з атомами і, з точки зору класичної теорії, можуть вільно рухатись з будь-якими значеннями енергії всередині потенціальної ями. З точки зору квантової механіки енергія електронів може приймати лише перервний (дискретний) ряд значень. Ці значення енергії електронів можуть бути представлені набором

рівнів, число яких надзвичайно велике, так що сусідні рівні розташовані дуже близько один до одного, рис. 46. Під впливом зовнішнього електричного поля електрони, рухаючись, будуть переходити з одного енергетичного рівня на інший, тобто змінювати свою енергію, в тому числі і кінетичну, стрибкоподібно. Іншими словами, електрони під впливом зовнішнього поля будуть змінювати свою швидкість. Оскільки енергетичні рівні в металах розташовані дуже близько один від одного, то стрибкоподібна зміна енергії практично не буде себе проявляти. Ось чому висновки класичної механіки відносно електро- і теплопровідності металів вірно (в багатьох випадках якісно) описують ці явища.

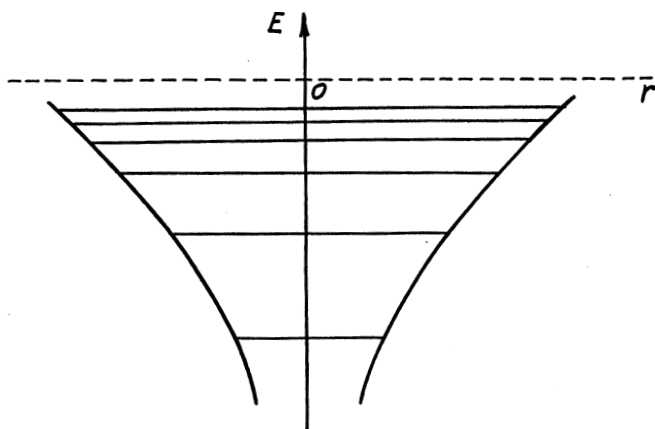


Рис. 45

Найбільш наглядні уявлення про електропровідність твердих тіл дає *зонна теорія*, яка є одним із основних розділів квантової механіки.

Електрони в окремому атомі розподіляються по дискретним енергетичним рівням цього атома. При утворенні твердого тіла (кристалу) із N однакових атомів на енергетичний стан електронів починає впливати взаємодія сусідніх атомів. Внаслідок цього кожен енергетичний рівень атома розщеплюється на N нових, близько розташованих рівнів. Однакові рівні всіх атомів

об'єднуються і утворюють порівняно широкі *енергетичні зони*, які складаються із N рівнів кожна. Вони називаються *дозволеними зонами*. В середині кожної дозволеної енергетичної зони сусідні енергетичні рівні розташовані близько один до одного. Сусідні ж енергетичні зони розділені, відповідно, такими значеннями енергії, або смужками, які електрони не можуть мати. Ці смужки називаються *забороненими зонами*. На рис. 47 схематично зображені дозволені і заборонені зони для двох твердих тіл.



Рис. 46

Енергетичні рині дозволених зон зображені горизонтальними лініями. Проміжки між ними ΔE_0 є забороненими зонами. Електрони твердого тіла можуть мати лише такі значення енергії, які відповідають енергетичним рівням. При цьому, згідно з *принципом Паулі*, на одному рівні можуть знаходитись не більше двох електронів з протилежними спінами.¹

Таким чином, на одному енергетичному рівні можуть знаходитись або один, або два з протилежними спінами, або жодного електрона.

Сама верхня із повністю заповнених, дозволених зон (B) називається *основною, або валентною зоною*.

Зона C називається зоною *провідності*. Вона може бути або зовсім вільною від електронів, як показано на рис. 47, для тіла I, або частково зайнятою електронами, рис. 47 для тіла II.

Саме характер заповнення електронами зони провідності свідчить про те, чи є тверде тіло провідником, чи діелектриком. Для тіла I всі рівні валентної зони B заповнені. Різниця між

¹ Спін — власний момент імпульсу електрона, векторна характеристика, що має квантову природу.

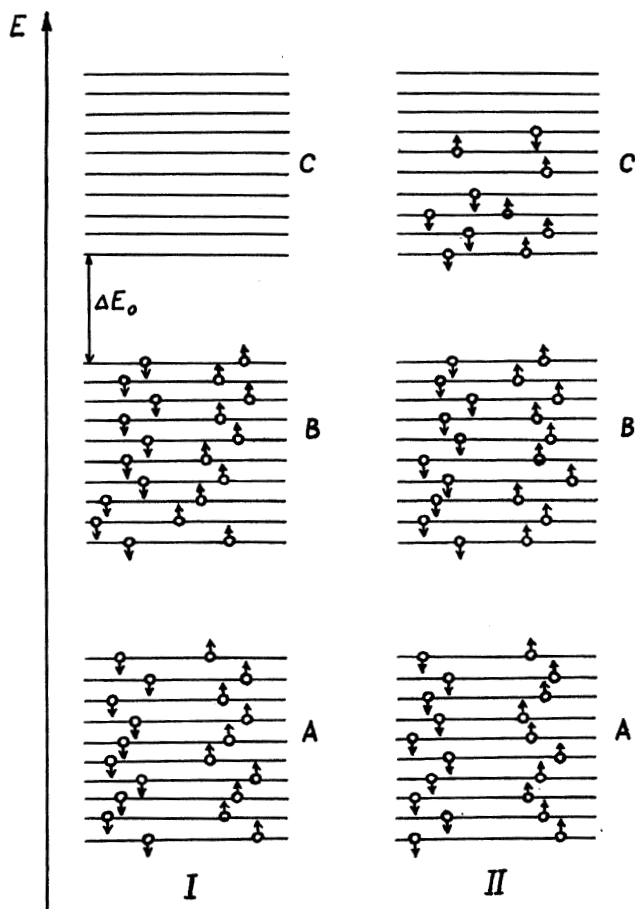


Рис. 47

двома рівнями цієї зони невелика, менше середньої кінетичної енергії атома, тобто $< kT$. Різниця ж енергій між зонами B і C , яка дорівнює ширині забороненої зони, значно більша $\Delta E_0 \gg kT$. Тому для переводу електрона із валентної зони в зону провідності необхідно затратити дуже велику енергію. При звичайних умовах всі електрони тіла I знаходяться в валентній і інших заповнених зонах, сприймати додаткову енергію не можуть, вони залишаються на своїх рівнях, і тим самим вони не здатні

приймати участь в процесах електропровідності і теплоємності. Отже, це тіло є *діелектриком*.

У тілі II частина електронів знаходиться в зоні провідності. Зрозуміло, що електрони верхніх енергетичних рівнів цієї зони можуть сприймати енергію від зовнішнього електричного поля і переходити на більш високі рівні зони. При цьому вони отримують додаткову швидкість, що зумовлює електропровідність. Отже, тіло II є провідником першого роду, а саме *металом*.

Таким чином, у діелектриків зовсім немає електронів в зоні провідності, у металів є деяка кількість електронів в цій зоні.

Розглянемо механізм електропровідності з точки зору зонної теорії для напівпровідників.

При низьких температурах розподіл електронів по енергетичних рівнях (в напівпровідниках) такий самий, як і в діелектриках, а саме: в зоні провідності немає електронів. Але ширина забороненої зони ΔE_n , що відокремлює валентну зону від зони провідності у напівпровідників, значно менша, ніж у діелектриків, і більша, ніж у металів. Тому енергії, що відповідає нагріванню напівпровідника до нормальної температури, достатньо для переведення деякої кількості електронів із валентної зони в зону провідності. Таким чином, напівпровідник перетворюється із діелектрика в провідник. Із збільшенням температури все більша кількість електронів покидає валентну зону і переходить в зону провідності, завдяки чому електропровідність збільшується, а опір зменшується.

При переходах електронів у зону провідності, в валентній зоні звільняються відповідні місця, тобто з'являються дірки. Тоді становляться можливими переходи електронів усередині валентної зони із зайнятих рівнів на ті, що звільнились. Тому зовнішнє електричне поле створює в напівпровіднику струм, зумовлений переміщенням електронів як в зоні провідності (електронна провідність *n*-типу), так і в валентній зоні (діркова провідність *p*-типу). Так можна пояснити власну провідність напівпровідників (рис. 48а).

Введення в напівпровідник атомів домішок порушує періодичність кристалічної ґратки. Внаслідок цього всередині за-

бороненої зони з'являються дозволені енергетичні рівні, так звані *домішкові рівні*. Коли поблизу зони провідності C виникають домішкові рівні D донора, тоді виникають сприятливі умови для переходу електронів донора з домішкових рівнів у зону провідності $D \rightarrow C$ через вузьку смужку ΔE_1 забороненої зони, рис. 48б. Зона провідності навіть при низькій температурі збагачується електронами, забезпечуючи переважну електронну домішкову провідність n -типу.

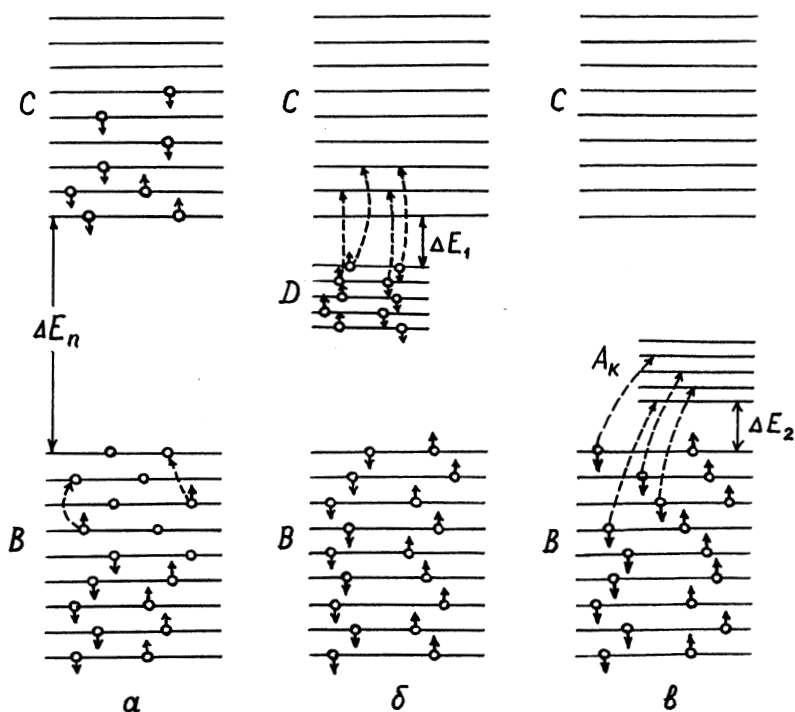


Рис. 48

Якщо поблизу валентної зони в забороненій зоні виникають домішкові енергетичні рівні акцептора A_k , то утворюються сприятливі умови для переходу електронів верхньої частини валентної зони на домішкові рівні акцептора $B \rightarrow A_k$ через вузьку смужку забороненої зони шириною ΔE_2 (рис. 48в). При

цьому верхня частина валентної зони збагачується дірками за рахунок виходу електронів на акцепторні домішкові рівні, забезпечуючи тим самим переважно діркову домішкову провідність напівпровідника *p*-типу.

Так за допомогою квантово-механічних уявлень можна якісно пояснити електропровідність металів, діелектриків та напівпровідників.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

1. Що таке сила струму, густина струму? Чому дорівнює потік вектора густини струму?
2. Запишіть і поясніть рівняння нерозривності для електричного струму в диференціальній формі.
3. Що таке електрорушійна сила? В яких одиницях вона вимірюється?
4. Чому дорівнює електрорушійна сила батареї джерел при їх послідовному і при паралельному з'єднанні?
5. Запишіть і поясніть закон Ома в інтегральній і диференціальній формах.
6. Чому дорівнює опір провідників? Від чого і як він залежить? В яких одиницях вимірюється? Поясніть його фізичну природу.
7. Чому дорівнює робота і потужність постійного електричного струму?
8. Запишіть закон Ома для замкнутого кола.
9. Сформулюйте і поясніть правила Кірхгофа.
10. Що таке шунт? Коли його використовують?
11. Чим зумовлена електропровідність металів?
12. Від чого залежить густина струму в металах?
13. Запишіть і поясніть закон Джоуля — Ленца в інтегральній і диференціальній формах.
14. Сформулюйте і поясніть закон Відемана — Франца.
15. Поясніть недоліки класичної теорії провідності металів.

16. Що таке контактна різниця потенціалів. Чим вона зумовлена?
17. Сформулюйте закони Вольта для контактної різниці потенціалів.
18. Чому дорівнює контактна різниця потенціалів?
19. Що таке термоелектричний ефект? Де він застосовується? Чому дорівнює термоелектрорушійна сила?
20. Що таке ефект Пельтьє? Чому і де він виникає? Поясніть його застосування.
21. Чим зумовлена провідність рідин?
22. Чому дорівнює і від чого залежить густина струму в рідинах?
23. Чому дорівнює і від чого залежить питомий опір рідини?
24. Сформулюйте закони Фарадея для електролізу.
25. Поясніть електропровідність біологічних тканин.
26. Поясніть механізм електропровідності в газах.
27. Що таке несамостійний і самостійний розряди в газах?
28. Назвіть характерні особливості напівпровідників.
29. Поясніть власну провідність напівпровідників.
30. Поясніть домішкову провідність напівпровідників.
31. З точки зору квантових уявлень поясніть електропровідність металів та напівпровідників.
32. Поясніть принципи роботи напівпровідникових діода і тріода.

ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Крім розглянутого в першому розділі цього посібника електростатичного поля, джерелом якого є нерухомий в даній системі відліку електричний заряд, в природі існує і інше поле, що створюється рухомим електричним зарядом, — *магнітне поле*. Оскільки електричний струм представляє собою направлений рух зарядів, це означає, що навколо провідників із струмом існує магнітне поле. У випадку, коли характеристики струму у провіднику є незмінними у часі, а сам провідник не рухається, магнітне поле називається *постійним*. Таке поле, його характеристики, властивості, закони, теореми, а також особливості поведінки магнітного поля в різних середовищах докладно розглядаються у третьому розділі.

Взаємо-зворотній зв'язок між явищами електрики і магнетизму, розглянутий в четвертому, заключному розділі посібника, дозволяє стверджувати, що електричне та магнітне поля є окремими проявами більш загального *електромагнітного поля*. Змінне з часом магнітне поле породжує електричне, а змінне електричне поле породжує магнітне. В розділі вивчаються різноманітні електромагнітні явища, змінний струм та його закони, електромагнітні коливання та електромагнітні хвилі. Ці питання є основою електротехніки, радіотехніки, радіоелектроніки та багатьох інших галузей сучасної сфери діяльності людини.

Розділ 3

ПОСТІЙНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ

3.1. ВЕКТОР МАГНІТНОЇ ІНДУКЦІЇ

Поряд із розглянутим в розділі 1 електростатичним полем, в природі існує інший вид поля, а саме — *магнітне поле*. За своїми властивостями воно відрізняється від електростатичного. В даному розділі ми розглянемо постійне магнітне поле, властивості якого в кожній точці простору не змінюються з часом. Побудову теорії постійного магнітного поля будемо здійснювати за такою самою схемою, якою ми користувались раніше при вивченні властивостей електростатичного поля. Тому рекомендуємо постійно звертати увагу читача на аналогічні відповідності при вивченні нового матеріалу. Це буде сприяти більш глибокому розумінню властивостей як електростатичного, так і магнітного полів.

В основі вивчення властивостей магнітного поля лежать два основних фундаментальних положення, а саме:

- *магнітне поле створює рухомий заряд*;
- *магнітне поле діє на рухомий заряд*.

Тобто для вивчення властивостей магнітного поля потрібно мати рухомі заряди. Такі рухомі заряди існують у провіднику, по якому тече струм, адже струм у провідниках — це впорядкований рух електричних зарядів. Таким чином, провідник, по якому тече струм, створює в просторі навколо себе магнітне поле і реагує на магнітне поле, яке створене іншими провідниками зі струмом. Тому його можна використовувати для вивчення властивостей магнітного поля і встановлення його характеристик.

В механіці для вивчення властивостей гравітаційного поля користуються матеріальною точкою, в електростатиці — пробним точковим електричним зарядом. Аналогічну роль в теорії

магнітного поля відіграє малий відрізок тонкого провідника, по якому тече струм. Називають його *елементом струму*. Елемент струму — це вектор, абсолютна величина якого дорівнює добутку сили струму I_0 на довжину dl_0 ділянки провідника, а напрямок його співпадає з напрямком сили струму. Тобто елемент струму є тим пробним елементом, за допомогою якого ми будемо вивчати магнітне поле.

Для визначення основної силової характеристики електростатичного поля — вектора напруженості $\vec{E}$, ми вносили в це поле пробний точковий позитивний заряд. За допомогою пробного заряду q_0 досліджували електричне поле, що створював заряд Q (§ 1.3), а саме, визначали силу та її напрямок. Для визначення основної характеристики магнітного поля — вектора магнітної індукції — підемо таким самим шляхом. Розглянемо нерухомий провідник з постійним струмом, який створює навколо себе магнітне поле, і будемо цікавитись силою $d\vec{F}$, що діє на пробний елемент струму $I_0 d\vec{l}_0$, розміщуючи його в різних точках поля.

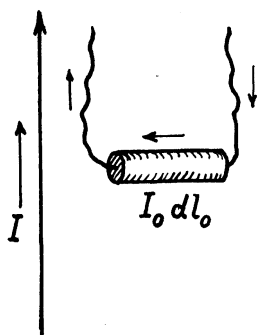


Рис. 49

Здійснити на дослідах такий пробний елемент струму можна, якщо взяти короткий відрізок тонкого жорсткого провідника і підвісити його на гнучких тонких провідниках (рис. 49). Система пробного елемента струму повинна бути такою, щоб можна було виміряти силу, що діє зі сторони поля на елемент струму.

Проведені досліді показують, що сила dF пропорційна абсолютній величині елемента струму $dF \sim I_0 dl_0$ (в електростатиці — $F \sim q_0$). Крім того, сила dF залежить від орієнтації елемента струму. А саме, в кожній точці поля існує якийсь *виділений напрямок*, відносно якого величина сили dF пропорційна синусу кута α між цим напрямком і напрямком елемента струму. Тоді силу, що діє на елемент струму, можна записати так:

$$dF = BI_0 dl_0 \sin \alpha. \quad (3.1)$$

Тут B — коефіцієнт пропорційності, який залежить від властивостей поля в точці розташування пробного елемента струму і не залежить від величини і орієнтації цього елемента. Якщо елемент струму орієнтований вздовж виділеного напрямку, тобто $\alpha = 0$, або $\alpha = \pi$, то сила dF дорівнює нулю. Коли елемент струму буде перпендикулярний до виділеного напрямку, сила dF буде максимальною. Крім того, на дослідях виявлено, що напрямок сили $d\vec{F}$ зв'язаний з напрямком елемента струму $I_0 d\vec{l}_0$ і виділеним напрямком правилом гвинта. Якщо обертати ручку гвинта від напрямку $I_0 d\vec{l}$ до виділеного напрямку поля найкоротшим шляхом, то поступовий рух гострого кінця гвинта визначить напрямок сили $d\vec{F}$. Ці дві обставини свідчать про те, що можна ввести вектор $\vec{B}$, напрямок якого співпадає з виділеним напрямком поля, а абсолютна величина дорівнює коефіцієнту пропорційності B у формулі (3.1). Тоді силу $d\vec{F}$ можна записати у вигляді векторного добутку векторів $I_0 d\vec{l}_0$ і $\vec{B}$, а саме

$$d\vec{F} = [I_0 d\vec{l}_0 \times \vec{B}]. \quad (3.2)$$

Вектор $\vec{B}$ не залежить ні від величини, ні від орієнтації пробного елемента струму, і тим самим є характеристикою поля. При орієнтації елемента струму перпендикулярно вектору $\vec{B}$ ($\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\sin \alpha = 1$) сила dF буде максимальною $dF_{\max} = I_0 dl_0 B$, а чисельне значення вектора $\vec{B}$ дорівнюватиме

$$B = \frac{dF_{\max}}{I_0 dl_0}. \quad (3.3)$$

Вектор $\vec{B}$ фактично є силовою характеристикою магнітного поля і називається *вектором магнітної індукції*.

Згадаємо, що таким самим чином визначалась силова характеристика електростатичного поля — напруженість $\vec{E}$ (1.18).

Із формули (3.3) видно, що величина вектора магнітної індукції $\vec{B}$ чисельно дорівнює максимальній силі, що діє на одиничний елемент струму, тобто коли $I_0 = 1$ ампер, а $dl_0 = 1$ метр. Одиницею виміру магнітної індукції в СІ служить «тесла» (Тл).

Розмірність тесли $\left[\frac{\text{кг}}{\text{с}^2 \text{А}} \right]$.

Магнітне поле, як і будь-яке векторне поле, можна наглядно зобразити за допомогою ліній вектора магнітної індукції. За загальними правилами, якими ми користувались в електростатиці при визначенні ліній напруженості електричного поля, лінії вектора магнітної індукції проводять так, щоб дотична до них у кожній точці співпадала з напрямком вектора $\vec{B}$. Досліди показують, що лінії магнітної індукції суттєво відрізняються від ліній напруженості електростатичного поля. Лінії напруженості електростатичного поля починаються і закінчуються на зарядах, в той час як лінії магнітної індукції являють собою замкнені лінії навколо провідника, по якому тече струм.

Напрямок ліній магнітної індукції зручно визначити за правилом гвинта.

На рис. 50 зображені лінії магнітної індукції: а) прямих провідників зі струмом; б) коловим струмом; в) котушки зі струмом (соленоїд).

Векторне поле, лінії якого замикаються самі на себе, називають *вихровим*. Таким чином, постійне магнітне поле — вихрове, на відміну від електростатичного поля, яке є безвихровим, оскільки його лінії не замкнені.

Якщо магнітне поле створює не один провідник, а декілька, то яким чином можна розрахувати магнітну індукцію в будь-якій точці простору?

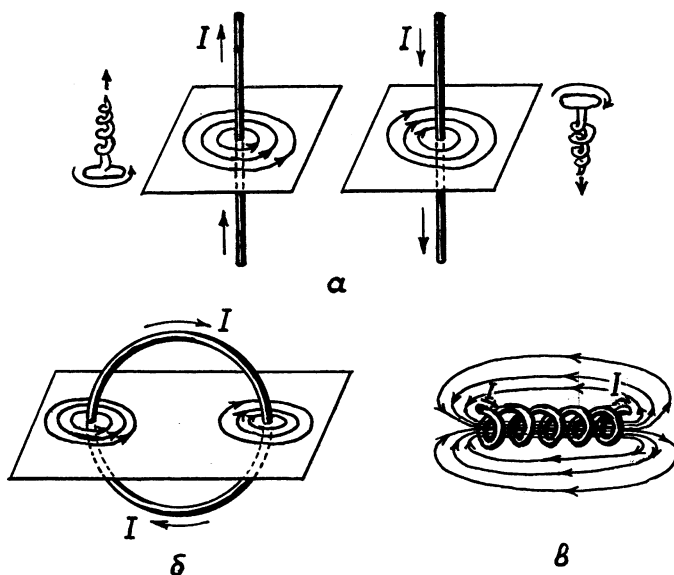


Рис. 50

Аналогічна проблема існує в електростатиці. Нагадаємо, що для розрахунку напруженості поля по заданому розподілу зарядів використовують принцип суперпозиції (1.21). Дослід показує, що аналогічний принцип використовують і у випадку магнітного поля. Магнітна індукція в будь-якій точці поля, що породжується системою провідників зі струмом, дорівнює сумі магнітних індукцій полів, створених в цій точці окремими частинами системи, тобто

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \Delta \vec{B}_i. \quad (3.4)$$

3.2. МАГНІТНЕ ПОЛЕ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Досліджуючи на початку XIX сторіччя магнітні поля, створені в повітрі прямолінійними провідниками зі струмом, коловим струмом, соленоїдом, французькі вчені Ж. Біо

и Ж. Савар, на основі багатьох дослідів дійшли до таких висновків:

а) у всіх випадках магнітна індукція $\vec{B}$ поля, що створене електричним струмом, пропорційна силі струму;

б) магнітна індукція залежить від форми і розмірів провідника зі струмом;

в) магнітна індукція у довільній точці залежить від положення цієї точки щодо провідника зі струмом.

Інший видатний французький вчений, теоретик П. Лаплас, узагальнивши ці висновки і скориставшись принципом суперпозиції, знайшов диференціальний закон, який дає змогу визначити магнітну індукцію в кожній точці поля, утвореного окремим елементом струму. Цей закон носить назву *закону Біо — Савара — Лапласа* і для вакууму має вигляд:

$$d\vec{B} = k \frac{[Id\vec{l} \times \vec{r}]}{r^3}. \quad (3.5)$$

В цій формулі $\vec{r}$ — радіус-вектор, проведений від елемента струму Idl , що породжує поле, в точку простору, де визначається вектор $d\vec{B}$, k — коефіцієнт пропорційності, в СІ він має вигляд:

$$k = \frac{\mu_0}{4\pi}. \quad (3.6)$$

Стала μ_0 називається *магнітною сталою* і дорівнює $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Тл} \cdot \text{м}}{\text{А}}$.

Для модуля вектора $d\vec{B}$, згідно з (3.5) і (3.6), закон Біо — Савара — Лапласа у вакуумі записують так:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{r^2}, \quad (3.7)$$

де α — кут між елементом струму Idl і радіус-вектором $\vec{r}$, а напрям вектора $d\vec{B}$ визначається векторним добутком $[Idl \times \vec{r}]$, або за правилом гвинта (рис. 51).

Закон Біо — Савара — Лапласа разом з принципом суперпозиції (3.4) дає можливість розрахувати магнітне поле будь-яких провідників зі струмом.

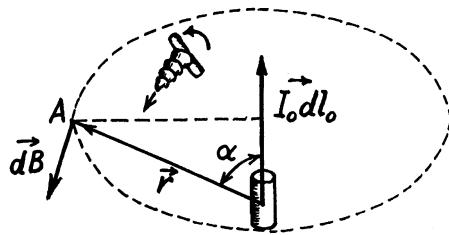


Рис. 51

Розглянемо поле прямого провідника зі струмом I , рис. 52, і знайдемо магнітну індукцію цього поля в точці A .

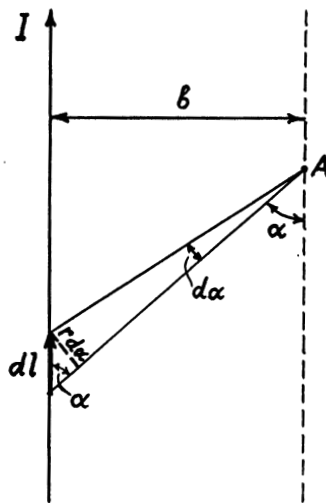


Рис. 52

В точці A магнітне поле будуть створювати всі елементи струму $I dl$ нашого провідника. Усі вектори $d\vec{B}$ від окремих елементів струму провідника в точці A спрямовані перпендикулярно до площини рисунка (від читача). Це спрощує визначення індукції B результуючого магнітного поля. Складання векторів $d\vec{B}$ можна замінити складанням їх модулів. Точка A , в якій ми

знаходимо магнітну індукцію, розташована на відстані b від провідника. Із рис. 52 видно, що $r = \frac{b}{\sin \alpha}$, $dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha} = \frac{bd\alpha}{\sin^2 \alpha}$.

Підставимо ці значення у формулу (3.7):

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Ibd\alpha \sin \alpha \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha b^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin \alpha d\alpha.$$

Кут α для всіх елементів нескінченного прямого провідника змінюється в границях від 0 до π . Скориставшись принципом суперпозиції, можна записати $B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \int_0^\pi \sin \alpha d\alpha = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}$.

Тобто магнітна індукція поля прямого нескінченного провідника зі струмом I у вакуумі визначається формулою:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}. \quad (3.8)$$

Магнітна індукція прямо пропорційна силі струму в провіднику і обернено пропорційна відстані від провідника.

Лінії магнітної індукції поля прямого провідника зі струмом являють собою систему концентричних кілець, що охоплюють провідник (рис. 53).

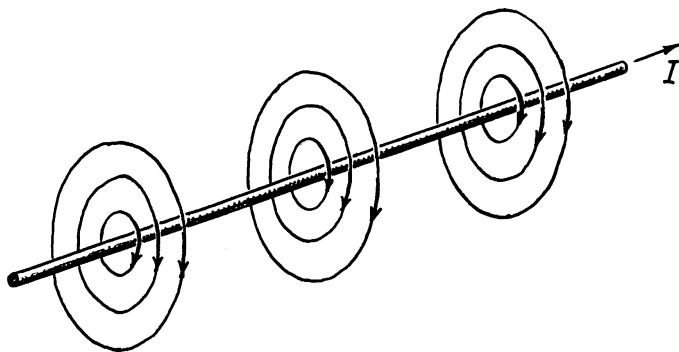


Рис. 53

Таким самим чином можна розрахувати магнітне поле, що створює коловий струм. Обчислимо індукцію магнітного поля

в центрі колового струму. Нехай струм проходить по кільцевому провіднику радіусом R . Тоді за законом Біо — Савара — Лапласа, індукція dB від елемента Idl у центрі кільця буде дорівнювати $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl \sin \alpha}{R^2}$. Оскільки в цьому випадку $\alpha = \frac{\pi}{2}$, то

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int_0^{2\pi R} dl = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (3.9)$$

Аналогічно, як це буде показано в 3.3, індукція магнітного поля всередині нескінченно довгого соленоїда у вакуумі дорівнює

$$B = \mu_0 n_0 I, \quad (3.10)$$

де n_0 — число витків, що припадає на одиницю довжини соленоїда. Із формули видно, що магнітна індукція не залежить від положення точки, в якій ми розглядаємо поле. Тобто поле всередині соленоїда однорідне. З точки зору характеру поля, а саме — однорідність поля всередині — довгий соленоїд в магнетизмі відповідає плоскому конденсатору в електростатиці.

3.3. РІВНЯННЯ ПОСТІЙНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ У ВАКУУМІ

Для опису магнітних полів, так само, як і для електростатичних, можна сформулювати дві теореми: теорему про потік ліній магнітної індукції і теорему про циркуляцію. Розглянемо їх, не користуючись складними математичними викладками.

Як було показано в § 3.1, магнітне поле є вихровим полем. Лінії магнітної індукції, на відміну від ліній напруженості електростатичного поля, які починаються і закінчуються на зарядах, замикаються самі на себе. Це свідчить про те, що ніяких магнітних зарядів не існує, лінії вектора $\vec{B}$ не мають ні початку, ні кінця. Тому легко зрозуміти, що потік вектора магнітної індукції через замкнуту поверхню (див. Вступ) повинен дорівнювати нулю. Скільки ліній вектора магнітної індукції ввійде

в замкнуту поверхню, стільки і вийде. Таким чином для будь-якого магнітного поля і довільної замкнутої поверхні S можна записати:

$$\Phi_B = \oint_S B_n dS = 0. \quad (3.11)$$

В цій формулі Φ_B — потік вектора магнітної індукції через поверхню S , B_n — проекція вектора магнітної індукції на нормаль до площадки dS . Інтеграл беруть по всій поверхні S . Формула (3.11) виражає теорему Гаусса для вектора $\vec{B}$ в інтегральній формі: *потік вектора магнітної індукції через будь-яку замкнуту поверхню дорівнює нулю.*

Скориставшись теоремою Остроградського — Гаусса, про яку йшла мова у вступі до даного посібника, замінимо в (3.11) поверхневий інтеграл на об'ємний, тоді отримаємо:

$$\int_V \operatorname{div} B dV = 0. \quad (3.12)$$

Умова, до якої ми дійшли, повинна виконуватись для будь-якого довільно обраного об'єму V . Це можливо лише в тому випадку, коли підінтегральний вираз у кожній точці поля дорівнює нулю. Таким чином, магнітне поле має таку властивість, що його дивергенція всюди дорівнює нулю, тобто

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \text{ або } \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \quad (3.13)$$

Це є теорема Гаусса для магнітного поля в диференціальній формі: *дивергенція вектора магнітної індукції дорівнює нулю.*

Розглянемо теорему про циркуляцію для магнітного поля. Згадаємо, що циркуляція вектора напруженості електростатичного поля (1.50) дорівнює нулю, оскільки електростатичне поле безвихрове. На відміну від електростатичного, магнітне поле — вихрове, і саме це дає підставу стверджувати, що циркуляція вектора $\vec{B}$ не повинна дорівнювати нулю.

Знайдемо циркуляцію магнітного поля для найпростішого випадку, а саме для поля, створеного прямим нескінченним провідником із струмом. Лінії магнітної індукції цього поля

являють собою систему концентричних кілець навколо провідника (рис. 53). Уявимо собі контур у вигляді кола радіусом b , що охоплює провідник. Він буде співпадати з одним із кілець ліній вектора магнітної індукції (рис. 54).

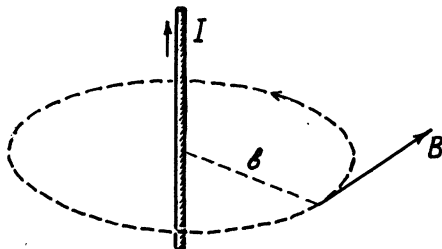


Рис. 54

Запишемо циркуляцію вектора $\vec{B}$ у вигляді

$$\oint \vec{B} d\vec{l}, \text{ або } \oint B_l dl. \quad (3.14)$$

В нашому випадку вектор $\vec{B}$ у кожній точці контуру однаковий за величиною і, згідно з (3.8), дорівнює $B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b}$. В формулі (3.14) його можна винести за знак інтеграла, а $\oint dl$ дорівнює $2\pi b$. Тому циркуляція вектора магнітної індукції у випадку окремого прямого провідника зі струмом по замкнутому колу буде дорівнювати

$$\oint B_l dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{b} \cdot 2\pi b = \mu_0 I. \quad (3.15)$$

Якщо контур не охоплює провідник зі струмом, циркуляція вектора $\vec{B}$ дорівнює нулю.

Можна показати, що для будь-якого замкнутого контуру, який обмежує провідник зі струмом, циркуляція вектора $\vec{B}$ буде мати такий самий вигляд.

Нехай деякий контур охоплює не один, а декілька провідників зі струмом. Тоді, внаслідок принципу суперпозиції (3.4),

$$\oint B_l dl = \oint \left(\sum_{i=1}^n B_{li} \right) dl = \sum_{i=1}^n \oint B_{li} dl. \quad (3.16)$$

Кожен із інтегралів в цій сумі дорівнює $\mu_0 I_i$, тоді

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i. \quad (3.17)$$

В цій формулі I_i — алгебраїчна величина, тобто в сумі необхідно враховувати напрямок сил струмів у провідниках, що перетинають площадку, обмежену контуром. Струми, що перетинають площадку під гострим кутом до нормалі (рис. 55), беруть із знаком плюс, а струми, що перетинають площадку під тупим кутом з нормаллю — із знаком мінус. При цьому припустимо, що напрямок нормалі і напрямок обходу контуру узгоджені правилом гвинта. Формула (3.17) відображає теорему про циркуляцію для магнітного поля в інтегральній формі: *циркуляція вектора магнітної індукції по замкнутому контуру дорівнює алгебраїчній сумі струмів, що перетинають поверхню, обмежену контуром, помножених на магнітну сталу.*

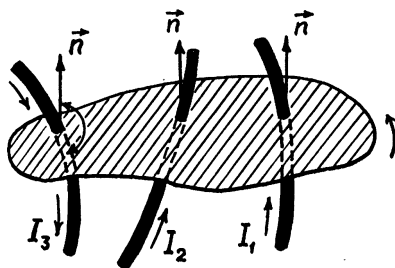


Рис. 55

Якщо струми течуть по всьому простору, де розташований контур, алгебраїчну суму струмів, що охоплюються контуром, можна, згідно з (2.7), записати так:

$$\sum I_i = \int_S j_n dS. \quad (3.18)$$

Інтеграл беруть по будь-якій поверхні S , натягнутій на контур. Вектор $\vec{j}$ є густина струму в точці, де розташована площадка dS , а j_n — її проекція на нормаль до площадки. Замінивши в (3.17) суму струмів через (3.18), отримаємо:

$$\oint B_l dl = \mu_0 \int_S j_n dS. \quad (3.19)$$

Розділимо ліву і праву частини (3.19) на поверхню S , що обмежена контуром. В граничному випадку, коли S прямує до нуля, тобто при стягненні до точки, в якій нас цікавить поле, маємо: $\lim_{S \rightarrow 0} \frac{\oint B_l dl}{S} = \text{rot } B$, а $\lim_{S \rightarrow 0} \frac{\mu_0 \int j_n dS}{S} = \mu_0 j$. Тоді із формули (3.19) отримаємо:

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j}. \quad (3.20)$$

Ротор вектора магнітної індукції пропорційний вектору густини струму в даній точці. Це є теорема про циркуляцію в диференціальній формі. Скориставшись оператором «набла», теорему про циркуляцію можна записати так:

$$[\vec{\nabla} \times \vec{B}] = \mu_0 \vec{j}. \quad (3.21)$$

Відмітимо, що формули (3.17) і (3.20) справедливі лише для магнітного поля у вакуумі у відсутності змінних із часом електричних полів.

Розглянемо приклад застосування теореми про циркуляцію в магнітному полі для простого випадку. Знайдемо магнітну індукцію поля всередині нескінченно довгої котушки (соленоїда). Усередині соленоїда лінії магнітної індукції будуть випрямлятись і наближатись за формою до прямих ліній, паралельних осі соленоїда. Поле усередині соленоїда буде однорідним, а поле зовні — прямувати до нуля. Виберемо контур, по якому будемо розраховувати циркуляцію, у вигляді прямокутника ($abcd$), рис. 56, одна із сторін якого ab має довжину l , лежить всередині котушки і паралельна її осі. Протилежна сторона dc лежить зовні котушки. На всіх ділянках цього контуру, крім сторони

ab , проекція вектора магнітної індукції B_l дорівнює нулю. Тому циркуляція вектора $\vec{B}$ по всьому контуру буде зводитись до інтеграла тільки на відрізок ab :

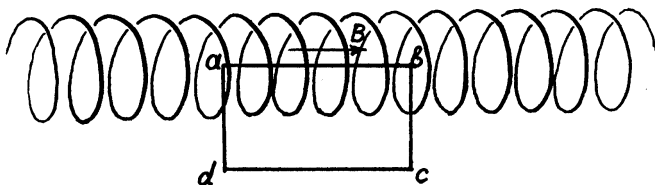


Рис. 56

$$\oint B_l dl = \int_a^b B_l dl. \quad (3.22)$$

Оскільки вектор $\vec{B}$ спрямований вздовж ab , і з міркувань симетрії однаковий у всіх точках поля, то $B_l = B = \text{const}$, і тоді вираз (3.22) має вигляд:

$$\int_a^b B_l dl = B \int_a^b dl = Bl. \quad (3.23)$$

Як видно з рис. 56, площу контуру $abcd$ перетинають $n_0 l$ витків, де n_0 — кількість витків на одиницю довжини соленоїда. Струм, що пронизує площу $abcd$, дорівнює $In_0 l$, де I — сила струму в соленоїді. Згідно з теоремою про циркуляцію маємо:

$$Bl = \mu_0 In_0 l, \text{ звідки } B = \mu_0 In_0. \quad (3.24)$$

3.4. ДІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА ПРОВІДНИКИ ЗІ СТРУМОМ. ЗАКОН АМПЕРА

Як було розглянуто раніше, дослідним шляхом встановлено, що провідник, по якому тече струм I , створює навколо себе магнітне поле. Якщо в це поле внести елемент струму, то зі сторони магнітного поля на нього буде діяти сила $d\vec{F} = [Id\vec{l} \times \vec{B}]$. Якщо замість елемента струму в магнітне поле помістити провідник

довжиною l , з силою струму I , то результуючу силу можна отримати, склавши сили, що діють на елементарні ділянки провідника. Для прямолінійного провідника і однорідного поля силу F , що діє на провідник, можна визначити за такою формулою:

$$\vec{F} = [\vec{Il} \times \vec{B}]. \quad (3.25)$$

В скалярному вигляді ця формула має вигляд:

$$F = IlB \sin \alpha, \quad (3.26)$$

де α — кут між напрямком сили струму I і вектором магнітної індукції $\vec{B}$. Напрямок сили F визначається правилом векторного добутку (3.25), або те ж саме, як це практикується — правилом лівої руки. Долоню лівої руки розташовують так, щоб лінії магнітної індукції входили в неї, витягнуті чотири пальці спрямовують в сторону напрямку сили струму, тоді відтягнутий великий палець покаже напрямок сили, що діє зі сторони магнітного поля на провідник зі струмом. Це співвідношення було експериментально встановлено А. Ампером і носить назву *закон Ампера*.

Скориставшись законом Ампера, розглянемо взаємодію у вакуумі двох паралельних нескінченних провідників, по яких течуть струми I_1 і I_2 . Відстань між провідниками позначимо через b (рис. 57). Струми течуть в одному напрямку.

Знайдемо силу F_{12} , що діє зі сторони першого провідника на ділянку l другого провідника. Магнітна індукція B_1 першого провідника в точках простору, де розташовано другий провідник, однакова за величиною і визначається згідно з (3.8),

формулою $B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1}{b}$. Спрямована індукція перпендикулярно до площини рисунка і від читача. Магнітне поле першого провідника, згідно з законом Ампера, діє на другий провідник довжиною l , по якому тече струм I_2 з силою $F_{21} = I_2 l B_1 \sin \alpha$.

Враховуючи, що кут між I_2 і B_1 дорівнює $\frac{\pi}{2}$, абсолютне значення величини сили записуємо так $F_{21} = I_2 l B_1$. Підставляючи сюди вираз B_1 , остаточно для сили отримуємо:

$$F_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2 l}{b}. \quad (3.27a)$$

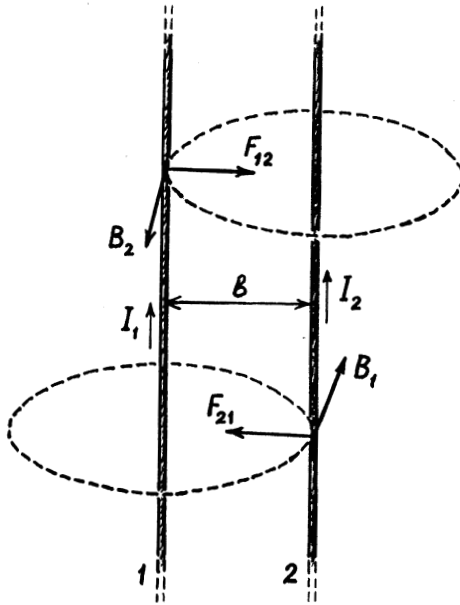


Рис. 57

Згідно з правилом лівої руки, спрямована ця сила вліво.

З іншого боку, другий провідник, по якому тече струм I_2 , створює біля першого провідника магнітне поле з індукцією $B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_2}{b}$. Спрямована індукція перпендикулярно до площини рисунка і до читача. Згідно з законом Ампера, магнітне поле другого провідника діє на перший провідник довжиною l , по якому тече струм I_1 , з силою $F_{12} = I_1 l B_2$. Після підстановки виразу B_2 , отримаємо для сили, що діє на перший провідник,

$$F_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2 l}{b}. \quad (3.27b)$$

Спрямована ця сила, згідно з правилом лівої руки, вправо.

Порівнюючи формули (3.27а) і (3.27б), видно, що сили F_{12} і F_{21} однакові за величиною і протилежні за напрямком. Тобто паралельні провідники, по яким течуть струми однакових напрямків, притягуються. Читачам пропонується самим розібрати випадки взаємодії провідників, по яким течуть струми в протилежних напрямках.

Формули (3.27а) і (3.27б) використовують для встановлення основної електричної одиниці в СІ — одиниці сили струму — ампер. Вважаючи, що $I_1 = I_2 = 1$ ампер, відстань між провідниками $b = 1$ м, маємо $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{Н}}{\text{м}}$. Тобто 1 ампер — це така сила струму, що протікає по двом паралельним провідникам, які знаходяться у вакуумі на відстані 1 м один від одного і при цьому сила взаємодії на кожен метр провідника становить $2 \cdot 10^{-7}$ Н/м.

Розглянемо дію магнітного поля на замкнутий контур зі струмом. Нехай прямокутна рамка $abcd$ зі струмом знаходиться в однорідному магнітному полі з індукцією B , причому площина рамки паралельна полю (рис. 58а).

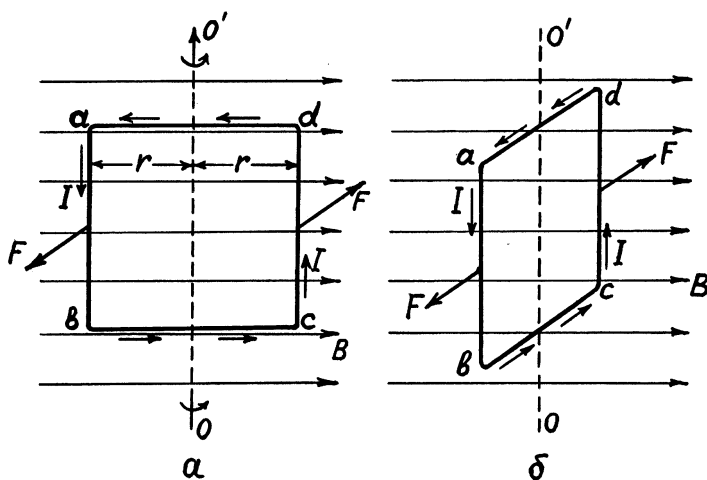


Рис. 58

Рамка має лише одну ступінь вільності — вона може повертатись навколо осі OO' . На паралельні полю сторони рамки bc

і ad поле не буде діяти, оскільки кут між напрямками струму і вектором B буде дорівнювати 0 і, відповідно, π , $\sin \alpha$ при цьому дорівнює нулю, і сила Ампера дорівнює нулю. На сторони ab і cd , довжина яких l , у відповідності з формулою Ампера і правилом лівої руки, буде діяти пара сил $F = BIl$, яка повертає рамку так, що її площина буде перпендикулярна до поля (рис. 586). Це положення буде рівноважним.

Момент пари сил при повороті буде змінюватися від максимального значення до нуля. За абсолютним значенням момент пари сил дорівнює

$$M = 2rF \sin \alpha, \quad (3.28)$$

де r — відстань від осі обертання до точок прикладання сили, а α — кут між напрямком r і F .

Момент сил у рівноважному стані буде дорівнювати нулю, і сила Ампера зможе лише деформувати рамку, але не повертати. Змінимо напрям сили струму в рамці в той момент, коли вона перейде через положення рівноваги. Тоді сила F також змінить свій напрямок на протилежний і поверне рамку на 180° в напрямку початкового обертання до наступного положення рівноваги.

Таким чином, змінюючи напрямок сили струму в рамці в момент переходу через положення рівноваги, можна змусити рамку обертатись в магнітному полі навколо осі OO' . На цьому явищі оснований принцип роботи електродвигунів, які перетворюють електричну енергію в механічну.

У формулі (3.28) підставимо значення сили Ампера. Тоді момент сил буде мати вигляд:

$$M = 2rBIl \sin \alpha. \quad (3.29)$$

Враховуючи, що $2rl = S$ є площа рамки, момент сил запишемо так:

$$M = IBS \sin \alpha. \quad (3.30)$$

Введемо нову фізичну величину, якою будемо часто користуватись, а саме — *магнітний момент колового струму*.

Магнітним моментом колового струму називають добуток сили колового струму на обтічну площу

$$P = IS. \quad (3.31)$$

Магнітний момент є вектором, який перпендикулярний площі, що обтікається коловим струмом. Розташований вектор в її центрі, а напрямок його визначається правилом гвинта. Якщо ручку гвинта повертати за напрямком колового струму, то гострий кінець покаже напрямок магнітного моменту.

В розглянутому вище прикладі магнітний момент рамки зі струмом дорівнює $P = IS$, де S — площа рамки. З врахуванням цього, момент сил, що діє на рамку зі струмом в магнітному полі, записують так: $M = PB \sin \alpha$, або у векторній формі:

$$\vec{M} = [\vec{P} \times \vec{B}]. \quad (3.32)$$

Можна показати, що формула (3.32) справедлива для контуру зі струмом будь-якої форми і що вона визначає момент сили відносно будь-якої осі і будь-якої точки.

Момент сил (3.32) прагне повернути рамку зі струмом до стійкої рівноваги, при якій магнітний момент $\vec{P}$ направлений вздовж магнітної індукції $\vec{B}$. Крім того, контур буде зазнавати зі сторони поля деформуючу дію. Згадавши про поведінку диполя в електричному полі (рис. 206), бачимо, що контур зі струмом в магнітному полі веде себе так, як диполь в електричному.

3.5. РУХ ЗАРЯДУ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ. СИЛА ЛОРЕНЦА

На провідник зі струмом, що знаходиться в магнітному полі, діє сила Ампера. Яка її природа? Оскільки електричний струм — це спрямований рух зарядів, то саме це наводить на думку, що дія магнітного поля на провідник зі струмом зумовлена дією сил на окремі рухомі заряди. Такий підхід дає змогу визначити силу, яка діє на окремі заряди, що рухаються в магнітному полі. Її називають *силою Лоренца*.

Розрахуємо цю силу. Згідно з (3.26), сила Ампера дорівнює $F = IlB \sin \alpha$. Силу струму представимо у вигляді (2.4) з врахуванням (2.5). А саме $I = qn_0Sv$, де q — заряд окремих частинок, n_0 — їх концентрація, v — швидкість зарядів, S — площа поперечному перерізу провідника. Підставимо значення сили струму в закон Ампера і отримаємо: $F = qn_0SvlB \sin \alpha$. Розділимо ліву і праву частини останнього рівняння на N — кількість зарядів, що знаходяться в провіднику довжиною l і поперечним перерізом S , де $N = n_0Sl$, тоді $\frac{F}{N} = f$, де f — сила, що діє зі сторони магнітного поля на окремий рухомий заряд провідника, і вона, таким чином, дорівнює

$$f = qvB \sin \alpha. \quad (3.33)$$

Це і є сила Лоренца. В цій формулі α є кут між напрямком швидкості $\vec{v}$ зарядженої частинки і вектором магнітної індукції $\vec{B}$. У векторному вигляді силу Лоренца можна представити так:

$$\vec{f} = q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (3.34)$$

Напрямок сили Лоренца визначають таким самим чином, як і напрямок сили Ампера, за правилом векторного добутку, те ж саме за правилом лівої руки.

При цьому слід врахувати, що для позитивно зарядженої частинки напрямок силу струму I і v співпадають, а для негативно зарядженої частинки ці напрямки протилежні, тому сила Лоренца для зарядів різних знаків має протилежні напрямки. Сила Лоренца перпендикулярна як лініям магнітної індукції, так і швидкості зарядженої частинки, тому вона не виконує роботу, а лише змінює напрямок її руху в магнітному полі. Абсолютне значення швидкості зарядженої частинки і кінетична енергія при цьому не змінюються. Оскільки сила Лоренца змінює лише напрямок швидкості, то це означає, що вона призводить до появи лише нормального, або доцентрового прискорення.

Розглянемо рух електрона, що влітає в магнітне поле з швидкістю $\vec{v}$, перпендикулярною до ліній магнітної індукції $\vec{B}$. На електрон із зарядом e буде діяти сила Лоренца $f = evB$,

яка весь час буде змінювати напрямок швидкості, не змінюючи її величини. Внаслідок цього електрон буде рухатись з доцентровим прискоренням $a = \frac{v^2}{r}$, де r — радіус кривини траєкторії.

Оскільки швидкість за величиною не змінюється, траєкторія буде мати вигляд кола. Запишемо для електрона другий закон Ньютона $ma = F$, де m — маса електрона, і підставимо в нього відповідні значення прискорення і сили Лоренца, тоді отримаємо $\frac{mv^2}{r} = evB$, звідки радіус кола

$$r = \frac{mv}{eB}. \quad (3.35)$$

Таким чином, радіус кола, по якому буде рухатись електрон, пропорційний швидкості електрона та обернено пропорційний магнітній індукції поля. Період обертання електрона дорівнює відношенню довжини кола до швидкості електрона $T = \frac{2\pi r}{v}$. Враховуючи (3.35), отримаємо

$$T = \frac{2\pi m}{eB}. \quad (3.36)$$

Тобто, період обертання електрона в магнітному полі не залежить від його швидкості та радіуса кола. Цю особливість використовують в прискорювачі заряджених частинок — циклотроні.

Якщо електрон влітає в магнітне поле зі швидкістю v , яка направлена під кутом α до лінії магнітної індукції (рис. 59), то подальший його рух можна розглядати як геометричну суму двох рухів, що відбуваються одночасно. Розкладемо швидкість на дві складові: $v \sin \alpha$ — перпендикулярну до лінії магнітної індукції, і $v \cos \alpha$ — спрямовану вздовж ліній магнітної індукції. Завдяки першій складовій електрон буде рухатись по колу радіуса $r = \frac{mv \sin \alpha}{eB}$, а завдяки другій він буде переміщуватись вздовж поля зі швидкістю $v \cos \alpha$. Отже, траєкторія електрона в цьому випадку набуває форми гвинтової лінії, вісь якої паралельна напрямку $\vec{B}$.

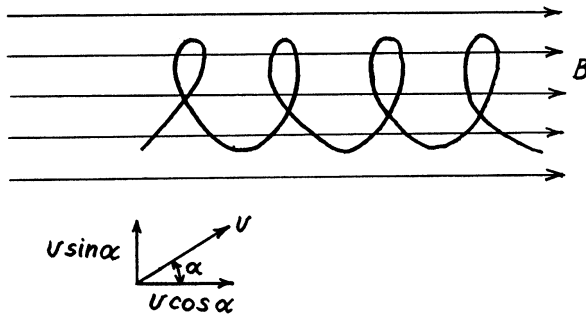


Рис. 59

Якщо одночасно заряджена частинка рухається в магнітному полі з індукцією $\vec{B}$ і електричному з напруженістю $\vec{E}$, то на неї будуть діяти дві сили. Зі сторони магнітного поля $\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}]$, зі сторони електричного поля $\vec{F} = q\vec{E}$. Результуюча сила дорівнює:

$$\vec{F} = q[\vec{v} \times \vec{B}] + q\vec{E}. \quad (3.37)$$

Слід звернути увагу на те, що вплив електричного поля на рух електрона або іншої зарядженої частинки істотно відрізняється від впливу магнітного поля. Електричне поле змінює кінетичну енергію електрона, тоді як магнітне поле змінює лише напрямок руху, а не його швидкість.

Вказані особливості дії магнітного та електричного полів на рухомі заряди знайшли досить широке застосування в сучасних фізико-технічних установках і приладах. Наприклад, в осцилографах, телевізорах, електронних мікроскопах, мас-спектрографах, циклотронах, магніто-гідродинамічних генераторах. З принципом їх роботи можна ознайомитись в спеціальній літературі, а також в підручнику Р. І. Грабовського «Курс фізики».

3.6. МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

В попередніх параграфах вивчалось магнітне поле і його дія у вакуумі. Досліди показують, що наявність речовини приводить до зміни магнітного поля. Причина полягає в тому, що всі речовини під дією магнітного поля набувають магнітні властивості — намагнічуються і самі створюють магнітне поле. В цьому розумінні всі речовини називають магнетиками. До магнетиків відносяться всі без винятку речовини, але намагнічуються вони по-різному. У багатьох магнетиків магнітні властивості виражені дуже слабо, в інших — дуже сильно.

Подібно до того, як діелектрик, вміщений в електричне поле, поляризується, і в ньому виникає внутрішнє електричне поле, в будь-якій речовині, вміщеній у зовнішнє магнітне поле, створюється внутрішнє магнітне поле. Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ у магнетика дорівнює сумі векторів магнітної індукції зовнішнього поля $\vec{B}_0$ та магнітної індукції власного поля магнетика $\vec{B}'$:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}'. \quad (3.38)$$

Приступаючи до розгляду властивостей магнітного поля при наявності речовини, необхідно познайомитись з поведінкою речовини в магнітному полі.

В розділі I § 1.11. при вивченні поведінки діелектриків в електричному полі було використано модель атома чи молекули у вигляді диполя. Оскільки магнітне поле створює рухомий заряд і діє воно на рухомий заряд, то доцільно кожен атом чи молекулу речовини розглядати з точки зору наявності в них електронів, що рухаються по своїх орбітах і тим самим створюють у речовині, згідно з гіпотезою Ампера, «молекулярний струм». Адже струм — це спрямований рух зарядів. Таким чином, при побудові теорії магнітного поля в речовині будемо користуватись спрощеною класичною моделлю — молекулярного струму. Так само як для диполя в електростатиці було введено фізичну величину *дипольний момент*, для молекулярних струмів введемо фізичну величину *магнітний момент молекулярного струму*.

Магнітний момент молекулярного струму визначається таким самим чином, як і магнітний момент колового струму (3.31). Він є векторною величиною, і напрямок його визначається за правилом гвинта. Більш докладно вивчення різних механізмів намагнічування буде розглянуто пізніше в § 3.8. В даному параграфі розглянемо механізм намагнічування, виходячи з моделі молекулярних струмів.

Згідно з гіпотезою Ампера, в речовині циркулюють мікроскопічні замкнуті молекулярні струми. При відсутності зовнішнього магнітного поля орбіти молекулярних струмів, а відповідно, і їхні магнітні моменти орієнтовані хаотично (рис. 60а), так що сумарний магнітний момент всякого макроскопічного, але достатньо малого об'єму речовини дорівнює нулю. Речовина не проявляє магнітних властивостей. Якщо розмістити речовину в зовнішнє магнітне поле, то магнітні моменти молекулярних струмів ведуть себе так само, як і магнітні моменти рамки зі струмом, а саме — орієнтуються вздовж поля, внаслідок чого будь-який малий елемент об'єму ΔV набуває відмінний від нуля магнітний момент — речовина намагнічується (рис. 60б).

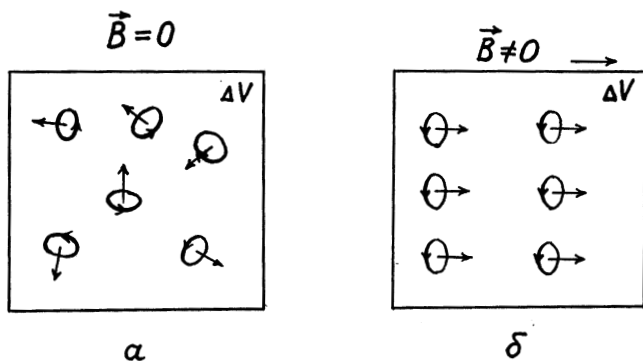


Рис. 60

Для кількісної характеристики ступеня намагнічування речовини вводиться фізична величина — *вектор намагнічування*. За визначенням, вектор намагнічування є магнітний момент

одиниці об'єму речовини. Таким чином, якщо $\sum_{k=1}^n \vec{P}_k$ — сумарний магнітний момент всіх молекулярних струмів в об'ємі ΔV , то вектор намагнічування визначається за формулою:

$$\vec{J} = \frac{\sum_{k=1}^n \vec{P}_k}{\Delta V}. \quad (3.39)$$

Одиницею вектора намагнічування в СІ є ампер на метр. Досліди показують, що для більшості речовин вектор намагнічування пропорційний магнітній індукції поля:

$$\vec{J} \sim \vec{B}. \quad (3.40)$$

Причому коефіцієнт пропорційності, який поки що не записуємо, залежить від властивостей речовини.

При відсутності зовнішнього магнітного поля, внаслідок хаотичності в орієнтації молекулярних струмів, сумарний молекулярний струм через будь-яку макроскопічну площадку дорівнює нулю — макроскопічні молекулярні струми в речовині відсутні. При наявності поля, внаслідок орієнтації магнітних моментів молекулярних струмів і, відповідно, їх орбіт, молекулярні струми вже взаємно не компенсуються, що призводить до появи макроскопічних молекулярних струмів.

Встановимо зв'язок макроскопічних молекулярних струмів з вектором намагнічування. Для цього уявно розглянемо всередині речовини, що знаходиться в магнітному полі, довільну поверхню, обмежену контуром L (рис. 61а), і знайдемо повний молекулярний струм I_m через цю поверхню. Зрозуміло, що повний молекулярний струм, що пронизує поверхню S , будуть створювати тільки такі молекулярні струми, які охоплюють контур L . Дійсно, молекулярні струми, які лежать далеко за межами контуру, взагалі не перетинають поверхню S , а молекулярні струми всередині контуру двічі перетинають поверхню в протилежних напрямках. Розіб'ємо контур L на маленькі ділянки dl і підрахуємо, який вклад dI_m в струм I_m дають молекулярні струми, що охоплюють елемент контуру dl (рис. 61б). Цей елемент контуру

охоплюють ті і тільки ті струми, центри яких лежать всередині зображеного на рис. 61б косокутного циліндра.

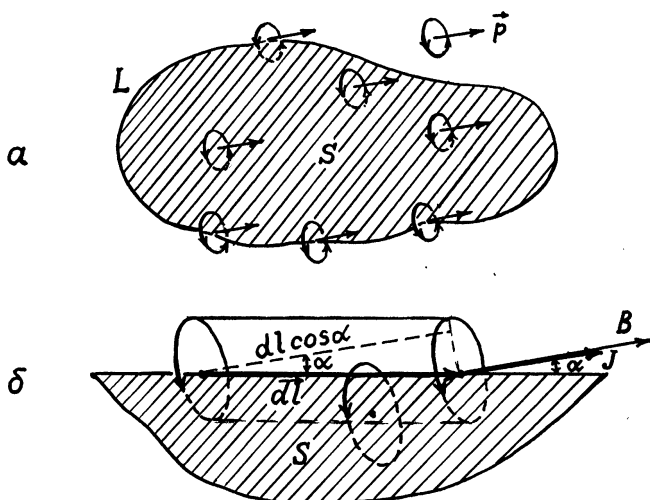


Рис. 61

Число таких молекулярних струмів дорівнює добутку концентрації молекул n_0 на об'єм циліндра $Sdl \cos \alpha$, де S — площа молекулярного струму, а α — кут між $d\vec{l}$ і вектором намагнічування $\vec{J}$, який, як і магнітні моменти молекулярних струмів, спрямований перпендикулярно площинам молекулярних струмів. Оскільки вклад кожного молекулярного струму дорівнює силі струму i , то $dI_M = in_0 Sdl \cos \alpha$. Враховуючи, що $iS = p$, а $n_0 p = J$, $J \cos \alpha = J_l$ є проекція вектора намагнічування на елемент контуру dl для елементарного молекулярного струму (dI_M), отримаємо:

$$dI_M = J_l dl. \quad (3.41)$$

Повний молекулярний струм через поверхню S отримаємо інтегруванням виразу (3.41) по всіх елементах контуру L :

$$I_M = \oint_L J_l dl. \quad (3.42)$$

Права частина (3.42) є циркуляція вектора намагнічування. Таким чином, повний молекулярний струм через поверхню S дорівнює циркуляції вектора намагнічування $\vec{J}$ по контуру L , що обмежує дану поверхню. Ця формула встановлює зв'язок між вектором намагнічування і об'ємними молекулярними струмами, що циркулюють в об'ємі речовини.

Розглянемо картину молекулярних струмів поблизу поверхні тіла. На рис. 62 зображений переріз тіла площиною, перпендикулярною вектору намагнічування в деякій точці поверхні тіла.

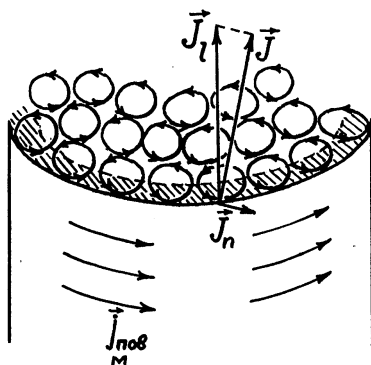


Рис. 62

Видно, що в мікроскопічно тонкому приповерхневому шарі товщиною порядку радіуса окремого молекулярного струму, заштрихованому на рис. 62, всі молекулярні струми спрямовані однаково, вздовж поверхні, утворюючи поверхневий молекулярний струм $I_M^{пов}$, який обтікає поверхню тіла. Всередині тіла об'ємного молекулярного струму немає, оскільки окремі молекулярні струми спрямовані протилежно один одному. Розрахунок, який ми не приводимо, показує, що величина поверхневої густини молекулярного струму $J_M^{пов}$, тобто сила поверхневого струму, що протікає через відрізок одиничної довжини, проведений на обтічний струмом поверхні перпендикулярно напрямку струму, визначається проекцією вектора намагнічування J_l на поверхню тіла в тій же точці, а саме $J_M^{пов} = J_l$. Можна пока-

зати, що поверхневі молекулярні струми завжди спричиняють намагнічування, в той час як об'ємні молекулярні струми можуть виникати лише в неоднорідній речовині.

3.7. РІВНЯННЯ ПОСТІЙНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ В РЕЧОВИНІ

В § 3.3 були розглянуті рівняння постійного магнітного поля у вакуумі у вигляді двох теорем: теорема про потік ліній магнітної індукції (3.11) і (3.13) і теорема про циркуляцію (3.17) і (3.20).

Оскільки магнітне поле вихрове, незалежно від того, які струми його створюють, то теорема про потік ліній магнітної індукції у вакуумі залишається справедливою і для речовини. Лінії магнітної індукції замикаються самі на себе, і тому скільки ліній увійде в замкнуту поверхню, стільки і вийде. Сумарний потік через замкнуту поверхню в речовині буде дорівнювати нулю.

Що стосується теореми про циркуляцію, то в правій частині рівняння (3.17) повинні бути враховані всі струми, що пронизують поверхню S , обмежену контуром L , тобто струми, які течуть по провідниках, і молекулярні струми речовини. Тоді теорема про циркуляцію в речовині буде мати вигляд:

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \left(\sum_{i=1}^n I_i + I_m \right). \quad (3.43)$$

Сила молекулярних струмів I_m заздалегідь невідома. Вона визначається згідно з (3.42) через вектор намагнічування, а вектор намагнічування, в свою чергу, залежить від результуючого поля $\vec{B}$. Тому доцільно в формулі (3.43) виключити силу молекулярних струмів, скориставшись формулою (3.42). Тоді теорема про циркуляцію буде мати вигляд:

$$\oint_L B_l dl = \mu_0 \left(\sum_{i=1}^n I_i + \oint_L J_l dl \right). \quad (3.44)$$

Інтегрування магнітної індукції і вектора намагнічування відбувається по одному і тому самому контуру L , тому циркуля-

цію вектора намагнічування можна перенести вліво і об'єднати обидві фізичні величини під один інтеграл:

$$\oint_L \left(\frac{B_l}{\mu_0} - J_l \right) dl = \sum_{i=1}^n I_i. \quad (3.45)$$

Інтеграл в лівій частині суттєво спроститься, якщо ввести нову векторну величину $\vec{H}$:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (3.46)$$

Ця величина називається *вектор напруженості магнітного поля*. Тепер теорема про циркуляцію буде мати такий вигляд:

$$\oint_L H_l dl = \sum_{i=1}^n I_i. \quad (3.47)$$

В правій частині залишились лише струми в провідниках, однак в лівій частині замість циркуляції магнітної індукції $\vec{B}$ стоїть циркуляція вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}$. Це і є загальний вигляд теореми про циркуляцію для постійного магнітного поля в речовині в інтегральній формі. *Циркуляція вектора напруженості магнітного поля по деякому контуру дорівнює алгебраїчній сумі макроскопічних струмів провідників, що охоплюються цим контуром.*

Розділимо ліву і праву частини рівняння (3.47) на площу, що обмежена контуром, і спрямуємо їх в граничному випадку до

нуля, тобто до точки, в якій нас цікавить поле: $\lim_{S \rightarrow 0} \frac{\oint H_l dl}{S} = \text{rot} H$,

а $\lim_{S \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^n I_i}{S} = j$. Тоді вираз (3.47) буде мати вигляд:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} , \text{ або } \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}. \quad (3.48)$$

Ротор вектора напруженості магнітного поля дорівнює вектору густини струму в даній точці. Це є теорема про циркуляцію в диференціальній формі в речовині.

Розглянемо властивості вектора $\vec{H}$ напруженості магнітного поля. Із формули (3.46) витікає що розмірності $\vec{H}$ і $\vec{J}$ однакові. Це означає, що одиницею напруженості магнітного поля в СІ є 1 А/м (ампер на метр).

Оскільки для ізотропних речовин вектор намагнічування $\vec{J}$ пропорційний магнітній індукції (3.40), то із формули (3.46) витікає, що він пропорційний також вектору напруженості $\vec{H}$:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}. \quad (3.49)$$

Коефіцієнт пропорційності χ залежить від властивостей і стану речовини і називається *магнітною сприйнятливістю* речовини. Підставимо (3.49) в (3.46), отримаємо:

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H}, \quad (3.50)$$

тобто вектори $\vec{B}$ і $\vec{H}$ пропорційні один одному. Позначимо величину $1 + \chi$ через μ :

$$\mu = 1 + \chi, \quad (3.51)$$

яку називають *відносною магнітною проникністю* речовини. Безрозмірний коефіцієнт μ характеризує вплив середовища на магнітне поле. З врахуванням (3.51) формулу (3.50) запишемо так:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}. \quad (3.52)$$

Із формули (3.52) виходить, що напрямки векторів $\vec{B}$ і $\vec{H}$ однакові. Однаковими будуть лінії магнітної індукції і лінії напруженості цих векторів. Але, як видно із тієї ж формули, густина ліній різна. При зберіганні умови про густоту ліній, густина ліній вектора $\vec{B}$ відрізняється від густоти ліній вектора $\vec{H}$ в $\mu\mu_0$ разів.

Порівнюючи теорему Остроградського — Гаусса в електростатиці з теоремою про циркуляцію в магнітному полі, бачимо, що вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}$ є аналогом вектора електричної індукції $\vec{D}$, а вектор магнітної індукції $\vec{B}$ є

аналогом вектора напруженості електричного поля $\vec{E}$. Вектор магнітної індукції $\vec{B}$ характеризує результуюче магнітне поле, яке створене як макрострумами провідників, так і мікрострумами речовини. При одному і тому самому струмі I в провіднику і в інших рівних умовах величина $\vec{B}$ вектора в різних середовищах буде мати різні значення. Вектор напруженості $\vec{H}$ вводиться для характеристики магнітного поля, створеного самим макрострумом, і не залежить від властивостей середовища.

У вакуумі вектор намагнічування $\vec{J} = 0$, тому, згідно з (3.46):

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}, \quad (3.53)$$

де B_0 — магнітна індукція початкового поля, зумовленого провідниками зі струмом у відсутності речовини. З врахуванням (3.53) із формули (3.52) отримаємо:

$$\vec{B} = \mu \vec{B}_0. \quad (3.54)$$

Таким чином, магнітна індукція всередині речовини збільшується в μ разів в порівнянні з магнітною індукцією поля, яке існувало при відсутності речовини.

Враховуючи це, формула для розрахунку магнітної індукції поля прямого нескінченного провідника зі струмом I , в речовині буде мати вигляд:

$$B = \frac{\mu \mu_0 2I}{4\pi b}. \quad (3.55)$$

Для колового струму формулу (3.9) в речовині запишемо так:

$$B = \frac{\mu \mu_0 I}{2R}. \quad (3.56)$$

Магнітна індукція поля всередині нескінченно довгого соленоїда, яка у вакуумі має вигляд (3.10), в речовині буде дорівнювати:

$$B = \mu \mu_0 nI. \quad (3.57)$$

3.8. ТИПИ НАМАГНІЧУВАННЯ І КЛАСИФІКАЦІЯ МАГНЕТИКІВ

Всі речовини в магнітному полі набувають магнітних властивостей, тобто намагнічуються, і тому в деякій мірі змінюють зовнішнє початкове поле. При цьому одні речовини ослаблюють зовнішнє поле, а інші — підсилюють його. Речовини, які ослаблюють магнітне поле, називають *діамагнетиками*. Речовини, які підсилюють магнітне поле, називають *парамагнетиками*. Серед парамагнетиків різко виділяється група речовин, які спричиняють дуже велике підсилення зовнішнього поля. Ці речовини називаються *феромагнетиками*. Діамагнетиками є такі речовини як: інертні гази, фосфор, цинк, сірка, сурма, вуглець, багато металів (вісмут, золото, срібло, мідь та інші), більшість органічних сполук. До парамагнетиків належать деякі гази (кисень, азот) і метали (алюміній, вольфрам, платина, лужні, лужно-земельні метали). Окрему групу парамагнетиків складають феромагнетики. До них належать: залізо, нікель, кобальт, а також їхні сплави і окисли, деякі сплави марганцю і хрому.

Розглянемо фізичні причини діа-, пара- і феромагнетизму. Для цього більш детально розглянемо поняття, яким ми користувались у попередньому параграфі, а саме — магнітний момент молекулярного струму. В атомах і молекулах будь-якої речовини існують так звані колові струми, утворені рухом електронів по орбітах навколо ядер. Ці струми називаються орбітальними струмами. Кожному орбітальному струму відповідає певний магнітний момент. По аналогії з коловим струмом в рамці, рис. 58, і формулою (3.31), введемо поняття *орбітальний магнітний момент електрона*

$$p = iS, \quad (3.58)$$

де i — коловий струм електрона, S — площа орбіти електрона. Орбітальний магнітний момент електрона — векторна величина. Він спрямований перпендикулярно до площі орбіти і проходить через її центр. Оскільки електрон — негативно зарядже-

на частинка, то напрямок його сили струму буде протилежний напрямку швидкості v електрона, тобто напрямок орбітального моменту визначається за правилом гвинта, і в протилежну сторону. Крім того, електрон має свій власний *спіновий магнітний момент*. Власний магнітний момент має і ядро атома. *Геометрична сума орбітальних, спінових магнітних моментів електронів і власного магнітного моменту ядра утворюють магнітний момент атома (молекули) речовини*. Раніше ми його називали магнітним моментом молекулярного струму.

У діамagnetиків сумарний магнітний момент атома (молекули) дорівнює нулю, оскільки орбітальні, спінові і ядерні магнітні моменти взаємно компенсуються. На рис. 63а атоми діамagnetика зображені точками. Під впливом зовнішнього магнітного поля у цих атомів виникає (індукується) магнітний момент, спрямований завжди протилежно зовнішньому полю (рис. 63б), індуковані магнітні моменти зображені стрілками. Внаслідок цього діамagnetна речовина намагнічується і створює власне магнітне поле, спрямоване в сторону, протилежну зовнішньому полю. Тобто діамagnetики послаблюють зовнішнє магнітне поле. Їх відносна магнітна проникність $\mu < 1$, але не набагато. Індуковані магнітні моменти атомів діамagnetика зберігаються до тієї пори, поки існує зовнішнє поле. Як тільки зовнішнє поле зникає, зникають індуковані магнітні моменти атомів, і діамagnetик розмагнічується.

У атома (молекули) парамагнітних речовин орбітальні і спінові магнітні моменти не компенсують один одного. Тому атоми парамагнетика завжди мають магнітні моменти, але розташовані вони хаотично, і тому парамагнітна речовина в цілому не проявляє магнітних властивостей (рис. 63в).

Зовнішнє поле повертає атоми парамагнетика так, що їхні магнітні моменти встановлюються переважно у напрямку поля (рис. 63г). Повній орієнтації заважає тепловий рух атомів. Внаслідок цього парамагнетик намагнічується і створює своє власне поле, напрямок якого співпадає з напрямком зовнішнього поля. І тому парамагнетики підсилюють зовнішнє поле. Для них $\mu > 1$, але не набагато. При ліквідації зовнішнього поля

тепловий рух миттєво руйнує орієнтацію атомних магнітних моментів, і парамагнетик розмагнічується.

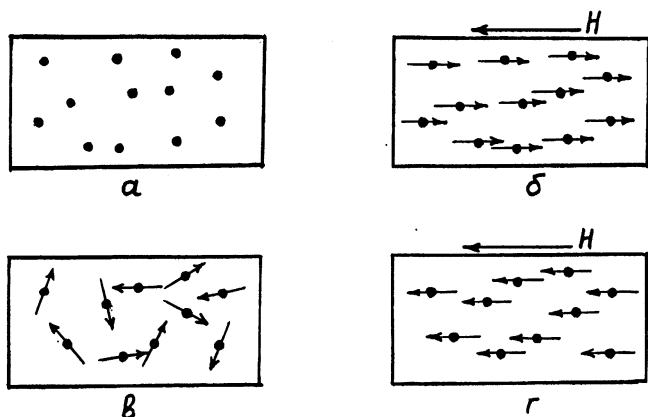


Рис. 63

Феромагнітними речовинами називають такі речовини, в яких внутрішнє (власне) магнітне поле може в сотні і тисячі разів перевищувати зовнішнє магнітне поле, що його спричинило. Тобто для феромагнетиків $\mu \gg 1$.

В нижче наведеній таблиці представлені значення відносної магнітної проникності для різних класів магнетиків.

Діа-магнетики	μ	Пара-магнетики	μ	Феро-магнетики	μ
водень	0,999937	азот	1,000013	кобальт	100–180
вода	0,999991	кисень	1,000017	нікель	200–300
мідь	0,999912	алюміній	1,000023	залізо	5000–10000
вісмут	0,999824	вольфрам	1,000175	сталь	10000–20000

Розглянемо детально механізми намагнічування кожного класу магнетиків.

Діамагнетики. Для з'ясування фізичної картини поведінки діамагнетиків у магнітному полі скористаємось планетарною, класичною моделлю атома, згідно з якою електрони руха-

ються навколо ядра по замкнутим орбітам, які для простоти будемо вважати круговими. Кожен електрон, рухаючись по круговій орбіті, має механічний орбітальний момент імпульсу (частина 1) $\vec{L} = [\vec{r} \times m\vec{v}]$ відносно центра орбіти, де m — маса електрона; $\vec{v}$ — його швидкість; $\vec{r}$ — радіус-вектор електрона, проведений із центра орбіти. Момент імпульсу має величину $L = mvr$ і спрямований вздовж осі орбіти за правилом гвинта (рис. 64).

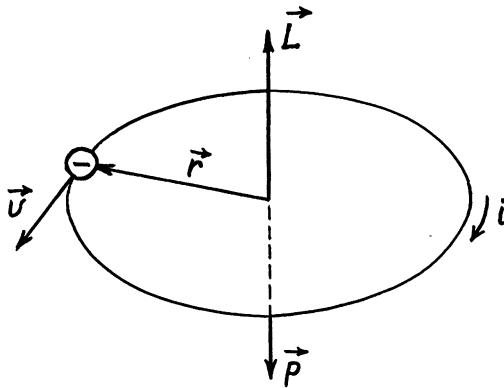


Рис. 64

У відсутності зовнішньої взаємодії, згідно з рівнянням моментів (частина 1), момент імпульсу зберігається $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$, а так як $\vec{M} = 0$, то $\vec{L} = \text{const.}$ Крім механічного моменту імпульсу, електрон має орбітальний магнітний момент, величина якого, згідно з (3.58), дорівнює $p = iS$. Якщо частота обертання ν , заряд електрона $-e$, то $i = e\nu$. Оскільки заряд негативний, струм спрямований проти швидкості електрона, і тому магнітний момент спрямований в сторону, протилежну моменту імпульсу. Враховуючи, що $\nu = \frac{v}{2\pi r}$, $S = \pi r^2$, маємо $p = e\nu\pi r^2 = \frac{evr}{2}$. Відношення $\frac{p}{L}$ магнітного моменту до моменту імпульсу називають *гіромагнітним відношенням*:

$$\frac{p}{L} = \frac{evr}{2mvr} = -\frac{e}{2m}. \quad (3.59)$$

Знак мінус відображає протилежну орієнтацію векторів $\vec{p}$ і $\vec{L}$.

Якщо діаманетик помістити в магнітне поле, то в будь-який момент часу орбітальний механічний момент імпульсу і магнітний момент будуть зв'язані співвідношенням (3.59), але орбітальний рух все ж таки повільно (з часом) буде змінюватись. Для того, щоб з'ясувати характер зміни орбітального руху, звернемось до рівняння руху електрона. Зі сторони магнітного поля на орбітальний рух електрона буде діяти момент сили, аналогічний як для контуру зі струмом (3.32). Рівняння моментів запишеться так:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = [\vec{p} \times \vec{B}]. \quad (3.60)$$

Виразимо магнітний момент через механічний по формулі (3.59) $\vec{p} = -\frac{e}{2m}\vec{L}$, і, змінивши порядок множників, щоб виключити знак мінус, рівняння (3.60) запишемо так:

$$d\vec{L} = \frac{e}{2m}[\vec{B} \times \vec{L}]dt. \quad (3.61)$$

Звідси виходить, що елементарна зміна $d\vec{L}$ моменту імпульсу спрямована вздовж векторного добутку $[\vec{B} \times \vec{L}]$, тобто в кожен момент часу вона перпендикулярна площині, що проходить через вектори $\vec{B}$ і $\vec{L}$. На рис. 65а показано, як зміниться момент імпульсу $\vec{L}(t)$ за час dt .

Вектор $\vec{L}$, а разом з ним і вісь орбіти будуть з часом описувати конус, вісь якого спрямована вздовж вектора $\vec{B}$ (рис. 65б). Такий рух називають *прецесією*. Тобто під впливом зовнішнього магнітного поля площина електронних орбіт починає прецесувати навколо силових ліній магнітного поля, які проходять через ядро атома. Такий рух орбіт електрона нагадує рух дитячої іграшки «дзига», особливо незадовго до її зупинення. Прецесія електронних орбіт отримала назву *прецесія Лармора*.

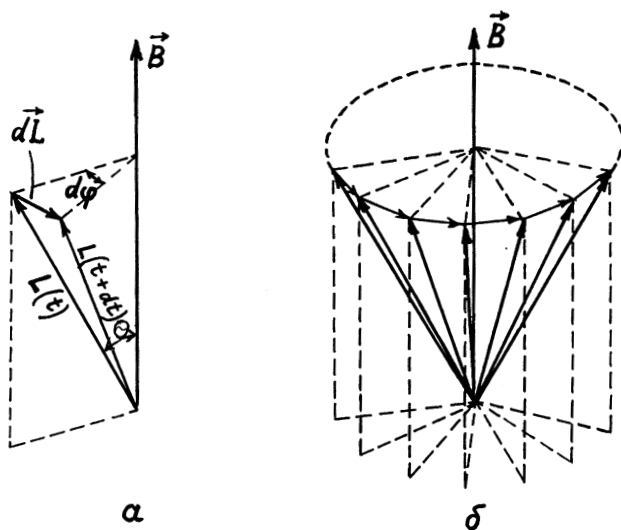


Рис. 65

Знайдемо кутову швидкість Ω прецесії Лармора. За визначенням, $\Omega = \frac{d\varphi}{dt}$. Із рис. 65а видно, що $d\varphi = \frac{dL}{L \sin \theta}$. Підставимо сюди із (3.61) $dL = \frac{e}{2m} BL \sin \theta dt$, знайдемо

$$\Omega = \frac{eB}{2m}. \quad (3.62)$$

Із формули видно, що кутова швидкість ларморової прецесії не залежить ні від кута нахилу орбіти, ні від радіуса орбіти, ні від швидкості електрона. Тобто для всіх електронів, що входять в атом, вона однакова.

Зрозуміло, що прецесія приводить до появи додаткового руху електрона по колу радіуса r' навколо вектора $\vec{B}$ з кутовою швидкістю Ω і, відповідно, з частотою $\nu' = \frac{\Omega}{2\pi}$.

Цей додатковий рух створює, або як говорять, індукує, додатковий коловий струм $i' = e\nu' = e \frac{\Omega}{2\pi}$, а відповідно, і додатковий індукований або наведений магнітний момент $\vec{p}'$, який,

як видно із рис. 66, спрямований проти поля і має абсолютну величину $p' = i\pi r'^2 = \frac{e\Omega\pi r'^2}{2\pi}$. Після підстановки значення Ω із (3.62) для індукованого магнітного моменту електрона, отримаємо значення

$$p' = -\frac{e^2 r'^2}{4m} B. \quad (3.63)$$

Знак мінус відображає те, що вектори $\vec{p}'$ і $\vec{B}$ направлені в протилежні сторони.

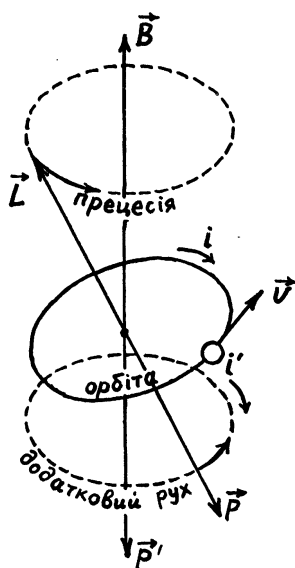


Рис. 66

Індукований магнітний момент атома можна знайти, просумувавши вираз (3.63) по всім електронам атома.

Таким чином, під дією зовнішнього магнітного поля відбувається прецесія електронних орбіт з однаковою для всіх електронів кутовою швидкістю. Це призводить до виникнення індукованого магнітного моменту атома, направлено проти поля. Внаслідок чого діамagnetики послаблюють зовнішнє магнітне

поле. Зауважимо, що разом з механічним моментом прецесує і магнітний момент. Сума проекцій прецесуючих моментів на напрямок $\vec{B}$, розрахована для одиниці об'єму речовини, дає його намагніченість і дозволяє розрахувати сприйнятливість діамagnetика. Хаотичний рух атомів і, відповідно, зміна температури діамagnetика не повинні впливати на його намагнічування, оскільки кожній зміні орієнтації орбіти буде відповідати зміна індукції. Досліди підтверджують цю передумову: сприйнятливість діамagnetика від температури не залежить.

Парамагнетики. Вище була розглянута поведінка парамагнітних речовин в магнітному полі. Нагадаємо, що у атомів парамагнетиків магнітний момент не дорівнює нулю. Магнітне поле прагне встановити магнітні моменти атомів вздовж $\vec{B}$, тепловий рух, навпаки, прагне розкидати їх рівномірно по всім напрямкам. В результаті встановлюється якась певна переважна орієнтація моментів вздовж поля, тим більша, чим більше $\vec{B}$, і тим менша, чим вища температура. Сформулюємо основні властивості парамагнетиків.

1. Теорія, яку ми тут приводити не будемо, показує, а досліди підтверджують, що в не дуже сильних магнітних полях вектор намагнічування пропорційний напруженості магнітного поля і спрямований в ту ж сторону:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \chi > 0. \quad (3.64)$$

2. Магнітна сприйнятливість парамагнетиків обернено пропорційна температурі (закон Кюрі):

$$\chi = \frac{c}{T}, \quad (3.65)$$

де c — стала Кюрі, залежить від роду речовини.

3. Парамагнетики, так само як і діамagnetики, належать до слабких магнетиків. Як видно із таблиці, приведеної вище, $\chi \sim 10^{-3}$ і менше.

4. В парамагнетиках має місце і діамagnetний ефект, поява індукованих магнітних моментів послаблює зовнішнє поле.

Але в порівнянні з парамагнітним ефектом діамагнітний ефект занадто слабкий, і тому він себе не проявляє.

5. До парамагнетиків належать елементи з непарним порядковим номером, що знаходяться в атомарному стані, оскільки їхні атомні магнітні моменти заздалегідь відрізняються від нуля.

Феромагнетики. Особливий клас магнетиків утворюють речовини, здатні мати намагніченість у відсутності зовнішнього магнітного поля. Найбільш розповсюджений представник цього класу — залізо. Від нього і виникла назва цієї групи. Феромагнетики є дуже сильними магнетиками. Їх намагніченість в дуже велике (до 10^{10}) число разів перевищує намагніченість діа- і парамагнетиків, які належать до категорії слабوماгнітних речовин.

Намагніченість феромагнетиків, на відміну від парамагнетиків, зростає не прямо пропорційно напруженості магнітного поля, а носить складний характер.

Якщо намагнічувати феромагнетик, який спочатку був не намагнічений $\vec{J} = 0$, збільшуючи напруженість магнітного поля від нульового значення, то залежність $J(H)$ буде мати вигляд, зображений на рис. 67, — це так звана *основна крива намагнічування*.

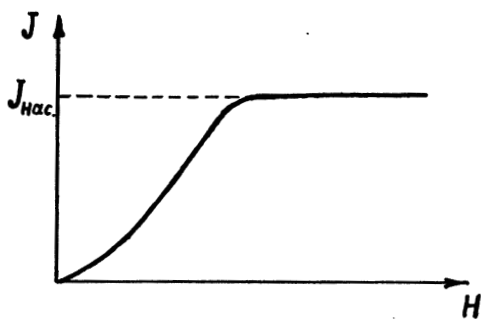


Рис. 67

Спочатку вектор намагнічування зростає із збільшенням напруженості, а при певному значенні досягає насиченості. Нелінійний характер залежності $J(H)$ означає, що для феромагне-

тиків магнітна сприйнятливість χ не є константою. Відносна магнітна проникність μ , а відповідно, і магнітна сприйнятливість χ , є функціями напруженості поля. На рис. 68 зображена ця залежність, її також називають основною кривою намагнічування. Відносна проникність μ досягає максимального значення дещо раніше, ніж настає насичення. При нескінченному зростанні магнітна проникність асиметрично наближається до одиниці. Це видно із того, що J у виразі $\mu = 1 + \frac{J}{H}$ не може перевищувати $J_{нас}$.

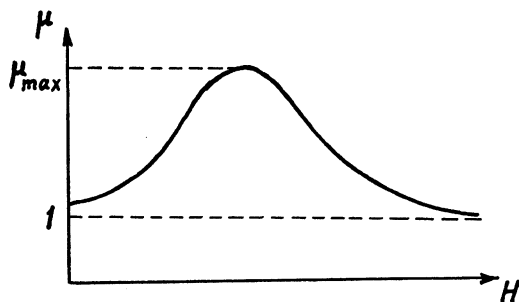


Рис. 68

Для процесу намагнічування феромагнетика характерним є явище *гістерезису*, яке полягає в незбіжності кривої намагнічування з кривою наступного розмагнічування.

Помістимо феромагнетик у магнітне поле і будемо збільшувати напруженість H . Феромагнетик буде намагнічуватись, а вектор намагнічування J зростає до насичення (крива 0—1 на рис. 69). Якщо напруженість зменшувати, то вектор намагнічування також буде зменшуватись. Але в зворотному напрямку він не буде проходити через ті точки, які він проходив при збільшенні магнітного поля. Він піде по кривій 1—2. Намагніченість при розмагнічуванні ніби відстає від поля, залишаючись більшою, ніж вона була при намагнічуванні. Це приводить до того, що із зникненням поля намагніченість не дорівнює нулю, а має значення J_r . Щоб зняти залишкову намагніченість, необхідно продовжити збільшення напруженості, але в протилежному

напрямку до деякого значення H_e , яке називається *коерцитивною силою* (ділянка 2–3). Якщо продовжувати збільшувати напруженість протилежного напрямку до насичення (ділянка 3–4), а потім в зворотній послідовності знову розмагнічувати і повернутись в точку 5, звідки, змінивши напрям поля, повернутись в точку 1, то отримаємо замкнуту криву 1–2–3–4–5–1, яка називається *петля гістерезису*.

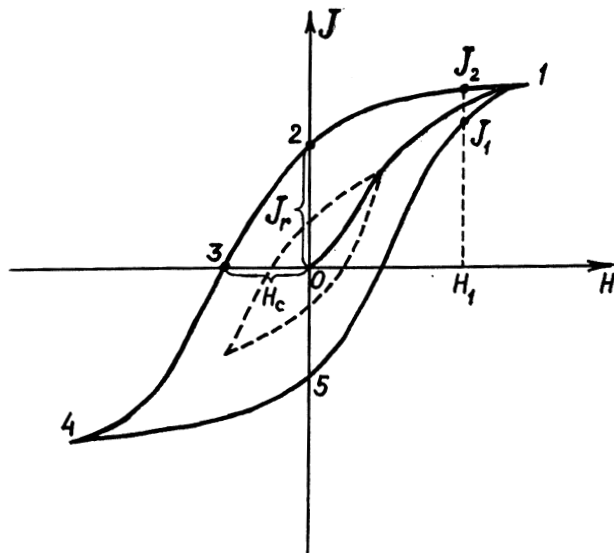


Рис. 69

Якщо здійснювати аналогічні процеси з меншою амплітудою зміни напруженості магнітного поля, то їх замкнуті цикли будуть знаходитись всередині основного циклу (один із них зображений на рис. 69 пунктирною кривою).

Таким чином, у ферромагнетиків намагніченість не є однозначною функцією поля. Наприклад, при напруженості поля H_1 намагніченість може мати будь-яке значення в границях від J_1 до J_2 .

У зв'язку з цим під магнітною сприйнятливістю і магнітною проникливістю ферромагнетика слід мати на увазі максимальне

значення цих величин вздовж основної кривої намагнічування (рис. 68) $\mu_{\max}$. Константи J_r , H_e , $\mu_{\max}$ є основними характеристиками феромагнетика. Феромагнетики з великими значеннями j_r і H_e називаються жорсткими. У них площа петлі гістерезису велика. Внаслідок великого залишкового намагнічування жорсткі феромагнетики вигідно використовувати для виготовлення стійких магнітів. Феромагнетики, в яких j_r і H_e порівняно невеликі, і відповідно, площа петлі гістерезису мала, зручно використовувати, наприклад, для виготовлення осердя трансформаторів, оскільки вони забезпечують невеликі втрати енергії на перемагнічування.

Для кожного феромагнетика характерна ще одна особливість. При певній для кожного феромагнетика температурі T_k , яку називають *точкою Кюрі*, вони втрачають притаманні їм властивості і перетворюються у звичайний парамагнетик. Залежність магнітної сприйнятливості χ від температури для таких парамагнетиків описується законом Кюрі — Вейса:

$$\chi = \frac{c}{T - T_k}, \quad (3.66)$$

де c — стала, що залежить від роду речовини, T_k — температура Кюрі. Температура Кюрі для різних феромагнетиків різна. Наприклад, для заліза вона дорівнює 780 °С, для кобальту — 1150 °С, для нікелю — 358 °С.

Розглянуті вище особливості процесу намагнічування феромагнетиків зв'язані з їхньою структурою. Відповідальну роль за їхні властивості несуть спінові магнітні моменти електронів. Як показує квантова теорія, взаємодія електронів суттєво залежить від відносної орієнтації їхніх спінових моментів. При певних умовах в кристалах виникають обмінні процеси, які змушують магнітні моменти електронів вистроюватися паралельно один одному. Внаслідок цього виникають ділянки *спонтанного* (самодовільного) *намагнічування*, які називаються *доменами*.

У границях кожного домену феромагнетик спонтанно намагнічений до насичення і має певний магнітний момент. На-

прямок цих моментів для різних доменів різний, тому в разі відсутності зовнішнього поля сумарний момент всього феромагнетика дорівнює нулю. В цьому відношенні феромагнетик нагадує сегнетоелектрик, який має області самодовільної поляризації. Домени мають розміри 1–10 мкм і об'єднують мілярди атомів.

При внесенні феромагнетика в зовнішнє магнітне поле спочатку, по мірі збільшення напруженості, відбувається перебудова границь доменів: енергетично більш вигідні домени, моменти яких складають гострий кут з напрямком поля, розширюються за рахунок сусідніх доменів з енергетично менш вигідною орієнтацією. Потім починає переважати процес повороту сумарних магнітних моментів доменів в сторону напрямку поля. Коли всі магнітні моменти доменів будуть орієнтовані вздовж поля, настає насичення.

При ліквідації зовнішнього поля феромагнетик повністю не розмагнічується, а зберігає залишкову магнітну індукцію, оскільки тепловий рух не може дезорієнтувати такі великі області сукупності атомів, якими є домени. Цим пояснюється магнітний гістерезис. Для розмагнічування феромагнетика необхідно прикласти коерцитивну силу.

Розмагнічуванню також спонукає нагрівання, а також у деяких речовинах — струшування феромагнетика. При температурі Кюрі тепловий рух здатний уже дезорієнтувати атоми в самих доменах, внаслідок чого феромагнетик перетворюється в парамагнетик.

3.9. ДІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ ТА ЗАСТОСУВАННЯ ЙОГО В БІОЛОГІЧНИХ СИСТЕМАХ

Магнітне поле чинить вплив на біологічні системи, які в ньому знаходяться. Цю дію магнітного поля вивчає розділ біофізики, який називається *магнітобіологією*. Нижче дуже коротко розглянемо вплив та використання дії магнітного поля на організм людини та на інші біологічні об'єкти.

Тканини організмів в основному є діаманетиками. Проте, в організмах існують і парамагнітні речовини. Феромагнітних частинок в організмах немає. Залізо в організмі присутнє в сполуках, які не є феромагнетиками.

Біоструми, що виникають в організмах, є джерелами слабких магнітних полів. В деяких випадках магнітну індукцію цих полів можна виміряти і зробити висновок, щодо функціонування тих чи інших органів. Так, наприклад, на основі реєстрації залежності магнітної індукції серця (біоструми серця) створений діагностичний метод *магнітокардіографії*.

Оскільки магнітна індукція пропорційна силі струму, а сила струму (біострум), згідно з законом Ома, пропорційна напрузі (біопотенціалу), то в цілому магнітокардіограма аналогічна електрокардіограмі. Проте, магнітокардіографія, на відміну від електрокардіографії, є безконтактним методом, оскільки магнітне поле можна реєструвати на деякій відстані від біологічного об'єкта — джерела поля. Розвиток магнітокардіографії залежить від технічних можливостей вимірювання дуже слабких магнітних полів.

Найбільш чутливими до магнітного поля у вищих організмів вважається нервова, ендокринна, серцево-судинна системи і система крові, хоча й інші системи організму не байдужі до дії магнітного поля. Володіючи високою проникаючою дією, магнітне поле може впливати на різні структури головного мозку, причому найбільшій дії від магнітного поля зазнає гіпоталамус. Магнітне поле змінює процеси сприйняття, збереження і відтворення інформації головним мозком. На магнітне поле реагують як нервові, так і гліальні клітини.

Крім прямої дії, існує і рефлекторний вплив магнітного поля на нервову систему. Електронно-мікроскопічні і біохімічні дослідження показали, що на магнітне поле реагують всі внутрішньоклітинні органели і найбільш виражено — мітохондрії. Під дією магнітного поля змінюється також і проникність біологічних мембран.

Первинний фізико-хімічний механізм біологічної дії магнітного поля включає в себе зміну орієнтації макромолекул,

гідратацию іонів, наведення електрорушійної сили індукції, дію сили Лоренца на іони.

Практичне застосування результатів дослідження механізму біологічної дії магнітного поля на організми пов'язане з *магнітотерапією*.

Відмітимо лише обезболюючу, протизапальну, протигрибкову дію магнітного поля.

Встановлено вплив магнітного поля на процеси росту, розвитку і будови вірусів, мікроорганізмів, рослин і тварин. Також відмітимо вплив магнітного поля на орієнтацію біологічних систем у просторі. Так, напрямок напруженості магнітного поля Землі використовується при орієнтації птахів і риб при далеких міграціях. Слід знати вплив градієнта магнітного поля на біологічні системи. Неоднорідне поле діє на біологічні об'єкти значно сильніше, ніж постійне. Так, існують відомості про загибель дрозofil в неоднорідному магнітному полі. У природних умовах всі процеси протікають у магнітному полі Землі, яке поблизу поверхні має на широті Києва горизонтальну $B_{гор} \approx 2 \cdot 10^{-5} Тл$ і вертикальну $B_{верт} \approx 5 \cdot 10^{-5} Тл$ складові. При зміні магнітного поля Землі відбуваються зміни в біологічних системах. Наприклад, магнітні бурі впливають на самопочуття людей і поведінку тварин. Вважають, що універсальність дії магнітного поля на все живе обумовлена його впливом на властивості води. •

Існує думка про роль магнітного поля Землі як одного із важливих факторів еволюції життя на планеті. Уявімо собі, що на нашій планеті не існує магнітного поля, і замислимося над тим, чи був би розвиток біосфери таким, як зараз, чи був би дещо іншим.

Цей невеликий перелік дії та застосування магнітного поля свідчить про те, яку важливу роль відіграє воно в біологічних системах та процесах.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

1. Які два фундаментальні положення лежать в основі вивчення властивостей магнітного поля?
2. Що є пробним елементом при вивченні властивостей магнітного поля?
3. Від чого залежить сила, що діє на елемент струму в магнітному полі? Який її напрямок?
4. Яка фізична величина є силовою характеристикою магнітного поля? Дайте її визначення та назвіть одиниці вимірювання.
5. Яку форму і орієнтацію мають лінії магнітної індукції поля, створеного струмом в прямолінійному провіднику?
6. Порівняйте поведінку ліній напруженості електричного поля і ліній магнітної індукції.
7. За яким принципом розраховують магнітну індукцію поля, створеного декількома провідниками зі струмом? Сформулюйте його.
8. Є два сталевих однакових бруски, із яких один намагнічений. Як узнати, який саме із брусків намагнічений, не користуючись нічим, крім цих брусків?
9. Сформулюйте та запишіть закон Біо — Савара — Лапласа.
10. Як визначити магнітну індукцію, що створює у просторі навколо себе прямолінійний, нескінченний провідник зі струмом?
11. Чому дорівнює магнітна індукція поля колового струму?
12. Сформулюйте теорему про потік ліній магнітної індукції у вакуумі.
13. Сформулюйте і доведіть теорему про циркуляцію вектора магнітної індукції у вакуумі.
14. Користуючись теоремою про циркуляцію, визначте магнітну індукцію поля соленоїда.
15. За допомогою якого закону можна визначити силу взаємодії двох прямолінійних провідників зі струмом? Сформулюйте цей закон і покажіть, як взаємодіють два паралельних провідники зі струмом, що тече в різних напрямках.

16. Дайте визначення сили струму — 1 ампер.
17. Що відбувається з рамкою зі струмом, яка розміщується в магнітному полі?
18. Що таке магнітний момент колового струму? Чому він дорівнює?
19. Що таке сила Лоренца? Чому вона дорівнює? Як спрямована?
20. Як веде себе електрон, що влітає в магнітне поле?
21. Чому дорівнює магнітна індукція поля в речовині?
22. Що таке молекулярний струм? Як він впливає на магнітне поле?
23. Що таке магнітний момент молекулярного струму?
24. Як визначають вектор намагнічування речовини?
25. Запишіть формулу зв'язку вектора намагнічування з повним молекулярним струмом.
26. Сформулюйте і запишіть дві теореми магнітного поля в речовині.
27. Що таке відносна магнітна проникність речовини і що таке магнітна сприйнятливості речовини?
28. Що таке вектор напруженості магнітного поля? Чим він відрізняється від вектора магнітної індукції? Який зв'язок між ними?
29. Які класи магнетиків ви знаєте? Чим вони відрізняються? Дайте коротку характеристику.
30. Що таке магнітний момент атома?
31. Чому дорівнює магнітний момент атома діамагнетика у відсутності поля?
32. Як поведуть себе атоми діамагнетика у магнітному полі?
33. Що таке Ларморова прецесія? Чому дорівнює її кутова швидкість?
34. Чому дорівнює індукований магнітний момент електрона?
35. Сформулюйте особливості поведінки парамагнетиків у магнітному полі.
36. Як поведуть себе феромагнетики у магнітному полі?
37. Що таке точка Кюрі?
38. Поясніть явище гістерезису у феромагнетиків.

ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ЯВИЩА

4.1. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ. ЗАКОН ФАРАДЕЯ

Розглянуті в попередніх розділах явища стосувались стаціонарних, тобто незмінних з часом електричного і магнітного полів. Було з'ясовано, що електростатичне поле створюється нерухомими зарядженими частинками, а магнітне — рухомими, тобто електричним струмом. Перейдемо до знайомств з електричними і магнітними полями, які змінюються з часом. Вперше ці явища розглянув англійський фізик Майкл Фарадей, який дослідним шляхом відкрив явище електромагнітної індукції. Пізніше це явище лягло в основу роботи генераторів електростанцій всього світу, що перетворюють механічну енергію в енергію електричного струму.

Якщо електричні і магнітні явища взаємозв'язані, і навколо провідника, по якому тече струм, виникає магнітне поле, то можливе і зворотнє явище — виникнення струму в замкненому провіднику під дією магнітного поля. Саме такі міркування навели М. Фарадея на необхідність дослідження електричної дії магнітного поля. В 1831 році він експериментально встановив, що незмінні магнітні поля не спричиняють ніякої електричної дії, а змінні магнітні поля викликають електрорушійну силу в провідниках, що розміщуються в цих полях. Кожного разу, коли магнітне поле змінюється, в провіднику, вміщеному в це поле, виникає електрорушійна сила (е.р.с.), яку називають *електрорушійною силою індукції*. Якщо провідник буде замкнутий, тобто утворювати замкнене коло, то в ньому виникає струм, який називають *індукційним*. *Саме явище виникнення струму в замкненому контурі називають електромагнітною індукцією.*

Взагалі кажучи, *явище електромагнітної індукції полягає у виникненні електричного струму в провідному контурі, який або зна-*

ходиться в стані спокою в змінному з часом магнітному полі, або рухається в постійному магнітному полі таким чином, що число ліній магнітної індукції, що пронизують контур, змінюється.

Розглянемо декілька дослідів, за допомогою яких Фарадей вивчав явище електромагнітної індукції (рис. 70).

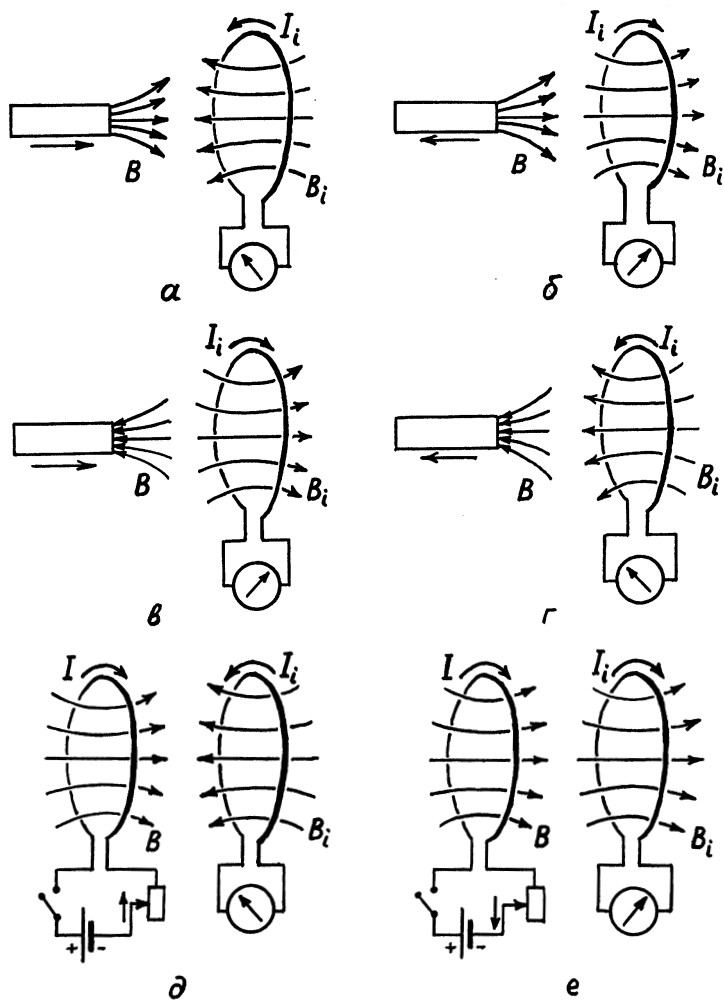


Рис. 70

1. До замкненого контуру, яким може бути котушка для підсилення ефекту, будемо наближати магніт тим полюсом, з якого виходять лінії магнітної індукції (рис. 70а). При цьому в контурі з'являється (індукується) струм I_r , який відхиляє стрілку гальванометра. Індукований струм I_r створює навколо себе магнітне поле. Магнітні поля магніту та індукованого струму зображені лініями магнітних індукцій B і B_r . Якщо магніт припиняє рухатись, індукційний струм зникає.

2. Будемо віддаляти магніт від контуру (рис. 70б), тоді помітимо, що індукований струм тече в другу сторону (стрілка гальванометра відхиляється в протилежну сторону).

3. Повернемо магніт до контуру іншим полюсом, в який лінії магнітної індукції входять, і будемо наближати його до контуру (рис. 70в). Помітимо, що індукційний струм тече так, як у випадку 2.

4. Віддаляємо магніт від контуру (рис. 70г). В цьому випадку індукційний струм має такий самий напрямок, як у випадку 1.

5. Якщо замість магніту скористатись іншим контуром, по якому тече струм (рис. 70д), і його можна за допомогою реостата збільшувати, тобто змінювати, то в контурі виникає індукований струм I_r , який тече в протилежну сторону струму I . Якщо припинити змінювання струму I , індукційний струм зникає.

6. Навпаки, будемо зменшувати струм I (рис. 70е) в контурі, що створює змінне магнітне поле, тоді в сусідньому контурі виникає індукційний струм I_r , спрямований однаково зі струмом I .

7. Струм I в контурі, що створює магнітне поле, не будемо змінювати, але сам контур будемо рухати відносно контуру, в якому індукується струм. Тоді помітимо, що при наближенні виникає індукційний струм I_r , який тече в протилежному напрямку зі струмом I , а при віддаленні контуру — в тому ж самому напрямку, що і струм I .

Загальним для всіх дослідів було те, що поява індукційного струму зумовлена зміною числа ліній магнітної індукції, які пронизують поверхню, обмежену контуром.

8. Чим швидше відбувалась зміна числа ліній магнітної індукції, тим більший був індукційний струм. При цьому причи-

на зміни числа ліній магнітної індукції могла бути будь-якою (випадки 1–7).

Для того, щоб дати кількісне формулювання закону електромагнітної індукції, введемо фізичну величину — *потік магнітної індукції*. Нагадаємо, в електростатиці (Розділ 1) мова йшла про потік вектора напруженості електричного поля. Аналогічно (1.23) потік магнітної індукції визначається за формулою

$$\Phi = BS \cos \alpha = B_n S, \quad (4.1)$$

де α — кут між вектором $\vec{B}$ і перпендикуляром $\vec{n}$ до площадки S , а $B_n = B \cos \alpha$ — проекція вектора магнітної індукції на нормаль (рис. 71).

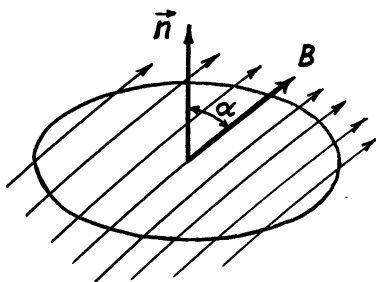


Рис. 71

В неоднорідному полі, або коли поверхня не плоска, її розбивають на маленькі ділянки dS , в границях яких можна вважати поле однорідним, а ділянки — плоскими, тоді елементарний потік записують так:

$$d\Phi = B dS \cos \alpha = B_n dS. \quad (4.2)$$

Відповідно, повний потік через поверхню S буде виражений як сума елементарних потоків

$$\Phi = \int_S B_n dS. \quad (4.3)$$

Потік через замкнуту поверхню має вигляд:

$$\Phi = \oint B_n dS. \quad (4.4)$$

Так само, як і в електричному полі (рис. 7), потік магнітної індукції може бути позитивний і негативний.

Одиницею магнітного потоку в СІ є *вебер*. Магнітний потік в 1 вебер створюється однорідним магнітним полем з індукцією 1 тесла, через поверхню площею 1 кв. м, розташовану перпендикулярно вектору магнітної індукції.

Магнітний потік наглядно можна розглядати як величину, пропорційну числу ліній магнітної індукції, що пронизують поверхню площею S .

Узагальнюючи результати своїх дослідів з електромагнітної індукції, Фарадей прийшов до такого висновку:

В замкнутому контурі індукується струм у всіх випадках, коли відбувається зміна потоку магнітної індукції через площу, обмежену контуром.

Величина індукційного струму пропорційна швидкості зміни потоку магнітної індукції:

$$I_i \sim \frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.5)$$

Відомо, що струм з'являється в замкнутому контурі тоді, коли на вільні електрони діють сторонні сили. Робота цих сторонніх сил по переміщенню одиничного позитивного заряду вздовж контуру є електрорушійною силою. Таким чином, при зміні магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром, в останньому з'являються сторонні сили, дія яких характеризується е. р. с. індукції, яку позначають $\mathcal{E}_i$. Згідно з законом Ома, для замкнутого контуру $I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R}$. Опір провідника не залежить від зміни магнітного потоку, і тому формулу (4.5) записують так:

$$\mathcal{E}_i = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right|. \quad (4.6)$$

Електрорушійна сила індукції в замкнутому контурі дорівнює по модулю швидкості зміни магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром.

Це і є закон Фарадея для електромагнітної індукції. Але в формулі (4.5) не враховано напрямок індукційного струму. В 1833 році російський фізик Е. Х. Ленц встановив правило, згідно з яким визначається напрямок індукційного струму.

Із дослідів Фарадея видно, що при збільшенні потоку магнітної індукції, який пронизує замкнений контур, на рис. 70 це випадки *a*, *в*, *д*, індукційний струм I_i має такий напрямок, що його магнітне поле B_i протидіє магнітному полю B , яке його створює, тобто не дає йому можливості збільшуватись. Магніт, випадки *a*, *в* і котушка, випадок *д*, якщо їх підносити до контуру, відштовхуються від нього, і для цього слід прикласти силу. Тобто виконати механічну роботу, яка перетворюється в електричну енергію. При зменшенні потоку магнітної індукції $\Delta\Phi < 0$, на рис. 70 це випадки *б*, *з*, *е*, індукційний струм в контурі тече так, що його магнітне поле B_i також протидіє тій причині, що призвела до появи індукційного струму, тобто не дає можливості зменшуватись потокові, тим самим підтримує його. Магніт (випадки *б*, *з*), а також котушка (випадок *е*) притягуються до контуру, і для того, щоб їх відтягнути від контуру, зменшуючи потік B , необхідно також прикласти силу, виконати роботу, яка, згідно з законом збереження енергії, переходить в енергію електричного струму.

В обох випадках, коли потік збільшується і коли зменшується, магнітне поле індукційного струму перешкоджає зміні потоку магнітної індукції. Якщо $\Delta\Phi > 0$, то $\mathcal{E}_i < 0$, і поле індукційного струму спрямоване назустріч магнітному потоку, якщо $\Delta\Phi < 0$, то $\mathcal{E}_i > 0$, і напрямки магнітних потоків збігаються. В законі Фарадея ця обставина, тобто правило Ленца, відображається знаком «мінус», який вказує на те, що $\mathcal{E}_i$ і $\frac{d\Phi}{dt}$ мають різні знаки.

З врахуванням правила Ленца, закон Фарадея для електромагнітної індукції записують так:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (4.7)$$

Не важко зрозуміти, що правило Ленца фактично відображає закон збереження енергії. У всіх дослідах індукційний струм має такий напрямок, завдяки якому механічна енергія перетворюється в електричну. Щоб створити електричний струм, необхідно виконати роботу.

Розглянемо питання про природу електрорушійної сили індукції. Зміна потоку магнітної індукції $\Phi = BS \cos \alpha$ в законі Фарадея може відбуватись з різних причин. Наприклад, в постійному магнітному полі $B = \text{const}$ можуть змінюватись площа S контуру або ж сам контур повертатися відносно ліній магнітної індукції. На рис. 72а лінії магнітної індукції зображені точками перпендикулярно до площини рисунка, а провідник довжиною l ковзає по замкненому контуру вправо зі швидкістю v . Разом з ним рухаються і його вільні електрони. Як відомо, на рухомий заряд в магнітному полі діє сила Лоренца, яка і змушує електрони рухатись вгору по провіднику. Внаслідок цього на провіднику відбувається перерозподіл зарядів: вільні електрони будуть переміщуватись угору, і на кінцях провідника виникає різниця потенціалів, яка дорівнює електрорушійній силі індукції.

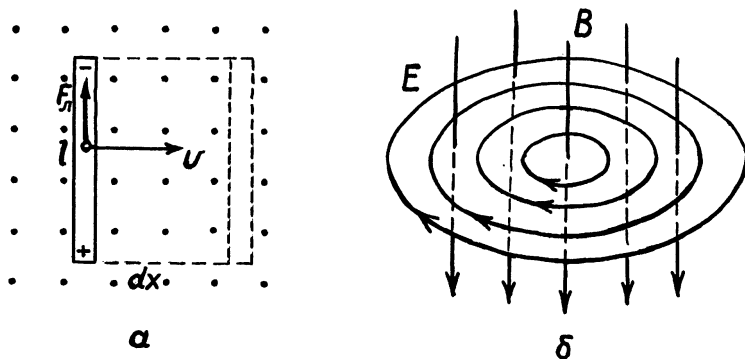


Рис. 72

Враховуючи, що $B = \text{const}$, закон Фарадея для даного випадку запишемо так:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \frac{dS}{dt}. \quad (4.8)$$

Оскільки $dS = ldx$, $\frac{dx}{dt} = v$, то формулу (4.8) можна представити так:

$$\mathcal{E}_i = -Blv. \quad (4.9)$$

При обертанні провідника відносно ліній магнітної індукції до появи е. р. с. індукції призводить та ж сама причина, а саме — сила Лоренца.

В іншому випадку, коли контур не змінює свого положення у просторі, а зміна потоку відбувається завдяки зміні з часом магнітної індукції B , виникнення е. р. с. індукції неможливо пояснити Лоренцевою силою, оскільки вона не діє на нерухомі заряди. Нерухомі заряди може змусити упорядковано рухатись лише електричне поле. Тоді Максвелл припустив, що змінне магнітне поле B створює у просторі змінне електричне поле E , і лінії магнітної індукції концентрично охоплюються лініями напруженості електричного поля (рис. 726). Це електричне поле і змушує рухатись електрони по замкнутому контуру, як це відбувалось в дослідах Фарадея, створюючи індукційний струм. Про це вихрове електричне поле і його рівняння мова буде пізніше.

Індукційні струми виникають не лише в контурах з металевим провідником. Вони можуть виникати в масивних, суцільних провідниках, які пронизуються змінним магнітним полем. Такі струми носять назву *струми Фуко*, по імені французького фізика Ж. Б. Л. Фуко, який вперше їх відкрив.

Струми Фуко є вихровими. Їх створює змінне магнітне поле. Вони замикаються самі на себе в товщині самого провідника і проходять в площинах, перпендикулярних потоку магнітної індукції. Оскільки електричний опір масивного, суцільного провідника невеликий, струми Фуко можуть досягати великої величини, спричиняючи нагрівання провідника. У зв'язку з цим струми Фуко використовуються для плавлення металів в спеціальних електричних пристроях. Струми Фуко можуть ві-

дігравати і негативну роль. Так, осердя трансформаторів, генераторів, електромагнітів, електродвигунів збирають із окремих електрично ізольованих пластин чи стрижнів, щоб зменшити струми Фуко і тим самим зменшити їх нагрівання в змінному магнітному полі.

4.2. ЯВИЩА ВЗАЄМОІНДУКЦІЇ І САМОІНДУКЦІЇ

Окремими випадками електромагнітної індукції є явища взаємоіндукції і самоіндукції. Враховуючи їх широке практичне застосування, доцільно розглянути ці явища окремо.

Взаємною індукцією називається збудження струму в контурі завдяки зміні струму в сусідньому контурі.

Нехай в контурі 1 йде струм I_1 (рис. 73). В магнітному полі, що створює цей струм, знаходиться сусідній контур 2. Магнітний потік Φ_2 , що пронизує контур 2, пропорційний магнітному потокові, зв'язаному з контуром 1. В свою чергу, магнітний потік, зв'язаний з контуром 1, пропорційний силі струму I_1 в цьому ж контурі, тому можна написати:

$$\Phi_2 = LI_1. \quad (4.10)$$

де коефіцієнт пропорційності L називають *коефіцієнтом взаємної індукції* обох контурів. Зрозуміло, якби струм I_2 проходив по другому контуру, то магнітний потік Φ_1 , зв'язаний з першим контуром, залежав би від сили струму I_2 в другому контурі і виражався співвідношенням, аналогічним (4.10), тобто

$$\Phi_1 = LI_2. \quad (4.11)$$

Нехай за час dt сила струму в контурі 1 змінюється на dI_1 , тоді згідно з (4.10) магнітний потік Φ_2 зміниться на $d\Phi_2 = LdI_1$. Внаслідок чого в контурі 2 з'явиться е. р. с. взаємної індукції, що дорівнює

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L\frac{dI_1}{dt}. \quad (4.12)$$

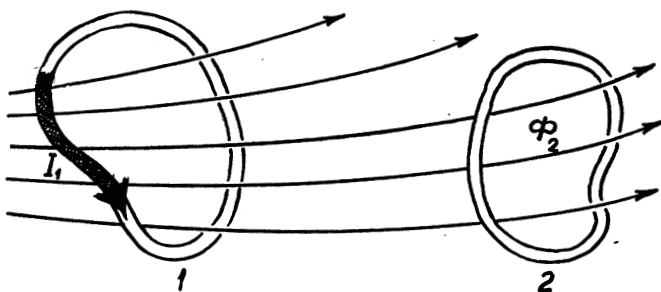


Рис. 73

Формула (4.12) показує, що е. р. с. взаємної індукції пропорційна швидкості зміни струму в сусідньому контурі і залежить від коефіцієнта взаємної індукції цих контурів.

Коефіцієнт взаємної індукції двох контурів можна виразити із співвідношення (4.10):

$$L = \frac{\Phi_2}{I_1}. \quad (4.13)$$

Видно, що коефіцієнт взаємної індукції, або коефіцієнт індуктивності двох контурів дорівнює відношенню магнітного потоку, зв'язаного з одним із контурів, до сили струму, що протікає в другому контурі.

Вимірюється коефіцієнт взаємної індукції в *генрі*. 1 генрі = 1вебер/1ампер. Залежить він від форми, розмірів, взаємного розташування контурів і магнітної проникності середовища, але не залежить від сили струму в контурі, за виключенням феромагнетиків. У феромагнітному середовищі L залежить від сили струму, оскільки в цьому випадку магнітна проникність залежить від магнітної індукції, а відповідно, і від сили струму в контурі.

Явище взаємної індукції знайшло широке застосування в електро- та радіотехніці. Розглянемо його використання на прикладі роботи трансформатора, принципова схема якого показана на рис. 74. Первинна 1 і вторинна 2 котушки (обмотки), які мають, відповідно, n_1 і n_2 витків, намотані на замкнуте залізне осердя. Магнітне поле в осерді, що створює струм, який

проходить через одну із обмоток, на рисунку зображено штриховими лініями.

Якщо по якійсь причині магнітний потік в осерді за час dt зміниться на $d\Phi$, то у відповідності із законом Фарадея, в обмотках індукуються електрорушійні сили: $\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi}{dt} n_1$ і $\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi}{dt} n_2$.

Нехай вказана зміна магнітного потоку зумовлена підключенням до первинної обмотки зовнішньої змінної е. р. с., яка дорівнює $\mathcal{E}_1$. Тоді у вторинній обмотці виникає е. р. с. взаємної індукції $\mathcal{E}_2$.

Відношення цих е. р. с. дорівнює

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{n_2}{n_1} = K, \quad (4.14)$$

тобто відношенню числа витків первинної обмотки до числа витків вторинної обмотки. Величина K називається *коефіцієнтом трансформації*. Він показує, в скільки разів е. р. с. в другій обмотці більше або менше е. р. с. в першій обмотці.

Згідно з законом збереження енергії, потужність струму в обох обмотках повинна бути однакою. Тому можна написати, що

$$\mathcal{E}_1 I_1 = \mathcal{E}_2 I_2. \quad (4.15)$$

Враховуючи формулу (4.14), маємо

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{n_2}{n_1} K. \quad (4.16)$$

Тобто сили струмів в обмотках обернено пропорційні числу витків в цих обмотках.

Якщо $K > 1$, то це буде підвищуючий трансформатор. Його застосовують, наприклад, при передачі електроенергії на великі відстані для зменшення втрат на нагрівання проводів, оскільки сила струму в проводах буде невелика, а кількість тепла, що виділяється, пропорційна квадрату сили струму. Якщо $K < 1$, трансформатор буде знижуючим. Він використовується, наприклад, при електрозварюванні, коли потрібен великий струм і, відповідно, велика кількість теплоти.

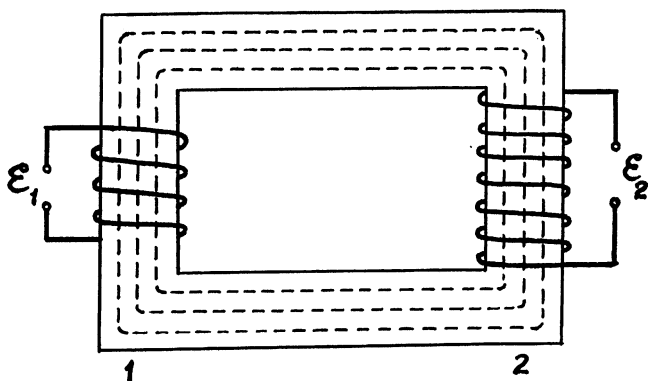


Рис. 74

Відмітимо, що у формулі (4.15) не враховані втрати електроенергії в самому трансформаторі, а саме — нагрівання обмоток, струми Фуко в осерді, перемагнічування осердя (гістерезис). Однак ці втрати незначні. Коефіцієнт корисної дії трансформатора становить близько 98 %. Тому формули (4.15) і (4.16) вважаються практично придатними для розрахунків.

Розглянемо окрему котушку. Якщо в ній буде проходити змінний струм, то він буде створювати навколо котушки змінне магнітне поле. Оскільки лінії магнітної індукції перетинають витки котушки і змінюються з часом, то і потік, що пронизує витки самої ж котушки, також буде змінюватись. Згідно з законом Фарадея, змінний потік, що пронизує замкнутий контур, буде створювати в котушці електрорушійну силу індукції і, відповідно, індукційний струм. Тобто котушка, по якій проходить змінний струм, індукує сама в собі індукційний струм. Це явище називають явищем *самоіндукції*.

Магнітний потік, пов'язаний з контуром (катушкою), пропорційний силі струму в котушці:

$$\Phi = LI, \quad (4.17)$$

де L — коефіцієнт індуктивності котушки, інакше його ще називають коефіцієнт самоіндукції котушки.

Якщо за час dt сила струму в котушці зміниться на dI , тоді, згідно з (4.17), магнітний потік зміниться на $d\Phi = LdI$. Внаслідок чого в котушці виникне електрорушійна сила самоіндукції

$$\mathcal{E}_c = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{dI}{dt}, \quad (4.18)$$

пропорційна швидкості зміни сили струму та індуктивності котушки. Знак «мінус» показує, що е. р. с. самоіндукції, а відповідно, і струм самоіндукції завжди перешкоджають зміні сили зовнішнього струму. Якщо сила зовнішнього струму зростає $\frac{dI}{dt} > 0$, то $\mathcal{E}_c < 0$, і струм самоіндукції спрямований назустріч зовнішньому, тобто не дає йому змоги збільшуватись. Якщо сила зовнішнього струму зменшується $\frac{dI}{dt} < 0$, то $\mathcal{E}_c > 0$, і струм самоіндукції спрямований однаково з зовнішнім, тобто не дає йому можливості зменшуватись, підтримує його.

Очевидно, що індуктивність котушки L виражається в тих самих одиницях, що і коефіцієнт взаємної індукції, тобто в генрі. Виходячи з формули (4.18), одиниці вимірювання індуктивності котушки можна дати таке визначення: 1 генрі — це індуктивність такої котушки, в якій при зміні струму в 1 ампер за 1 секунду виникає е. р. с. самоіндукції, яка дорівнює 1 вольту.

Коефіцієнт індуктивності залежить від форми розмірів котушки і магнітної проникливості середовища. Виведемо формулу для індуктивності котушки. Позначимо через l її довжину, S — площу поперечного перерізу і n_0 — число витків, що припадає на одиницю довжини котушки. Виходячи з формули (4.17), маємо $L = \frac{\Phi}{I}$. Враховуючи, що котушка заповнена все-редині однорідним магнетиком з магнітною проникливістю μ , маємо для потоку магнітної індукції через площу одного витка $\Phi_1 = BS = \mu B_0 S = \mu \mu_0 n_0 I S$. Тут ми скористались формулами (3.24) і (3.54). Сумарний потік через всі $N = n_0 l$ витків котушки буде дорівнювати $\Phi = \Phi_1 N = \mu \mu_0 n_0^2 I S l$. Поділимо цей вираз на силу струму I , і остаточно знаходимо

$$L = \mu\mu_0 n_0^2 S l. \quad (4.19)$$

Видно, що коефіцієнт індуктивності — це характеристика котушки. Кожна котушка має свій коефіцієнт індуктивності.

Розглянемо явище самоіндукції на двох простих дослідах. На рис. 75а показана схема паралельного з'єднання двох однакових ламп. Одну з них підключимо до джерела постійного струму через опір R , а другу — послідовно з котушкою з залізним осердям.

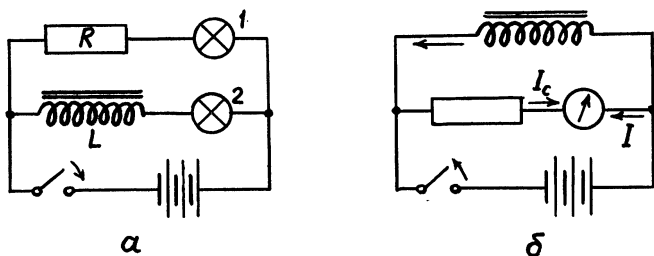


Рис. 75

Якщо замкнути ключ, перша лампа спалахує миттєво, а друга поступово з деяким запізненням, тому що є. р. с. самоіндукції в колі цієї лампи велика, і сила струму досягає свого максимального значення лише через деякий час.

Появу є. р. с. самоіндукції при розмиканні можна спостерігати на досліді, рис. 75б. При розмиканні ключа в котушці L виникає є. р. с. самоіндукції, яка підтримує початковий струм. Внаслідок цього через гальванометр буде текти струм, спрямований в протилежну сторону початкового струму до розмикання. Сила струму при розмиканні може бути набагато більшою від сили струму, що проходить до розмикання через гальванометр. Це означає, що є. р. с. самоіндукції $\mathcal{E}_c$ більша від є. р. с. батареї елементів.

Зазначимо, що явище самоіндукції подібне явищу інерції в механіці. Так, інерція приводить до того, що під дією сили тіло набуває певної швидкості не миттєво, а поступово. Тіло не можливо миттєво загальмувати. Неможливо також при самоіндукції миттєво встановити певну силу струму, вона зростає

поступово. При вимиканні джерела, якщо в контурі є котушка, струм не зникає миттєво. Самоіндукція його підтримує, незважаючи на опір, який чинить коло.

Щоб збільшити швидкість тіла, згідно з законами механіки, слід виконати роботу. При гальмуванні тіло саме виконує роботу. Аналогічно для створення струму слід виконати роботу, а при зникненні струму поле буде виконувати додатню роботу.

4.3. ЕНЕРГІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Магнітне поле нерозривно зв'язане зі струмом: воно з'являється, змінюється і зникає разом з появою, зміною і зникненням струму. Тобто частина енергії струму завжди йде на створення магнітного поля. Тому магнітне поле повинно мати енергію, яка дорівнює роботі, що витрачається струмом на створення цього поля, або, те ж саме, на створення потоку магнітної індукції, зв'язаного зі струмом. Саме з цієї точки зору можна пояснити фізичну суть явища самоіндукції. При включенні струму через котушку він не з самого початку досягає свого максимального значення, а збільшується поступово на протязі деякого проміжку часу, тому що частина енергії струму в цей час йде на створення магнітного поля. Досягнувши максимального значення, струм стає постійним. При цьому постійним буде і магнітне поле. На його створення витрачається робота, і тому воно має певне значення енергії. При виключенні струму енергія магнітного поля поступово переходить в енергію струму самоіндукції. Тобто явище самоіндукції, а в загальному випадку — явище електромагнітної індукції — базуються на взаємних перетвореннях енергії електричного струму і магнітного поля. Виходячи з цих уявлень, отримаємо вираз для енергії магнітного поля.

Нехай в контурі (котушці) з індуктивністю L струм зростає від 0 до значення I . Він створює, згідно з (4.17), магнітний потік $\Phi = LI$. Зміна струму на величину dI призводить до зміни магнітного потоку на величину

$$d\Phi = LdI. \quad (4.20)$$

Для зміни магнітного потоку на $d\Phi$ струм повинен виконати елементарну роботу. Її можна знайти із закону Фарадея $\mathcal{E} = \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{dI}{dt}$. Помножимо всі частини на силу струму I , тоді отримаємо $\mathcal{E}Idt = d\Phi I = LIdI$. В останньому виразі $\mathcal{E}I$ — це потужність, а $\mathcal{E}Idt$ — елементарна робота dA , тому

$$dA = Id\Phi = LIdI. \quad (4.21)$$

Тоді повна робота по створенню магнітного потоку Φ буде дорівнювати

$$A = \int_0^I LIdI = \frac{LI^2}{2}. \quad (4.22)$$

Таким чином, енергія магнітного поля, зв'язаного з контуром, дорівнює

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (4.23)$$

В цій формулі енергія поля виражена через параметри L і I , якими характеризується контур зі струмом. Бажано відшукати зв'язок енергії магнітного поля з параметрами, що характеризують саме поле: магнітна індукція, напруженість та об'єм простору, в якому зосереджене поле. Для цього розглянемо магнітне поле, зосереджене всередині котушки, що має індуктивність згідно з (4.19) $L = \mu\mu_0 n_0^2 SL$. Струм, що проходить по котушці, створює поле, магнітна індукція якого, згідно з (3.57), дорівнює $B = \mu\mu_0 In_0$. Із останнього виразу знайдемо силу струму I і підставимо її значення, а також значення індуктивності L у формулу (4.23). Тоді, враховуючи, що $SL = V$ є об'єм котушки, отримаємо:

$$W = \frac{\mu\mu_0 n_0^2 SLB^2}{2\mu^2 \mu_0^2 n_0^2} = \frac{B^2 V}{2\mu\mu_0}. \quad (4.24)$$

В цій формулі енергія магнітного поля виражена через магнітну індукцію поля, об'єм та магнітну проникність сере-

довища, в якому зосереджене поле. Враховуючи, що $\frac{B}{\mu\mu_0} = H$, де H — напруженість поля, формулу (4.24) можна представити так:

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2 V}{2} = \frac{BHV}{2}. \quad (4.25)$$

Енергія магнітного поля, зосередженого у просторі об'ємом V , пропорційна напруженості поля і магнітній індукції. Виходячи із формули (4.25), неважко знайти вираз для густини енергії магнітного поля:

$$\omega_m = \frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{BH}{2}. \quad (4.26)$$

Підкреслимо, що формула (4.26), яка була виведена для однорідного поля котушки, залишається справедливою для будь-якого магнітного поля. Якщо поряд з магнітним полем, згідно з теорією Максвелла, існує і електричне поле, про це мова йшла в § 4.1, то енергію такого електромагнітного поля можна визначити як суму енергій електричного і магнітного полів. Згідно з (1.81), густина енергії електричного поля виражається через його характеристики, і тому густину енергії електромагнітного поля визначають так:

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{1}{2}(ED + BH), \quad (4.27)$$

де E — напруженість електричного поля, D — електрична індукція, B — магнітна індукція, H — напруженість магнітного поля.

4.4. ЗМІННИЙ СТРУМ. ГЕНЕРАТОР ЗМІННОГО СТРУМУ

Переважну роль в отриманні електричної енергії в наш час відіграють електромеханічні індукційні генератори змінного струму. В цих генераторах механічна енергія перетворюється в

електричну. Їх дія основана на явищі електромагнітної індукції. Ці генератори мають порівняно просту будову і дозволяють отримати великі струми при досить великих напругах.

Розглянемо принцип роботи такого генератора. Збудження електрорушійної сили відбувається в контурі, що обертається в магнітному полі. На рис. 76 плоский прямокутний контур $abcd$ обертається в магнітному полі навколо осі OO' перпендикулярно магнітному полю. Нехай магнітне поле є однорідним, тобто індукція $B = \text{const}$, а контур обертається рівномірно з кутовою швидкістю $\omega = \text{const}$. Тоді магнітний потік, що пронизує контур, в будь-який момент часу буде дорівнювати:

$$\Phi = BS \cos \varphi = BS \cos \omega t, \quad (4.28)$$

де S — площа контуру, $\varphi = \omega t$ — кут повороту контуру.

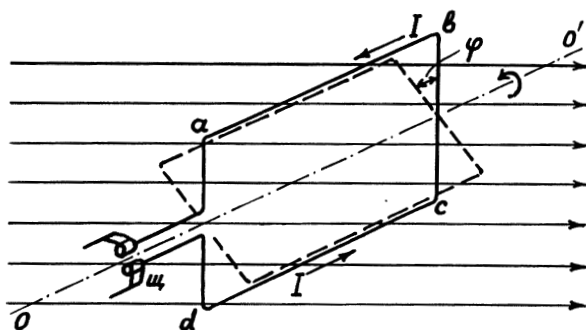


Рис. 76

При обертанні контуру потік періодично змінюється за законом косинуса. У зв'язку з цим за законом Фарадея в ньому виникає періодично змінна електрорушійна сила індукції, що дорівнює:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin \omega t. \quad (4.29)$$

Максимальне значення $\mathcal{E}$ р. с. настає, коли $\sin \omega t = 1$, тоді $\mathcal{E}_m = BS\omega$, і $\mathcal{E}$ р. с. має вигляд:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \sin \omega t. \quad (4.30)$$

Таким чином, якщо в однорідному магнітному полі рівномірно обертати контур, то в ньому виникає електрорушійна сила, що змінюється за законом синуса. Ця е. р. с. створює в контурі синусоїдальний змінний струм силою

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_0} = \frac{\mathcal{E}_m}{R_0} \sin \omega t = I_m \sin \omega t, \quad (4.31)$$

де $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{R_0}$ — максимальне значення струму, а R_0 — омичний опір контуру і електричного кола, куди відводиться струм за допомогою щіток *щ*, що ковзають по кільцям (рис. 76).

Причиною, що створює е. р. с., в даному випадку є сила Лоренца, яка діє на електрони провідників контуру, коли вони рухаються в магнітному полі.

Оскільки змінний струм є синусоїдальним струмом, то він являє собою гармонічні коливання, і тому всі характеристики гармонічного коливального руху, які були розглянуті в механіці, в частині 1, зберігаються за характеристиками змінного струму. А саме $\mathcal{E}_m$ називається амплітудою е. р. с., I_m — амплітудою сили струму, ω — кутовою частотою, ωt — фазою. Змінний струм характеризується також періодом T і частотою ν , які пов'язані між собою відомими співвідношеннями:

$$\nu = \frac{1}{T}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (4.32)$$

На рис. 77 представлені графіки залежності електрорушійної сили і сили струму від часу для випадку, коли їх зміни відбуваються в однакових фазах.

В промислових генераторах поле створюється потужним електромагнітом. Він називається *індуктором*. В простих моделях малопотужних генераторів індуктором служить постійний магніт. Другою основною частиною генераторів є обмотка, в якій індукуюється змінна е. р. с. Цю частину називають *якорем*. Він складається із багатьох витків проволочки, намотаних на

ферромагнітне осердя. Тому е. р. с., що збуджується в такому генераторі, буде дорівнювати

$$\mathcal{E} = BS\omega n \sin \omega t, \quad (4.33)$$

де n — кількість витків.

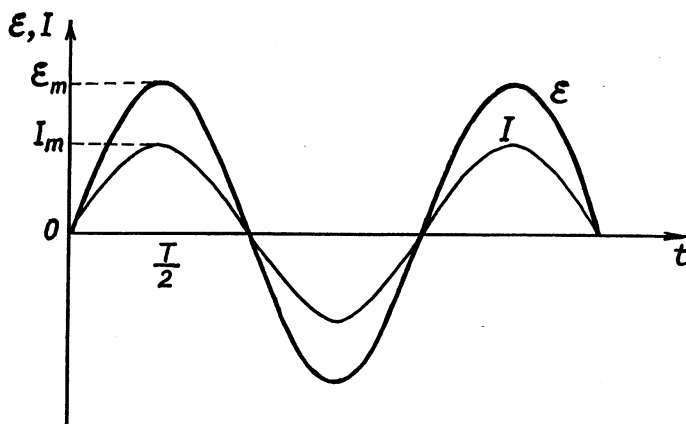


Рис. 77

Із (4.29) видно, що для збільшення е. р. с. слід збільшувати B , S , ω . Збільшення ω , тобто швидкості обертання генератора, приводить до досить великого зростання механічної напруги в тих частинах генератора, що обертаються. Тому в нашій країні і в більшості інших країн прийнята стандартна частота змінного струму $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = 50$ герц. Збільшення магнітної індукції B потребує потужних постійних магнітів, або значної сили струму у випадку електромагнітів. Тому всередині рамки чи електромагніта розмішують осердя із ферромагнітних матеріалів з великою магнітною проникністю μ .

Індуктор також виготовляють у вигляді багатьох витків, намотаних на осердя. Ту частину генератора, яка є нерухомою, називають *статором*, а рухому, що обертається — *ротором*. Зазор між осердями статора і ротора роблять як можна меншим. Цим самим забезпечують максимальне значення потоку магнітної індукції.

Для того щоб в осердях не виникали струми Фуко, їх виготовляють із окремих тонких ізольованих одна від одної пластин.

У великих промислових генераторах на електростанціях індуктор знаходиться посередині генератора і обертається, тобто є ротором, а якір залишається нерухомим, тобто статором. Справа у тому, що струм, що генерується в якорі, дуже великий, і знімати його зручніше з нерухомих контактів.

Якщо через обмотку ротора генератора пропускати струм, то під дією Лоренцевої сили ротор буде обертатись. Таким чином, генератор може бути перетворений в електричний двигун. Енергія електричного струму буде переходити в механічну енергію. Схеми і конструкції різних генераторів і електродвигунів розглядаються в курсі електромеханіки.

4.5. ЗМІННИЙ СТРУМ В КОЛІ З АКТИВНИМ ОПОРОМ, ЄМНІСТЮ ТА ІНДУКТИВНІСТЮ

При вивченні електричних ланцюгів із струмом важливу роль відіграє зв'язок між силою струму і напругою. Для постійного струму цей зв'язок виражається законом Ома, згідно з яким сила струму пропорційна напрузі (2.16), або е. р. с., якщо коло замкнуте (2.28). Розглянемо цей зв'язок для ланцюгів з синусоїдальним змінним струмом, де не завжди сила струму буде пропорційна напрузі. Почнемо з окремих ділянок.

Змінний струм в колі з активним опором.

Нехай на ділянці кола з активним опором R тече змінний струм силою $I = I_0 \sin \omega t$ (рис. 78а). Для миттєвих значень сили струму $I(t)$ і напруги $U_R(t)$ справедливим буде закон Ома

$$U_R = RI = RI_0 \sin \omega t. \quad (4.34)$$

Позначимо $RI_0 = U_{R0}$, і для напруги отримаємо

$$U_R = U_{R0} \sin \omega t. \quad (4.35)$$

Таким чином, напруга U_R змінюється за гармонічним законом з тою самою частотою і фазою, що і сила струму (рис. 78б).

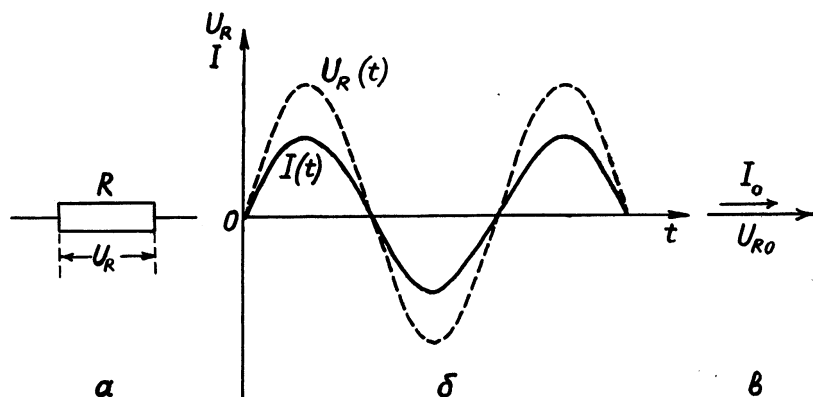


Рис. 78

Амплітудні значення сили струму I_0 і напруги U_{R0} зв'язані співвідношенням

$$U_{R0} = RI_0. \quad (4.36)$$

Якщо амплітудні значення сили струму і напруги зобразити векторами, то вони будуть мати однаковий напрямок, кут між ними $\varphi = 0$ (рис. 78в).

Змінний струм в колі з ємністю.

Розглянемо ділянку кола з конденсатором, ємність якого C , опором провідників, що до нього підходять, знехтуємо (рис. 79а). По колу тече змінний струм $I = I_0 \sin \omega t$. Нагадаємо, у випадку, коли до конденсатора було б підключено джерело постійного струму, струм в колі не йшов би. Конденсатор являв би собою нескінченно великий опір, коло було б розімкнуте, а пластини конденсатора заряджені до певного різнойменного потенціалу. У випадку змінного струму відбувається перезарядка пластин конденсатора, і змінний струм в колі весь час існує.

Розглянемо, який зв'язок буде між напругою на конденсаторі і силою струму в колі. Нехай напруга на конденсаторі змінюється за гармонічним законом

$$U_C = U_{C0} \sin \omega t. \quad (4.37)$$

Заряд на конденсаторі також буде змінюватись за законом синуса. Дійсно, із визначення ємності конденсатора (1.73) знаходимо $q = CU$. З врахуванням (4.37)

$$q = CU_{c0} \sin \omega t, \text{ або } q = q_{c0} \sin \omega t, \quad (4.38)$$

де $q_{c0} = CU_{c0}$ — амплітудне значення заряду.

Якщо за малий проміжок часу dt заряд конденсатора змінюється на dq , то це означає, що по провідниках йде струм силою

$I = \frac{dq}{dt}$. Візьмемо похідну за часом від (4.38) і отримаємо:

$$I = CU_{c0} \omega \cos \omega t = CU_{c0} \omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.39)$$

Тут враховано, що косинус відрізняється від синуса на кут $\frac{\pi}{2}$. Величина $CU_{c0} \omega$ є амплітудним значенням сили струму, тобто

$$I_0 = CU_{c0} \omega. \quad (4.40)$$

Остаточно для сили струму маємо:

$$I = I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.41)$$

Таким чином, сила струму в провідниках, що підходять до конденсатора, так само, як і напруга на обкладинках конденсатора, змінюється за гармонічним законом, в даному випадку за законом синуса. Змінюється з такою самою частотою, але по фазі вона випереджає напругу на кут $\frac{\pi}{2}$, а по часу — на чверть періоду $\frac{T}{4}$ (рис. 79б).

Фізичний зміст цього можна пояснити таким чином: в початковий момент часу конденсатор ще не заряджений $U_c = 0$, тому дуже мала зовнішня напруга легко зміщує заряди до пластин конденсатора, створюючи струм I . Коли напруга на пластинах конденсатора зростає, то вона перешкоджає подальшому надходженню зарядів. У зв'язку з цим сила струму зменшується. І коли U_c досягає максимуму, конденсатор повністю буде

зарядженим, струм в колі припиниться. Таким чином, в початковий момент часу сила струму в колі максимальна, а напруга мінімальна. Через чверть періоду напруга досягає максимуму, а сила струму встигає зменшитись до нуля. Тобто струм випереджає напругу на чверть періоду.

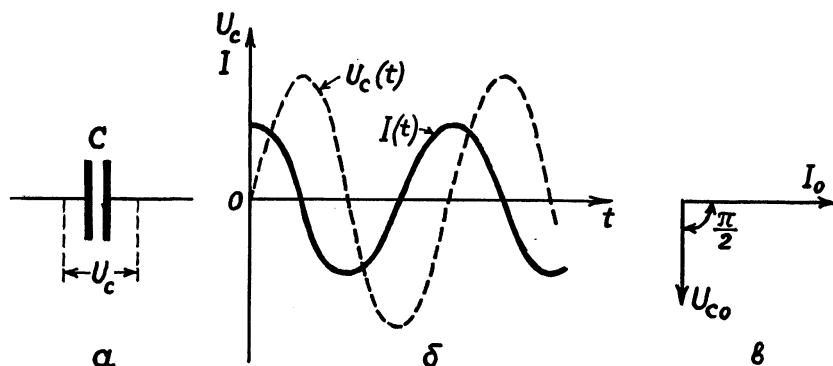


Рис. 79

Якщо амплітудні значення сили струму і напруги зобразити векторами, то вони будуть розташовані один до другого під кутом $\frac{\pi}{2}$, причому сила струму I_0 буде випереджати напругу U_{c0} (рис. 79в).

Формулу (4.40) запишемо у вигляді

$$I_0 = \frac{U_{c0}}{\frac{1}{\omega C}}. \quad (4.42)$$

Якщо порівняти її з законом Ома $I = \frac{U}{R}$, то роль опору в ній буде відігравати величина $\frac{1}{\omega C}$. Тобто величина

$$R_c = \frac{1}{\omega C} \quad (4.43)$$

являє собою опір конденсатора змінному струму і називається *ємнісний опір*.

Фізичний зміст цієї залежності можна пояснити так: чим більша ємність конденсатора і чим частіше змінюється напруга струму (тобто чим більші C і ω), тим більший заряд протікає за одиницю часу через поперечний переріз підвідних проводів, відповідно, тим більша буде сила струму. Але сила струму обернено пропорційна опорю, і тому $R_c \sim \frac{1}{\omega C}$.

Змінний струм в колі з індуктивністю.

Розглянемо ділянку кола, в якому є котушка з індуктивністю L (рис. 80а). Опором проводів, що підводять струм до котушки, і опором проводів котушки знехтуємо. Нехай через котушку проходить синусоїдальний струм

$$I = I_0 \sin \omega t. \quad (4.44)$$

При цьому в котушці виникає електрорушійна сила самоіндукції

$$\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}. \quad (4.45)$$

Коли спад напруги на омичних опорах відсутній, будемо вважати, що прикладена напруга зрівноважується е. р. с. самоіндукції (рівна їй за значенням і протилежна за напрямком)

$$U_L = -\mathcal{E}. \quad (4.46)$$

Тоді, враховуючи формули (4.45) і (4.44), можемо записати:

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = LI_0 \omega \cos \omega t = LI_0 \omega \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.47)$$

Позначимо $LI_0 \omega$ через U_{L0} , і тоді для напруги на котушці маємо:

$$U_L = U_{L0} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.48)$$

Із порівняння формул (4.44) і (4.48) видно, що зміни сили струму і напруги на котушці відбуваються за законом синуса з однаковою частотою ω , але в різних фазах. Причому фаза на-

пруги випереджає фазу сили струму на кут $\frac{\pi}{2}$, а за часом — на чверть періоду (рис. 80б).

Зсув фаз зумовлений гальмуючою дією електрорушійної сили самоіндукції. Вона протидіє як зростанню, так і спаду сили струму в колі, тому максимум сили струму настає пізніше, ніж максимум напруги.

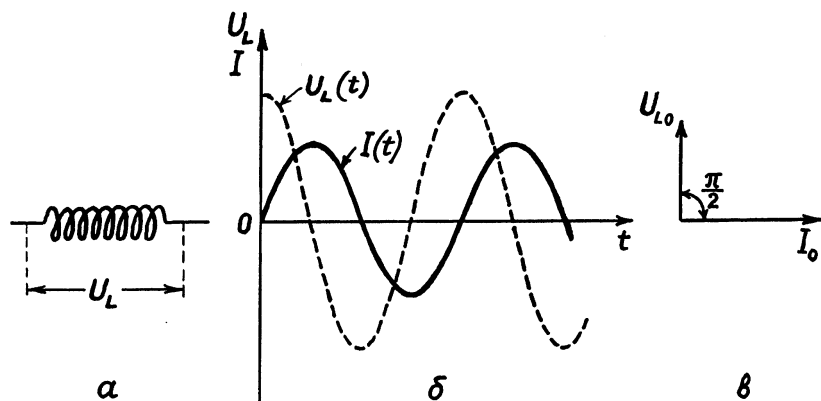


Рис. 80

Якщо амплітудні значення напруги і сили струму зобразити векторами, то вони будуть розташовані під кутом $\frac{\pi}{2}$, і при цьому напруга буде випереджати силу струму (рис. 80в).

Оскільки $U_{L0} = LI_0\omega$, звідси отримаємо:

$$I_0 = \frac{U_{L0}}{\omega L}. \quad (4.49)$$

Порівнюючи (4.49) із законом Ома $I = \frac{U}{R}$, бачимо, що роль опору відіграє величина

$$R_L = \omega L, \quad (4.50)$$

яка являє собою *індуктивний опір* котушки змінному струму.

Пояснити таку залежність можна так: індуктивний опір зумовлений дією електрорушійної сили самоіндукції, яка змен-

шує струм і тим самим збільшує опір. Ця електрорушійна сила і, відповідно, опір пропорційні індуктивності L котушки і швидкості зміни сили струму, тобто частоті.

Індуктивний опір $R_L = \omega L$ та ємнісний $R_C = \frac{1}{\omega C}$ мають загальну назву *реактивний опір*. На реактивному опорі, на відміну від *активного*, тобто омичного, електроенергія не витрачається. Справа в тому, що енергія на конденсаторі періодично йде під час його зарядки на створення електричного поля. В такій самій кількості і з тією самою періодичністю повертається енергія в коло під час ліквідації цього поля, тобто розрядки конденсатора. Таким самим чином енергія йде на створення магнітного поля в котушці під час зростання сили струму. В тій самій кількості і з тією ж періодичністю вона повертається в коло при ліквідації цього поля (під час спаду сили струму). Що ж стосується активного опору R , то тут електрична енергія переходить в теплову.

4.6. ЗАКОН ОМА ДЛЯ ЗМІННОГО СТРУМУ

Розглянемо тепер ділянку кола, що складається із послідовно з'єднаних активного опору R , конденсатора ємністю C і котушки з індуктивністю L (рис. 81а), по якій тече змінний струм силою $I = I_0 \sin \omega t$.

Позначимо опір кожного із елементів ділянки кола, відповідно, таким чином: R_0 , $R_C = \frac{1}{\omega C}$, $R_L = \omega L$, а напругу на цих елементах через U_R , U_C , U_L . Очевидно, що по всьому колу проходить загальний струм I . Напруга на всій ділянці кола дорівнює сумі напруг на кожному елементі, тобто

$$U = U_R + U_C + U_L. \quad (4.51)$$

Проте, складати їх арифметично неможливо.

Оскільки всі окремі напруги для відповідних ділянок являють собою гармонічні коливання однакових частот, то сумарна

напруга буде гармонічним коливанням тої ж частоти. За фазою вони відрізняються одна від одної. Як було розглянуто раніше, на омичному опорі сила струму і напруга співпадають по фазі, на ємності сила струму випереджає напругу на $\frac{\pi}{2}$, на індуктивності, навпаки, напруга випереджає силу струму на $\frac{\pi}{2}$.

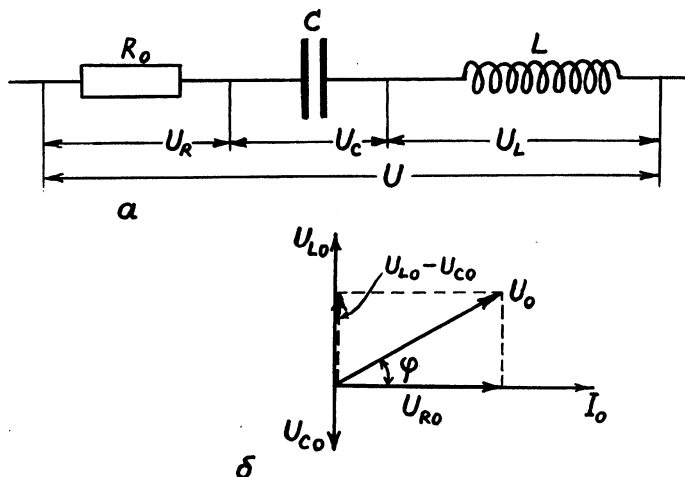


Рис. 81

Тому, щоб виконати операцію (4.51), скористаємось методом векторних діаграм. На рис. 81б по відношенню до амплітудного значення сили струму I_0 відкладені під відповідними кутами амплітудні значення напруг U_{R0} , U_{C0} , U_{L0} . Саме ці вектори і будемо складати. Спочатку зручно скласти вектори, які мають протилежні напрямки. Внаслідок цього отримаємо вектор $U_{L0} - U_{C0}$ (на рис. 81б він зображений пунктиром і спрямований в сторону більшого із векторів). Потім цей вектор складаємо з вектором U_{R0} і знайдемо вектор-амплітуду U_0 для сумарної напруги. За теоремою Піфагора,

$$U_0^2 = (U_{L0} - U_{C0})^2 + U_{R0}^2. \quad (4.52)$$

Врахуємо, що $U_{R0} = I_0 R_0$, $U_{L0} = I_0 \omega L$, $U_{C0} = I_0 \frac{1}{\omega C}$. Після підстановки цих значень в (4.52) і видобутку кореня, отримаємо:

$$U_0 = I_0 \sqrt{R_0^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}. \quad (4.53)$$

Звідси легко записати закон Ома для амплітудних значень змінного струму

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R_0^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}. \quad (4.54)$$

Якщо ліву і праву частини (4.54) розділити на $\sqrt{2}$, то отримаємо закон Ома для *ефективних* значень сили струму і напруги, визначення яких буде розглянуто в наступному параграфі.

Величина

$$R = \sqrt{R_0^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \quad (4.55)$$

являє собою *повний опір* у колі змінного струму, де є активний R_0 і реактивні ωL і $\frac{1}{\omega C}$ опори. Повний опір (4.55) отримав назву в літературі — *імпеданс*.

Як видно, повний опір не є арифметичною сумою опорів R_0 , R_C і R_L . Більш того, може трапитись таке, що при збільшенні одного із реактивних опорів повний опір буде зменшуватись.

Із рис.81б видно, що між силою струму I_0 і напругою U_0 існує зсув по фазі φ , тангенс якого дорівнює

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{L0} - U_{C0}}{U_{R0}} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_0}. \quad (4.56)$$

Співвідношення (4.56) показує, що величина і напрямок зсуву по фазі між силою струму і напругою залежать від реактивних опорів. Якщо $R_L > R_C$, то напруга випереджає силу струму.

Якщо $R_L < R_C$, то напруга буде відставати від сили струму. Якщо ж $R_L = R_C$, то коливання напруги і сили струму відбуваються в одній і тій самій фазі. В останньому випадку, тобто при

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \quad (4.57)$$

в колі настає *електричний резонанс*, інакше кажучи, *резонанс напруги*, а сама формула (4.57) виражає умову електричного резонансу. Повний опір в цьому випадку буде найменшим і дорівнювати одному активному опору, а сила струму в колі буде найбільшою.

Із (4.57) знайдемо кругову частоту ω , при якій настає електричний резонанс:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ або } \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (4.58)$$

Ця частота називається *резонансною частотою*.

При резонансній напрузі сила струму в колі може досягати дуже великих значень, а напруга на реактивних опорах у багато разів може бути більшою від прикладеної напруги до всієї ділянки. Наприклад: промислова частота $\nu = 50$ Гц є резонансною для кола, в якому послідовно будуть з'єднані котушка $L = 1$ Гн і конденсатор $C = 10$ мкф. В цьому випадку $R_C \approx R_L = 315$ Ом.

Якщо $R_0 = 10$ Ом, а амплітуда прикладеної напруги $U = 315$ В, то амплітуда сили струму $I_0 = \frac{U}{R_0} = 31,5$ А. При такій силі

струму амплітуди напруги на конденсаторі і на котушці будуть дорівнювати $U_{L0} = U_{C0} = I_0 R_L = I_0 R_C = 31,5 \text{ А} \cdot 315 \text{ Ом} = 10000 \text{ В}$.

Легко зрозуміти, що закон Ома (4.54) разом з тим є законом Ома для повного кола, яке складається із послідовно з'єднаних омичного опору, ємності, індуктивності і джерела змінного струму, е. р. с. якого дорівнює $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin(\omega t + \varphi)$. При цьому $U = \mathcal{E}$ і в формулі (4.54) слід замінити U_0 на амплітуду $\mathcal{E}_0$.

4.7. ЕНЕРГІЯ І ПОТУЖНІСТЬ ЗМІННОГО СТРУМУ

Розглянемо питання про перетворення енергії в колі змінного струму, зображеному на рис. 82.

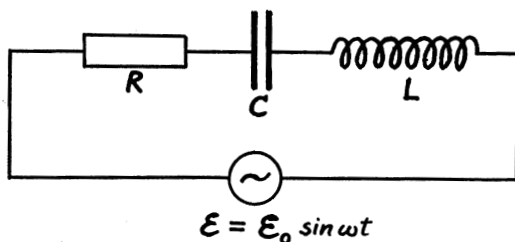


Рис. 82

За досить малий проміжок часу dt робота dA сторонніх сил джерела витрачається на виділення тепла dQ в активному опорі, а також на зростання енергії електричного поля конденсатора dW_e і магнітного поля котушки dW_m . За законом збереження енергії,

$$dA = dQ + dW_e + dW_m. \quad (4.59)$$

Поділимо обидві частини на dt , отримаємо:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{dW_e}{dt} + \frac{dW_m}{dt}. \quad (4.60)$$

Робота за одиницю часу $\frac{dA}{dt}$ є потужність $N_{дж}$ джерела струму. Вираз $\frac{dQ}{dt}$ характеризує: швидкість виділення тепла на активному опорі, $\frac{dW_e}{dt}$ — швидкість зміни енергії електричного поля, $\frac{dW_m}{dt}$ — швидкість зміни енергії магнітного поля. Швидкості $\frac{dQ}{dt}$, $\frac{dW_e}{dt}$, $\frac{dW_m}{dt}$ фактично є потужностями N_R , N_C і N_L .

на відповідних ділянках кола. Розглянемо кожну з цих потужностей окремо. При цьому скористаємось формулами (2.12), (2.16), (2.24), (1.73), (4.12), (1.80), (4.23).

Потужність джерела струму:

$$N_{\text{дж}} = \frac{dA}{dt} = \frac{\mathcal{E}dq}{dt} = I\mathcal{E}. \quad (4.61)$$

Потужність на активному опорі:

$$N_R = \frac{dQ}{dt} = \frac{IU_R dt}{dt} = IU_R. \quad (4.62)$$

Потужність на конденсаторі:

$$\begin{aligned} N_C &= \frac{dW_e}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{CU_C^2}{2} \right) = \frac{C}{2} 2U_C \frac{dU_C}{dt} = \\ &= CU_C \frac{d\left(\frac{q}{C}\right)}{dt} = U_C \frac{dq}{dt} = IU_C. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Потужність на котушці:

$$N_L = \frac{dW_L}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{LI^2}{2} \right) = \frac{L}{2} 2I \frac{dI}{dt} = I \left(L \frac{dI}{dt} \right) = IU_L. \quad (4.64)$$

Таким чином, закон збереження енергії (4.59) приймає вигляд:

$$I\mathcal{E} = IU_R + IU_C + IU_L. \quad (4.65)$$

Якщо сила струму змінюється за законом $I = I_0 \sin \omega t$, а U_R , U_C і U_L змінюються за законами (4.35), (4.37), (4.41), (4.48), то для потужностей N_R , N_C і N_L знаходимо:

$$\begin{aligned} N_R &= IU_R = I_0 \sin \omega t \cdot U_{R0} \sin \omega t = I_0 U_{R0} \sin^2 \omega t, \\ N_C &= IU_C = I_0 \sin \omega t \cdot U_{C0} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{I_0 U_{C0}}{2} \sin (2\omega t - \pi), \\ N_L &= IU_L = I_0 \sin \omega t \cdot U_{L0} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{I_0 U_{L0}}{2} \sin 2\omega t. \end{aligned} \quad (4.66)$$

При цьому ми скористались тригонометричною формулою $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$ і формулою приведення косинуса до синуса. Графіки формул для потужностей представлені на рис. 83.

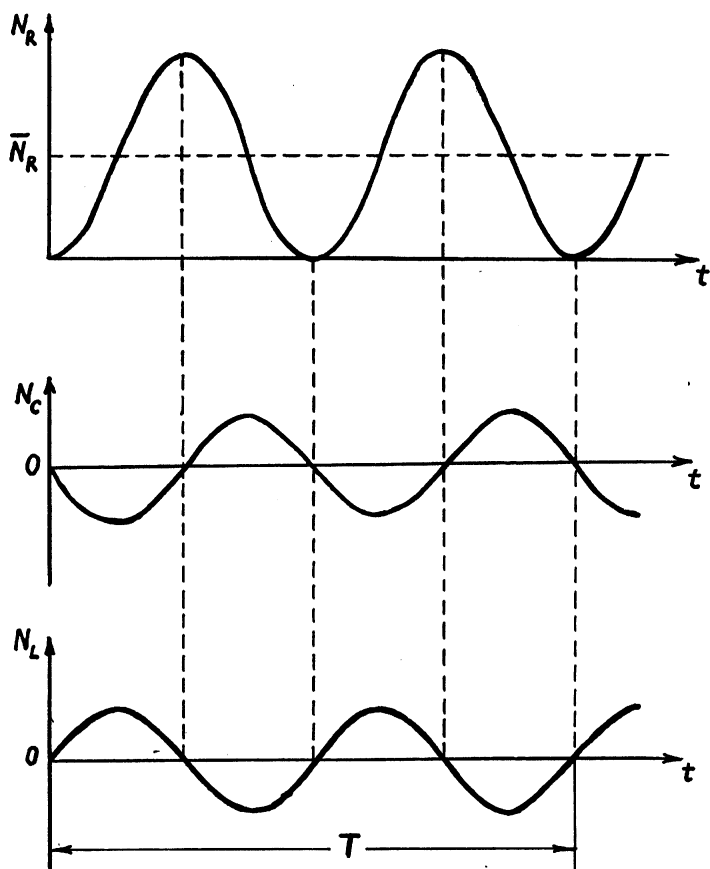


Рис. 83

Знайдемо зміну енергії електричного і магнітного полів за період T .

Із формули $N = \frac{dW}{dt}$ зміна енергії $dW = Ndt$. За період T зміна енергії визначається інтегралом $\Delta W = \int_0^T Ndt$. Тоді з врахуванням формул (4.66):

$$\begin{aligned}\Delta W_e &= \int_0^T N_C dt = \frac{I_0 U_{C0}}{2} \int_0^T \sin(2\omega t - \pi) dt = 0, \\ \Delta W_m &= \int_0^T N_L dt = \frac{I_0 U_{L0}}{2} \int_0^T \sin \omega t dt = 0.\end{aligned}\quad (4.67)$$

Із формул (4.67) видно, що зміна енергії електричного і магнітного полів за період T , а разом з ними і середні потужності,

які визначаються за формулою $\bar{N} = \frac{\int_0^T Ndt}{T}$, дорівнюють нулю $\bar{N}_C = \bar{N}_L = 0$. Скільки енергії забирає конденсатор з кола в ті долі періоду, коли він заряджається, і електричне поле зростає $N_C > 0$, стільки ж енергії повертає конденсатор в коло в ті долі періоду, коли він розряджається, і електричне поле зменшується $N_C < 0$. Аналогічно для енергії магнітного поля котушки. Тобто на ділянках кола з ємністю і індуктивністю енергія не накопичується і не виділяється із кола.

По-іншому веде себе енергія на активному опорі R . Так само, як і в (4.67), знайдемо кількість теплоти ΔQ , що виділяється на опорі R за період T , а також середню потужність $\bar{N}_R$.

$$\Delta Q = \int_0^T N_R dt = I_0 U_{R0} \int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{I_0 U_{R0} T}{2}. \quad (4.68)$$

$$\bar{N}_R = \frac{\int_0^T N_R dt}{T} = \frac{I_0 U_{R0}}{2}. \quad (4.69)$$

Радимо читачам самим визначити інтеграли від тригонометричних функцій у формулах (4.67) і (4.68).

Скориставшись законом Ома (4.36), запишемо середню потужність на активному опорі таким чином:

$$\bar{N}_R = \frac{I_0 U_{R0}}{2} = \frac{I_0^2 R}{2} = \frac{U_{R0}^2}{2R}. \quad (4.70)$$

Згідно з другим виразом за період виділяється теплота: $\Delta Q = \frac{I_0^2 R}{2} T$, відповідно, за час t :

$$\Delta Q = \frac{I_0^2 R}{2} t. \quad (4.71)$$

Порівнюючи ці формули із формулами закону Джоуля — Ленца для постійного струму (2.24), бачимо, що вони будуть схожі, якщо замінити $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ на I_{ef} . Тоді при протіканні змінного струму на активному опорі R за період T буде виділятись така сама кількість теплоти, що і при протіканні постійного струму величиною $\frac{I_0}{\sqrt{2}}$, де I_0 — амплітудне значення змінного струму.

Цю величину називають *ефективним*, або діючим значенням сили змінного струму.

Таким чином,

$$I_{\text{ef}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}. \quad (4.72)$$

Тобто *ефективне значення змінного струму чисельно дорівнює такому значенню постійного струму, при протіканні якого через активний опір буде виділятись така сама кількість теплоти, як і при змінному струмі.*

Аналогічним чином вводяться ефективні значення для напруги і електрорушійної сили:

$$U_{\text{ef}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad \mathcal{E}_{\text{ef}} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{2}}. \quad (4.73)$$

Всі електровимірювальні прилади змінного струму, як то амперметри, вольтметри, показують ефективні значення змін-

ного струму і напруги. Стандартна напруга 220В є саме ефективною напругою, амплітудне значення напруги дорівнює $220 \cdot \sqrt{2} = 310$ В. Запишемо формули (4.70) для потужності через ефективні значення сили струму і напруги:

$$N_R = I_{ef} \cdot U_{ef} = I_{ef}^2 R = \frac{U_{ef}^2}{R}. \quad (4.74)$$

Порівнюючи формули (2.23) для потужності постійного струму з аналогічними формулами потужності для змінного струму (4.74), бачимо, що вони схожі, якщо замінити відповідні характеристики постійного струму на ефективні характеристики при змінному струмі.

Якщо в колі буде реактивний опір, то між силою струму і напругою на всій ділянці кола, як це видно із векторної діаграми на рис. 81б, існує зсув по фазі φ . Із того ж рисунка видно, що між напругою на активному опорі U_{R0} і напругою на всій ділянці кола U_0 існує такий зв'язок:

$$U_{R0} = U_0 \cos \varphi. \quad (4.75)$$

Підставимо це значення в перший вираз формули (4.70) і тоді отримаємо (для середньої потужності в колі, де є реактивний опір, і між силою струму і напругою існує зсув по фазі) формулу:

$$N = \frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi. \quad (4.76)$$

Враховуючи формули (4.72) і (4.73) для середньої потужності в колі змінного струму з реактивним опором, запишемо вираз

$$N = I_{ef} \cdot U_{ef} \cos \varphi. \quad (4.77)$$

Множник $\cos \varphi$ називають *коефіцієнтом потужності* електричного кола. Із (4.77) видно, що потужність буде максимальною, коли $\cos \varphi = 1$. А це буде тоді, коли зсув по фазі між струмом і напругою дорівнює нулю ($\varphi = 0$), тобто при електричному резонансі (див. 4.57). В цьому випадку потужність, що виділяється в колі, максимальна і дорівнює $N = I_{ef} \cdot U_{ef}$.

Таким чином, для збільшення потужності, яку віддає в коло змінний струм, необхідно домагатися якомога більшого значення коефіцієнта потужності шляхом включення в коло таких індуктивних і ємнісних навантажень, які б відповідали умові електричного резонансу.

Збільшення коефіцієнта потужності електричних мереж є однією із найважливіших народногосподарських задач в області електроенергетики.

4.8. ЗМІННИЙ СТРУМ В БІОЛОГІЧНИХ СИСТЕМАХ

Тканини організму проводять не лише постійний струм, але і змінний. В організмах немає таких систем, які можуть бути подібними до котушки, тому індуктивність організму близька до нуля. Біологічні мембрани і, відповідно, весь організм має ємнісні властивості. У зв'язку з цим імпеданс тканин організму визначається для змінного струму лише омичним і ємнісним опорами:

$$z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (4.78)$$

Наявність в біологічних системах ємнісних елементів підтверджується тим, що в них сила струму випереджає по фазі прикладену напругу. Наведемо декілька значень кута зсуву фаз на частоті 1 кГц для різних біологічних об'єктів:

шкіра людини — $\varphi = 55^\circ$,

нерв жаби — $\varphi = 64^\circ$,

м'язи кроля — $\varphi = 65^\circ$.

Омичні і ємнісні властивості біологічних тканин можна моделювати, користуючись еквівалентними електричними схемами. Розглянемо деякі з них.

Для схеми, зображеної на рис. 84а, залежність опору від частоти можна отримати із (4.78). Із графіка видно, коли $\omega \rightarrow \infty$ і імпеданс $z \rightarrow R$, тобто до омичного опору, оскільки

$R_c = \frac{1}{\omega C}$ прямує до нуля. Якщо ж $\omega \rightarrow 0$, то імпеданс прямує до нескінченності, а це суперечить дослідам, оскільки $\omega \rightarrow 0$ означає, що змінний струм переходить в постійний, а організми по відношенню до постійного струму мають певний опір.

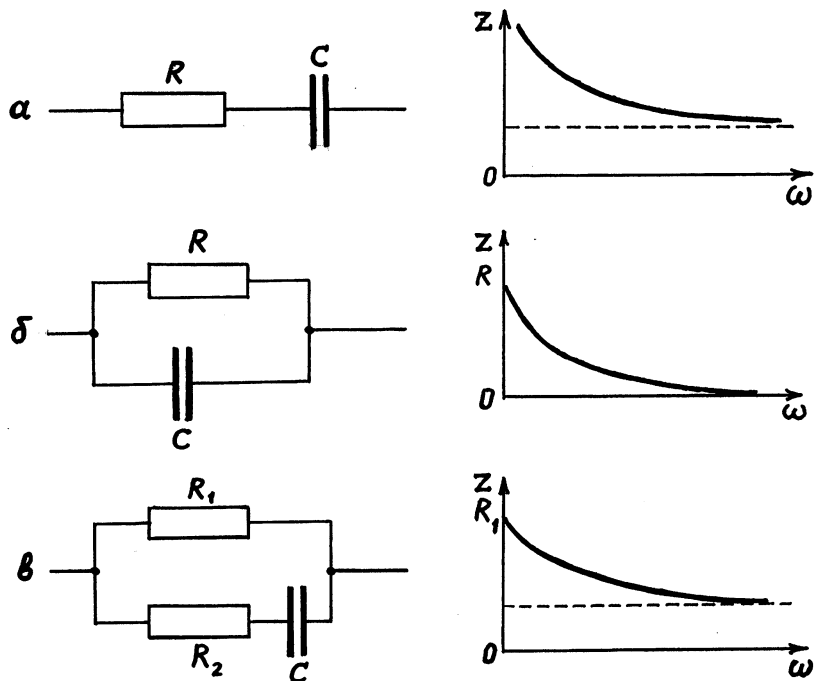


Рис. 84

Еквівалентна схема рис. 84б також суперечить дослідам. Якщо $\omega \rightarrow \infty$, тоді $z \rightarrow 0$. Насправді ж, при великих частотах біологічні тканини все ж таки мають опір.

Найбільш вдала еквівалентна схема, яка об'єднує перші дві моделі, представлена на рис. 84в. При $\omega \rightarrow \infty$, $R_c \rightarrow 0$, а опір схеми можна знайти за правилом паралельного з'єднання омичних опорів $R = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)}$.

Частотна залежність імпедансу дозволяє оцінити життєздатність тканин організму, що дуже важливо знати для пересадки (трансплантації) тканин і органів. На рис. 85 представлена залежність імпедансу від логарифма частоти. Крива 1 — для здорової нормальної тканини, крива 2 — для мертвої, вбитої шляхом кип'ятіння у воді. В мертвій тканині зруйновані мембрани, тобто «живі конденсатори», і тканина має лише омичний опір. Різниця в частотних залежностях імпедансу має місце у випадку здорової і хворої тканин.

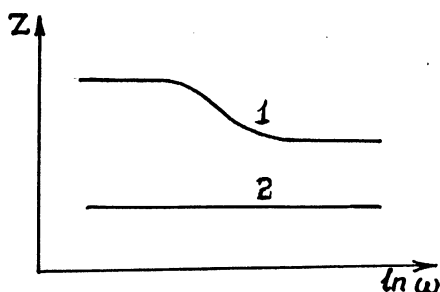


Рис. 85

Імпеданс тканин і органів залежить також і від фізіологічного стану. Так, при кровонаповненні судин імпеданс змінюється в залежності від стану серцево-судинної діяльності.

Діагностичний метод, заснований на реєстрації змін імпедансу тканин у процесі серцевої діяльності, називають *реографією*. За допомогою цього метода отримують реограми головного мозку (реоенцефалограма), серця (реокардіограма), магістральних судин, легенів, печінки. Вимірювання проводяться зазвичай на частоті 30 кГц.

4.9. КОЛИВАЛЬНИЙ КОНТУР. ВІЛЬНІ, ЗАТУХАЮЧІ ТА ВИМУШЕНІ ЕЛЕКТРИЧНІ КОЛИВАННЯ

Розгляньте в попередньому параграфі електричне коло, що складається з омичного опору, ємності та індуктивності, також являє собою типову електричну коливальну систему. За допомогою такої коливальної системи, яку називають *коливальним контуром*, можна отримати електричні коливання найрізноманітніших частот. Коливальний контур є основним і дуже важливим елементом багатьох електро- та радіотехнічних пристроїв. Тому для нас важливо буде розглянути ті фізичні явища, які відбуваються у коливальному контурі. Почнемо з ідеального найпростішого випадку.

Вільні коливання в контурі без активного опору.

Коливальний контур складається із котушки індуктивністю L і конденсатора ємності C . Опором проводів, що з'єднують ці два елементи, знехтуємо. Розглянемо представлені на рис. 86 послідовно стадії коливального процесу.

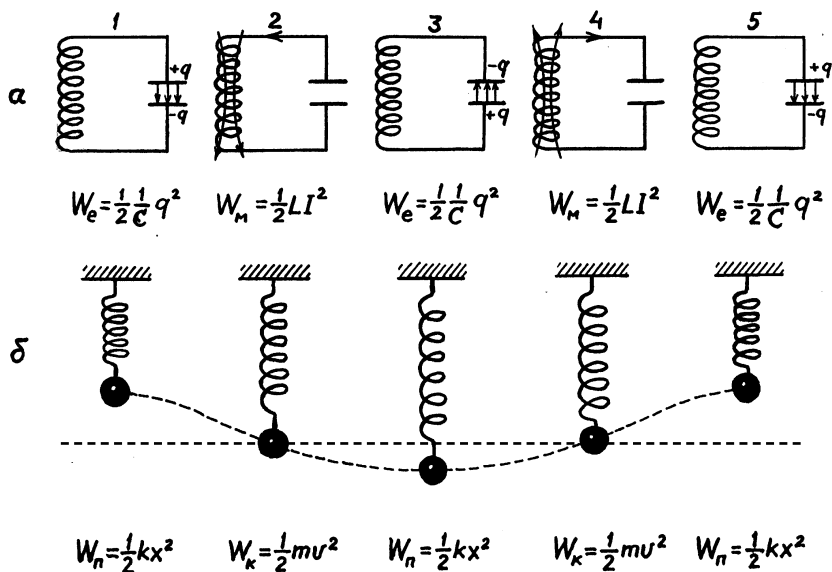


Рис. 86

Приєднаємо до конденсатора, який тимчасово відключимо від котушки, джерело напруги. Конденсатор зарядиться, на його пластинах з'являться заряди $+q$ і $-q$. Між пластинами виникає електричне поле, енергія якого, згідно з (1.72), дорівнює

$$W_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \text{ (стадія 1).}$$

Якщо джерело відключити і замкнути конденсатор на котушку, то він почне розряджатись, і в контурі підеш струм. Струм проходить через котушку і створює в ній магнітне

поле, що має енергію, яка, згідно з (4.23), дорівнює $W_m = \frac{1}{2} LI^2$.

Таким чином, енергія електричного поля конденсатора переходить в енергію магнітного поля котушки (стадія 2). Оскільки активний опір контуру дорівнює нулю, повна енергія, що складається з енергії електричного і магнітного полів, не витрачається на нагрівання проводів і буде залишатись сталою величиною. Взагалі кажучи, у даному випадку слід знехтувати також енергією на випромінювання електромагнітних хвиль, про що ми дізнаємось пізніше. В ідеальному випадку, якщо випромінювання немає, в той час, коли напруга на конденсаторі, а, відповідно, і енергія електричного поля, будуть дорівнювати нулю, струм в котушці, а відповідно, і енергія магнітного поля, досягають максимального значення. Починаючи з цього моменту, струм не зупиняється, а тече за рахунок е. р. с. самоіндукції. З часом він буде зменшуватись, а коли заряди на пластинах будуть максимальні, сила струму буде дорівнювати нулю (стадія 3). Енергія магнітного поля котушки перейде в енергію електричного поля конденсатора і буде максимальною. Потім ті самі процеси проходять в зворотному напрямку (стадії 4 і 5), після чого система повертається до початкового стану (стадія 5), і весь цикл повторюється знову і знову. В ході процесу періодично змінюються, тобто коливаються: заряд на пластинах конденсатора, напруга на конденсаторі, сила струму, що проходить через котушку. Коливання супроводжуються взаємним перетворенням енергії електричного і магнітного полів.

На рис. 86б приводиться аналогія, а саме — коливання пружинного маятника. Надання зарядів пластинам конденсатора

відповідає стисканню пружини маятника від положення рівноваги на величину x . При цьому маятник отримує потенціальну енергію $W_n = \frac{kx^2}{2}$. Стадія 2 відповідає проходженню кульки маятника через положення рівноваги. Потенціальна енергія маятника переходить в кінетичну енергію $W_k = \frac{mv^2}{2}$. Потім кінетична енергія знову переходить в потенціальну, розтягуючи пружину, стадія 3. Після цього процес повторюється в зворотному напрямку.

Із співвідношення електричних (а) і механічних (б) коливань бачимо такі аналогії:

енергія електричного поля $W_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ — потенціальна енергія $W_n = \frac{1}{2} kx^2$;

енергія магнітного поля $W_m = \frac{LI^2}{2}$ — кінетична енергія $W_k = \frac{mv^2}{2}$;

індуктивність L — маса m ;

величина, обернена ємності $\frac{1}{C}$ — коефіцієнт пружності k ;

заряд q — зміщення x ;

сила струму I — швидкість v .

Аналогії розповсюджуються також і на математичні рівняння, що описують як електричні, так і механічні коливання (розглянуті у частині 1). Дійсно, за другим правилом Кірхгофа (2.34), сума спадів напруги в будь-якому замкнутому контурі дорівнює сумі діючих в цьому контурі е. р. с. В нашому випадку $R = 0$, і тому залишається лише спад напруги на пластинах конденсатора $U_c = \frac{q}{C}$, а е. р. с. буде самоіндукція $\mathcal{E}_{ind} = -L \frac{dI}{dt}$. Тому рівняння Кірхгофа для контуру буде мати вигляд:

$$\mathcal{E}_{ind} = U_c. \quad (4.79)$$

Після підстановки відповідних значень, отримаємо

$$-L \frac{dI}{dt} = \frac{q}{C}. \quad (4.80)$$

Врахуємо, що $I = \frac{dq}{dt}$, а також розділимо ліву і праву частини (4.80) на $-L$, тоді (4.80) має вигляд:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\frac{1}{LC} q. \quad (4.81)$$

Введемо таке позначення:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}. \quad (4.82)$$

І рівняння (4.81) запишемо так:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} = -\omega_0^2 q. \quad (4.83)$$

Отримали відносно q диференціальне рівняння другого порядку. Воно аналогічне рівнянню коливань пружинного маятника (частина 1) (6.3). Як відомо, розв'язком цього рівняння є гармонічна функція. В даному випадку вона має вигляд:

$$q = q_0 \sin(\omega_0 t + \varphi), \quad (4.84)$$

де q_0 — амплітуда заряду, ω_0 — частота коливань, φ — початкова фаза.

Таким чином, заряд на пластинах конденсатора змінюється за законом синуса з частотою ω_0 , яка визначається виразом (4.82), а саме:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.85)$$

Ця частота називається *власною частотою контуру*. Для періоду коливань $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ після підстановки значення ω_0 із (4.85) отримаємо так звану *формулу Томсона*:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (4.86)$$

Як видно із формули (4.85), частота коливань залежить від параметрів контуру, а саме — індуктивності котушки L і ємності конденсатора C . Змінюючи ці параметри, можна змінювати частоту коливань.

Напруга на конденсаторі також змінюється за законом синуса. Якщо замість q підставити його значення із (4.84) у формулу $U = \frac{q}{C}$, то отримаємо:

$$U = \frac{q_0}{C} \sin(\omega_0 t + \varphi) = U_0 \sin(\omega_0 t + \varphi). \quad (4.87)$$

Тут $U_0 = \frac{q_0}{C}$ — є амплітуда напруги.

Силу струму, що проходить по котушці, знайдемо із визначення $I = \frac{dq}{dt}$. Продиференціюємо вираз (4.84) за часом і знайдемо

$$I = \omega_0 q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) = I_0 \sin\left(\omega_0 t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.88)$$

Тут $\omega_0 q_0 = I_0$ є амплітуда сили струму. Із (4.88) видно, що сила струму змінюється за законом синуса, з тією ж частотою ω_0 , а за фазою випереджає напругу на конденсаторі на $\frac{\pi}{2}$.

Порівнюючи формули (4.84), (4.87), (4.88), бачимо, що в момент, коли сила струму досягає найбільшого значення, заряд і напруга на конденсаторі дорівнюють нулю, і навпаки. Ці ж співвідношення ми отримали раніше, виходячи із енергетичних уявлень.

Зв'язок між амплітудними значеннями напруги і сили струму знайдемо із (4.87) і (4.88), а саме $U_0 = \frac{q_0}{C}$, $\omega_0 q_0 = I_0$, тоді $U_0 = \frac{I_0}{\omega_0 C}$. Врахуємо (4.85) і отримаємо:

$$U_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} I_0. \quad (4.89)$$

Цю формулу можна отримати із енергетичних міркувань. Найбільше значення енергії електричного поля $\frac{1}{2}CU_0^2$ повинно дорівнювати найбільшому значенню енергії магнітного поля $\frac{LI_0^2}{2}$.

Затухаючі коливання.

Розглянемо контур, що складається із котушки, конденсатора і омичного опору (рис. 87).

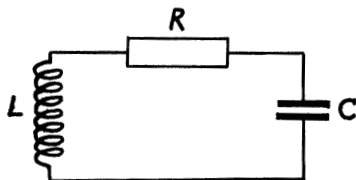


Рис. 87

Згідно з другим правилом Кірхгофа, для такого замкнутого контуру маємо:

$$IR + U_C = \mathcal{E}_{\text{ind}}. \quad (4.90)$$

Виразимо спад напруги, силу струму і е. р. с. через заряд так, як це було раніше для вільних коливань, і отримаємо друге правило у вигляді:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (4.91)$$

Розділимо на L і введемо позначення $\frac{R}{L} = 2\beta$ і $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$, тоді рівняння (4.91) запишемо так:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (4.92)$$

Тут ω_0 — власна частота контуру, а β — коефіцієнт затухання.

Отримане рівняння є також диференціальним однорідним рівнянням другого порядку і, як це можна показати, при умові $\beta^2 < \omega_0^2$ його розв'язком є

$$q = q_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \alpha), \quad (4.93)$$

де $q_0 e^{-\beta t}$ — амплітуда коливань, а $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ — частота коливань.

Як видно із (4.93), амплітуда коливань заряду на конденсаторі залежить від часу, а саме, вона зменшується з часом по експоненціальному закону. Тобто коливання з часом будуть затухати (рис. 88).

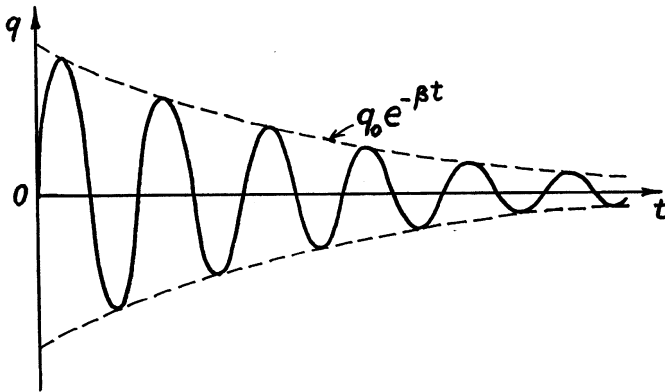


Рис. 88

Швидкість затухання залежить від коефіцієнта затухання $\beta = \frac{R}{2L}$. Тобто чим більший опір R , тим більший коефіцієнт затухання і тим швидше вони будуть затухати. З фізичної точки зору це зрозуміло і пояснюється тим, що електрична енергія на активному опорі переходить в теплову, внаслідок чого електричні коливання затухають.

Якщо у формулу для частоти затухаючих коливань підставити значення ω_0^2 і β^2 , то отримаємо:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (4.94)$$

Із цієї формули видно, що частота затухаючих коливань менше власної частоти. При $R = 0$ вираз (4.94) переходить в (4.85).

Можна показати, що напруга на конденсаторі і сила струму затухаючих коливань також змінюються за законом, аналогічним (4.93), і їх графіки схожі на залежність $q(t)$, зображену на рис. 88.

Затухання коливань прийнято характеризувати логарифмічним *декрементом затухання*:

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T. \quad (4.95)$$

Тут $a(t)$ — амплітуда відповідної величини (q , U , I) в момент часу t , а $a(t+T)$ — амплітуда через період від $a(t)$. Читачам рекомендовано самим показати, що

$$\lambda = \beta T = \frac{1}{N_e}. \quad (4.96)$$

Тут N_e — число коливань, які завершуються за час, на протязі якого амплітуда зменшується в e разів. Підставимо в (4.96) значення для β і замінімо $T = \frac{2\pi}{\omega}$, тоді отримаємо для λ такий вираз:

$$\lambda = \frac{R}{2L} \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\pi R}{L\omega}. \quad (4.97)$$

Частота ω і λ відповідно визначаються параметрами контуру L , C , R . Тобто λ є характеристика контуру. Якщо затухання невелике, тобто $\beta^2 \ll \omega_0^2$, то поклавши в (4.97) $\omega \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, маємо:

$$\lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (4.98)$$

Крім логарифмічного декременту коливальний контур часто характеризують *добротністю*, яка визначається як величина, обернено пропорційна λ :

$$\theta = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e. \quad (4.99)$$

У випадку слабого затухання добротність контуру дорівнює

$$\theta = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (4.100)$$

Вимушені електричні коливання.

Вільні коливання в контурі завжди будуть затухати через наявність активного опору, на якому електрична енергія буде переходити в теплову. Для того щоб вони не затухали, на контур необхідно подіяти періодичною зовнішньою дією, наприклад, включити послідовно з елементами контуру джерело змінного струму, або те ж саме — розірвати контур, і на утворені контакти подати змінну напругу (рис. 89):

$$U = U_0 \cos \omega t, \quad (4.101)$$

тут U_0 — амплітуда напруги зовнішнього джерела, а ω — частота зовнішнього джерела.

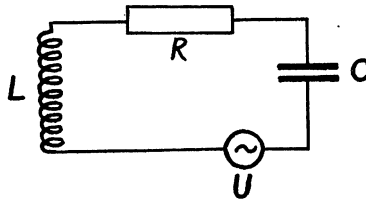


Рис. 89

Ця схема являє собою коло змінного струму, поведінку якого ми вже раніше вивчали методом векторних діаграм. Тепер ми розглянемо це коло з точки зору вимушених коливань.

Друге правило Кірхгофа в даному випадку запишемо так:

$$IR + U_C = \mathcal{E}_{ind} + U_0 \cos \omega t. \quad (4.102)$$

Після підстановки відповідних значень, а саме $I = \frac{dq}{dt}$, $U_C = \frac{q}{C}$, $\mathcal{E}_{ind} = -L \frac{dI}{dt}$, формула (4.102) приймає вигляд:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = U_0 \cos \omega t. \quad (4.103)$$

Поділимо ліву і праву частини рівняння на L і введемо такі самі позначення, як і в затухаючих коливаннях, а саме $\frac{R}{L} = 2\beta$ і $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$, де β — коефіцієнт затухання, а ω_0 — власна частота контуру. Тоді рівняння буде таким:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\beta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{U_0}{L} \cos \omega t. \quad (4.104)$$

Це — диференціальне неоднорідне рівняння другого порядку. Воно аналогічне такому ж рівнянню вимушених механічних коливань (частина 1, 6.22). Частинний розв'язок цього диференціального рівняння має вигляд:

$$q = q_0 \cos(\omega t - \psi), \quad (4.105)$$

$$\text{де } q_0 = \frac{U_0/L}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}; \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{2\beta \omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Підстановка значень ω_0^2 і β дає:

$$q_0 = \frac{U_0}{\omega \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}; \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}. \quad (4.106)$$

Загальний розв'язок (4.104) отримаємо, якщо до частинного розв'язку (4.105) додамо загальний розв'язок відповідного однорідного рівняння (4.93). Але, оскільки розв'язок (4.93) має експонентний множник $e^{-\beta t}$, то через деякий час він буде дуже малим, і ним можна знехтувати. Таким чином, вимушені коливання описуються формулою (4.105).

Із (4.105) видно, що заряд на конденсаторі з часом змінюється за законом косинуса з частотою зовнішнього джерела змінного струму. Амплітуда цього коливального процесу залежить від частоти зовнішнього джерела ω , а також від параметрів контуру R, L, C . Зсув по фазі ψ також залежить від частоти і параметрів контуру.

Здиференціюємо вираз (4.105) по t і знайдемо силу струму в контурі:

$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_0 \sin(\omega t - \psi) = I_0 \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.107)$$

Тут $I_0 = \omega q_0$. Запишемо (4.107) у вигляді

$$I = I_0 \cos(\omega t - \varphi), \quad (4.108)$$

де $\varphi = \psi - \frac{\pi}{2}$ є зсув по фазі між силою струму і прикладеною зовнішньою напругою (4.101). Амплітудне значення сили струму дорівнює:

$$I_0 = \omega q_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (4.109)$$

Напруга на активному опорі дорівнює

$$U_R = RI_0 \cos(\omega t - \varphi). \quad (4.110)$$

Напругу на конденсаторі отримаємо, якщо поділимо (4.105) на ємність C :

$$U_C = \frac{q_0}{C} \cos(\omega t - \psi) = U_{C0} \cos\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right). \quad (4.111)$$

$$\text{Тут } U_{C0} = \frac{q_0}{C} = \frac{U_0}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{I_0}{\omega C}.$$

Помножимо похідну $\frac{dI}{dt}$ функції (4.108) на L , отримаємо напругу на котушці:

$$U_L = L \frac{dI}{dt} = -\omega LI_0 \sin(\omega t - \varphi) = U_{L0} \cos\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (4.112)$$

тут $U_{L0} = \omega LI_0$.

Порівнюючи формули (4.108), (4.110), (4.111) і (4.112), бачимо, що напруга на ємності відстає від сили струму на $\frac{\pi}{2}$, а напруга на індуктивності випереджає силу струму на $\frac{\pi}{2}$.

Напруга на активному опорі змінюється в однаковій фазі зі струмом. Такі самі висновки ми зробили в параграфі 4.6 за допомогою векторної діаграми, розглядаючи коло змінного струму.

Якщо побудувати залежність амплітуди заряду q_0 на конденсаторі (4.106), або, те ж саме, напруги на конденсаторі U_{C0} (4.111) від частоти, то отримаємо для різних коефіцієнтів затухання такі графіки (рис. 90а).

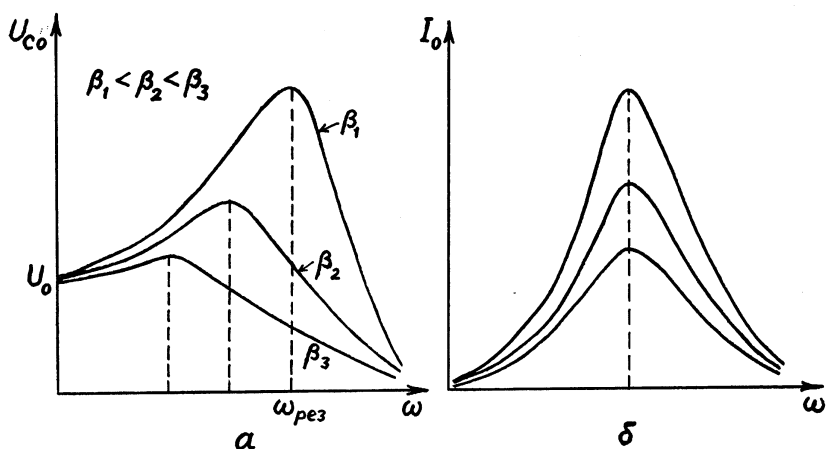


Рис. 90

Як видно із рисунка 90а, при певній частоті амплітуда напруги досягає максимального значення. Цю частоту називають *резонансною частотою*. Щоб визначити її, потрібно дослідити функції $U_{C0}(\omega)$ або $q_0(\omega)$ на екстремум, тоді отримаємо:

$$\omega_{\text{рез}} = \omega_{U_{\text{рез}}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R}{2L^2}} \leq \omega_0. \quad (4.113)$$

Як видно, амплітудні залежності для U_C схожі на амплітудні залежності для механічних коливань (частина 1, рис. 55). При $\omega \rightarrow 0$ вони сходяться в одній точці $U_{C0} = U_0$ — напруга, що виникає на конденсаторі при підключенні до нього джерела постійного струму. Максимум буде тим гострішим, чим менший

коефіцієнт затухання $\beta = \frac{R}{2L}$. Із збільшенням коефіцієнта затухання резонансна частота зменшується.

Резонансні криві для сили струму зображені на рис. 90б. Амплітуда сили струму має максимальне значення при $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ (див. 4.109). Звідси виходить, що резонансна частота для сили струму співпадає з власною частотою контуру

$$\omega_{I_{рез}} = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.114)$$

Коли $\omega \rightarrow 0$, I_0 також дорівнює нулю. При сталій напрузі струм в колі з конденсатором йти не може.

При малому затуханні, коли $\beta^2 \ll \omega_0^2$, резонансну частоту для напруги можна вважати рівною ω_0 . Відповідно, $\omega_{рез} \cdot L - \frac{1}{\omega_{рез} \cdot C} \approx 0$. Згідно з (4.111), відношення амплітуди напруги на конденсаторі при резонансі до амплітуди зовнішньої напруги U_0 буде дорівнювати

$$\frac{U_{C0_{рез}}}{U_0} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\sqrt{LC}}{CR} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \theta. \quad (4.115)$$

Тут θ — добротність контуру, вона показує, в скільки разів напруга на конденсаторі може бути більшою від прикладеної напруги.

Явище резонансу використовують в радіотехніці для виділення із складної напруги необхідної складової. Якщо до контура прикласти декілька напруг з різними частотами, то, налаштувавши контур на одну із частот за допомогою L і C , можна отримати на конденсаторі напругу, в θ разів більшу, ніж прикладені напруги. Такий процес використовують при настройці радіоприймачів та інших пристроїв на необхідну частоту.

4.10. ЕЛЕКТРОМАГНІТНЕ ПОЛЕ. РІВНЯННЯ МАКСВЕЛЛА

В попередніх розділах ми познайомились з двома полями: електростатичним, яке створюють нерухомі заряди, і постійним магнітним полем, яке створюється постійним струмом, або зарядами, що рівномірно рухаються. Виникає питання, яке буде поле в загальному випадку для будь-якої системи зарядів, що довільно рухаються? Які властивості цього поля? Якими рівняннями воно описується?

На перший погляд можна було б припустити, що рівняння електростатичного і постійного магнітного полів залишаються справедливими для будь-якої системи зарядів, в будь-яких випадках. В кожен фіксований момент часу заряди займають певне положення і мають певні швидкості. Такі миттєві розподіли зарядів і струмів повинні створювати миттєві поля, які описуються вище розглянутими рівняннями. Ці рівняння залишаються справедливими і в загальному випадку, лише фізичні величини, що входять в них, повинні були б залежати від часу.

Але в дійсності маємо справу з зовсім іншим видом полів і іншими рівняннями, що його описують.

В загальному випадку рівняння поля виявляються складнішими і з іншим фізичним змістом, ніж рівняння постійних електричного і магнітного полів. Ці рівняння були встановлені Максвеллом і носять його ім'я.

Перше рівняння теорії Максвелла.

Розглянемо випадок електромагнітної індукції, а саме — досліди Фарадея, коли контур із дроту, в якому виникає індукційний струм, не рухається, і змінювання магнітного потоку зумовлено змінюванням магнітного поля. Що ж змушує електрони рухатись по провіднику?

Виникнення індукційного струму свідчить про те, що змінювання магнітного поля спричиняє в контурі появу сторонніх сил, що діють на носії струму. Ці сторонні сили не пов'язані ні з хімічними, ні з тепловими процесами у дроті. Вони також не можуть бути магнітними. Відомо, що магнітна сила Лоренца

діє лише на рухомі заряди. В даному випадку провідник і його вільні заряди (електрони) нерухомі. На нерухомі заряди може діяти лише електричне поле. Тобто виконують роботу сторонні електричні сили. Робота сторонніх електричних сил над зарядом q на ділянці кола дорівнює

$$A_{12} = \int_1^2 F^{cmop} dl = q \int_1^2 E_l^{cmop} dl. \quad (4.116)$$

Розділимо цю роботу на заряд q і отримаємо електрорушійну силу на даній ділянці

$$\mathcal{E}_{12} = \frac{A_{1,2}}{q} = \int_1^2 E_l^{cmop} dl. \quad (4.117)$$

Для всього замкнутого кола електрорушійну силу запишемо таким чином:

$$\mathcal{E} = \oint_L E_l^{cmop} dl. \quad (4.118)$$

Тобто електрорушійна сила в замкнутому колі дорівнює циркуляції вектора напруженості сторонніх сил. Оскільки електричне поле пов'язане або створене змінним магнітним полем, то напруженість цього поля позначимо E^B , і тоді е.р.с. буде мати вигляд:

$$\mathcal{E}_i = \oint E_l^B dl. \quad (4.119)$$

Із закону Фарадея відомо, що $\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}$. Врахуємо, що $\Phi = \int_S B_n dS$, і тоді для електрорушійної сили отримаємо:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L E_l^B dl = -\frac{d}{dt} \int_S B_n dS. \quad (4.120)$$

Інтеграл у правій частині рівняння беремо по довільній поверхні S , обмеженій контуром L .

Оскільки контур і поверхня нерухомі, операції диференціювання за часом і інтегрування по поверхні можна поміняти місцями, і тоді рівняння (4.120) має вигляд:

$$\oint_L E_l^B dl = - \int_S \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)_n dS, \text{ або } \oint_L \vec{E}^B d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad (4.121)$$

У зв'язку з тим, що магнітна індукція B залежить як від часу, так і від координат, під знаком інтеграла похідна взята як частинна за часом (інтеграл $\int \vec{B} d\vec{S}$ є функція лише від часу). Крім того, в (4.121) введено вектор $d\vec{S}$ (див. Вступ), модуль якого дорівнює величині елементарної площадки dS , а напрямок його співпадає з напрямком нормалі $\vec{n}$ до площадки $d\vec{S} = dS\vec{n}$. Фактично $d\vec{S}$ це не дійсний вектор, а лише псевдовектор.

Це і є перше рівняння Максвелла в інтегральній формі. Воно пов'язує напруженість електричного поля $\vec{E}^B$ із зміною з часом вектора магнітної індукції $\vec{B}$, і по суті відображає закон електромагнітної індукції. В лівій частині цього рівняння стоїть циркуляція вектора напруженості електричного поля, яке породжується змінним магнітним полем (права частина рівняння).

Максвелл передбачив, що змінне з часом магнітне поле зумовлює появу в просторі електричного поля напруженістю $\vec{E}^B$ незалежно від наявності в цьому просторі дротового контуру. Контур лише дозволяє виявити по індукційному струму наявність електричного поля. Тобто контур є лише індикатором, який фіксує це породжене електричне поле. Якби дротового контуру не було б, все одно електричне поле існувало б.

Розділимо ліву і праву частину першого рівняння Максвелла (4.121) на площу S і спрямуємо її до нуля. В граничному випадку в лівій частині отримаємо $\text{rot} \vec{E}^B$ (дивись Вступ), а в правій — $-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, і тоді (4.121) має вигляд:

$$\text{rot} \vec{E}^B = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (4.122)$$

Це є перше рівняння Максвелла в диференціальній формі. Через оператор «набла» його можна записати ще так:

$$[\vec{\nabla} \times \vec{E}^B] = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (4.123)$$

Ротор $\vec{E}^B$ в певній точці простору дорівнює взятій із знаком мінус похідній за часом від вектора $\vec{B}$ у цій же точці.

Таким чином, змінне з часом магнітне поле породжує електричне поле. Це електричне поле $\vec{E}^B$ суттєво відрізняється від електростатичного поля $\vec{E}^q$, що створюють нерухомі заряди. Електростатичне поле потенціальне, його лінії напруженості починаються і закінчуються на зарядах. Ротор вектора $\vec{E}^q$ в будь-якій точці поля дорівнює нулю (1.54). Згідно з (4.122), ротор вектора $\vec{E}^B$ відрізняється від нуля. Таким чином, поле $\vec{E}^B$, як і магнітне поле, є вихровим. Лінії напруженості поля $\vec{E}^B$ замкнуті.

Існування взаємозв'язку між електричним і магнітним полями служить причиною того, що роздільний розгляд електричних і магнітних явищ має відносний характер. Дійсно, електростатичне поле створюють нерухомі заряди в якійсь інерційній системі. Відносно іншої системи, яка рухається, ці нерухомі заряди вже будуть рухомими, і відповідно, створювати магнітне поле, яке змінюється і тим самим породжує електричне вихрове поле. Таким чином, поле, яке відносно деякої системи відліку буде електростатичним, або постійним магнітним, відносно інших систем відліку воно буде являти собою сукупність електричного і магнітного полів, які утворюють єдине електромагнітне поле.

Друге рівняння теорії Максвелла.

Аналізуючи явище електромагнітної індукції, Максвелл зумів побачити факт породження вихрового електричного поля змінним магнітним полем. Проте, на цьому Максвелл не зупинився. Він поставив питання: чи немає в природі симетрії? Якщо змінне магнітне поле породжує вихрове електричне, то чи не може змінне електричне поле породжувати магнітне поле? Максвелл припустив, що такого роду процес реально відбувається в природі: коли електричне поле змінюється з часом, воно породжує магнітне поле.

Розглянемо міркування, які призводять до такого висновку. Згадаємо теорему про циркуляцію вектора напруженості

постійного магнітного поля (3.47): $\oint_L H_i dl = \sum_{i=1}^n I_i$. Коли струми будуть постійними і лінії струмів неперервні, циркуляція вектора напруженості магнітного поля, що створюють ці струми, завжди буде дорівнювати алгебраїчній сумі струмів через будь-яку поверхню, обмежену контуром L (рис. 91а).

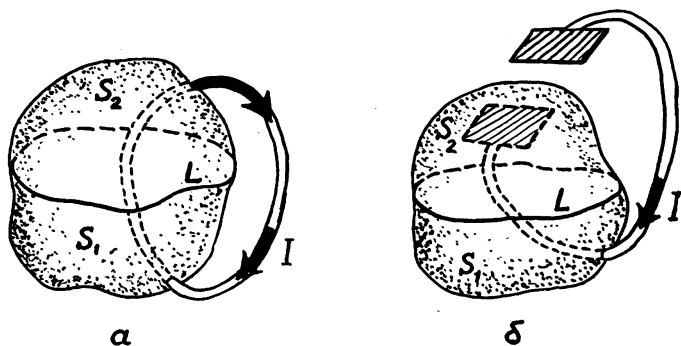


Рис. 91

Зовсім іншою буде справа у випадку змінного струму, який може проходити і через розімкнуте коло, наприклад, через коло з конденсатором. Тут лінії струму обриваються на обкладинках конденсатора. Струм через конденсатор не тече. Тоді для деякого контуру L (рис. 91б), поряд з поверхнями S_1 , що пронизують струми, існують поверхні, які обмежені контуром L , і через них струм не йде (поверхня S_2). Отже, для змінних струмів і породжених ними змінних полів теорема про циркуляцію невірна.

Щоб «врятувати» теорему про циркуляцію магнітного поля у випадку змінного струму, Максвелл припустив, що змінний струм, який створює магнітне поле навколо провідників, по яким він тече, якби проходить через конденсатор. Тобто лінії струму не обриваються на обкладинках конденсатора, а безперервно проходять в області між його обкладинками (рис. 92), і навколо них так само, як і навколо ліній струму в провідниках, виникає магнітне поле.

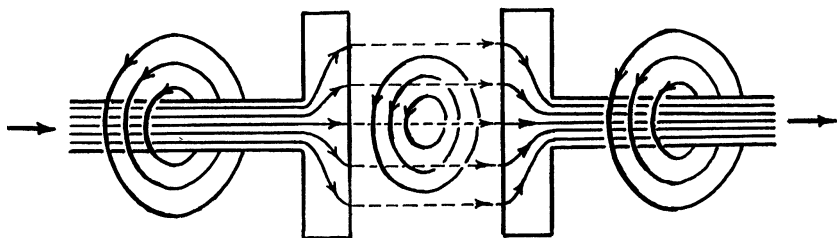


Рис. 92

Насправді ж, ніякий струм всередині конденсатора не проходить, але там існує змінне електричне поле, оскільки при змінному струмі заряди на обкладинках конденсатора змінюються з часом. І тоді виходить, що *змінне електричне поле поряд зі струмом в провідниках породжує магнітне поле*. Такий якісний зміст другого положення теорії Максвелла.

Щоб дати математичне формулювання другому положенню Максвелла, зіставимо, чисто формально, змінному електричному полю всередині конденсатора такий струм, який породжував би магнітне поле, яке породжується змінним електричним струмом. Цей струм називають *струмом зміщення*, на відміну від звичайного струму в провідниках, який являє собою рух зарядів і називається *струмом провідності*.

Доцільність введення струму зміщення полягає в тому, що тепер два різних джерела магнітного поля, а саме — струм провідності і змінне електричне поле зводяться, хоч і формально, до одного джерела — повного струму. Густина повного струму $\vec{J}$ складається із густини $\vec{J}_{np}$ струму провідності і густини $\vec{J}_{зм}$ струму зміщення

$$\vec{J} = \vec{J}_{np} + \vec{J}_{зм}. \quad (4.124)$$

Підставимо в праву частину теореми про циркуляцію (3.47) замість струму провідності повний струм, замінивши його густиною. Тоді теорема про циркуляцію буде мати вигляд:

$$\oint_L H_l dl = \int_S (J_{np} + J_{зм})_n dS. \quad (4.125)$$

Зробивши таку підстановку, ми тим самим врахували, через струм зміщення, вклад в магнітне поле, зумовлений змінним електричним полем.

Тепер залишається встановити зв'язок між струмом зміщення і змінним електричним полем, якому він зіставляється. Цей зв'язок, що витікає із постулату Максвелла про неперервність повного струму, знайдемо на прикладі ділянки кола з конденсатором. Умова неперервності повного струму означає, що струм провідності на внутрішніх сторонах пластин конденсатора безперервно переходить в струм зміщення. На рис. 92 суцільні лінії струму провідності безперервно переходять в пунктирні лінії струму зміщення $J_{np} = J_{zm}$.

Виразимо густину струму провідності через вектор індукції електричного поля в конденсаторі. Позначимо через S площу пластин конденсатора, тоді поверхнева густина заряду на пластинах буде $\sigma = \frac{q}{S}$. Знайдемо густину струму провідності. Вона

дорівнює $J_{np} = \frac{I}{S} = \frac{1}{S} \frac{dq}{dt} = \frac{d\left(\frac{q}{S}\right)}{dt} = \frac{d\sigma}{dt}$. Як відомо (1.36), у ваку-

умі $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$. В речовині $E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}$, але $\epsilon\epsilon_0 E = D$ (1.101). Тому $\sigma =$

D . Таким чином, $J_{zm} = \frac{d\sigma}{dt} = \frac{dD}{dt}$. Замінімо похідну за часом на частинну похідну, тоді густина струму зміщення буде дорівнювати

$$\vec{J}_{zm} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (4.126)$$

Заміна означає, що справа стоїть швидкість зміни вектора D в фіксованій точці простору.

Таким чином, змінне електричне поле породжує таке магнітне поле, яке породжував би струм, густина якого в кожній точці простору дорівнює швидкості зміни вектора електричної індукції в цій же точці. Підставимо вираз для густини струму зміщення (4.126) у формулу (4.125), отримаємо:

$$\oint_L H_l dl = \int_S J_n^{np} dS + \int_S \left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS. \quad (4.127)$$

Ця узагальнена теорема про циркуляцію напруженості магнітного поля справедлива у випадку довільно змінних з часом струмів і полів і являє собою друге рівняння Максвелла в інтегральній формі.

Якщо у просторі струмів провідності немає, а є лише змінне електричне поле, то в (4.127) перший член правої частини буде відсутній, і друге рівняння Максвелла буде мати вигляд:

$$\oint_L H_l dl = \int_S \left(\frac{\partial D}{\partial t} \right)_n dS, \text{ або } \oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}. \quad (4.128)$$

Змінне електричне поле породжує магнітне поле, циркуляція вектора напруженості якого дорівнює потокові швидкості зміни електричної індукції через поверхню, обмежену контуром.

Розділимо ліву і праву частини рівняння (4.127) на площу S і спрямуємо її до нуля. В граничному випадку маємо:

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}_{np} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (4.129)$$

Це є математичний запис другого рівняння Максвелла в диференціальній формі.

Таким чином, перше рівняння Максвелла стверджує, що змінне магнітне поле породжує вихрове електричне поле. Друге рівняння Максвелла говорить про те, що змінне електричне поле породжує магнітне поле. Розвиваючи цю думку, Максвелл прийшов до висновку про можливість існування змінних електричного і магнітного полів, нерозривно зв'язаних одне з одним, які породжують одне одного і розповсюджуються у просторі. Це поле називається *електромагнітним полем*.

Найбільш повне підтвердження ідеї Максвелла було отримане в експериментальних роботах Герца, який встановив реальну наявність електромагнітного поля.

4.11. СИСТЕМА РІВНЯНЬ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ

Відкриття струму зміщення дало змогу Максвеллу створити єдину теорію електричних і магнітних явищ. Ця теорія пояснила всі відомі на той час експериментальні явища електромагнетизму і завбачила нові явища, існування яких підтвердилось пізніше. Основним наслідком теорії Максвелла був висновок про існування електромагнітних хвиль, які розповсюджуються зі швидкістю світла. Теоретичні дослідження властивостей цих хвиль привели Максвелла до створення електромагнітної теорії світла. Рівняння Максвелла, які лежать в основі теорії про електромагнетизм, відіграють дуже важливу роль в електро- та радіотехніці.

Зведемо до купи всі основні закони електродинаміки. Вони є узагальненням дослідних даних, які описувались у попередніх і в цьому розділах. Узагальнення дослідних даних приводить до декількох основних положень, що утворюють систему рівнянь електромагнітного поля, яку ще називають у літературі системою рівнянь Максвелла. Наведемо ці рівняння в інтегральній і диференціальній формах.

1. Закон електромагнітної індукції Фарадея: *змінне з часом магнітне поле породжує навколо себе вихрове електричне поле (перше рівняння Максвелла):*

$$\oint_L \vec{E}^B d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}, \quad \text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (4.130)$$

2. Узагальнений закон повного струму: *змінне з часом електричне поле породжує магнітне поле (друге рівняння Максвелла):*

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}, \quad \text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (4.131)$$

3. Теорема Остроградського — Гаусса: *потік вектора електричної індукції через замкнуту поверхню, що охоплює заряди, дорівнює алгебраїчній сумі останніх:*

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV, \quad \text{div} \vec{D} = \rho. \quad (4.132)$$

4. Теорема про магнітний потік: *потік вектора магнітної індукції через будь-яку замкнуту поверхню дорівнює нулю:*

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0. \quad (4.133)$$

Це означає, що поле вектора $\vec{B}$ є чисто вихровим (або, що не існує «магнітних зарядів»).

5. При розв'язуванні конкретних задач електродинаміки рівняння (4.130) — (4.133) слід доповнити матеріальними рівняннями (1.101), (2.39), (3.52), які зв'язують величини $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{H}$ і $\vec{B}$, що характеризують електромагнітне поле, з величинами ϵ , μ , σ , що описують електричні і магнітні властивості середовища, де ϵ — діелектрична проникність середовища, μ — магнітна проникність середовища, σ — питома електропровідність.

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}, \quad \vec{J} = \sigma \vec{E}. \quad (4.134)$$

Це є повна система рівнянь, яка описує всі класичні (не квантові) електромагнітні явища.

Зробимо декілька зауважень відносно системи рівнянь Максвелла.

Як і будь-яка нова теорія, яка є узагальненням старої, теорія Максвелла повинна також задовольняти *принципу відповідності*, тобто стара теорія повинна впливати із нової як окремий випадок. Дійсно, для статичних полів, які не змінюються з часом, тобто $\frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\partial D}{\partial t} = \frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial t} = 0$, рівняння Максвелла переходять у звичайні рівняння електростатичного і постійного магнітного полів, тобто в рівняння старої теорії.

Так само, як і будь-яка фізична теорія, рівняння Максвелла мають певні границі застосування. Систему рівнянь можна застосовувати для відстаней, більших за міжатомні відстані, тобто $R > 10^{-10}$ м. В області мікросвіту рівняння Максвелла потребують процедури квантування. Рівняннями можна користуватися для частот змінних полів, не більших ніж 10^{13} – 10^{14} Герц. Це обмеження також пов'язане з проявом при високих частотах квантових властивостей випромінювання.

Рівняння Максвелла лежать в основі всієї електротехніки і радіотехніки з усіма їхніми розгалуженнями: телебачення, радіолокація та інші. Вони є фундаментальними рівняннями класичної оптики; так, зокрема, всі закони розповсюдження світла (а світло — це електромагнітна хвиля) у вакуумі і в прозорих середовищах можна отримати із рівнянь Максвелла. Поряд з рівняннями Ньютона і законом всесвітнього тяжіння вони є фундаментальними рівняннями класичної фізики.

4.12. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ

Ми вияснили, що змінне магнітне поле породжує вихрове електричне поле, яке також є змінним. Це змінне електричне поле породжує магнітне і так далі. Тому, якщо за допомогою коливальних зарядів створити змінне електричне поле, то у просторі навколо зарядів виникне послідовність взаємних перетворень електричного і магнітного полів, що будуть розповсюджуватись у просторі від точки до точки. Цей процес буде періодичний з часом і у просторі і, таким чином, буде являти собою *електромагнітну хвилю*.

Покажемо в самому простому випадку, що існування електромагнітних хвиль впливає із рівнянь Максвелла. Якщо записати рівняння (4.130), (4.131), (4.134) у векторному вигляді для вакууму, то вони будуть мати такий вигляд:

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}; \quad -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} = \int_L \vec{E} d\vec{l}, \quad (4.135)$$

причому $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, оскільки ϵ і μ для вакууму дорівнюють одиниці.

Електромагнітне поле, що описується цими рівняннями, не зв'язане ні з зарядами, ні з струмами провідності. В диференціальній формі рівняння запишуться так:

$$\text{rot} \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}; \quad \text{rot} \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}. \quad (4.136)$$

Якщо розглядати розповсюдження електромагнітного поля в середовищі, то перед константами ε_0 і μ_0 будуть стояти електрична і магнітна проникності ε і μ .

Із (4.136) видно, що обидва поля мають вихровий характер, тобто лінії замкнуті самі на себе. Загальний розв'язок рівнянь (4.136) дуже складний, оскільки кожне поле залежить від трьох координат і часу. Спростимо задачу і припустимо, що обидва поля — електричне і магнітне — залежать лише від однієї координати і часу (плоске поле). Припустимо, що напруженості електромагнітного поля залежать від координати z . Тоді похідні $\frac{\partial}{\partial x}$ і $\frac{\partial}{\partial y}$ від напруженостей будуть дорівнювати нулю. Користуючись (4.136) і наведеними у вступі розгорнутими виразами оператора $\text{rot} \vec{a}$, знайдемо для трьох компонент векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ такі вирази:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} &= -\frac{\partial H_y}{\partial z}; & -\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} &= -\frac{\partial E_y}{\partial z}; \\ \varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t} &= \frac{\partial H_x}{\partial z}; & -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} &= \frac{\partial E_x}{\partial z}; \\ \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t} &= 0; & -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t} &= 0. \end{aligned} \quad (4.137)$$

Із останніх нижніх двох рівнянь видно, що E_z і H_z не залежать від часу, і ми їх розглядати не будемо. Решта рівнянь розпадаються на дві незалежні групи. Одна група містить тільки E_x і H_y , друга —

$$E_y \text{ і } H_x. \text{ Розглянемо першу групу: } \varepsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t} = -\frac{\partial H_y}{\partial z}; \quad -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_x}{\partial z}.$$

Здиференціюємо перше рівняння за часом і помножимо його ліву і праву частини на μ_0 , а друге рівняння здиференціюємо по координаті, тоді можна із цих двох рівнянь виключити H_y , і отримаємо так зване *хвильове рівняння* для E_x у вакуумі:

$$\varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}. \quad (4.138)$$

Якщо виключити E_x , то таке саме хвильове рівняння отримаємо для H_y

$$\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2}. \quad (4.139)$$

Розв'язком цих хвильових рівнянь є гармонічні функції виду

$$E_x = E_0 \cos(\omega t - kz); \quad (4.140)$$

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - kz).$$

Тут $\omega = \frac{2\pi}{T}$ — частота коливань, а $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — хвильове число,

де T — період коливань, а λ — довжина хвилі.

Вирази (4.140) є рівняннями плоскої електромагнітної хвилі. Вони схожі на рівняння механічних хвиль (частина 1 (6.32)). Із рівнянь видно, що електромагнітне поле розповсюджується у вигляді поперечної електромагнітної хвилі, вектори напруженостей електричного і магнітного полів взаємно перпендикулярні. Фази коливань електричного і магнітного поля однакові. Схематично така електромагнітна хвиля в фіксований момент часу зображена, але не через косинус, а через синус, на рис. 93.

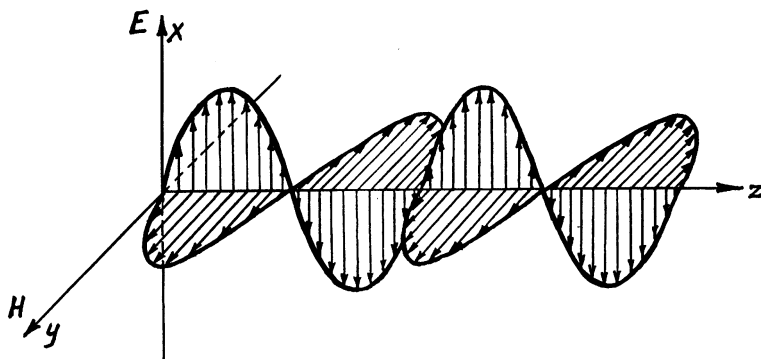


Рис. 93

Щоб перевірити, чи функції (4.140) є розв'язком хвильових рівнянь (4.138) і (4.139), слід їх здиференціювати два рази за ча-

сом і по координаті. Тоді отримаємо, наприклад, для напруженості електричного поля:

$$\frac{k^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}. \quad (4.141)$$

Порівнюючи формули (4.141) і (4.138), маємо:

$$\varepsilon_0 \mu_0 = \frac{k^2}{\omega^2}. \quad (4.142)$$

Такий самий результат ми отримаємо і для магнітного поля. Підставимо відповідні значення k і ω в (4.142), а також врахуємо, що $\frac{\lambda}{T} = c$ є швидкість розповсюдження електромагнітної хвилі у вакуумі, отримаємо для неї вираз:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}. \quad (4.143)$$

Швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль у вакуумі є дуже важливою фізичною константою. Ця фундаментальна константа досить широко використовується в оптиці, в релятивістській теорії відносності та інших розділах фізики. Її точне значення, відзначене в наш час, становить $2,99792458 \cdot 10^8$ м/с. На практиці ж користуються приблизним значенням $3 \cdot 10^8$ м/с.

Якщо розглядати розповсюдження електромагнітної хвилі в середовищі, то, як було вказано вище, перед константами ε_0 і μ_0 з'являться відповідні проникливості ε і μ , і тоді швидкість розповсюдження хвилі запишемо так:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu \varepsilon_0 \mu_0}}, \text{ або } v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}}. \quad (4.144)$$

Із (4.137), (4.140), (4.142) легко отримаємо зв'язок між амплітудами E_0 і H_0 напруженості електричного і магнітного полів $\sqrt{\varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu_0} H_0$, або для середовища:

$$\sqrt{\varepsilon \varepsilon_0} E_0 = \sqrt{\mu \mu_0} H_0. \quad (4.145)$$

Розглянемо енергію електромагнітної хвилі. Як ми знаємо, густина енергії електричного поля, згідно з (1.81), $\omega_e = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2}$, а густина енергії магнітного поля, згідно з (4.26), $\omega_m = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$. Оскільки в електромагнітній хвилі відбуваються коливання як електричного, так і магнітного полів, то густина енергії в кожній точці простору, через яку проходить хвиля в середовищі, дорівнює

$$\omega = \omega_e + \omega_m = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (4.146)$$

Для монохроматичної хвилі вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ визначаються співвідношеннями (4.140) і (4.145), скориставшись якими, густину енергії можна представити в декількох еквівалентних формах:

$$\omega = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0} EH. \quad (4.147)$$

Оскільки при хвильовому процесі змінні електричне і магнітне поля розповсюджуються у просторі, то разом з ними розповсюджується і енергія. Характеристикою переносу енергії хвилею є *вектор густини потоку енергії*, або інакше він отримав назву *вектор Умова — Пойнтинга*. Знайдемо його. Для цього у просторі перпендикулярно напрямку розповсюдження хвилі виділимо площадку dS . За час dt через цю площадку пройде поле, що міститься в паралелепіпеді об'ємом $dV = v dt dS$ (рис. 94а), і перенесе енергію $dW = \omega v dt dS$.

Поділимо цей потік на dS і на dt і знайдемо тим самим енергію, що переноситься через одиничну площадку за одиницю часу, тобто густину потоку енергії $S = \frac{dW}{dS \cdot dt} = \omega v$. Підставимо замість ω і v їхні значення із (4.144) і (4.147) і отримаємо:

$$S = E \cdot H. \quad (4.148)$$

Введемо вектор густини потоку енергії (рис. 94б):

$$\vec{S} = [\vec{E} \times \vec{H}]. \quad (4.149)$$

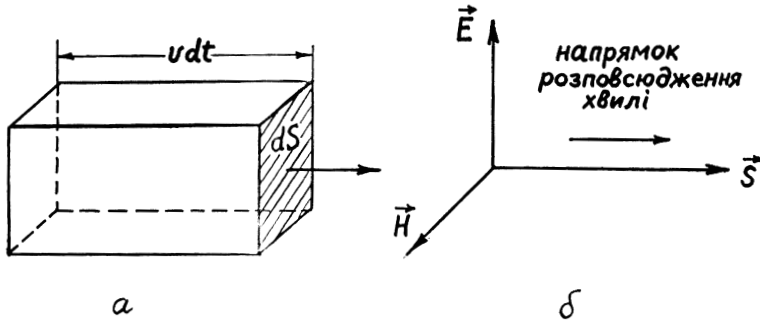


Рис. 94

Оскільки напруженості $\vec{E}$ і $\vec{H}$ змінюються з часом, то змінюється з часом і густина потоку енергії в даній точці простору. Для монохроматичної хвилі з врахуванням (4.140) і (4.148) маємо: $S = E \cdot H = E_0 H_0 \sin^2(\omega t - kz)$. У випадку високочастотних хвиль, з якими ми маємо справу в радіотехніці і тим більше в оптиці, практичний інтерес представляє середнє за часом значення густини потоку енергії. Його називають *інтенсивністю*. Оскільки середнє значення квадрата косинуса за період дорівнює $\frac{1}{2}$, то з врахуванням формули (4.145), маємо:

$$I = S = \frac{E_0 H_0}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon_0}{\mu \mu_0}} E_0^2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu \mu_0}{\epsilon \epsilon_0}} H_0^2. \quad (4.150)$$

Таким чином, інтенсивність електромагнітної хвилі пропорційна квадрату амплітуди

$$I \sim E_0^2 \sim H_0^2. \quad (4.151)$$

Це справедливо для хвиль будь-якої фізичної природи (див. част. 1 (6.37), механічні хвилі).

Коротко розглянемо випромінювання електромагнітних хвиль на прикладі найпростішого елемента — електричного диполя. Цей приклад характерний для багатьох задач: в оптиці, але

не в квантовій, він пояснює випромінювання світла атомами; в радіофізиці — випромінювання радіохвиль простими антенами.

Нехай електричний момент диполя $p = ql$ змінюється з часом за гармонічним законом $p = ql_0 \sin \omega t = p_0 \sin \omega t$ з частотою ω . Оскільки рух заряду прискорений, то такий диполь повинен випромінювати електромагнітні хвилі. Теорія випромінювання виходить за рамки нашого курсу, і тому ми розглянемо лише якісну картину випромінювання такого елементарного диполя, коли $\lambda \gg l$.

Поблизу диполя виникне змінне електромагнітне поле нехвильового характеру, проте на великих відстанях від диполя, коли $r \gg \lambda \gg l$, буде розповсюджуватись сферична монохроматична електромагнітна хвиля з частотою джерела ω . Ця хвиля має такі властивості:

1. Розповсюдження коливань векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ в будь-якому радіальному напрямку описуються тими формулами, що і для плоскої хвилі (4.140) з заміною координати z на r :

$$E = E_0 \cos(\omega t - kr), \quad H = H_0 \cos(\omega t - kr). \quad (4.152)$$

Причому вектори $\vec{E}$, $\vec{H}$ і $\vec{v}$ утворюють, як і раніше, правогвинтову систему (рис. 95).

2. Напрямки векторів $\vec{E}$ і $\vec{H}$ лежать в площинах, які визначаються загальними правилами для постійного поля диполя і елемента струму, а саме: вектор $\vec{E}$ розташований в площині, що проходить через вісь диполя і напрямок розповсюдження хвилі, а вектор $\vec{H}$ перпендикулярний до цієї площини.

3. На відміну від плоскої хвилі, де амплітуди E_0 і H_0 не змінюються, в нашому випадку вони залежать від точки простору, а саме, обернено пропорційні відстані від диполя $\frac{1}{r}$ і прямо пропорційні синусу кута між віссю диполя і напрямком розповсюдження хвилі ($\sin \theta$). Крім того, вектори $\vec{E}$ і $\vec{H}$ пропорційні другій похідній за часом від електричного моменту диполя $\ddot{P} = -P_0 \omega^2 \sin \omega t$, і таким чином, амплітуди E_0 і H_0 пропорційні P_0 і квадрату частоти ω^2 . Тоді

$$E_0 \sim P_0 \omega^2 \frac{\sin \theta}{r}; \quad H_0 \sim P_0 \omega^2 \frac{\sin \theta}{r}. \quad (4.153)$$

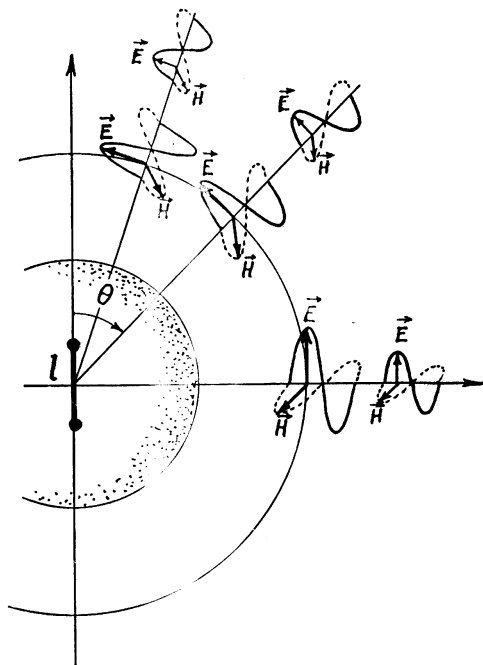


Рис. 95

4. Для інтенсивності хвилі, яка, згідно з (4.151), пропорційна квадрату амплітуди, з врахуванням (4.153) маємо:

$$I \sim P_0^2 \omega^4 \frac{\sin^2 \theta}{r^2}. \quad (4.154)$$

Із цієї формули видно, *по-перше*, що інтенсивність спадає обернено пропорційно квадрату відстані від диполя, що є наслідком закону збереження енергії. *По-друге*, інтенсивність залежить від кута θ , тобто в різних напрямках вона різна. Вона максимальна в напрямках, перпендикулярних до осі диполя (при $\theta = \frac{\pi}{2}$, $\sin \theta = 1$) і дорівнює нулю в напрямку осі диполя

(при $\theta = 0$ і $\theta = \pi$, $\sin \theta = 0$). Наочне уявлення залежності $I(\theta)$ дає векторна діаграма направленості випромінювання (рис. 96).

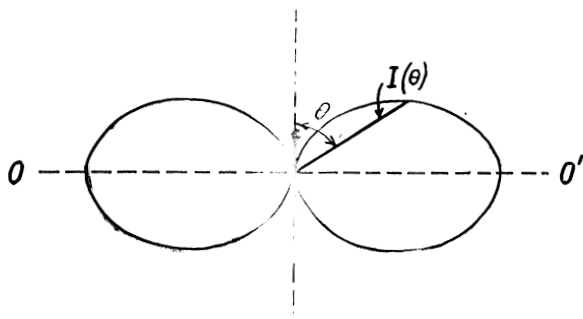


Рис. 96

Від диполя в кожному напрямку відкладається відрізок, довжина якого пропорційна інтенсивності випромінювання в цьому напрямку. З'єднуються кінці відрізків і в площині отримують розподіл інтенсивностей. Просторовий розподіл отримують шляхом повороту даної фігури на 180 град. навколо осі диполя. *По-третє*, із (4.154) видно, що інтенсивність досить сильно залежить від частоти ($\sim \omega^4$). З цієї причини в радіо-, телетехніці використовують високі частоти для передачі інформації.

Електромагнітні хвилі мають досить широкий діапазон частот і, відповідно, довжин хвиль. Хвилі різних частот суттєво відрізняються як за своїми властивостями, так і засобами їх отримання. У зв'язку з цим прийнято розділяти електромагнітні хвилі на декілька видів. Такий підрозділ приводиться в таблиці, яка називається шкалою електромагнітних хвиль.

Слід мати на увазі, що вказані граничні частоти є в деякій мірі умовними. Різкої границі між сусідніми видами електромагнітних хвиль немає.

Види хвиль	Довжина хвилі (м)	Частота хвилі (Гц)	Джерело випромінювання	
Низькочастотні хвилі	10^4	$< 3 \cdot 10^4$	Механічний генератор змінного струму	Електричні коливання макроскопічних систем
Радіохвилі	$10^4 - 10^{-1}$	$3 \cdot 10^4 - 3 \cdot 10^{10}$	Коливальний контур	
Ультра-радіохвилі	$10^{-1} - 10^{-4}$	$3 \cdot 10^{10} - 3 \cdot 10^{12}$	Масовий випромінювач	
Інфрачервоні промені	$10^{-4} - 7.7 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{12} - 4 \cdot 10^{14}$	Лампи	Атомно-молекулярні коливання
Світлові промені	$7.7 \cdot 10^{-7} - 4 \cdot 10^{-7}$	$4 \cdot 10^{14} - 7.5 \cdot 10^{14}$		
Ультрафіолетові промені	$4 \cdot 10^{-7} - 10^{-8}$	$7.5 \cdot 10^{14} - 3 \cdot 10^{16}$		
Рентгеновські промені	$10^{-8} - 10^{-11}$	$3 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{19}$	Трубки Рентгена	
Гамма промені	$> 10^{-11}$	$> 3 \cdot 10^{19}$	Радіоактивний розпад	

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ І ЗАВДАННЯ

1. В чому суть явища електромагнітної індукції? Коли вона виникає?
2. Що таке потік магнітної індукції? В яких одиницях він вимірюється?
3. Від чого залежить індукційний струм?
4. Що таке е. р. с. індукції? Чому вона дорівнює?
5. Сформулюйте правило Ленца. Який фундаментальний закон воно відображає?
6. Запишіть і поясніть закон Фарадея.
7. Яка природа електрорушійної сили індукції у випадках, коли $B = \text{const}$ і коли B змінюється?
8. Що таке струм Фуко? Де і коли він виникає?

9. Що таке взаємоіндукція? Чому дорівнює e р. с. взаємоіндукції? Де використовують це явище?
10. Яке призначення трансформатора? Що таке коефіцієнт трансформації?
11. Поясніть явище самоіндукції. Запишіть закон Фарадея для цього явища.
12. Що таке коефіцієнт самоіндукції? Чому він дорівнює? В яких одиницях вимірюється?
13. Приведіть аналогію між явищем інерції в механіці і явищем самоіндукції.
14. Чому дорівнює енергія магнітного поля?
15. Як знайти густину енергії магнітного поля?
16. Поясніть роботу генератора змінного струму.
17. Яке співвідношення між напругою та силою змінного струму на активному опорі?
18. Поясніть, чому в колі, де є конденсатор, змінний струм протікає, а постійний не протікає.
19. Запишіть і поясніть співвідношення між напругою і силою струму в колі з конденсатором.
20. Чому дорівнює опір конденсатора змінному струму?
21. Намалюйте графічно і поясніть залежність між силою струму і напругою на котушці.
22. Чому дорівнює опір котушки для змінного струму?
23. Виведіть закон Ома для змінного струму.
24. Чому дорівнює повний опір в колі змінного струму?
25. Від чого залежить зсув по фазі між силою струму і напругою в колі змінного струму?
26. Чим відрізняється активний опір від реактивного?
27. Коли в колі змінного струму виникає резонанс?
28. Чи може бути більшою напруга на реактивному опорі, ніж прикладена напруга від джерела?
29. Чому дорівнює потужність в колі змінного струму на активному опорі, ємності та індуктивності?
30. Чому дорівнює зміна енергії за період на реактивних опорах?
31. Чому дорівнює кількість теплоти, що виділяється на активному опорі за період, а також середня потужність?

32. Що таке ефективні значення сили змінного струму і напруги?
33. Що таке коефіцієнт потужності? Від чого він залежить?
34. Поясніть, як відбуваються вільні коливання в електричному контурі.
35. Чому дорівнює частота вільних коливань?
36. Намалюйте графік затухаючих коливань і запишіть, як змінюється амплітуда з часом.
37. Що таке логарифмічний декремент затухання і добротність контуру?
38. Чому дорівнює частота і амплітуда вимушених коливань?
39. Намалюйте і поясніть графік залежності амплітуди вимушених коливань від частоти.
40. Запишіть і поясніть перше рівняння Максвелла.
41. Який фізичний зміст має друге рівняння Максвелла.
42. Що таке струм зміщення?
43. Запишіть і поясніть систему рівнянь електромагнітного поля.
44. Із рівнянь Максвелла виведіть хвильове рівняння для електромагнітних хвиль.
45. Запишіть і поясніть рівняння електромагнітної хвилі.
46. Чому дорівнює швидкість електромагнітної хвилі?
47. Чому дорівнює вектор густини потоку енергії, що переноситься електромагнітною хвилею?
48. Що таке інтенсивність електромагнітної хвилі і від чого вона залежить?

Список літератури,
що використана
в навчальному посібнику

1. Чолпан П. П. Фізика : підручник для студентів природничих факультетів. — Київ : Вища школа, 2003. — 568 с.
2. Чалий О. В. і ін. Медична і біологічна фізика : підручник для студентів вищих медичних закладів. — Київ : Книга плюс, 2004. — 760 с.
3. Грабовский Р. И. Курс физики : учебное пособие для вузов. — 5-е издание, перераб. и доп. — М. : Высшая школа, 1980. — 608 с.
4. Савельев И. В. Курс общей физики. Т. 2 : учебное пособие для вузов. — 3-е издание, исправленное. — М. : Наука, 1988. — 496 с.
5. Белов Д. В. Краткий курс общей физики. Ч. 3 : курс лекций. — М. : Изд-во МГУ, 1981. — 200 с.
6. Гершензон Е. М., Малов Н. Н. Курс общей физики : учебное пособие для вузов. — М. : Просвещение, 1980. — 220 с.
7. Ремизов А. Н., Максина А. Г., Потапенко А. Я. Медицинская и биологическая физика : учебник для медицинских вузов. — М. : Дрофа, 2003. — 560 с.
8. Мерион Дж. Б. Общая физика с биологическими примерами / Перевод с англ. — М. : Высшая школа, 1986. — 624 с.

ЗМІСТ

<i>Передмова</i>	3
------------------------	---

Вступ

Основні поняття і формули для описування векторних і скалярних полів	5
---	---

ЕЛЕКТРИКА	13
------------------------	----

Розділ 1. Електростатика

1.1. Електричний заряд. Закон збереження заряду	14
1.2. Взаємодія електричних зарядів	17
1.3. Електричне поле	19
1.4. Теорема Остроградського — Гаусса для електричного поля в вакуумі	23
1.5. Робота при переміщенні заряду в електричному полі	31
1.6. Теорема про циркуляцію	33
1.7. Потенціал електричного поля	36
1.8. Провідники в електричному полі	40
1.9. Електроємність провідників. Енергія провідників	42
1.10. Конденсатори. Енергія електричного поля	44
1.11. Діелектрики в електричному полі	48
1.12. Електричне поле в речовині	58
1.13. Діелектричні властивості біологічних тканин	61
<i>Контрольні питання і завдання</i>	63

Розділ 2. Постійний струм

2.1. Електричний струм	65
------------------------------	----

2.2. Електрорушійна сила	69
2.3. Закон Ома для ділянки кола. Опір провідників	72
2.4. Робота, потужність та теплова дія постійного струму	74
2.5. Закон Ома для замкнутого кола	76
2.6. Розгалужені кола. Правила Кірхгофа	77
2.7. Електропровідність металів	82
2.8. Контактні термоелектричні явища	87
2.9. Електропровідність рідин та біологічних тканин	92
2.10. Дія електричного струму на біологічні тканини	97
2.11. Струм у газах	99
2.12. Струм в напівпровідниках	103
2.13. Поняття про квантову теорію провідності речовини	110
<i>Контрольні питання і завдання</i>	<i>116</i>

ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Розділ 3. Постійне магнітне поле

3.1. Вектор магнітної індукції	120
3.2. Магнітне поле постійного струму	124
3.3. Рівняння постійного магнітного поля у вакуумі	128
3.4. Дія магнітного поля на провідники зі струмом. Закон Ампера.	133
3.5. Рух заряду в магнітному полі. Сила Лоренца	138
3.6. Магнітне поле в речовині	142
3.7. Рівняння постійного магнітного поля в речовині	147

3.8. Типи намагнічування і класифікація магнетиків	151
3.9. Дія магнітного поля та застосування його в біологічних системах	163
<i>Контрольні питання і завдання</i>	166

Розділ 4. Електромагнітні явища

4.1. Електромагнітна індукція. Закон Фарадея	168
4.2. Явища взаємоіндукції і самоіндукції	176
4.3. Енергія магнітного поля	182
4.4. Змінний струм. Генератор змінного струму	184
4.5. Змінний струм в колі з активним опором, ємністю та індуктивністю	188
4.6. Закон Ома для змінного струму	194
4.7. Енергія і потужність змінного струму	198
4.8. Змінний струм в біологічних системах	204
4.9. Коливальний контур. Вільні, затухаючі та вимушені електричні коливання	207
4.10. Електромагнітне поле. Рівняння Максвелла	220
4.11. Система рівнянь електромагнітного поля	228
4.12. Електромагнітні хвилі	230
<i>Контрольні питання і завдання</i>	239

<i>Список літератури, що використана в навчальному посібнику</i>	242
--	-----

Навчальне видання

**КОПІЙКА Кузьма Михайлович
КОПІЙКА Олександр Кузьмич**

КУРС ЗАГАЛЬНОЇ ФІЗИКИ ДЛЯ БІОЛОГІВ

Навчальний посібник
у трьох частинах

Частина 2

**ЕЛЕКТРИКА
І МАГНЕТИЗМ**

Завідувачка редакції *Т. М. Забанова*
Редактор *Н. Я. Рихтік*
Технічний редактор *М. М. Бушин*
Дизайнер обкладинки *А. О. Ємельянов*
Коректор *О. Г. Дайбова*

Здано у виробництво 06.06.2011. Підписано до друку 25.07.2011.
Формат 60х84/16. Папір офсетний. Гарнітура «Newton». Друк офсетний.
Ум. друк. арк. 14,42. Тираж 300 прим. Вид. № 116. Зам. № 405.

Видавництво і друкарня «Астропринт»
65091, м. Одеса, вул. Разумовська, 21
Тел.: (0482) 37-07-95, 37-14-25, 33-07-17, (048) 7-855-855
www.astroprint.odessa.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 1373 від 28.05.2003 р.

- Копійка К. М., Копійка О. К.**
- К65** Курс загальної фізики для біологів : [навчальний посібник] : у 3 ч. Частина 2 : Електрика і магнетизм / К. М. Копійка, О. К. Копійка. — Одеса : Астропринт, 2011. — 248 с.
ISBN 978—966—190—354—7

У другій частині курсу загальної фізики для біологів викладено фізичні основи електрики, магнетизму та електромагнетизму. Головну увагу приділено з'ясуванню суті та змісту законів і понять, що входять до означених розділів фізики та мають велике практичне застосування у сучасній біології.

Посібник розраховано на студентів біологічних спеціальностей, а також може бути корисним студентам медичних, аграрних та інших природничих спеціальностей вищих навчальних закладів.

ББК 22.36р30я73:28
УДК 539.1:57(075.8)