

В.Н. Любота

к.ф.-м.н., доц.

БИВАЛЕНТНЫЕ МЕТОДЫ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задачи целочисленного программирования являются математически-ми моделями при изучении проблем в экономике, технике, медицине и т.д. Специфика применяемых технических средств сказывается на методике решения задач. Метод назначения единиц, рассматриваемый здесь, состоит в следующем: состояние системы (задачи) описывается вектор столбцом

$\mathbf{b} - \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{a}_1 - \mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{a}_2 - \mathbf{k}_3 \cdot \mathbf{a}_3$, где $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3$ – столбцы при переменных, $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3$ – целые числа, \mathbf{b} – столбец свободных членов. На каждом шаге процесса могут быть использованы следующие управления: 1) ничего не меняем – конец вычислений, 2) значение переменной x_1 увеличиваем на 1, 3) значение x_2 увеличиваем на 1 ... 8) значения переменных x_1, x_2, x_3 увеличиваем на 1.

На каждом шаге процесса выбирается только одно управление: то, при котором функция возрастает больше всего (или убывает меньше всего) [2].

Это, естественно, эвристический подход и потому метод может не приводить к глобальному максимуму. Но, выбирая некоторые допустимые решения, из получающихся в ходе решения можно возобновить процесс и получить новое решение.

Постановка задачи

$$f = x_1 - 3 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 \rightarrow \max$$

$$2 \cdot x_1 + x_2 - x_3 \leq 4,$$

$$4 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 \leq 2,$$

$$-3 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + x_3 \leq 3,$$

x_1, x_2, x_3 – целые.

ПРОГРАММА «МНЕ»
Метод назначения единиц

```
domains n = integer
predicates oc(n) f(n, n, n, n)
clauses oc(1).oc(0).
f(X1,X2,X3, F): - oc(X1),oc(X2),oc(X3),
R1= 2*X1 + X2 - X3, R1 <= /*4*/ /* 5 */ /*6*/ /*7*/ /*5*/ 3,
R2= 4*X1 - 3*X2, R2 <= /*2*/ /* 2 */ /*2*/ /*2*/ /*1*/ 0,
R3= - 3*X1 + 2*X2 + X3, R3 <= /*3*/ /* 2 */ /*1*/ /*0*/ /*0*/ 0,
F= X1 - 3*X2 +3*X3.
goal f(X1,X2,X3, Rez).
/* X1=1, X2=1, X3=1, Rez=1
X1=1, X2=1, X3=0, Rez=-2
X1=0, X2=1, X3=1, Rez=0
X1=0, X2=1, X3=0, Rez=-3
X1=0, X2=0, X3=1, Rez=3 1 шаг, X3=1
X1=0, X2=0, X3=0, Rez=0
6 Solutions */
/* X1=1, X2=1, X3=1, Rez=1
X1=1, X2=1, X3=0, Rez=-2
X1=0, X2=1, X3=0, Rez=-3
X1=0, X2=0, X3=1, Rez=3 2 шаг, X3 =1
X1=0, X2=0, X3=0, Rez=0
5 Solutions */
/* X1=1, X2=1, X3=1, Rez=1
X1=1, X2=1, X3=0, Rez=-2
X1=0, X2=0, X3=1, Rez=3 3 шаг, X3=1
X1=0, X2=0, X3=0, Rez=0
4 Solutions */
/* X1=1, X2=1, X3=1, Rez=1 4 шаг, X1=1,X2=1,X3=1
X1=1, X2=1, X3=0, Rez=-2
X1=0, X2=0, X3=0, Rez=0
3 Solutions */
/* X1=1, X2=1, X3=1, Rez=1 5 шаг, X1=1,X2=1,X3=1
X1=1, X2=1, X3=0, Rez=-2
X1=0, X2=0, X3=0, Rez=0
3 Solutions */
/* X1=0, X2=0, X3=0, Rez=0 6 шаг – конец расчетов.
1 Solution
Вывод: X1=2, X2=2, X3 =5, F= 3+3+3+1+1=11.
```

Это оптимальное решение рассматриваемой задачи линейного целочисленного программирования [1].

К бивалентным методам относится и декларативно-процедурный подход, рассмотренный нами в статье [4, с. 161]. Это не приближенный метод.

Вычислительная сложность метода существенно зависит от задания верхних и нижних оценок, которые могут принять переменные в оптимальном решении задачи. На вопросе получения таких оценок мы здесь не останавливаемся. Приведем программу решения рассмотренной выше экстремальной задачи. Эта программа дает больше: мы получим всевозможные решения, а значит и решение на котором функция достигает максимума [3].

ПРОГРАММА «ДПП»

Декларативно – процедурный подход

domains n=integer m=n*

predicates nondeterm f(m, n)

nondeterm x(n,n, n)

clauses x(A,B,A):-A<=B.

x(A,B,X):-A<B,NA=A+1,x(NA,B,X).

f([X1,X2,X3],Res):- x(0,3,X1),x(0,6,X2),x(0,12,X3),

2*X1+ X2- X3<=4,

4*X1- 3*X2 <=2,

-3*X1+ 2*X2+ X3<=3,

Res=X1 -3*X2+ 3*X3.

goal f([X1,X2,X3],Res).

/* X1=0, X2=0, X3=0, Res=0

X1=0, X2=0, X3=1, Res=3

X1=0, X2=0, X3=2, Res=6

X1=0, X2=0, X3=3, Res=9

X1=0, X2=1, X3=0, Res=-3

X1=0, X2=1, X3=1, Res=0

X1=1, X2=1, X3=0, Res=-2

X1=1, X2=1, X3=1, Res=1

X1=1, X2=1, X3=2, Res=4

X1=1, X2=1, X3=3, Res=7

X1=1, X2=1, X3=4, Res=10

X1=1, X2=2, X3=0, Res=-5

X1=1, X2=2, X3=1, Res=-2

X1=1, X2=2, X3=2, Res=1

X1=2, X2=2, X3=2, Res=2

X1=2, X2=2, X3=3, Res=5
 X1=2, X2=2, X3=4, Res=8
 X1=2, X2=2, X3=5, Res=11
 X1=2, X2=3, X3=3, Res=2
 19 Solutions */

Замечания к программе:

Предикат $x(n,n,n)$ задает промежуток изменения переменной [4, с. 161].
 Всего получено 19 решений. Максимум достигается при $X1=2, X2=2, X3=5$
 и равен $R=11$, минимум достигается при $X1=1, X2=2, X3=0$ и равен $R=-5$.

Разумеется, если число решений велико, а нам необходимо найти только максимум функции, то необходимо использовать специальную тактику: прерывание вычислений с поправкой цели. Мы продемонстрируем это увеличив в 10 раз коэффициенты свободных членов задачи. Разделив полученные результаты на 10 мы получим оптимальное решение уже нецелочисленной задачи с точностью до 0.1.

Приведем постановку и текст соответствующей программы.

Задача $F= X1- 3*X2+3*X3 \rightarrow \max$

$2*X1+ X2- X3 \leq 4,$
 $4*X1-3*X2 \leq 2,$
 $-3*X1+2*X2+ X3 \leq 3,$
 $X1 \geq 0, X2 \geq 0, X3 \geq 0.$

ПРОГРАММА ДПП

domains n=integer m=n*

predicates nondeterm f(m, n)

nondeterm x(n,n, n)

clauses x(A,B,A):-A<=B.

x(A,B,X):-A<B,NA=A+1,x(NA,B,X).

f([X1,X2,X3],Res):- x(0,30,X1),x(0,60,X2),x(0,120,X3),

$2*X1+ X2- X3 \leq 40,$

$4*X1-3*X2 \leq 20,$

$-3*X1+2*X2+X3 \leq 30,$

$Res=X1- 3*X2+3*X3.$

goal% f([X1,X2,X3],Res).

/* X1=0, X2=0, X3=25, Res=75 */

% f([X1,X2,X3],Res),Res>=75.

/* X1=1, X2=0, X3=33, Res=100*/

% f([X1,X2,X3],Res),Res>=100.

/* X1=4, X2=0, X3=39, Res=121 */

% f([X1,X2,X3],Res),Res>=121.
/*X1=5, X2=0, X3=45, Res=140 */

f([X1,X2,X3],Res),Res>=140.
/*X1=5, X2=0, X3=45, Res=140

1 Solution */

Получаем решение **X1=5/10=0.5, X2=0,**
X3=45/10=4.5 f=14.

Это соответствует оптимальному решению задачи линейного программирования [1].

Литература:

1. Сигал И.Х., Иванова А.П. Введение в прикладное дискретное программирование / И.Х. Сигал, А.П. Иванова. – М.: Физматлит, 2007. – 304 с.
2. Адаменко А.Н., Кучуков А.М. Логическое программирование и Visual Prolog / А.Н. Адаменко, А.М. Кучуков. – С.-Пб.: «БХВ-Петербург», 2003. – 992 с.
3. Любота В.Н. Об экономических задачах, решаемых методом назначения единиц. Оптимизация управления, информационные системы и компьютерные технологии / В.Н. Любота, Т.П. Яценко // Труды, Украинская академия экономической кибернетики, Южный научный центр. – 1999. – Вып. 1. – Ч. 1. – С. 154–159.
4. Любота В.Н. Декларативно-процедурный подход к решению задач математического программирования / В.Н. Любота // Право, економіка та управління: генезис, сучасний стан та перспективи розвитку: Матеріали міжнародної науково-практичної конференції. – Одеса: Фенікс, 2018. – С. 161–165.