

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені І. І. МЕЧНИКОВА



Дзіковський Дмитро Володимирович

УДК 524.31.084

**УЗАГАЛЬНЕННЯ МОДЕЛІ С. ЧАНДРАСЕКАРА
В ТЕОРІЇ МАСИВНИХ ВИРОДЖЕНИХ
КАРЛИКІВ**

01.03.02 – астрофізика, радіоастрономія

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

ОДЕСА – 2018

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі астрофізики Львівського національного університету імені Івана Франка.

Науковий керівник:

доктор фізико-математичних наук, професор

Ваврух Маркіян Васильович,

Львівський національний університет імені Івана Франка

МОН України,

професор кафедри астрофізики.

Офіційні опоненти:

доктор фізико-математичних наук, професор

Андронов Іван Леонідович,

Одеський національний морський університет

МОН України,

завідувач кафедри математики, фізики та астрономії;

доктор фізико-математичних наук, професор

Захожай Володимир Анатолійович,

Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна

МОН України,

професор кафедри астрономії.

Захист відбудеться «26» «жовтня» 2018 р. о «14» годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 41.051.04 Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова МОН України за адресою: 65023, м. Одеса, вул. Пастера, 27, ОНУ ім. І. І. Мечникова, Велика фізична аудиторія.

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Одеського національного університету ім. І. І. Мечникова за адресою: 65082, м. Одеса, вул. Преображенська, 24.

Автореферат розісланий «__» «вересня» 2018 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради Д 41.051.04

доктор фізико-математичних наук



О. О. Панько

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Дисертаційна робота присвячена розрахунку макроскопічних характеристик масивних вироджених карликів під впливом різних чинників (неповне виродження електронної підсистеми, осьове обертання, міжчастинкові взаємодії, ефекти загальної теорії відносності), що впливають на внутрішню структуру цих зір.

Актуальність теми.

Відкриття вироджених карликів породило проблему існування та стійкості зір, що не мають джерел енергії. Вперше в астрофізиці, використавши квантову статистику, Р. Фаулер [20] у 1926 р. обґрунтував гіпотезу про те, що існування білих карликів забезпечується виродженням нерелятивістського електронного газу високої густини. Оскільки максимальні швидкості електронів у центрах вироджених карликів близькі до швидкості світла, теорія Р. Фаулера потребувала уточнення. С. Чандрасекар [21, 22] у 40-х роках минулого століття побудував двокомпонентну модель виродженого карлика, що складається з виродженого релятивістського ідеального електронного газу і ядерної підсистеми, яка розглядається як неперервне класичне середовище. З теорії С. Чандрасекара випливають два фундаментальні висновки – існування максимальної маси та специфічне співвідношення “маса-радіус” для холодних карликів. Однак модель С. Чандрасекара не враховує багатьох чинників, що впливають на формування внутрішньої будови цих зір – міжчастинкових кулонівських взаємодій, хімічної неоднорідності, неповного виродження електронної підсистеми, наявності магнітних полів, осьового обертання та впливу ефектів загальної теорії відносності (ЗТВ).

У другій половині ХХ століття з’явилися роботи, в яких у рамках моделі С. Чандрасекара досліджувалися важливі аспекти фізики цих зір. У працях Е. Шацмана [23], С. Каплана [24], Л. Местела [25], Р. Джеймса [26], Я. Зельдовича та І. Новікова [27] побудовано елементарну теорію охолодження вироджених карликів, стійкості щодо процесів нейтронізації та ефектів загальної теорії відносності, впливу осьового обертання та ін. Узагальненню моделі внутрішньої структури карликів приділено набагато менше уваги. Тут можна виділити працю Е. Солпітера [28] про рівняння стану електрон-ядерної моделі за високих густин з наближеним врахуванням кулонівських взаємодій, та працю Е. Солпітера і Т. Гамади [29], присвячену розрахунку співвідношення “маса-радіус” для холодних карликів. Невелика кількість спостережуваних даних стримує розвиток теорії вироджених карликів.

Становище змінилося наприкінці минулого століття, коли за допомогою космічних обсерваторій було відкрито карлики з різноманітними характеристиками – від маломасивних гарячих до холодних карликів з масами, що знаходяться в околі границі С. Чандрасекара. У зв’язку з цим виникла проблема побудови загальної теорії вироджених карликів на

основі нових моделей, що враховують основні чинники формування їхньої структури. У рамках теорії холодних вироджених карликів неможливо пояснити всю різноманітність їхніх спостережуваних особливостей.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційна робота виконана на кафедрі астрофізики Львівського національного університету імені Івана Франка у рамках держбюджетної теми “Астрофізичні процеси на різних просторово-часових масштабах: порівняння моделей з даними спостережень” (ФА-71Ф, номер державної реєстрації 0118U003607, 2018-2020 рр.).

Мета і задачі дослідження. Метою роботи є вивчення впливу основних чинників (неповне виродження електронної підсистеми, осьове обертання, магнітні поля, міжчастинкові взаємодії, ефекти ЗТВ) на формування характеристик масивних вироджених карликів, зокрема одночасне врахування різних факторів. Досягнення цієї мети вимагало вирішення таких основних завдань:

1. Побудова рівняння стану виродженого карлика, що враховує міжчастинкові взаємодії, різні фазові стани електронної підсистеми, неповне виродження електронів.
2. Врахування впливу осьового обертання на характеристики карликів у рамках стандартної моделі С. Чандрасекара та у моделях з реалістичнішим рівнянням стану зоряної речовини.
3. Розрахунок впливу неповного виродження, міжчастинкових взаємодій та спінової поляризації на внутрішню структуру та характеристики карликів.
4. Одночасне врахування конкуруючих чинників в теорії вироджених карликів.
5. Оцінки максимальної маси карликів та області стійкості на основі рівняння рівноваги та варіаційного методу.

Об'єкт дослідження: вироджені карлики з проміжними та великими масами, що описуються у рамках моделей, які узагальнюють стандартну модель С. Чандрасекара.

Предмет дослідження: внутрішня структура вироджених карликів.

Методи дослідження: методи квантової статистики для побудови рівняння стану, рівняння механічної рівноваги та варіаційні методи.

Наукова новизна одержаних результатів.

1. Вперше запропоновано трипараметричну модель виродженого карлика зі спіновою поляризацією при абсолютному нулі температури.
2. У рамках базисного підходу побудовано рівняння стану електрон-ядерної моделі при високих густинах, що відповідають виродженим карликам при абсолютному нулі температури.
3. Вперше вивчено вплив спінової поляризації та неповного виродження на характеристики масивних вироджених карликів. Розв'язано обернену задачу у рамках моделі, що враховує спінову поляризацію і вплив

скінченних температур – за відомими значеннями мас, радіусів та ефективних температур знайдено параметри моделей для конкретних спостережуваних карликів.

4. У рамках моделі С. Чандрасекара досліджено вплив осевого обертання та міжчастинкових взаємодій на характеристики масивних вироджених карликів. Розвинуто напіваналітичний підхід для знаходження розв'язків рівняння рівноваги у такій моделі.
5. Оцінено вплив спінової поляризації, міжчастинкових кулонівських взаємодій, осевого обертання та ефектів ЗТВ на значення критичної маси та критичного значення параметра релятивізму.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані результати можуть бути використані для інтерпретації нових спостережуваних даних, зокрема карликів у подвійних зоряних системах. Вони можуть бути використані для читання спецкурсів “Фізика вироджених карликів” і “Теорія внутрішньої будови зір”, які читаються кафедрою астрофізики у Львівському національному університеті імені Івана Франка.

Достовірність і обґрунтованість одержаних результатів зумовлені використанням квантової статистики, числових методів розв'язування нелінійних диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, порівнянням із результатами інших авторів та спостережуваними даними для вироджених карликів.

Особистий внесок здобувача. Постановка основних завдань дисертаційної роботи здійснена науковим керівником проф. М. В. Ваврухом. Усі викладені в дисертації результати отримані автором самостійно, або при його безпосередній участі. У роботах, виконаних зі співавторами, здобувачу належить: проведення аналітичних та чисельних розрахунків, отримання рівняння рівноваги при врахуванні спінової поляризації [1]; чисельне розв'язування диференціальних рівнянь, робота з графіками, переклад статті на англійську мову [2]; аналітичні і чисельні розрахунки дво- та тричастинкових кореляційних функцій виродженого ідеального релятивістського електронного газу [3]; робота з графіками, переклад статті на англійську мову [4]; аналітичний та чисельний розрахунок енергії основного стану однорідної електрон-ядерної моделі та побудова рівняння стану [5]; чисельне розв'язування рівняння рівноваги в моделі, що враховує обертання, визначення максимальної маси та критичної швидкості обертання [6]; розв'язок оберненої задачі для вибірки масивних карликів, чисельний розв'язок рівняння рівноваги при врахуванні неповного виродження та спінової поляризації, чисельна оцінка критичної маси та критичного значення параметра релятивізму [7]; апроксимації виразів для кореляційної енергії та енергії поляризації, переклад статті на англійську мову [8]; побудова графіків, переклад статті на англійську мову [9]; чисельний розв'язок рівняння рівноваги при врахуванні осевого обертання та міжчастинкових взаємодій, графічне представлення результатів та участь в їх обговоренні [10]; чисельний розв'язок системи рівнянь для ба-

зису універсальних функцій радіальної змінної при врахуванні осьового обертання та кулонівських взаємодій, переклад статті на англійську мову [11]; визначення критичних параметрів масивних вироджених карликів з врахуванням осьового обертання та кулонівських взаємодій, підготовка статті до друку [12].

Апробація роботи здійснена під час доповідей і обговорення основних результатів на семінарах кафедри астрофізики та Астрономічної обсерваторії Львівського національного університету імені Івана Франка (Львів, 2015-2017); Астрономічної обсерваторії Одеського національного університету імені І. І. Мечникова (Одеса, 2018); на Міжнародній науковій конференції “Вибрані питання астрономії та астрофізики”, присвяченій пам’яті Б. Т. Бабія, (Львів, 2016), 16-th and 17-th Odessa International Astronomical Gamow Conference-School “Astronomy and beyond: Astrophysics, Cosmology and Gravitation, Cosmomicrophysics, Radio-astronomy and astrobiology”, (Odessa, 2016, 2017), Міжнародній конференції студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики “Єврика”, (Львів, 2015, 2017, 2018).

Публікації. Результати дисертаційної роботи опубліковано в дванадцяти журнальних статтях [1]-[12] та семи тезах доповідей на Міжнародних конференціях [13]-[19].

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається зі вступу, оглядового розділу та 6 оригінальних розділів, в яких викладено результати дослідження, а також висновків, списку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 151 сторінку включно зі списком використаних джерел, що містить 92 найменування та додатками. Текст дисертації, який займає 133 сторінки, включає 42 рисунки та 15 таблиць.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **Вступі** обґрунтовано актуальність дисертаційної роботи, сформульовано мету і основні завдання дослідження, відзначено наукову новизну та практичну цінність одержаних результатів, особистий внесок здобувача, наведено інформацію щодо апробації одержаних результатів, публікацій, структури і обсягу роботи.

Розділ 1 “Модель С. Чандрасекара та її узагальнення в теорії вироджених карликів” присвячений короткому викладу історії спостережень та розвитку теорії вироджених карликів. Розглянуто двопараметричну стандартну модель С. Чандрасекара як базову модель для розрахунку макроскопічних характеристик в теорії холодних вироджених карликів. Проаналізовано недоліки цієї моделі та роботи, виконані в ХХ ст. та на початку ХХІ ст., в яких узагальнено модель С. Чандрасекара щодо врахування неповного виродження електронної підсистеми, осьового обертання, міжчастинкових взаємодій та ефектів загальної теорії відносності.

Розділ 2 “Модель виродженого карлика зі спін-поляризованою електронною підсистемою” присвячено розрахунку макроскопічних характе-

ристич карлика під впливом слабкого магнітного поля. Запропоновано трипараметричну модель масивного виродженого карлика, у якому електронна підсистема знаходиться у стані з частковою спіновою поляризацією, на відміну від парамагнітного стану стандартної моделі.

Розглядається однорідна модель релятивістського ідеального виродженого електронного газу, що складається з N електронів в об'ємі V при наявності зовнішнього магнітного поля. Величина

$$\zeta_{\mathbf{k}} = \frac{1}{n_{\mathbf{k}}} (n_{\mathbf{k},1/2} - n_{\mathbf{k},-1/2}), \quad n_{\mathbf{k}} = n_{\mathbf{k},1/2} + n_{\mathbf{k},-1/2}$$

визначає ступінь поляризації електронного газу.

З умови нормування $\sum_{\mathbf{k},s} n_{\mathbf{k},s} = N$ одержуємо вирази для хвильових чисел Фермі, що відповідають різним проекціям спінів:

$$k_F^\sigma = k_F \lambda_\sigma, \quad \lambda_+ = (1 + \zeta)^{1/3}, \quad \lambda_- = (1 - \zeta)^{1/3}, \quad k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}.$$

У випадку просторово неоднорідної двокомпонентної електрон-ядерної моделі при $T = 0K$ рівняння стану має таке параметричне представлення [1, 2]:

$$P(r) = \sum_{\sigma} P_{\sigma}(r), \quad P_{\sigma}(r) = \frac{\pi m_0^4 c^5}{3\hbar^3} \mathcal{F}(x_{\sigma}(r)), \quad \mathcal{F}(x_{\sigma}(r)) = 4 \int_0^{x_{\sigma}(r)} \frac{dy y^4}{(1 + y^2)^{1/2}},$$

$$\rho(r) = m_u \mu_e \sum_{\sigma} n_{\sigma} = \frac{m_u \mu_e}{6\pi^2} \left(\frac{m_0 c}{\hbar} \right)^3 \sum_{\sigma} x_{\sigma}^3(r), \quad \sigma = (+, -),$$

де $x_{\sigma}(r) = x(r) \lambda_{\sigma}$, $x(r) = \hbar(3\pi^2 n(r))^{1/3} (m_0 c)^{-1}$ – локальне значення параметра релятивізму, m_u – атомна одиниця маси, $\mu_e = \langle A/z \rangle$ – усереднений параметр хімічного вмісту (z – заряд ядра, A – масове число), m_0 – маса електрона, c – швидкість світла; $P_{\sigma}(r)$ – парціальний електронний тиск, $\rho(r)$ – густина маси ядерної підсистеми.

У загальному випадку при довільному значенні параметра поляризації, використовуючи підстановку

$$\lambda_+^3 \{ (1 + x^2(r) \lambda_+^2)^{1/2} - 1 \} + \lambda_-^3 \{ (1 + x^2(r) \lambda_-^2)^{1/2} - 1 \} = \epsilon_0^{\xi} y(\xi), \quad \xi = \frac{r}{\lambda},$$

$$\epsilon_0^{\xi} = \lambda_+^3 \{ (1 + x_0^2(r) \lambda_+^2)^{1/2} - 1 \} + \lambda_-^3 \{ (1 + x_0^2(r) \lambda_-^2)^{1/2} - 1 \},$$

рівняння рівноваги у безрозмірній формі набуває вигляду

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{dy}{d\xi} \right) = - \{ \sqrt{2} (\lambda_+^8 - \lambda_-^8)^{-1} (\epsilon_0^{\xi})^{-1} [b(y) - \varphi(y)]^{1/2} \}^3, \quad (1)$$

де

$$\varphi(y) = \{ b^2(y) - 4(\lambda_+^8 - \lambda_-^8)^2 c(y) \}^{1/2},$$

$$b(y) = 2 \left\{ (\lambda_+^8 + \lambda_-^8) \left[(\epsilon_0^{\xi} y)^2 + 4\epsilon_0^{\xi} y \right] + 4(\lambda_+ \lambda_-)^3 (\lambda_+^5 + \lambda_-^5) \right\},$$

$$c(y) = \left[(\epsilon_0^{\xi} y)^2 + 4\epsilon_0^{\xi} y \right] \left\{ [(\epsilon_0^{\xi} y)^2 + 4\epsilon_0^{\xi} y] + 4(\lambda_+ \lambda_-)^3 \right\}.$$

Цьому рівнянню відповідають граничні умови $y(0) = 1, y'(0) = 0$, а також умова $y(\xi) \geq 0$. При цьому масштаб λ визначається рівністю

$$\frac{32\pi^2 G}{3(hc)^3} \left\{ m_u \mu_e m_0 c^2 \lambda \frac{\xi_0^\zeta}{2} \right\}^2 = 1,$$

яка у границі $\zeta \rightarrow 0$ збігається з рівністю, одержаною у стандартній моделі. На рис. 1 наведено розв'язки рівняння (1).

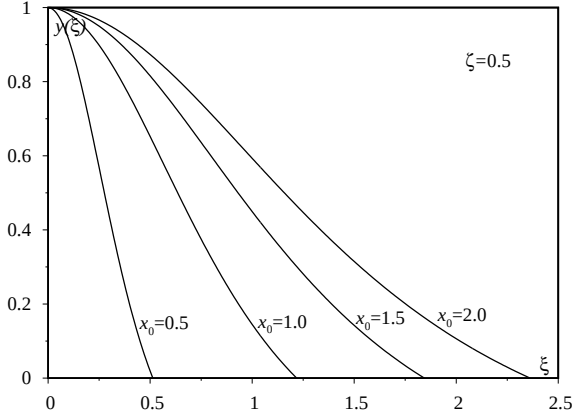


Рис. 1. Розв'язки рівняння рівноваги (1) при фіксованому значенні $\zeta = 0.5$ для чотирьох значень параметра релятивізму

Повна маса і радіус зорі є функціями параметрів x_0, μ_e, ζ :

$$M(x_0, \mu_e | \zeta) = \frac{M_0}{\mu_e^2} \mathcal{M}(x_0 | \zeta), \quad \mathcal{M}(x_0 | \zeta) = \xi_1^2(x_0 | \zeta) \left| \frac{dy}{d\xi} \right|_{\xi=\xi_1(x_0 | \zeta)},$$

$$R(x_0, \mu_e | \zeta) = \lambda \xi_1(x_0 | \eta) = 2R_0 \frac{\xi_1(x_0 | \zeta)}{\mu_e \xi_0^\zeta}.$$

Тут $M_0 \approx 2.89M_\odot$, $R_0 \approx 1.12 \cdot 10^{-2} R_\odot$ – масштаби маси та радіуса, $\xi_1(x_0 | \zeta)$ – безрозмірний радіус карлика, який визначається з умови $y(\xi_1(x_0 | \zeta)) = 0$.

У частковому випадку повної поляризації і в ультрарелятивістській границі маса карлика при врахуванні спінової поляризації перевищує масу карлика у стандартній моделі в $\sqrt{2}$ разів, радіус – у $2^{1/6}$ рази. На рис. 2 порівнюються між собою співвідношення “маса-радіус”, одержані у стандартній моделі та у моделі зі спин-поляризованою електронною підсистемою при різних значеннях ζ .

Розділ 3 “Обертання вироджених карликів” присвячено дослідженню впливу осьового обертання на зміну характеристик холодних вироджених карликів. Для спрощення розрахунків за наявності обертання використовується двокомпонентна модель С. Чандрасекара з ідеальною релятивістською електронною підсистемою у парамагнітній фазі, а обертання

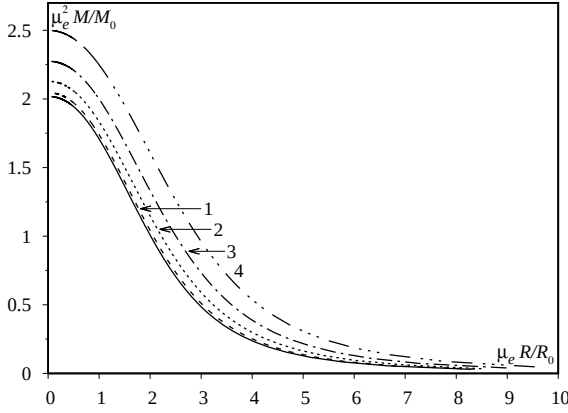


Рис. 2. Співвідношення “маса-радіус” при різних значеннях ζ ($\zeta = 0$ – суцільна крива, $\zeta = 0.2$ – крива 1, $\zeta = 0.4$ – крива 2, $\zeta = 0.6$ – крива 3, $\zeta = 0.8$ – крива 4)

вважається твердотільним. Структура зорі визначається рівнянням механічної рівноваги [6, 10, 11]

$$\nabla P(\mathbf{r}) = -\rho(\mathbf{r}) \nabla \{ \Phi_{grav}(\mathbf{r}) + \Phi_c(\mathbf{r}) \},$$

де

$$\Phi_{grav}(\mathbf{r}) = -G \int \frac{\rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \quad \Phi_c(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2} \omega^2 r^2 \sin^2 \theta.$$

є гравітаційним і відцентровим потенціалами у точці з радіусом-вектором $\mathbf{r}$.

У безрозмірних змінних

$$\xi = r/\lambda, \quad Y(\xi, \theta) = \varepsilon_0^{-1} \left\{ [1 + x^2(r)]^{1/2} - 1 \right\},$$

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_0(x_0) = [(1 + x_0^2)^{1/2} - 1],$$

рівняння рівноваги зводиться до двовимірного нелінійного диференціального рівняння другого порядку в частинних похідних

$$\Delta(\xi, \theta) Y(\xi, \theta) = \Omega^2 - \left\{ Y(\xi, \theta) + \frac{2}{\varepsilon_0} Y(\xi, \theta) \right\}^{3/2}, \quad \Omega^2 \equiv \frac{2\omega^2 m_u \mu_e \lambda^2}{\varepsilon_0 m_0 c^2}, \quad (2)$$

де Ω є безрозмірною кутовою швидкістю. Рівнянню (2) відповідають граничні умови

$$Y(0, \theta) = 1; \quad \frac{\partial}{\partial \xi} Y(\xi, \theta) = 0 \text{ при } \xi \rightarrow 0.$$

Вводячи допоміжну функцію

$$\varphi(\xi, \theta) = Y(\xi, \theta) - \delta(\xi, \theta), \quad \delta(\xi, \theta) = \frac{\Omega^2 \xi^2 \sin^2 \theta}{4},$$

рівняння (2) трансформуємо до рівняння для функції $\varphi(\xi, \theta)$:

$$\Delta(\xi, \theta)\varphi(\xi, \theta) = -\left\{ [\varphi(\xi, \theta) + \omega(\xi, \theta)]^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} [\varphi(\xi, \theta) + \omega(\xi, \theta)] \right\}^{3/2}, \quad (3)$$

де $\Delta(\xi, \theta)$ – оператор Лапласа у безрозмірних змінних (ξ, θ) , а масштаб довжини λ визначено співвідношенням

$$\frac{32\pi^2 G}{3(hc)^3} (m_0 c^2 \varepsilon_0 m_u \mu_e \lambda)^2 = 1.$$

Як впливає з асимптотики $\varphi(\xi, \theta)$ в області $\xi \ll 1$, ця функція є значно менш залежною від змінної θ , ніж $Y(\xi, \theta)$. Це дозволяє знайти наближений розв'язок рівняння, нехтуючи доданком $\xi^{-2} \Delta_\theta \varphi(\xi, \theta)$, в результаті чого рівняння (3) зводиться до одновимірному, у якому змінна θ відіграє роль параметра [6, 10]:

$$\frac{d^2}{d\xi^2} \varphi(\xi, \theta) + \frac{2}{\xi} \frac{d}{d\xi} \varphi(\xi, \theta) \approx -\left\{ [\varphi(\xi, \theta) + \delta(\xi, \theta)]^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} [\varphi(\xi, \theta) + \delta(\xi, \theta)] \right\}^{3/2}, \quad (4)$$

$$\varphi(0, \theta) = 1, \quad \frac{d}{d\xi} \varphi(\xi, \theta) = 0 \quad \text{при} \quad \xi \rightarrow 0.$$

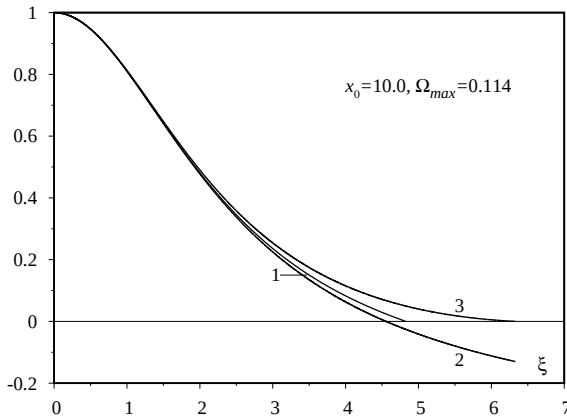


Рис. 3. Розв'язки рівняння (4) при фіксованому значенні параметра релятивізму x_0 і максимальній частоті обертання Ω_{max} (крива 1 відповідає стандартній моделі, 2 – функція $\varphi(\xi, \theta)$, 3 – функція $Y(\xi, \theta)$)

На рис. 3 зображено функції $\varphi(\xi, \theta)$ та $Y(\xi, \theta)$ для заданих значень x_0 і Ω_{max} при $\theta = \pi/2$, знайдені чисельним інтегруванням рівняння (4).

У такому наближенні маса карлика

$$M(x_0, \mu_e, \Omega) = \frac{M_0}{\mu_e^2} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \int_0^{\xi_1(\theta)} \xi^2 \left\{ Y^2(\xi, \theta) + \frac{2}{\epsilon_0} Y(\xi, \theta) \right\}^{3/2} d\xi,$$

де $\xi_1(x_0, \theta)$ визначене умовою $Y(\xi_1, \theta) = 0$ при заданому Ω .

Вплив обертання на величину маси карлика ілюструє рис. 4, на якому нижня крива зображає залежність маси зорі від параметра x_0 при відсутності обертання, а верхня крива – аналогічну залежність у випадку Ω_{max} , хрестики відповідають роботі Р. Джеймса [26]. Як видно з рисунка, максимальна маса карлика перевищує масу у моделі без обертання приблизно на 6% при $x_0 = 10$; 5% при $x_0 = 20$; 4.2% при $x_0 = 30$. У випадку $\mu_e = 2.0$ це відповідає масі $1.52M_\odot$.

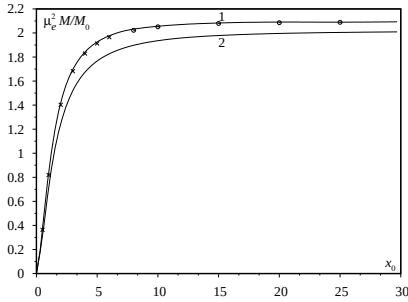


Рис. 4. Залежність маси карлика M від параметра релятивізму x_0 (крива 1 відповідає максимальній частоті обертання Ω_{max} , 2 – без обертання, хрестики відповідають роботі [26], кружечки відповідають (4) з врахуванням доданка $\xi^{-2} \Delta_\theta \varphi(\xi, \theta)$)

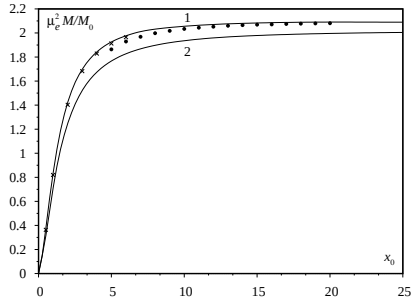


Рис. 5. Залежність маси карлика від параметра релятивізму x_0 (крива 1 відповідає максимальній частоті обертання карлика і розрахована на основі рівняння рівноваги (4), крива 2 відповідає стандартній моделі, кружечки розраховані на основі базису універсальних функцій, хрестики відповідають роботі [26]).

Для знаходження точнішого розв'язку рівняння рівноваги використаємо базис універсальних функцій. У випадку карликів відносно великих мас у рівнянні (2) фігурує малий параметр $\epsilon_0^{-1}(x_0)$, тому розв'язок зображається у вигляді ряду [11, 12]

$$Y(\xi, \theta) = Y_3(\xi, \theta) + \sum_{l \geq 1} \epsilon_0^{-l}(x_0) F_l(\xi, \theta), \quad (5)$$

де $Y_3(\xi, \theta)$ – розв'язок рівняння рівноваги для політропи з індексом $n = 3$ за наявності осьового обертання, $F_l(\xi, \theta)$ – невідомі функції. Підставляю-

де $S(x_0, \xi_0)$ – безрозмірна функція параметрів x_0, ξ_0 . Засереднення тут проводиться з використанням розв’язків рівняння рівноваги при $T = 0K$ [32], а вплив температури вважається поправкою.

Використовуючи редуковане рівняння стану та безрозмірні змінні, рівняння рівноваги зводимо до рівняння (1). Проте новий масштаб λ визначається умовою [7]:

$$\frac{32\pi^2 G}{3(hc)^3} \left\{ m_u \mu_e m_0 c^2 \lambda \frac{\xi_0}{2} \right\}^2 = \eta, \quad \eta = 1 + \frac{4}{3} \pi^2 \left(\frac{T_0^*}{\epsilon_0(x_0)} \right)^2 \cdot S(x_0, \xi_0).$$

У такій моделі маса та радіус можуть бути переписані у наступному вигляді

$$R(x_0, \mu_e, \zeta | \xi_0, T_0^*) = R_0 \frac{\xi_1(x_0 | \zeta)}{\mu_e \epsilon_0^{\zeta}} \eta^{1/2}, \quad M(x_0, \mu_e, \zeta | \xi_0, T_0^*) = \frac{M_0}{\mu_e^2} \mathcal{M}(x_0 | \zeta) \eta^{3/2}. \quad (6)$$

На рис. 6 наведено залежність маси та радіуса від параметра релятивізму при фіксованих значеннях параметра поляризації ζ , безрозмірного радіуса ядра ξ_0 та різних значеннях безрозмірної температури ядра T_0^* .

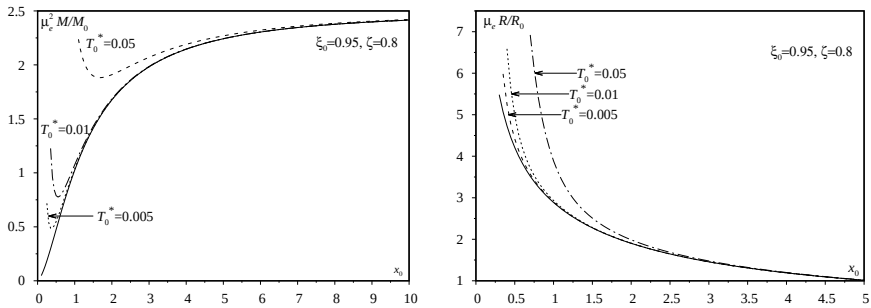


Рис. 6. Залежність маси M та радіуса R від параметра релятивізму x_0 при фіксованих значеннях безрозмірного радіуса ξ_0 та параметра поляризації ζ для різних значень безрозмірної температури T_0^* (суцільна крива – $T_0^* = 0$)

Використовуючи відомі зі спостережень значення мас та радіусів карликів, із системи рівнянь (6) можна знайти два параметри моделі, а саме x_0, T_0^* . При цьому всі інші параметри вважаються вільними. Параметр μ_e близький до значення 2.0, тому у розрахунках використано його значення з роботи [32] для тієї ж вибірки об’єктів. У масивних карликах ізотермічне ядро займає практично весь об’єм зорі [33], тому параметр ξ_0 має бути близьким до одиниці ($\xi_0 = 0.99$). Як видно з табл. 1, зі збільшенням параметра ζ , тобто моделям з більшим магнітним полем, відповідає суттєво нижча центральна температура карлика, причому параметр релятивізму в його центрі мало змінюється.

У розділі 5 “Рівняння стану електрон-ядерної моделі при високих густинах” виконано коректний розрахунок рівняння стану електрон-ядерної

Таблиця 1

Мікроскопічні та макроскопічні параметри моделі для масивних карликів спектрального класу DA з каталогу SDSS DR4 [34] ($\mu_e = 2.0$, $\xi_0 = 0.99$)

№	R/R_0	M/M_0	T_{eff}, K	$\tilde{x}_0$	$\tilde{T}_0^*$	$\zeta = 0.10$		$\zeta = 0.20$	
						x_0	T_0^*	x_0	T_0^*
295	0.74623	0.34989	34020	2.3959	0.030982	2.3915	0.030364	2.3973	0.023905
362	0.85193	0.30832	24440	1.9322	0.021003	1.9277	0.020514	1.9323	0.014622
555	0.79354	0.3291	23240	2.1654	0.02363	2.1609	0.022898	2.1661	0.015746
650	0.79354	0.3291	26140	2.1654	0.02363	2.1609	0.022898	2.1661	0.015746
728	0.88187	0.30832	30090	1.8528	0.026291	1.8482	0.026253	1.8527	0.022552
780	0.8719	0.30139	18340	1.861	0.020378	1.8564	0.019971	1.861	0.014528
944	0.86686	0.30485	18760	1.883	0.021713	1.8784	0.021361	1.883	0.016233
1001	0.77463	0.33603	25450	2.25	0.024951	2.2456	0.024155	2.251	0.016724
1005	0.8469	0.31178	18830	1.9552	0.022433	1.9507	0.022007	1.9554	0.016486
1025	0.83167	0.32217	27460	2.0262	0.026704	2.0217	0.026437	2.0266	0.021661
1430	0.8567	0.31178	26120	1.9279	0.024358	1.9234	0.024103	1.9281	0.019438
1451	0.77463	0.33603	27670	2.25	0.024951	2.2456	0.024155	2.251	0.016724
1513	0.82719	0.31871	22180	2.0306	0.023264	2.0261	0.022763	2.031	0.016853
1902	0.92357	0.30139	38630	1.736	0.027763	1.7314	0.027935	1.7356	0.025126
2003	0.8719	0.30139	20450	1.861	0.020378	1.8564	0.019971	1.861	0.014528
2237	0.85694	0.30485	13980	1.9095	0.019557	1.905	0.018998	1.9096	0.012618
2383	0.82719	0.31871	23290	2.0306	0.023264	2.0261	0.022763	2.031	0.016853
2724	0.85193	0.30832	19960	1.9322	0.021003	1.9277	0.020514	1.9323	0.014622
2836	0.89115	0.32217	58380	1.8626	0.034161	1.858	0.034468	1.8625	0.031834
2893	0.89208	0.30832	36820	1.8271	0.027619	1.8225	0.027679	1.827	0.024365

моделі при високих густинах на основі дво- та тричастинкових кореляційних функцій електронної підсистеми при абсолютному нулі температури [3, 4, 5, 8, 9].

$$P(x) = \frac{\pi m_0^4 c^5}{3h^3} \{ \mathcal{F}(x) - f_2(x) - f_3(x) \}, \quad (7)$$

де

$$f_2(x) = 2\alpha_0 x^4 \left\{ \frac{1}{\pi} - \frac{4}{3} \frac{d}{dx} \left(\langle z \rangle^{0.61803} \epsilon_L^{(2)}(x| \langle z \rangle) + \frac{\langle z^2 \rangle}{\langle z \rangle} \alpha_0^{1/2} \epsilon_{pol}^{(2)}(x) + \alpha_0 \epsilon_c(x) \right) \right\}$$

– внесок взаємодій у наближенні двочастинкових електронних кореляцій,

$$f_3(x) = -8\alpha_0^2 x^4 \frac{d}{dx} \left\{ \frac{\langle z^3 \rangle}{\langle z \rangle} \alpha_0^{1/2} \epsilon_{pol}^{(3)}(x) + \dots \right\}$$

– внесок взаємодій при врахуванні тричастинкових кореляцій. Тут $\epsilon_c(x)$

– кореляційна енергія електронної рідини, $\epsilon_{pol}^{(2)}(x)$ – внесок двочастинкових взаємодій в енергію поляризації, $\epsilon_{pol}^{(3)}(x)$ – аналогічний внесок спричинений тричастинковими взаємодіями, $\epsilon_L^{(2)}(x| \langle z \rangle)$ – внесок двочастинкових між'ядерних взаємодій, α_0 – стала тонкої структури. Всі доданки до енергії моделі, пов'язані із взаємодіями, є від'ємними і призводять до зменшення тиску. Одержане рівняння стану чисельно близьке до результату Е. Солпітера [28]. На рис. 7 зображено залежність тиску у моделі із кулонівськими міжчастинковими взаємодіями до тиску ідеального вирожденного релятивістського електронного газу від параметрів x та z .

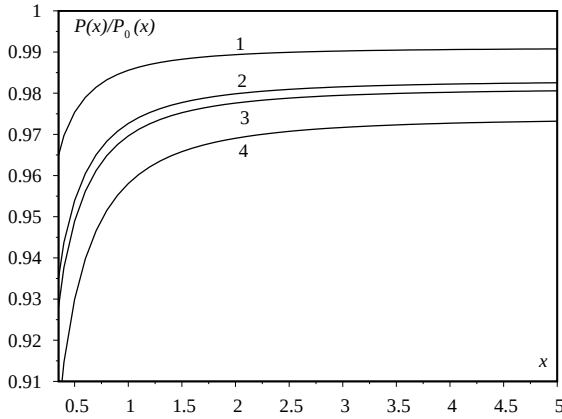


Рис. 7. Залежність тиску у моделі із кулонівськими взаємодіями $P(x)$ до тиску ідеального виродженого релятивістського електронного газу $P_0(x)$ від параметра релятивізму та заряду ядра (крива 1 – $z_1 = z_2 = 2$, 2 – $z_1 = z_2 = 6$, 3 – $z_1 = 7$; $z_2 = 8$; 4 – $z_1 = z_2 = 12$)

Розділ 6 “Врахування конкуруючих чинників в теорії вироджених карликів” присвячено дослідженню впливу міжчастинкових взаємодій та осьового обертання на зміну характеристик масивних вироджених карликів. У випадку вироджених карликів без осьового обертання, у наближенні (7), рівняння механічної рівноваги у безрозмірній формі набуває вигляду [10]:

$$\begin{aligned} \Delta_{\xi} y(\xi) \equiv & - \left(y^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} y \right)^{3/2} + \varphi_1(\xi|z) \Delta_{\xi} \left(y^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} y \right)^{1/2} + \\ & + \varphi_2(\xi|z) \left(\frac{d}{d\xi} \left[y^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} y \right]^{1/2} \right)^2. \end{aligned}$$

Цьому рівнянню відповідають граничні умови $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

Функції $\varphi_1(\xi|z)$, $\varphi_2(\xi|z)$ визначені такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \varphi_1(\xi|z) \equiv & \varepsilon_0 \left(\frac{1}{8x^3} \frac{df(x|z)}{dx} \right), \quad \varphi_2(\xi|z) \equiv \frac{\varepsilon_0^2}{8} \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{8x^3} \frac{df(x|z)}{dx} \right) \\ \text{при } x = & \varepsilon_0 \left(y^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} y \right)^{1/2}, \quad f(x) \equiv f_2(x) + f_3(x). \end{aligned}$$

Маса і радіус зорі, що є функціями параметрів x_0 , μ_e , z , визначаються співвідношеннями

$$M(x_0, z, \mu_e) = \frac{M_0 \mathcal{M}(x_0|z)}{\mu_e^2}; \quad R(x_0, z, \mu_e) = \frac{R_0 \xi_1(x_0|z)}{\varepsilon_0(x_0) \mu_e}.$$

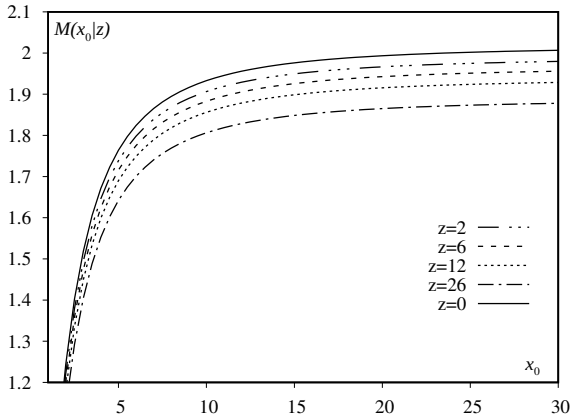


Рис. 8. Залежність безрозмірної маси карлика $\mathcal{M}(x_0|z)$ від параметра x_0 при різних значеннях заряду ядра

На рис. 8 зображено залежність безрозмірної маси карлика від параметра релятивізму при різних значеннях заряду ядра. Зменшення маси за рахунок міжчастинкових взаємодій при великих значеннях параметра релятивізму складає приблизно 1.4% при $z = 2$; 2.7% при $z = 6$; 4.1% при $z = 12$; 7% при $z = 26$.

У моделі з обертанням і рівнянням стану (7) рівняння рівноваги набуває вигляду

$$\begin{aligned} \Delta(\xi, \theta) \tilde{Y}(\xi, \theta) &= \Omega^2 - \left\{ \tilde{Y}^2(\xi, \theta) + \frac{2}{\varepsilon_0} \tilde{Y}(\xi, \theta) \right\}^{3/2} + \\ &+ \varphi_1(Y) \Delta(\xi, \theta) \left(\tilde{Y}^2(\xi, \theta) + \frac{2}{\varepsilon_0} \tilde{Y}(\xi, \theta) \right)^{1/2}, \\ \Omega^2 &= \frac{m_u \mu_e \lambda^2}{m_0 c^2 \varepsilon_0} = \frac{2}{\mu_e \varepsilon_0^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2, \quad \omega_0^2 = \frac{GM_0}{R_0^3}. \end{aligned}$$

Як впливає з чисельних розрахунків, осьове обертання може компенсувати зменшення маси за рахунок міжчастинкових взаємодій при $z \leq z_0 \approx 17$. Але, оскільки обертання карликів з максимальною кутовою швидкістю є малоймовірним, то у більшості випадків збільшення маси за рахунок обертання не може повністю компенсувати зменшення маси за рахунок кулонівських взаємодій. Звідси випливає, що маси немагнітних карликів при $z > z_0$ не можуть перевищувати масу, яка одержується з моделі С. Чандрасекара.

Розділ 7 “Максимальна маса і стійкість вироджених карликів” присвячено вивченню впливу ефектів ЗТВ та спінової поляризації на стійкість вироджених карликів. Ця модель відповідає масивним карликам.

Через те насамперед необхідно пояснити на основі цієї моделі існування спостережуваних карликів з масами в околі межі С. Чандрасекара.

В ультрарелятивістській границі рівняння стану електронної підсистеми набуває вигляду:

$$P(r) \Rightarrow \frac{\pi m_0^4 c^5}{3h^3} \cdot x^4(r) \cdot \frac{(\lambda_+^4 + \lambda_-^4)}{2} \dots$$

У зв'язку з цим, для оцінки маси карлика при врахуванні ефектів ЗТВ можна використати наближене співвідношення між енергією і масою зорі аналогічно до того, що одержане Я. Зельдовичем та І. Новіковим [27] для парамагнітного стану електронів. У випадку моделі зі спін-поляризованою електронною підсистемою, в безрозмірних змінних вираз для енергії набуває вигляду [7]:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(x_0|\zeta) \cong & \left\{ \frac{k_1(3\pi^2)^{1/3}}{4} \left(1 + \frac{2}{9}\zeta^2 \right) \mathcal{M}(x_0|\zeta) - k_2 \left(\frac{3\pi}{4} \right)^{1/3} \mathcal{M}^{5/3}(x_0|\zeta) \right\} \times \\ & \times \frac{x_0}{(3\pi^2)^{1/3}} + \frac{k_3}{x_0} \mathcal{M}(x_0|\zeta) (3\pi^2)^{1/3} - \frac{k_4 x_0^2}{(4\pi)^{2/3}} \frac{m_0}{m_u \mu_e} \mathcal{M}^{7/3}(x_0|\zeta) - \mathcal{M}(x_0|\zeta), \\ k_1 = 1.75579, \quad k_2 = 0.639001, \quad k_3 = 0.519723, \quad k_4 = 0.918294. \end{aligned}$$

З умови рівноваги $\frac{\partial^2}{\partial x_0^2} \mathcal{E}(x_0|\zeta) = 0$ знаходимо рівняння для визначення маси та критичного параметра релятивізму при малих ζ . На рис. 9 зо-

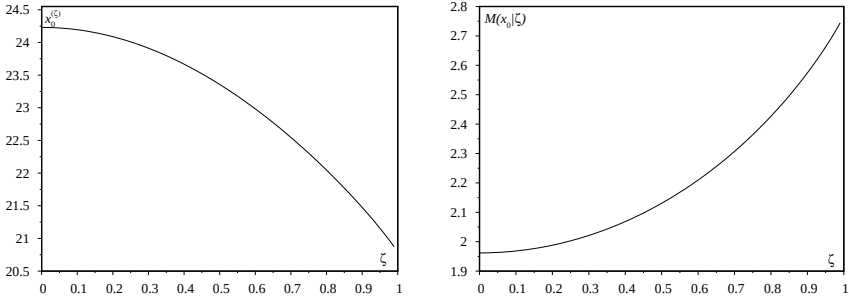


Рис. 9. Залежність критичного параметра релятивізму x_0 та максимальної безрозмірної маси $M(x_0|\zeta)$ від параметра ζ

бражено залежність критичного значення параметра релятивізму x_0 та безрозмірної маси $M(x_0|\zeta)$ від параметра ζ . З рисунків видно, що збільшення параметра ζ призводить до зменшення критичної густини карлика. При цьому критичне значення маси карлика зростає, і може перевищувати граничну межу С. Чандрасекара.

Для врахування впливу ефектів ЗТВ на характеристики карлика при врахуванні взаємодій та обертання скористаємося рівняннями Оппенгеймера – Волкова

$$\frac{dP}{dr} = -G\rho(r)\frac{M(r)}{r^2}\left(1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2}\right)\left(1 + 4\pi r^3 \frac{P(r)}{M(r)c^2}\right)\left(1 - 2G\frac{M(r)}{rc^2}\right)^{-1}, \quad (8)$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r),$$

у яких $M(r)$ – маса у сфері радіуса r . У безрозмірних змінних рівняння (8) зводиться до такої форми [12]:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left\{ \xi^2 \frac{dy}{d\xi} - \xi^2 \varphi(\xi|z) \frac{d}{d\xi} \left[y^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} y \right]^{1/2} \right\} = \\ & = - \left\{ y^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} y \right\}^{3/2} \left\{ 1 + \gamma(x_0) g(\xi) \right\} - \frac{\gamma(x_0)}{\xi^2} \mathcal{M}(\xi) \frac{dg(\xi)}{d\xi}. \end{aligned}$$

Тут використано позначення

$$\begin{aligned} \varphi(\xi|z) &= (2x)^{-3} \frac{d}{dx} f(x|z) \text{ при } x = \varepsilon_0 \left(y^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} y \right)^{1/2}; \\ g(\xi) &= \frac{1}{4} \left(y^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} y \right)^{1/2} + \frac{2}{\xi} \mathcal{M}(\xi) + \frac{\xi^3}{4\mathcal{M}(\xi)} \left(y^2 + \frac{2}{\varepsilon_0} y \right)^2; \\ \mathcal{M}(\xi) &= \int_0^\xi (\xi')^2 \left\{ y^2(\xi') + \frac{2}{\varepsilon_0} y(\xi') \right\}^{3/2} d\xi', \quad \gamma(x_0) = \varepsilon_0(x_0) \frac{m_0}{m_u \mu_e}. \end{aligned}$$

У використаному наближенні маса зорі

$$M(x_0|z) = \frac{M_0}{\mu_e^2} \left\{ 1 - \varphi(x_0|z) \right\}^{3/2} \left\{ \mathcal{M}(x_0) - \gamma(x_0) \mathcal{M}_1(x_0) \right\}, \quad (9)$$

де $\mathcal{M}(x_0)$ відповідає стандартній моделі,

$$\mathcal{M}_1(x_0) = 3 \int_0^{\xi_1(x_0)} \xi^2 \tilde{y}_1(\tilde{\xi}) \left[\tilde{y}_0(\tilde{\xi}) + \frac{1}{\varepsilon_0} \right] \left[\tilde{y}_0^2(\tilde{\xi}) + \frac{2}{\varepsilon_0} \tilde{y}_0(\tilde{\xi}) \right]^{1/2} d\tilde{\xi}, \quad (10)$$

де $\tilde{y}_0(\tilde{\xi})$ – розв’язок рівняння рівноваги у стандартній моделі, а поправка $\tilde{y}_1(\tilde{\xi})$ є розв’язком неоднорідного диференціального рівняння другого порядку. Співвідношення (9), (10) визначають масу карлика у моделі, що враховує взаємодію та ефекти ЗТВ, але не враховує обертання.

Безрозмірна маса виродженого карлика у моделі, яка враховує обертання, кулонівські взаємодії та ефекти ЗТВ, зображається у вигляді

$$\mathcal{M}^{\text{ЗТВ}}(x_0, z, \tilde{\Omega}) = \{1 - \varphi(x_0|z)\}^{3/2} \{ \mathcal{M}(x_0, \tilde{\Omega}) - \gamma(x_0) \mathcal{M}_1(x_0) \}.$$

Максимальне значення цієї величини відповідає $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}_{max}(x_0)$, а мінімальне $\tilde{\Omega} = 0$. Через те, що параметр $\gamma(x_0)$ пропорційний до $\epsilon_0(x_0)$, то $\mathcal{M}^{ЗТВ}(x_0, z, \tilde{\Omega})$ як функція x_0 має максимум у деякій точці x_0^* , що наближено визначається рівнянням

$$\frac{m_0}{m_u \mu_e} \mathcal{M}_1(x_0^*) \simeq \frac{d}{dx_0^*} \mathcal{M}(x_0^*, \Omega).$$

Звідси випливає, що x_0^* знаходиться в області великих значень параметра релятивізму, у якій похідна $\frac{d}{dx_0} \mathcal{M}(x_0, \tilde{\Omega})$ є величиною порядку 10^{-3} . Крім того, x_0^* майже не залежить від величини заряду ядра z , на відміну від максимального значення маси $\mathcal{M}^{ЗТВ}(x_0^*, z, \tilde{\Omega})$. Як впливає з чисельного

Таблиця 2

Критичні параметри вироджених карликів

$x_0^{(2)}$	$\mathcal{M}^{ЗТВ}(x_0, z, 0)$			
26.2	SM	$z = 2$	$z = 12$	$z = 26$
	1.97531	1.94889	1.89942	1.85217
$x_0^{(1)}$	$\mathcal{M}^{ЗТВ}(x_0, z, \tilde{\Omega})$			
23.2	SM	$z = 2$	$z = 12$	$z = 26$
	2.06117	2.03362	1.98199	1.93270

розрахунку, $x_0^{(1)} \leq x_0^* \leq x_0^{(2)}$ при зміні кутової швидкості від $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}_{max}$ до $\tilde{\Omega} = 0$. Максимальна маса карлика при заданому значенні z змінюється в межах $\mathcal{M}^{ЗТВ}(x_0^{(2)}, z, 0)$ до $\mathcal{M}^{ЗТВ}(x_0^{(1)}, z, \tilde{\Omega})$, де $x_0^{(1)} = 23.2$ (при $\tilde{\Omega} = \tilde{\Omega}_{max}$); $x_0^{(2)} = 26.2$ (при $\tilde{\Omega} = 0$). Як видно з табл. 2, область зміни x_0^* є невеликою, а $x_0^{(1)}$ близьке до порогових значень параметра x_0 , що відповідають процесам нейтронізації (SM відповідає стандартній моделі). Звідси випливає, що для більшості реальних карликів процеси нейтронізації та ефекти ЗТВ можуть виявитись однаково важливими.

Дисертаційна робота завершується **Висновками**, у яких зображено підсумок основних результатів дослідження, **Списком використаних джерел** та **Додатками**, в яких наведено апроксимаційні вирази для базисних функцій, а також список публікацій здобувача.

ВИСНОВКИ

На основі результатів дисертаційної роботи можна зробити такі висновки:

1. Ступінь спінової поляризації електронної підсистеми карлика суттєво впливає на макроскопічні характеристики карлика, а саме, призводить до збільшення маси і радіуса. При довільному значенні параметра ζ максимальна маса карлика перевищує значення цієї величини у стандартній (парамагнітній) моделі. У рамках спин-поляризованої моделі

можна пояснити існування карликів у бінарних системах, де маси карликів досягають величини $1.5M_{\odot}$ і знаходяться на границі стійкості (чи за її межами) з точки зору стандартної моделі.

2. У рамках моделі, що враховує осьове обертання, запропоновано два методи розв'язування рівняння механічної рівноваги. Перший підхід ґрунтується на одновимірному рівнянні рівноваги (4), другий – на базисі універсальних функцій. Другий метод є точнішим, оскільки він краще відображає поверхню карлика і його об'єм. Для проміжних значень параметра релятивізму в центрі зорі отримані результати добре узгоджуються з результатами роботи [26]. Розрахунки характеристик вироджених карликів з великими масами зроблено вперше.
3. Як показують розрахунки, вплив неповного виродження та спінової поляризації електронної підсистеми призводить до збільшення мас та радіусів вироджених карликів. За відомими значеннями мас та радіусів, розраховано обернену задачу та знайдено параметри моделі (x_0 , T_0^*) для вибірки масивних карликів. Збільшення ступеня спінової поляризації призводить до зменшення T_0^* , а параметр x_0 в його центрі повільно зростає.
4. У рамках базисного підходу, розвинутого у роботі [35], розраховано енергію основного стану та рівняння стану електрон-ядерної моделі при високих густинах, що відповідають виродженим карликам при $T = 0K$ у наближенні дво- та тричастинкових електронних кореляцій. Показано, що міжчастинкові кулонівські взаємодії призводять до зменшення тиску в центрі зорі. Знайдене рівняння стану є близьким до результатів роботи Е. Солпітера [28].
5. За допомогою одержаного рівняння стану на основі рівняння механічної рівноваги розраховано вплив міжчастинкових взаємодій на характеристики карлика. Показано, що міжчастинкові взаємодії призводять до зменшення маси карлика. Величина маси і радіуса залежить від хімічного вмісту (заряду ядра) у відношенні до стандартної моделі. Показано, що конкуруючі чинники (обертання та кулонівські взаємодії) можуть приводити до збільшення, або зменшення радіуса (в залежності від величини кутової швидкості та заряду ядра).
6. За допомогою варіаційного підходу на основі моделі без обертання та кулонівських взаємодій, оцінено значення критичної маси та параметра релятивізму в залежності від ступеня спінової поляризації. Вплив загальної теорії відносності на масу, при якій порушується стійкість виродженого карлика в такій моделі, є більшим, ніж в стандартній моделі С. Чандрасекара. За допомогою рівняння Оппенгеймера – Волкова знайдене значення критичної маси та параметра релятивізму, при врахуванні осьового обертання та кулонівських міжчастинкових взаємодій, встановлено, що нестійкість, спричинена ефектами ЗТВ, визначається не масою карлика, а її похідною. При цьому взаємодії та осьового обертання слабо впливають на критичне значення параметра релятивізму.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ:

1. Ваврух М. Модель виродженого карлика зі спин-поляризованою електронною системою / Ваврух М., Тишко Н., Дзіковський Д. // Вісник Львівського університету. Серія фізична. – 2014. – В. 49. – С. 101-115.
2. Vavruk M. V. Model of magnetic degenerate dwarf with spin-polarized electron system / Vavruk M. V., Dzikovskyi D. V., Tyshko N. L. // Odessa Astronomical Publications. – 2015. – Vol. 28, №1. – P. 82-87.
3. Ваврух М. Статистичний опис електрон-ядерної моделі в теорії вироджених карликів. I. Кореляційні функції електронної підсистеми / Ваврух М., Дзіковський Д., Солов'ян В., Тишко Н. // Вісник Львівського університету. Серія фізична. – 2015. – В. 50. – С. 104-124.
4. Vavruk M. V. Correlation functions of the degenerate relativistic electron gas with high density / Vavruk M. V., Dzikovskyi D. V., Solovyany V. B., Tyshko N. L. // Mathematical Modeling and Computing – 2016. – Vol. 3, №1 – P. 97-110.
5. Ваврух М. Статистичний опис електрон-ядерної моделі в теорії вироджених карликів. II. Енергія та рівняння стану при $T=0\text{K}$ у парамагнітній фазі / Ваврух М., Дзіковський Д., Тишко Н. // Вісник Львівського університету. Серія фізична. – 2016. – В. 51. – С. 106-120.
6. Vavruk M. The influence of the axial rotation on the degenerate dwarfs characteristics / Vavruk M., Smerechynskiy S., Dzikovskyi D. // Mathematical Modeling and Computing. – 2017. – Vol. 4, №1 – P. 107-115.
7. Smerechynskiy S. V. Model of magnetic degenerate dwarf / Smerechynskiy S. V., Dzikovskyi D. V. // Odessa Astronomical Publications. – 2017. – Vol. 30. – P. 128-134.
8. Vavruk M. V. The characteristics of electron-nuclear model in the degenerate dwarfs theory. Equation of state / Vavruk M. V., Dzikovskyi D. V. // Odessa Astronomical Publications. – 2017. – Vol. 30. – P. 149-158.
9. Vavruk M. V. Reference system approach within the white-dwarfs theory / Vavruk M. V., Dzikovskyi D. V., Tyshko N. L. // Condensed Matter Physics. – 2017. – Vol. 20, №4 – P. 1-21.
10. Ваврух М. В. Вплив міжчастинкових взаємодій на характеристики масивних вироджених карликів / Ваврух М. В., Дзіковський Д. В., Смеречинський С. В. // Журнал фізичних досліджень. – 2018. – Т. 22, №1 – С. 1901-1-1901-12.
11. Dzikovskyi D. V. Role of the interparticle interactions and axial rotation in the massive white dwarfs theory / Dzikovskyi D. V., Vavruk M. V., Smerechynskiy S. V. // Advances in Astronomy and Space Physics. – 2018. – Vol. 8, №1 – P. 9-15.
12. Vavruk M. V. Consideration of the competing factors in the calculations of the characteristics of non-magnetic degenerate dwarfs / Vavruk M. V., Dzikovskyi D. V., Smerechynskiy S. V. // Ukrainian Journal of Physics. – 2018. – Vol. 63, №9 – P. 777-789.

13. Дзіковський Д. Модель виродженого карлика зі спін-поляризованою електронною системою / Дзіковський Д. // Міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики “Єврика” – 2015. Львів, 2015. – 13-15 Травня. – С. G1.
14. Vavrukh M. V. The electron-nuclear model in the degenerate dwarfs theory with Coulomb interactions / Vavrukh M. V., Dzikovskyi D. V., Tyshko N. L. // 16-th Odessa International Astronomical Gamow Conference-School “Astronomy and beyond: Astrophysics, Cosmology and Gravitation, Cosmomicrophysics, Radio-astronomy and astrobiology”. – Odessa, 2016. – 14-20 August. – P. 21.
15. Ваврух М. Модель зі спін-поляризованою електронною підсистемою в теорії вироджених карликів / Ваврух М., Дзіковський Д., Тишко Н., Смеречинський С. // VIII наукова конференція “Вибрані питання астрономії та астрофізики”. – Львів, 2016. – 17-20 Жовтня. – С. 27.
16. Ваврух М. Рівняння стану холодного виродженого релятивістського газу при високих густинах / Ваврух М., Дзіковський Д., Тишко Н. // VIII наукова конференція “Вибрані питання астрономії та астрофізики”. – Львів, 2016. – 17-20 Жовтня. – С. 28.
17. Дзіковський Д. Модель магнітного виродженого карлика / Дзіковський Д., Смеречинський С. // Міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики “Єврика” – 2017. Львів, 2017. – 16-18 Травня. – С. G1.
18. Vavrukh M. V. The structure of massive dwarfs with spin-polarized electron subsystem / Vavrukh M. V., Dzikovskyi D. V., Smerechynskyi S. V // 17-th Odessa International Astronomical Gamow Conference-School “Astronomy and beyond: Astrophysics, Cosmology and Gravitation, Cosmomicrophysics, Radio-astronomy and astrobiology”. – Odessa, 2017. – 13-20 August. – P. 21.
19. Дзіковський Д. Модель масивного виродженого карлика з осьовим обертанням і кулонівськими взаємодіями / Дзіковський Д., Оверко Р. // Міжнародна конференція студентів і молодих науковців з теоретичної та експериментальної фізики “Єврика” – 2018. Львів, 2018. – 15-17 Травня. – С. G5.

ПЕРЕЛІК ЦИТОВАНИХ ДЖЕРЕЛ:

20. Fowler R. H. On dense matter / Fowler R. H. // MNRAS. – 1926. – Vol. 87. – P. 114-122.
21. Chandrasekhar S. The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs / Chandrasekhar S. // Astrophys. J. – 1931. – Vol. 74. – P. 81-82.
22. Chandrasekhar S. Stellar configurations with degenerate cores / Chandrasekhar S. // MNRAS. – 1935. – Vol. 95. – P. 226-260.
23. Schatzman E. Theorie des Supernovae / Schatzman E. // Ann. der Astrophys. – 1946. – Vol. 9. – P. 199-221.

24. Каплан С. А. Сверхплотные звезды / Каплан С. А. // Научн. зап. Львов. ун. – 1949. – Т. 15 – В. 4 – С. 109-116.
25. Mestel L. On the Theory of White Dwarf Stars. I. The Energy Sources of White Dwarf / Mestel L. // MNRAS. – 1952. – Vol. 112. – P. 583-597.
26. James R. A. The Structure and Stability of Rotating Gas Masses / James R. A. // Astrophys. J. – 1964. – Vol. 140. – P. 552-582.
27. Зельдович Я. Б. Теория тяготения и эволюции звезд / Зельдович Я. Б., Новиков Н. Д. // Москва: Наука. – 1975. – 735 С.
28. Salpeter E. E. Energy and pressure of a zero-temperature plasma / Salpeter E. E. // Astrophys. J. – 1961. – Vol. 134. – P. 669-682.
29. Hamada T. Models for Zero-Temperature Stars / Hamada T., Salpeter E. E. // Astrophys. J. – 1961. – Vol. 134. – P. 683-698.
30. Chandrasekhar S. The Equilibrium of Distorted Polytropes. I. The Rotational Problem / Chandrasekhar S. // MNRAS. – 1933. – Vol. 93. – P. 390 - 405.
31. Ваврух М. В. Обратная задача теории вырожденных карликов / Ваврух М. В., Смеречинский С. В., Тышко Н. Л // Астрон. Ж. – 2011. – Т. 86, №6 – С. 549-569.
32. Ваврух М. В. Модель Чандрасекара при конечных температурах: определения параметров и расчет характеристик вырожденных карликов / Ваврух М. В., Смеречинский С. В // Астрон. Ж. – 2012. – Т. 89, №5 – С. 407-423.
33. Ваврух М. В. Горячие вырожденные карлики в рамках двухфазной модели / Ваврух М. В., Смеречинский С. В. // Астрон. Ж. – 2013. – Т. 90, №12 – С. 993-1065.
34. Tremblay P.-E. An Improved Spectroscopic Analysis of DA White Dwarfs from the Sloan Digital Sky Survey Data Release 4 / Tremblay P.-E., Bergeron P., Gianninas A. // Astrophys. J. – 2011. – V. 730. – P. 128-151.
35. Ваврух М. Базисний підхід в теорії багатоелектронних систем / Ваврух М., Костробій П., Маркович Б. // Львів: Растр-7 – 2017. – 509 С.

АНОТАЦІЯ

Дзіковський Д. В. Узагальнення моделі С. Чандрасекара в теорії масивних вироджених карликів. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.03.02 – астрофізика, радіоастрономія. – Одеський національний університет ім. І. І. Мечникова Міністерства освіти і науки України, Одеса, 2018.

Дисертація присвячена розрахунку внутрішньої структури та макроскопічних характеристик вироджених карликів при врахуванні основних чинників формування цих зір. Запропоновано нові моделі, що узагальнюють стандартну модель С. Чандрасекара. Вперше запропоновано модель виродженого карлика, у якій електронна підсистема знаходиться у стані з

частковою спіноюю поляризацією. Досліджено вплив осьового обертання на характеристики холодних вироджених карликів. Знайдено наближені розв'язки рівняння рівноваги вироджених карликів при врахуванні обертання, як шляхом чисельного інтегрування рівняння рівноваги у частинних похідних, так на основі розкладів за базисом універсальних функцій радіальної змінної і поліномів Лежандра. Вивчено вплив спінової поляризації та неповного виродження ідеальної релятивістської електронної підсистеми на характеристики вироджених карликів. Розв'язано обернену задачу та визначено температуру ізотермічного ядра і параметр релятивізму у його центрі. З метою побудови рівняння стану для виродженого карлика на основі базисного підходу розраховано енергію основного стану макроскопічно однорідної двокомпонентної електрон-ядерної моделі з кулонівськими міжчастинковими взаємодіями при високих густинах у наближенні дво- та тричастинкових електронних кореляцій. Досліджено відносне зменшення тиску в залежності від заряду ядра і параметра релятивізму. Запропоновано метод знаходження розв'язків рівняння механічної рівноваги масивних вироджених карликів при одночасному врахуванні осьового обертання та міжчастинкових взаємодій, які є конкуруючими чинниками. У рамках моделі зі спіноюю поляризацією та ідеальною електронною підсистемою на основі варіаційного принципу вивчено вплив ефектів загальної теорії відносності на характеристики карликів. Такі ж дослідження виконано на основі рівняння Оппенгеймера – Волкова у моделі, що враховує міжчастинкові взаємодії та осьове обертання – визначено значення маси карлика та параметра релятивізму, при яких порушується стійкість цих об'єктів.

Ключові слова: вироджений карлик, спінова поляризація, осьове обертання, неповне виродження, електрон-ядерна модель, параметр релятивізму, міжчастинкові взаємодії, ефекти загальної теорії відносності.

АННОТАЦИЯ

Дзиковский Д. В. Обобщение модели С. Чандрасекара в теории массивных вырожденных карликов. – Квалификационная научная работа на правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.03.02 – астрофизика, радиоастрономия. – Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова МОН Украины, Одесса, 2018.

Диссертация посвящена расчету внутренней структуры и макроскопических характеристик вырожденных карликов при учете основных факторов формирования этих звезд. Предложены новые модели, обобщающие стандартную модель С. Чандрасекара. Впервые предложена модель вырожденного карлика, в которой электронная подсистема находится в состоянии с частичной спиновой поляризацией. Исследовано влияние осевого вращения на характеристики холодных вырожденных карли-

ков. Найдены приближенные решения уравнения равновесия вырожденных карликов при учете вращения, как путем численного интегрирования уравнения равновесия в частных производных, так и на основе разложений по базису универсальных функций радиальной переменной и полиномов Лежандра. Изучено влияние спиновой поляризации и неполного вырождения идеальной релятивистской электронной подсистемы на характеристики вырожденных карликов. Решена обратная задача и определены температура изотермического ядра и параметр релятивизма в его центре. С целью построения уравнения состояния для вырожденного карлика на основе базисного подхода рассчитана энергия основного состояния макроскопически однородной двухкомпонентной электрон-ядерной модели с кулоновскими межчастичными взаимодействиями при высоких плотностях в приближении двух- и трехчастичных электронных корреляций. Исследовано относительное уменьшение давления в зависимости от заряда ядра и параметра релятивизма. Предложен метод нахождения решений уравнения механического равновесия массивных вырожденных карликов при одновременном учете осевого вращения и межчастичных взаимодействий, которые являются конкурирующими факторами. В рамках модели со спиновой поляризацией и идеальной электронной подсистемой на основе вариационного принципа изучено влияние эффектов общей теории относительности на характеристики карликов. Такие же исследования выполнены на основе уравнения Оппенгеймера – Волкова в модели, учитывающей межчастичные взаимодействия и осевое вращение – определено значение массы карлика и параметра релятивизма, при которых нарушается устойчивость этих объектов.

Ключевые слова: вырожденный карлик, спиновая поляризация, осевое вращение, неполное вырождение, электрон-ядерная модель, параметр релятивизма, межчастичные взаимодействия, эффекты общей теории относительности.

SUMMARY

Dzikovskyi D. V. Generalization of S. Chandrasekhar's model in the theory of massive degenerate dwarfs. – Qualification scientific paper, manuscript.

Thesis for a Candidate degree (PhD) of Physical and Mathematical Sciences in speciality 01.03.02 – astrophysics, radioastronomy. – Odesa I. I. Mechnikov National University, the Ministry of Education and Science of Ukraine, Odesa, 2018.

The dissertation is devoted to the calculation of internal structure and macroscopic characteristics of degenerate dwarfs by taking into account the main factors in the formation of these stars. New models developed in this work generalize S. Chandrasekhar's standard model. For the first time it was proposed the model of degenerate dwarf with partial spin-polarization of the electron subsystem. It was shown that spin-polarization leads to an increase

of mass and radius of degenerate dwarf in comparison with corresponding characteristics of S. Chandrasekhar's standard model. The influence of the axial rotation on characteristics of degenerate dwarfs were investigated. It was established that the axial rotation causes an increase of the dwarfs' mass and deviation of stellar surface shape from spherical symmetry. The approximate solutions of the equilibrium equation of rotating degenerate dwarf were found using numerical integration of the equilibrium equation in partial derivatives, as well as the expansion on the basis of universal functions of the radial variable and Legendre polynomials. The influence of the spin-polarization and the incomplete degeneration of an ideal relativistic electron subsystem on the characteristics of the degenerate dwarfs were studied. It was shown that the influence both of these factors lead to a significant increase of mass and radius in comparison with characteristics of the standard model. The inverse problem was solved and the temperature of the isothermal core and the relativistic parameter in its center were found. It was shown that with increasing impact of spin-polarization the core temperature decreases. In order to construct the equation of state for the degenerate dwarf matter based on the reference system approach it was calculated the energy of ground state of macroscopically homogeneous two-component electron-nuclear model at high densities in the approximation of two- and three-particle electron correlations. The contributions of the main components of the energy to the equation of state of the model were analyzed in the case of crystal structure of the nuclear subsystem. The relative decrease of pressure was investigated as a function of the nuclear charge and the relativistic parameter. It was proposed the method of solving the mechanical equilibrium equation of massive degenerate dwarfs with taking into account the axial rotation and interparticle interactions which are the competing factors. The effects of the general theory of relativity on the dwarf's characteristics were studied in the frame of the model with spin-polarized ideal electron subsystem based on the variational principle. The same calculations were performed using the Oppenheimer – Volkoff equation in the model which takes into account interparticle interactions and axial rotation – the mass of the dwarf was determined as well as the relativistic parameter which corresponds to the onset of the object's instability.

Key words: degenerate dwarf, spin-polarization, axial rotation, incomplete degeneration, electron-nuclear model, the relativistic parameter, interparticle interactions, general theory of relativity.