

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ,  
МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ  
ОДЕССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени И.И.МЕЧНИКОВА

*Кафедра общей и химической физики*

Методические указания  
к лабораторным работам по циклу  
**«ГИДРОМЕХАНИКА»**

О д е с с а  
«Одесский национальный  
университет»  
2011

**Методические указания к лабораторным работам по  
циклу «ГИДРОМЕХАНИКА»**  
для студентов 1 курса физического факультета.

*Составители:*

**В.В. Головки, В.Я. Гоцульский,  
Е.Н. Кондратьев, Д.Д. Полищук,  
Е.Б. Солдатова, А.В. Флорко, В.Г. Шевчук**

под редакцией профессора **А.Н. Золотко**

*Рецензенты:*

**С.К. Асланов**, доктор физико-математических наук,  
профессор  
**Ю.К. Корниенко**, кандидат физико-математических наук,  
доцент

*Рекомендовано к печати решением  
Совета физического факультета ОНУ.  
Протокол № 9 от 2.07.2010 г.*

© Одесский национальный университет имени И.И. Мечникова, 2011

## СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
<i>Лабораторная работа № 1</i> Опытная проверка уравнения Бернулли.....	10
<i>Лабораторная работа № 2</i> Определение вязкости жидкости методом Пуазейля.....	22
<i>Лабораторная работа № 3</i> Определение коэффициента внутреннего трения жидкости методом Стокса.....	40
<i>Лабораторная работа № 4</i> Исследование обтекания тел потоком воздуха. Снятие поляры крыла самолета.....	49

## Введение

ГИДРОАЭРОМЕХАНИКА (механика жидкости и газа) — раздел механики, посвящённый изучению равновесия и движения жидких и газообразных сред и их взаимодействия между собой и с твёрдыми телами. Гидроаэромеханика - часть более общей отрасли механики — механики сплошных сред. Идеализированная модель сплошной среды (гипотеза сплошности) позволяет применять в гидромеханике математические методы, основанные на использовании непрерывных функций, в частности детально разработанную теорию дифференциальных и интегральных уравнений. При некоторых условиях (например, в случае сильно разреженных газов и плазмы, при свободном молекулярном течении) приходится отказаться от гипотезы сплошности и рассматривать средние характеристики движения большого числа частиц, пользуясь методами кинетической теории газов.

Часть гидромеханики, в которой изучаемым телом являются несжимаемые (капельные) жидкости, называется гидромеханикой, а её другая часть, изучающая сжимаемые среды (газы, в том числе воздух), составляет предмет аэродинамики и газодинамики. Движение проводящих и магнитных жидкостей, а также достаточно плотной плазмы в присутствии электрических и магнитных полей изучается в магнитной гидродинамике и в соответствующих разделах газовой динамики.

Законы движения и равновесия жидкостей (гидромеханика) представляют собой частный вид общих закономерностей, установленных для сжимаемых сред не реализующихся в случае, когда свойством сжимаемости можно пренебречь, т.е. считать плотность среды  $\rho$  во всех точках пространства постоянной и не зависящей от

времени  $t$ . Исторически раньше по времени была изучена именно механика несжимаемой жидкости.

Ещё в далёком прошлом были созданы такие относительно сложные аэро- и гидромеханические устройства, как парус, весло, руль, насос. Стимулом к развитию механики, и в частности гидромеханики, послужило развитие мореплавания и военного дела. В 4 в. до н.э. Аристотель пытался объяснить движение тел в воздухе и воде. Он считал, что воздух, смыкаясь за летящим телом, толкает его вперёд и, следовательно, не создает сопротивления, а сам обладает двигательной силой. Впоследствии эта идея частично нашла выражение в парадоксе д'Аламбера — Эйлера. Архимед (3 в. до н.э.) открыл основной закон гидростатики и создал теорию равновесия жидкостей и устойчивости плавающих тел. Много механизмов, использующих жидкости и газы, изобрёл Герон Александрийский (1 в. н. э.). Упругость воздуха и пара он считал результатом соударения их мельчайших частиц, Леонардо да Винчи, изучая полёт птиц, открыл существование сопротивления среды и подъёмной силы. Блез Паскаль установил, что давление в данной точке жидкости действует с одинаковой силой во всех направлениях (закон Паскаля). Первое теоретическое определение законов сопротивления и попытка понять природу сопротивления принадлежат И. Ньютону (I. Newton). Он же первым обнаружил сопротивление, связанное с трением жидкости о поверхность тела («сопротивление трения»).

Создатели теоретической гидромеханики Л. Эйлер (L. Euler) и Д. Бернулли (D. Bernoulli) применили открытые Ньютоном законы механики к исследованию течений жидкостей и газов. Из закона сохранения массы Эйлер получил уравнение неразрывности, а из 2-го закона Ньютона — уравнения движения идеальной (не

обладающей вязкостью) жидкости. Бернулли вывел теорему, выражаемую уравнением Бернулли и представляющую собой частный вид уравнения сохранения энергии.

В трудах Ж. Л. Лагранжа (J. L. Lagrange), О. Л. Коши (A. L. Cauchy), Г. Р. Кирхгофа (G. R. Kirchhoff), Г. Гельмгольца (H. Helmholtz), Дж. Стокса (G. Stokes), Н. Е. Жуковского, С. А. Чаплыгина и других учёных аналитические методы исследования безвихревых и вихревых течений идеальной жидкости были разработаны и применены к решению множества задач, относящихся к движению жидкости в каналах, к истечению струи и движению твердых тел в жидкостях и газах.

В отличие от Эйлера, который характеризовал движение жидкости, рассматривая изменение скоростей, давлений и других параметров в фиксированных точках пространства, занятого жидкостью, т. е. определял поля этих параметров, Лагранж предложил изучать движение жидкости, наблюдая за траекториями индивидуальных частиц и определяя их координаты в зависимости от времени (см. Лагранжа уравнения в гидромеханике). Практическое значение приобрели разработанные в 19 в. теория волновых движений жидкости и теории звуковых волн (акустика). Основным достижением гидроаэромеханики в 19 в. был переход к исследованию движения жидкостей, обладающих вязкостью и теплопроводностью. Этот переход был вызван развитием гидравлики, гидротехники и машиностроения (смазка трущихся частей машин). Стокс, рассматривая деформацию элементарного объема жидкости при его перемещении, предположил что возникающие в жидкости вязкие напряжения линейно зависят от скоростей деформации жидкой частицы. Этот закон позволил дополнить уравнения движения Эйлера членами,

учитывающими силы, возникающие от действия вязкости среды. До Стокса уравнения движения вязкой жидкости из других соображений получил Л. Навье (L. Navier), поэтому они называются Навье—Стокса уравнениями.

При исследованиях течения вязкой жидкости решающую роль играют экспериментальные методы. Систематические исследования течения вязкой жидкости в трубах проведены Г. Хагеном (H. Hagen), Ж. Пуазейлем (J. Puasel) и О. Рейнольдсом (O. Reynolds). В этих опытах были открыты два режима течения вязкой жидкости — ламинарный и турбулентный. Примером математического описания ламинарного течения в трубах служит закон Пуазейля. Изучение движения вязкой жидкости по трубкам очень малого диаметра (капиллярным) было использовано в теории фильтрации жидкости через различные грунты. С ростом скорости течения и (или) диаметра трубы  $d$  характер течения меняется — возникает турбулентное течение. При этом на общее поступательное, движение накладываются изменяющиеся во времени хаотическое движение частиц жидкости, называемое пульсациями.

В 19 в. начало развиваться другое важное направление—исследование течений сжимаемой сплошной среды т. е. газовая динамика. Все понятия и законы статики, полученные вначале для покоящихся газов, были перенесены в газовую динамику — на случай движущегося газа, Б. Риман (B. Riemann) показал, что в газе при больших скоростях движения, превышающих скорость распространения звука, может нарушаться непрерывное изменение параметров — скорости  $v$ , давления  $p$ , плотности  $\rho$ , абсолютной температуры  $T$  характеризующих движущуюся среду, образуется ударная волна, У. Ранкин (W. Rankine, 1870) и П. А. Гюгонью (P. N. Hugoniot, 1887), применив уравнения неразрывности,

движения и энергии к потоку газа, протекающему через ударную волну, связали параметры газа до и после ударной волны (Гюгонью уравнение).

### Основные уравнения гидромеханики:

1. уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0, \quad (1)$$

которое в случае несжимаемой жидкости ( $\rho = \text{const}$ ) приобретает вид  $\operatorname{div}(\vec{v}) = 0$ , здесь  $\vec{v}$  - скорость потока;

2. уравнение Навье-Стокса

$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \rho \vec{F} - \operatorname{grad}(p) + (\zeta + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div}(\vec{v}) + \mu \Delta \vec{v}, \quad (2)$$

где  $\vec{F}$  — вектор объемной силы,  $\mu, \zeta$  — коэффициенты динамической и объемной вязкости.

Для полного описание системы эти уравнения дополняются уравнениями состояния и уравнением энергии, которое учитывает подводимые теплоты, градиенты температуры, теплопроводность и т.д. Чаще всего в конкретных задачах допускается ряд упрощений. Например, в отсутствие вязкости уравнения (1) и (2) сводится к уравнению Эйлера, а при том, что внешние массовые силы обладают потенциалом:  $\vec{F} = \operatorname{grad}U$  может быть получен интеграл Бернулли (уравнение Бернулли)

$$U + \frac{v^2}{2} + \frac{p}{\rho} = \text{const}$$

### Опытная проверка уравнения Бернулли

Цель работы: проверить справедливость уравнения Бернулли для стационарного потока идеальной жидкости.

Теоретический материал.

Общие свойства жидкостей и газов. Стационарное течение идеальной жидкости. Линии тока, трубки тока. Уравнение неразрывности. Полная энергия потока. Основной закон гидродинамики. Уравнение Бернулли и его применение. Динамическое давление. Число Рейнольдса. Условие применимости закона Бернулли.

Приборы и оборудование: трубка переменного сечения, дифференциальный манометр, секундомер, мензурка, мерная колба, измерительная лупа.

#### Теоретические сведения

Для описания движения жидкости (газа) достаточно в каждой точке пространства, заполненного жидкостью, указать вектор скорости, которой обладают различные частицы жидкости в различные моменты времени. Если взять всевозможные точки пространства и фиксировать момент времени  $t$ , то получится мгновенная картина распределения скоростей жидкости в пространстве – поле скоростей  $\vec{v}(\vec{r}, t)$ . В каждой точке пространства будет указан вектор скорости той частицы жидкости, которая проходит через эту точку в данный момент времени. Линия, касательная к которой указывает направление скорости частицы жидкости, проходящей в рассматриваемый момент времени через точку касания, называется линией тока. Если поле скоростей, а, следовательно, и соответствующие ему линии тока не меняются с течением времени, то движение жидкости

Другие **основные понятия и законы**, используемые в различных разделах гидроаэромеханики:

1. Линия тока – линия в потоке, в каждой точке которой вектор скорости к ней касателен (эквивалентна траектории материальной точки в механике);
2. Трубка тока – область пространства, ограниченная линиями тока;
3. Тонкая трубка тока – трубка тока, в каждом поперечном сечении которой скорость одинакова по сечению;
4. Стационарное течение – течение, распределение скоростей в котором остается неизменным с течением времени;
5. Гидростатический парадокс – заключается в том, что сила давления жидкости на дно сосуда при наличии свободной поверхности может отличаться от веса жидкости;
6. Закон Паскаля – давление на поверхности жидкости, произведенное внешними силами, передается жидкостью одинаково во всех направлениях;

называется стационарным или установившимся, при этом скорость зависит только от координаты. В случае нестационарного течения линии тока, вообще говоря, не совпадают с траекториями частиц жидкости. Действительно, траектория указывает путь одной и той же частицы за все время движения. Линия тока характеризует направление движения бесконечного множества частиц, которые в данный момент находятся на этой линии. Только при стационарном течении линии тока совпадают с траекториями частиц.

Возьмем произвольный замкнутый контур  $C$  в жидкости и через каждую его точку в один и тот же момент времени проведем линии тока. Они расположатся на некоторой трубчатой поверхности, называемой трубкой тока. Так как скорость жидкости всюду направлена по касательной к линиям тока, то при течении жидкость не может пересечь боковую поверхность трубки тока.

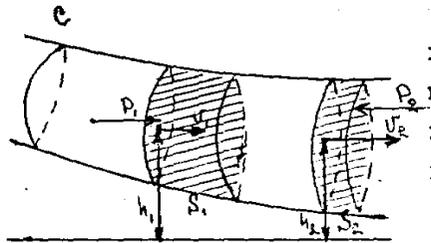


Рис.1. Трубка тока

Для элементарной (бесконечно тонкой) трубки тока можно считать скорость одинаковой во всех точках сечения  $S$ . В случае стационарного течения масса протекающей жидкости одна и та же для всех сечений трубки, откуда следует:

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 \quad (1)$$

Здесь  $\rho$  – плотность жидкости,  $v$  – скорость ее движения,  $S$  – площадь поперечного сечения трубки тока. Уравнение (1) носит название уравнения неразрывности и является математическим выражением закона сохранения массы в гидродинамике.

Для несжимаемой жидкости ( $\rho_1 = \rho_2$ ) оно принимает вид:

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 \quad (2)$$

То есть скорость жидкости в одной и той же трубке тока тем больше, чем уже поперечное сечение трубки.

Поскольку описание движения реальной жидкости представляет собой очень сложную задачу, на практике рассматривают случай идеальной жидкости, для которой пренебрегают силами вязкого (внутреннего) трения. Единственные силы, действующие в идеальной жидкости – это силы нормального давления  $\vec{F}^+$  и массовые силы (сила тяжести, центробежная сила и другие).

Рассмотрим стационарное течение идеальной жидкости в консервативном поле силы тяжести. Выделим в жидкости бесконечно тонкую трубку тока и применим к части жидкости между сечениями  $S_1$  и  $S_2$  закон сохранения энергии, при этом будем полностью пренебрегать теплообменом выделяемого объема жидкости с внешней средой. Для несжимаемой жидкости согласно (2) получим

$$\rho \frac{v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \rho \frac{v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2 = const \quad (3)$$

Строго говоря, в общем случае это равенство имеет место только для данной линии тока, а численное значение константы различно для разных линий тока. Выражение

(3), носящее название уравнения Бернулли, утверждает, что полная механическая энергия единицы объема несжимаемой идеальной жидкости остается неизменной вдоль данной линии тока. Полная механическая энергия

включает кинетическую  $\frac{\rho v^2}{2}$ , потенциальную  $\rho gh$  энергии в поле тяжести и потенциальную энергию сил давления  $P$ , отнесенную к единице объема жидкости.

Приведем эквивалентные формы уравнения Бернулли:

$$\frac{v^2}{2\rho} + \frac{P}{\rho g} + h = \text{const} \quad (3a)$$

Здесь  $h$  - геометрическая (нивелирная) высота,  $\frac{P}{\rho g}$  -

пьезометрическая высота,  $\frac{v^2}{2\rho}$  - скоростная высота.

Сумма этих трех высот называется полной высотой, представляющей собой полную механическую энергию, отнесенную к единице веса жидкости.

Аналогично (3)

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho gh + P = \text{const} \quad (3b)$$

Все слагаемые имеют размерность давления и называются

соответственно  $P$  - статическим,  $\frac{\rho v^2}{2}$  - динамическим,  $\rho gh$  - весовым (гидростатическим) давлением.

Еще раз подчеркнем, что постоянная в уравнении Бернулли одна и та же только вдоль одной и той же линии тока. Однако, имеются случаи, когда эта постоянная одинакова для всего потока жидкости. Такая ситуация

имеет место при ламинарном течении жидкости, когда траектории всех частиц параллельны и своей формой повторяют границы потока (в этом случае траектории совпадают с линиями потока). Например, в круглой трубке жидкость движется цилиндрическими слоями, образующие которых параллельны стенкам и оси трубы, а вся труба может рассматриваться как трубка тока,

В отличие от ламинарного течения, турбулентное (вихревое) течение, характеризуется интенсивным перемешиванием всей жидкости, при котором скорости жидких частиц в различных точках пространства и в различные моменты времени меняются очень сложным образом. При этом ввести трубку тока оказывается невозможным.

Ламинарное течение при определенных условиях переходит в турбулентное. Эти условия определяются значениями числа Рейнольдса.

$$Re = \frac{v \rho l}{\eta} \quad (4)$$

Здесь  $l$  - характерный размер (диаметр трубы),  $\eta$  - коэффициент динамической вязкости.

Критерий Рейнольдса (4) представляет собой отношение кинетической энергии жидкости к работе сил вязкого трения. Напомним, что идеальной жидкости ( $\eta = 0$ ) соответствует  $Re \gg 1$ .

Для реальной жидкости переход от ламинарного к турбулентному течению происходит при некоторых критических значениях числа  $Re_{кр}$ . Для цилиндрических труб область критических чисел Рейнольдса лежит обычно между 1500-2500. Для очень гладких стенок трубы и при особо плавном входе жидкости в трубу это число может

быть  $\geq 2000$ , если вход в трубу имеет острые края, шероховатости, то значение  $Re_{кр}$  может упасть до 800-1000.

Таким образом, рассматривая течение жидкости в трубе, можно хорошо представить, что уравнение Бернулли можно применять, с одной стороны, когда числа Рейнольдса  $Re \ll 1$ , чтобы жидкость можно было рассматривать как идеальную, с другой стороны число  $Re$  должно быть меньше  $Re_{кр}$ .

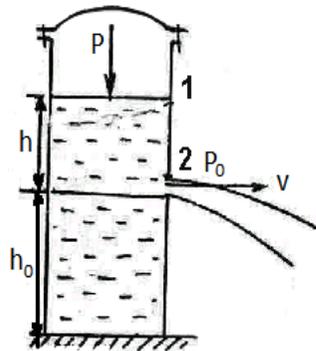


Рис.2. Истечение жидкости из сосуда

Уравнение Бернулли широко применяется для решения задач гидравлики, гидро- и газодинамики. Так, например, скорость истечения жидкости из малого отверстия в резервуаре (рис.2), в котором поддерживается постоянное давление  $P$  над уровнем жидкости и высота уровня  $h$ , а давление снаружи равно  $P_0$ , определяется формулой (получите ее):

$$v = \sqrt{2gh + \frac{2(P - P_0)}{\rho}}$$

Откуда для открытого сосуда ( $P - P_0$ ) имеем

$$v = \sqrt{2gh}$$

Давление торможения (рис.3) в несжимаемой жидкости равно сумме статического и динамического давлений в потоке

$$P_{\text{торм.}} = P_{\infty} + \frac{1}{2} \rho v^2$$

На этом основано устройство некоторых приборов для измерения скорости жидкости (трубки Пито, Прандтля и др.).

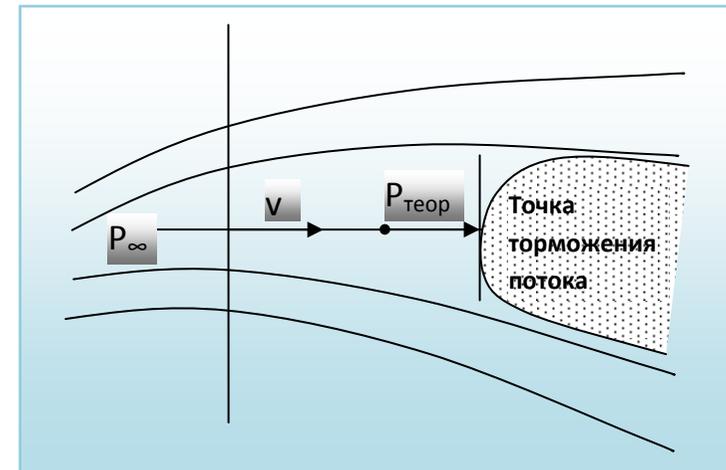


Рис.3. Давление торможения

### Описание прибора и методики измерений

Поскольку в трубке переменного сечения скорость потока будет больше там, где площадь сечения меньше (см. (1)),

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} \quad (5)$$

то при переходе жидкости с широкой части горизонтальной трубки в узкую увеличение скорости сопровождается уменьшением давления, а именно:

$$\frac{\rho(v_1^2 - v_2^2)}{2} = P_1 - P_2 \quad (6)$$

Из этого равенства можно определить скорость течения жидкости в данном сечении:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2}} \quad (7)$$

Здесь изменение давления можно измерить дифференциальным манометром, а отношение скоростей в двух сечениях трубы вычислить, зная диаметры этих сечений:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

Найденную из уравнения Бернулли скорость  $v_2$  можно сравнить со значением скорости для этого же сечения, определяемым из объема жидкости  $V$ , собранного за время  $t$ :

$$v_2' = \frac{V}{tS_2} = \frac{4V}{\pi t d_2^2} \quad (8)$$

Сравнение значений  $v_2$  и  $v_2'$  служит проверкой справедливости уравнения Бернулли.

Для опыта берут трубку 1 переменного внутреннего сечения, закрепленную на деревянной подставке (рис.4). Наибольший диаметр трубки равен 2,83 см. Концы трубки 1 переходят в узкие цилиндрические трубки 2 и 3 с внутренним диаметром 0,289 см. Плавный переход от наибольшего к наименьшему сечению способствует сохранению ламинарного потока жидкости.

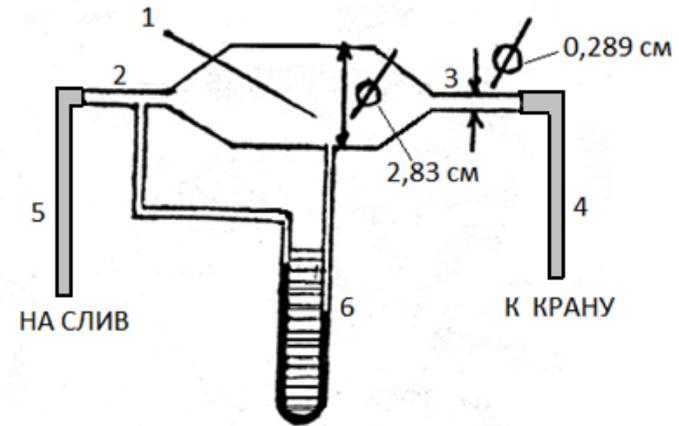


Рис.4. Схема опытной установки

Резиновая трубка 4 соединяет прибор с водопроводным краном, а трубка 5 служит для слива воды. Разность давлений в широкой и узкой частях измеряется дифференциальным ртутным манометром 6, снабженным шкалой с миллиметровыми делениями. Трубка 1 при помощи регулировочных винтов и отвеса устанавливается горизонтально.

### Порядок выполнения работы

1. Измерительной лупой, обеспечивающей точность отсчета в 0,1 мм определить внутренний диаметр узкой трубки 9.

2. Постепенно открывая кран, установить стационарное течение воды в трубке. Определить разность давлений по манометру.

3. Перенести конец сливного шланга в мензурку и одновременно включить секундомер. Определить время  $t$ , за которое заполнится мензурка (опыт повторить 3 раза).

4. Изменить расход жидкости с помощью крана (изменить разность давлений) и повторить опыт. Эксперименты выполнить для 5 различных разностей давлений.

5. Вычислить значения скорости  $V_2$  в узкой части трубы по формуле (7). При выполнении учесть, что

$$P_1 - P_2 = (\rho' - \rho)gh,$$

где  $\rho'$  и  $\rho$  плотность ртути и воды соответственно,  $h$  разность уровней ртути в манометре. Поскольку

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4, \quad \left(\frac{d_2}{d_1}\right)^4 \ll 1,$$

этим членом в формуле (7) можно пренебречь. Откуда получаем рабочую формулу

$$v_2 = \sqrt{2\left(\frac{\rho'}{\rho} - 1\right)gh} \quad (9)$$

6. По формуле (8) рассчитать скорость потока  $v_2'$  в узкой трубке.

7. Построить на одном графике зависимости  $v_2(h)$  и  $v_2'(h)$ , и сделать выводы о возможности применения уравнения Бернулли для исследуемого течения.

8. Определить число Рейнольдса для максимальной скорости течения в узкой трубке и сопоставить его с  $Re_{кр}$ .

### Контрольные вопросы

1. Какое движение жидкости называют стационарным или установившимся? Что называют линией тока? Покажите, что при установившемся движении линия тока совпадает с траекторией движения частицы. Какое принято условие относительно густоты линий тока? Что называется трубкой тока?

2. Запишите уравнение неразрывности для сжимаемой и несжимаемой жидкости. Каковы следствия из этого уравнения? О чем можно судить по форме трубки тока? Из каких физических предпосылок вытекает уравнение неразрывности?

3. Выведите уравнение Бернулли и поясните смысл входящих в него членов. Для какой жидкости применимо это уравнение? Какая жидкость называется идеальной? Почему при выводе уравнения Бернулли можно воспользоваться законом сохранения энергии? Какие следствия вытекают из уравнения Бернулли?

4. Как можно измерить статическое давление  $P$  внутри движущейся жидкости? Как устроена трубка Пито и какое давление с ее помощью измеряется? Как устроена трубка Прандтля и как с ее помощью можно измерить скорость потока? Какое давление измеряет манометр, применяемый в установке? Что такое динамическое давление?

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ ПУАЗЕЙЛЯ

Цель работы: определить коэффициент вязкости жидкости по методу Пуазейля, рассчитать число Рейнольдса, оценить точность полученного результата.

Теоретический материал.

Течение жидкости в трубе постоянного сечения. Вязкость жидкости. Течение в тонких трубках. Формула Пуазейля. Ламинарное и турбулентное течения. Число Рейнольдса. Условие применимости закона Бернулли. Моделирование течения жидкости.

Идеальная жидкость, т.е. жидкость без трения, является абстракцией. Всем реальным жидкостям и газам в большей или меньшей степени присуща вязкость. Поэтому в реальных жидкостях, помимо сил нормального давления, на границах движущихся элементов жидкости действуют еще касательные силы вязкости. В том, что такие силы существуют, убеждают следующие примеры.

Так, уравнение Бернулли, выводимое в предположении, что силы вязкости отсутствуют, приводит к следующему результату: если идеальная жидкость стационарно течет по горизонтальной прямолинейной трубе неизменного сечения, то скорости в различных сечениях трубы одинаковы (в соответствии с законом неразрывности). В связи с этим, также должны быть одинаковы давления в разных сечениях и, как следствие, высота столбов жидкости в манометрических трубках (или пьезометрах), расположенных по длине трубы. В действительности же давление жидкости в трубе падает в направлении ее течения (рис. 1). Для стационарности

5. Получите на основании уравнения Бернулли расчетную формулу для расхода жидкости в единицу времени. Объясните, в каких случаях к реальным жидкостям и газам применимо уравнение Бернулли. Как с помощью числа Рейнольдса оценить применимость уравнения Бернулли? Запишите размерность коэффициента динамической вязкости в системах единиц СГС и СИ.

6. Какое явление называется кавитацией? Когда оно возникает в движущейся жидкости? Почему при появлении кавитации уравнение Бернулли становится непригодным? Примерно при каком давлении в жидкости возникает кавитация?

7. Объясните, почему расхождение между экспериментально найденным расходом воды и вычисленным является закономерным.

Что такое гидродинамическое подобие? Как число Рейнольдса "помогает" заменять аэродинамическое на гидродинамическое испытание самолётов и судов испытанием их моделей?

### Список литературы:

1. Методическое указание.
2. С.Э. Хайкин. Физические основы механики.–М., 1963, гл. XVI, §123, 124, 125.
3. Д.В. Сивухин. Общий курс физики. Механика. т. I. - М., Наука, 1974, гл. XII, §93, 94, 95.

течения на концах трубы надо поддерживать постоянную разность давлений, уравнивающую силы вязкости, возникающие при течении жидкости.

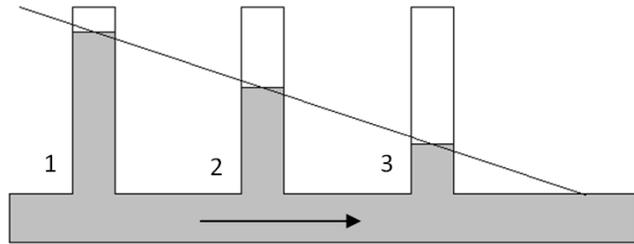


Рис. 1. Течение неидеальной жидкости

Другим примером может служить поведение жидкости во вращающемся сосуде. Если вертикальный цилиндрический сосуд, наполненный жидкостью, привести в равномерное вращение вокруг своей оси, то жидкость постепенно также приходит во вращение. Сначала начинают вращаться слои жидкости, прилегающие к стенкам сосуда. Затем вращение передается внутренним слоям, пока жидкость не начнет вращаться равномерно, как твердое тело. Таким образом, пока движение не установилось, происходит непрерывная передача вращения от сосуда к жидкости, а также от наружных слоев жидкости ко внутренним. Такая передача вращения была бы невозможной, если бы не существовало касательных сил, действующих между жидкостью и стенкой сосуда, а также между слоями жидкости, вращающимися с различными угловыми скоростями. Эти касательные силы являются силами трения – внутреннего трения, если они действуют между слоями самой жидкости, и внешнего трения, если это силы взаимодействия между жидкостью и стенкой сосуда.

**Наибольший интерес представляют силы внутреннего трения, которые и являются силами вязкости.**

Действие сил внутреннего трения приводит к тому, что на слой жидкости, движущийся медленнее, со стороны слоя, движущегося быстрее, действует сила в направлении движения. Со стороны же слоя, движущегося медленнее, на слой, движущийся быстрее, действует тормозящая сила в направлении, противоположном движению слоев жидкости.

Рассмотрим жидкость, движущуюся в направлении оси  $x$  (рис. 2). Пусть слои жидкости движутся с разными скоростями. На оси  $z$  возьмем две точки, находящиеся на расстоянии  $dz$ . Скорости потока в этих точках равны  $v$  и  $v+dv$ . Направление, в котором отсчитывается расстояние между слоями, перпендикулярно скорости течения слоев.

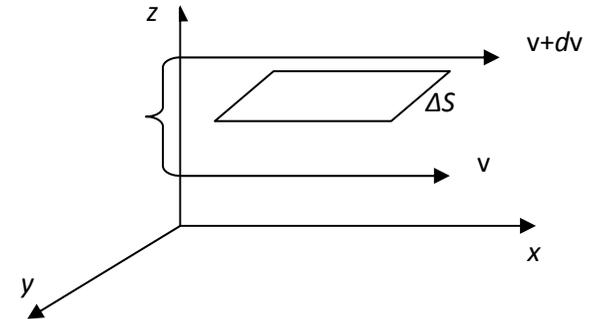


Рис. 2. Вращение слоя жидкости

Как было экспериментально установлено еще Ньютоном, модуль силы внутреннего трения (вязкости), возникающей между слоями, тем больше, чем больше площадь поверхности соприкасающихся слоев –  $\Delta S$ , и зависит от того, насколько быстро меняется скорость течения жидкости при переходе от слоя к слою. В нашем

случае  $\frac{dv}{dz}$  показывает эту быстроту изменения скорости течения в направлении оси  $z$ , перпендикулярном направлению движения слоев, и называется градиентом величины скорости.

Таким образом, модуль силы внутреннего трения равен:

$$F = \eta \left| \frac{dv}{dz} \right| \Delta S, \quad (1)$$

где величина  $\eta$  называется коэффициентом внутреннего трения или коэффициентом динамической вязкости (или просто вязкостью).

Единица вязкости в СИ – паскаль-секунда (Па·с) – это вязкость, при которой градиент скорости с модулем, равным 1 м/с, на участке в 1 м, приводит к возникновению силы внутреннего трения в 1 Н на 1 м<sup>2</sup> площади поверхности касания слоев.

В системе СГС размерность коэффициента вязкости  $[\eta] = \text{г} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{сек}^{-1}$ , а соответствующая единица измерения называется пуазом.

Наряду с коэффициентом динамической вязкости  $\eta$  часто употребляют коэффициент кинематической вязкости  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ , где  $\rho$  – плотность жидкости или газа.  $[\nu] = \text{см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ .

В системе СГС единица кинематической вязкости называется стоксом.

Чем больше вязкость, тем сильнее жидкость отличается от идеальной, тем больше силы внутреннего трения в ней возникают. Коэффициент вязкости зависит от температуры, при этом характер этой зависимости существенно различен для жидкостей и газов. У жидкостей коэффициент вязкости сильно уменьшается с увеличением

температуры. У газов, напротив, коэффициент вязкости с увеличением температуры растет. Отличие в характере зависимости  $\eta$  от температуры указывает на различие механизма внутреннего трения в жидкостях и газах.

Наблюдается два вида течения жидкости (или газа):

Течение называется ламинарным (слоистым), если вдоль потока каждый выделенный слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними. Частицы жидкости в ламинарном потоке не переходят из одного слоя в другой.

При увеличении скорости или поперечных размеров потока характер течения существенным образом изменяется. Возникает энергичное перемешивание жидкости, т. к. частицы жидкости приобретают составляющие скоростей, перпендикулярные течению, и поэтому могут переходить из одного слоя в другой. Такое течение называется турбулентным. При турбулентном течении скорость частиц в каждом данном месте все время изменяется хаотическим, беспорядочным образом – течение нестационарно.

Английский ученый Рейнольдс установил, что характер течения зависит от значения безразмерной величины:

$$\text{Re} = \frac{\rho v l}{\eta} = \frac{v l}{\nu}, \quad (2)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости (или газа),  $v$  – средняя (по сечению трубы) скорость потока,  $\eta$  – коэффициент динамической вязкости жидкости,  $l$  – характерный для поперечного сечения размер, например, сторона квадрата при квадратном сечении, радиус или диаметр при круглом сечении и т. д.,  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  – коэффициент кинематической вязкости.

Величина (2) называется числом Рейнольдса и характеризует относительную роль сил вязкости. Чем меньше число Рейнольдса, тем большую роль играют силы вязкости в движении жидкости, поскольку по порядку величины число Рейнольдса есть отношение кинетической энергии жидкости к потере ее, обусловленной работой сил вязкости на характерной длине. Действительно, кинетическая энергия жидкости  $K \sim \frac{1}{2} \rho v^2 l^3$ . Силу вязкости найдем, умножая вязкое напряжение  $\eta v/l$  на характерную площадь  $l^2$ . Это дает  $\eta v l$ . Произведение этой силы на характерную длину определяет по порядку величины работу сил вязкости  $A \sim \eta v l^2$ . Отношение кинетической энергии  $K$  к работе сил вязкости  $A$  будет:

$$\frac{K}{A} \sim \frac{\rho v l}{\eta}, \quad (3)$$

а это и есть число Рейнольдса. Таким образом, число Рейнольдса определяет относительную роль сил инерции и вязкости жидкости при течении. При больших числах Рейнольдса основную роль играют силы инерции, при малых – вязкость. Пока число Рейнольдса мало, силы вязкости преобладают над силами инерции и всякое возмущение, случайно возникшее в жидкости, гасится.

Турбулентность возникает вследствие гидродинамической неустойчивости ламинарного течения, которое теряет устойчивость и превращается в турбулентное, когда число Рейнольдса превзойдет некоторое критическое значение  $Re_{кр}$ . Опыт показывает, что для каждого вида течения существует такое критическое число Рейнольдса, что при  $Re < Re_{кр}$  возможно только ламинарное течение, а при  $Re > Re_{кр}$  течение может стать турбулентным. Величина

критического значения числа Рейнольдса в заметной степени зависит от характера входа потока жидкости в трубу и шероховатости ее стенок. При гладких стенках и плавном входе в трубу критическое значение  $Re_{кр}$  может достигнуть величины 20000. Если входное отверстие не обеспечивает спокойное втекание жидкости и стенки шероховаты (имеют выступы), то критическое число Рейнольдса может иметь значение 800 – 1000.

Значение  $Re_{кр}$  характеризует переход от ламинарного течения к турбулентному не только в случае потока в трубе, но и в любых потоках жидкости и газа, а также переход обтекания тела от ламинарного к турбулентному. Следует отметить, что при оценке роли вязкости существенное значение приобретает отношение коэффициента вязкости  $\eta$  к плотности  $\rho$ , т. е.  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  –

кинематическая вязкость, как отношение кинетической энергии жидкости (или газа), которая пропорциональна  $\rho$ , к работе сил вязкости, которая пропорциональна коэффициенту вязкости  $\eta$ . Кинематическая вязкость  $\nu$  лучше, чем  $\eta$  характеризует роль вязкости при прочих равных условиях. Так, хотя коэффициент вязкости для воды  $\eta$  примерно в 100 раз больше, чем для воздуха (при  $t = 0^\circ C$ ), но кинематическая вязкость воды в 10 раз меньше, чем воздуха. Поэтому при прочих равных условиях вязкость будет сильнее влиять на характер течения воздуха, чем воды.

Равенство чисел Рейнольдса для двух различных потоков является одним из условий их механического подобия, что особенно важно для исследования на моделях течений жидкости (или газа) в различных условиях (или обтекания тел). Характер течения различных жидкостей (или газов) в трубах разных сечений будет подобен, если каждому течению соответствует одно и то же значение  $Re$ .

### Стационарное течение жидкости по прямолинейной трубе. Формула Пуазейля.

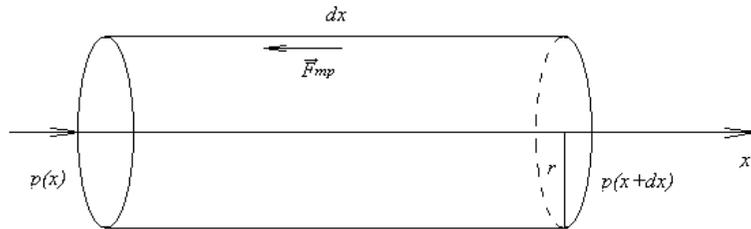


Рис. 3. Ламинарное течение смачивающей жидкости по трубе

Рассмотрим течение смачивающей жидкости по горизонтальной трубе круглого сечения радиуса  $R$ . Жидкость считаем несжимаемой и вязкой. Будем считать, что течение стационарное и происходит цилиндрическими слоями, параллельными стенкам трубы, т. Е. течение жидкости ламинарное.

Если выделить произвольную бесконечно узкую трубку тока, то из условия несжимаемости следует, что скорость течения  $v$  будет одна и та же вдоль всей трубки тока – скорость жидкости не может меняться вдоль трубы. Однако скорость может изменяться с изменением расстояния  $r$  от оси трубы, т. Е. скорость жидкости  $v$  является функцией радиуса  $r$ .

Примем ось трубы за ось  $x$ , направленную в сторону течения. Выделим внутри жидкости элементарный цилиндрический объем радиуса  $r$  с осью, совпадающей с осью трубы, и боковой поверхностью длины  $dx$ , параллельной стенкам трубы. На боковую поверхность выделенного объема жидкости в направлении противоположном движению жидкости действует касательная сила вязкости:

$$F_{\text{од}} = \eta \cdot 2\pi \cdot dx \frac{dv}{dr}$$

Кроме того, на основании цилиндра действуют силы давления:  $p(x+dx)\pi r^2$  – сила давления в направлении, противоположном движению, и  $p(x)\pi r^2$  – сила давления в направлении движения жидкости. Поскольку движение стационарно, то сумма всех сил, действующих на выделенный объем вдоль оси  $x$ , должна быть равна нулю.

$$0 = p(x)\pi r^2 - p(x+dx)\pi r^2 - \eta \frac{dv}{dr} \cdot 2\pi dx$$

или

$$\pi r^2 dp = \pi \cdot 2\pi r dx \frac{dv}{dr} \rightarrow \pi r^2 \frac{dp}{dx} \cdot dx = \eta \cdot 2\pi r dx \frac{dv}{dr},$$

$$r \frac{dp}{dx} = 2\eta \frac{dv}{dr}.$$

Как было сказано выше, скорость  $v$ , а с ней и производная  $\frac{dv}{dr}$  не меняются с изменением  $x$ . Поэтому

должна быть постоянной и производная  $\frac{dp}{dx} = const$ ,

причем эта величина должна быть равна  $\frac{p_1 - p_2}{l}$ , где  $p_1$  – давление на входе трубы,  $p_2$  – давление на выходе,  $l$  – длина трубы. В результате приходим к уравнению:

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r.$$

После разделения переменных, получим:

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr.$$

Интегрируя это уравнение, приходим к следующему выражению:

$$v = -\frac{p_1 - p_2}{4\eta l} r^2 + C.$$

Постоянная интегрирования  $C$  определяется из условия, что на стенки трубы, т. е. при  $r = R$ , скорость  $v$  должна обращаться в нуль вследствие прилипания молекул жидкости к стенкам трубы. Это дает:

$$v = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2). \quad (4)$$

Как видим, скорость  $v$  максимальна на оси трубы, где она достигнет значения:

$$v_0 = v(0) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} R^2. \quad (5)$$

С учетом (5) выражение для скорости  $v$  примет вид:

$$v(r) = v_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (6)$$

Таким образом, при ламинарном течении скорость изменяется с расстоянием от оси трубы по параболическому закону (рис. 4). При турбулентном течении скорость в каждой точке меняется хаотически, случайным образом. При неизменных внешних условиях постоянной оказывается средняя (по времени) скорость в каждой точке сечения трубы. Профиль средних скоростей при турбулентном течении изображен на рис. 5. Вблизи стенок трубы скорость изменяется гораздо сильнее,

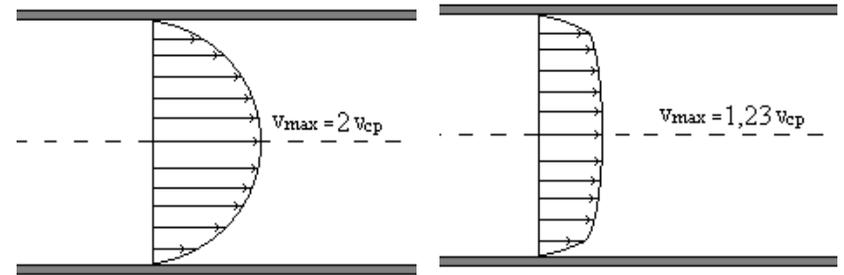


Рис. 4. Ламинарное течение

Рис. 5. Турбулентное течение

чем при ламинарном течении, в остальной же части сечения скорость изменяется меньше.

Непосредственную опытную проверку закона (6) провести трудно, так как любой измеритель скорости, помещенный в трубу, исказит распределение скоростей в месте измерения.

Поэтому подсчитаем расход жидкости  $Q$ , т. е. количество жидкости, протекающее каждую секунду через поперечное сечение трубы, полагая, что течение жидкости ламинарно и справедлива формула (6).

$$[Q] = \text{м}^3/\text{с}$$

Полученное теоретическое значение  $Q$  сравним с фактически измеренным расходом.

Так как скорость частиц жидкости зависит от их расстояния до стенки трубы, то подсчитаем элементарный расход жидкости через кольцевое сечение радиуса  $r$  и толщиной  $dr$ , в пределах которой скорость течения можно считать постоянной (рис. 6).

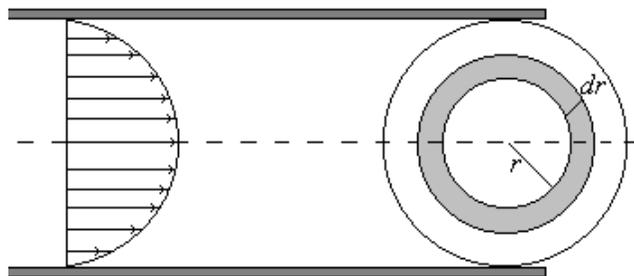


Рис. 6. Ламинарное течение

За единицу времени через площадь кольцевого сечения вытечет объем жидкости:

$dQ = v dS$  или  $dQ = v \cdot 2\pi r dr$  или с учетом равенства (6):

$$dQ = v_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot 2\pi r dr .$$

Интегрируя по всем кольцевым сечениям от 0 до  $R$ , получим расход жидкости в трубе:

$$Q = \int_0^R v_0 \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \cdot 2\pi r dr = \frac{1}{2} \pi R^2 v_0 = \frac{1}{2} S v_0, \quad (7)$$

где  $S$  – площадь сечения трубы.

Из выражения (7) следует, что при ламинарном течении среднее (по сечению) значение скорости равно половине значения скорости на оси трубы.

Подставив в (7) выражение для  $v_0$  из (5), получим для расхода жидкости следующее выражение:

$$Q = \frac{(p_1 - p_2) \cdot \pi R^4}{8\eta l} . \quad (8)$$

Эта формула называется формулой Пуазейля. Согласно (8), объемный расход жидкости пропорционален перепаду давления на единице длины трубы, пропорционален четвертой степени радиуса трубы и обратно пропорционален коэффициенту вязкости жидкости.

Формула Пуазейля применима только при ламинарном течении и используется для определения вязкости жидкостей. Пропуская жидкость через капилляр известного радиуса  $R$ , измеряя перепад давления и расход жидкости  $Q$ , можно измерить  $\eta$ .

\* Опыты показали, что формула (8) применима для капилляров, длина которых превышает, по меньшей мере, в десять раз их диаметр, до тех пор, пока число Рейнольдса  $Re < 1000$ . Если увеличивая действующее давление  $\Delta p$  и скорость течения жидкости, выйти за эту границу  $Re > 1000$ , то расход жидкости начинает возрастать медленнее, чем перепад давления  $\Delta p$  на концах капилляра. Причиной этого отклонения является характер течения жидкости в капилляре – он становится турбулентным.

Поэтому законы ламинарного течения применимы в основном к более узким капиллярам, и, наоборот, к более широким капиллярам и трубам чаще необходимо применять законы сопротивления, учитывающие турбулентный характер потока. Этим объясняется то, что гидравлика – наука, занимающаяся, в частности, расчетом течения воды по трубам и каналам в различных промышленных сооружениях, а также движения паровоздушных смесей в отопительных системах, паровых двигателях и других установках – основывается, главным образом, на законах движения жидкости по трубам при турбулентном режиме.

Однако при движении вязких нефтей и масел по соответствующим трубопроводам не меньшее значение имеет и закон Пуазейля. Ламинарным будет движение

жидкости по капиллярам при течении крови по кровеносным сосудам, при движении питательных соков в стволах растений и деревьев. Близкие закономерности наблюдаются при движении воды или нефти в земле в тонкопористых грунтах.

### Порядок выполнения работы

В настоящей работе исследуется истечение жидкости через капилляр, закрепленный в нижней части бюретки *A* с помощью резиновой трубки (рис. 7).

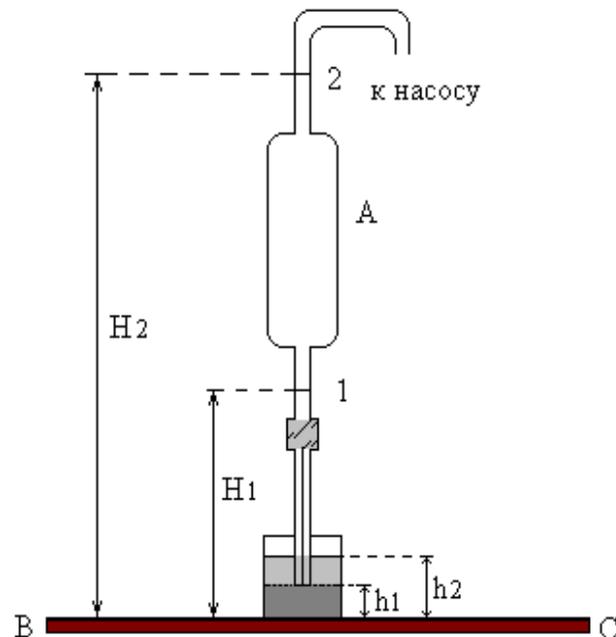


Рис. 7. Схема опытной установки

Нижний конец капилляра опущен в стакан с дистиллированной водой. Согласно (8) для определения коэффициента вязкости  $\eta$  необходимо знать разность давлений на концах капилляра  $-\Delta p$ , время вытекания  $t$  определенного объема жидкости  $V$ , радиус капилляра  $R$  и его длину  $l$ . Объем  $V$  вытекающей жидкости указан на бюретке *A*.

1. Чтобы определить время вытекания  $t$  объема  $V$ , с помощью насоса всасывают жидкость в бюретку *A* несколько выше верхней метки 2 и затем дают жидкости свободно вытекать. В момент прохождения уровнем жидкости верхней метки 2 включают секундомер, а при прохождении нижней метки 1 секундомер останавливают. Измерения повторяют 5 раз. Необходимо уровень жидкости поднимать несколько выше метки 2 для того, чтобы к моменту прохождения уровнем жидкости метки 2 успевало устанавливаться стационарное течение жидкости.

2. Давление, заставляющее жидкость вытекать из капилляра, обуславливается в работе гидростатическим давлением столба жидкости, высота которого уменьшается по мере вытекания жидкости из бюретки. В момент прохождения уровнем жидкости метки 2 гидростатическое давление определяется разностью  $H_2 - h_2$ , где  $h_2$  – высота уровня воды в стакане в этот момент. При прохождении уровнем жидкости метки 1 гидростатическое давление определяется разностью  $H_1 - h_1$ , где  $h_1$  соответственно высота уровня жидкости в стакане к этому моменту времени. Средняя разность высот равна:

$$\frac{(H_2 - h_2) + (H_1 - h_1)}{2}$$

Считая, что разность давлений на концах капилляра во время опыта была постоянной и равной средней разности

давлений, найдем  $\Delta p$  – среднее гидростатическое давление столба жидкости:

$$\frac{(H_2 - h_2) + (H_1 - h_1)}{2} \rho g,$$

где  $\rho$  – плотность исследуемой жидкости,  $g$  – ускорение свободного падения. Высоты  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $h_1$ ,  $h_2$  измеряют линейкой.

3. Коэффициент вязкости воды вычисляют по средним значениям входящих в формулу (8) величин:

$$\eta = \frac{\Delta p \pi R^4 t}{8Vl}$$

4. Вычислить относительную и абсолютную погрешности.

5. Рассчитать число Рейнольдса и сравнить его значение с критическим.

#### Контрольные вопросы:

1. Какое явление называется вязкостью?. Запишите закон Ньютона для силы вязкости. Что называется градиентом скорости? Как направлен градиент скорости? Какой физический смысл коэффициента вязкости? В каких единицах он измеряется? Какая связь между коэффициентами динамической и кинематической вязкости? Объясните механизм вязкости в жидкостях, в газах.

2. Выведите формулу Пуазейля. Для какого течения жидкости применима эта формула? От каких величин зависит полный расход жидкости в цилиндрической трубе при стационарном течении? Какие из величин, входящие в

формулу, вносят наибольшую ошибку в результат измерений? Какое явление называется вязкостью?

3. Какое течение называется ламинарным? Перечислите основные характеристики ламинарного течения. По какому закону изменяется скорость движения частиц жидкости от твердой границы внутрь потока при ламинарном течении? Как зависит от скорости сопротивление движению жидкости или твердого тела в жидкости? Каково происхождение сопротивления при ламинарном течении?

4. Какое течение называется турбулентным? Перечислите основные характеристики турбулентного течения. Почему в случае турбулентного течения понятие трубки тока оказывается невозможным? Как изменяется скорость частиц жидкости от твердой границы внутрь потока при турбулентном потоке? Как зависит от скорости сопротивление движения жидкости или твердого тела в ней? Можно ли к турбулентному течению применить формулу Пуазейля? Является ли турбулентное течение стационарным?

5. Формула Пуазейля справедлива для любого радиуса трубки  $R$  если только течение является ламинарным. Почему же для определения коэффициента вязкости используют трубки малого радиуса (капилляры)? Можно ли пользоваться методом Пуазейля для исследования очень вязких жидкостей?

6. Какой существует критерий ламинарного режима течения жидкости? Что такое число Рейнольдса? Какой его физический смысл? От чего зависит величина критического значения числа Рейнольдса? Объясните роль числа Рейнольдса при изучении движения жидкости на моделях.

### Список литературы:

1. С.Э. Хайкин. Физические основы механики. – М., 1963, гл. XVI, §127.
2. Д.В. Сивухин. Общий курс физики. Механика. т. I. – М., Наука, 1974, гл. XII, §96-99.
3. А.Н. Матвеев. Молекулярная физика. – М., Высшая школа, 1981, гл. VI, §50-52, 55, 56.

### Лабораторная работа №3

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ СТОКСА

**Цель работы:** определить вязкость среды при установившемся движении сферического тела в жидкости.

**Теоретический материал:** Течение жидкости в трубе постоянного сечения. Вязкость жидкости. Ламинарное и турбулентное течения. Число Рейнольдса. Условие применимости уравнения Бернулли. Моделирование течения жидкости. Движение тел в жидкости и газе. Обтекание тел идеальной и вязкой жидкостью. Пограничный слой. Отрыв потока и образование вихрей. Лобовое сопротивление.

**Приборы и оборудование:** сосуд с раствором глицерина, шарики, микрометр, линейка, секундомер.

#### Теоретические сведения о методе Стокса.

Метод Стокса получил развитие для случая движения шарика в жидкости под действием силы тяжести. На твердый шарик, падающий в жидкости, действуют три силы: сила тяжести ( $F_T = mg = \frac{4}{3}\pi r_{ш}^3 \rho_{ш} g$ ,  $r_{ш}$  - радиус шарика,  $\rho_{ш}$  - плотность шарика,  $g$  - ускорение свободного падения), сила Архимеда ( $F_A = \frac{4}{3}\pi r_{ш}^3 \rho_{ж} g$ ,  $\rho_{ж}$  - плотность жидкости) и сила сопротивления движению. При движении шарика слой жидкости, граничащий с его поверхностью, прилипает к шарiku и движется со скоростью шарика. Соседние слои жидкости также вовлекаются в движение, однако скорость их тем меньше

чем дальше находятся от поверхности шарика эти слои. Понятно, что в этом случае необходимо учитывать силы трения между слоями жидкости, а не между шариком и жидкостью. Стокс теоретически установил, что для шарика малого радиуса  $r_{ш}$  и движущегося с малой скоростью  $v$  сила сопротивления определяется соотношением:

$$F_c = 6\pi\eta v r_{ш}, \quad (1)$$

где  $\eta$  – коэффициент внутреннего трения (динамической вязкости).

*Самостоятельно убедитесь, что размерность  $[\eta] = \text{кг/м}\cdot\text{с} = \text{Па}\cdot\text{с}$ .*

Вывод формулы (1) достаточно сложен, однако с точностью до постоянного множителя ее можно получить следующим образом. Учитывая, что сила  $F_c(v)$  должна зависеть от скорости движения, ее можно разложить в ряд Тейлора:

$$F_c(v) = F_c(0) + \frac{F'_c}{1!}v + \frac{F''_c}{2!}v^2 + \dots = \alpha v + \beta v^2 + \dots \quad (2)$$

В формуле (2) мы приняли во внимание то, что при  $v=0$  сила сопротивления также равна нулю, т.е.  $F_c(v=0)=0$ . При малых скоростях в (2) можно ограничиться первым членом разложения, т.е.:

$$F_c = \alpha v. \quad (3)$$

Легко понять (учитывая наш повседневный опыт), что сила сопротивления должна зависеть от вязкости среды и радиуса шарика в некоторой степени  $n$ . Тогда (3) следует переписать в виде:

$$F_c = \alpha\eta \cdot r_{ш}^n v. \quad (4)$$

Для определения величины  $n$  сравним размерности правых частей формулы (4) и формулы Ньютона:

$$F = \eta S \frac{dv}{dt}, \quad (5)$$

где  $S$ - площадь поверхности, по которой действует сила  $F$ . Полагая коэффициент пропорциональности  $\alpha$  безразмерным, получаем:  $\text{м}^n \text{м}/\text{с} = \text{м}^2 \text{м}/\text{мс}$ , откуда  $n=1$ . В результате формула (4) принимает вид  $F_c = \alpha\eta r_{ш} v$ . Полученный результат с точностью до постоянного множителя совпадает с формулой (1).

Выше мы неопределенно указали на то, что формула Стокса верна для шариков малого радиуса движущихся с малыми скоростями. Четкость сказанному придает теоретический анализ, из которого следует необходимое условие справедливости:

$$\text{Re} = \frac{l v \rho_{жс}}{\eta} < 1 \quad (6)$$

где  $\text{Re}$ -число Рейнольдса,  $l$ -характерный размер, в нашем случае  $r_{ш}$ .

Так, например, для шарика радиуса  $r_{ш}=1\text{мм}=10^{-3}\text{м}$ , падающего в воде ( $\eta \approx 10^{-3} \text{кг/м}\cdot\text{с}$ ,  $\rho_{жс} = 10^3 \text{кг/м}^3$ ), скорость  $v$  не должна превышать  $v < \eta/r_{ш} \rho_{жс} \approx 10^{-3} \text{м/с}$ . Фактически скорость установившегося движения, как мы увидим ниже, будет составлять примерно  $2 \text{м/с}$ . Иначе говоря, формула Стокса в рассматриваемом случае будет не применима равно как и предлагаемый метод определения коэффициента внутреннего трения. В связи с этим, в настоящей лабораторной работе используется глицерин вязкость которого на три порядка больше чем у воды.

Обратимся теперь к уравнению движения шарика в вязкой среде, являющегося базовым в методе Стокса:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - F_A - F_c = \frac{4}{3} \pi \cdot r_{ш}^3 \rho_{ш} g - \frac{4}{3} \pi \cdot r_{ш}^3 \rho_{жс} g - 6\pi\eta \cdot r_{ш} v \quad (7)$$

Все силы входящие в уравнение (7) действуют по вертикали: сила тяжести направлена вниз (в том же направлении направили ось  $y$ ), а силы Архимеда и Стокса направлены вверх. Сила Стокса с ростом скорости движения шарика возрастает, соответственно равнодействующая сил уменьшается. Наконец, шарик достигает такой скорости, при которой ускорение становится равным нулю, при этом уравнение (7) принимает вид:

$$\frac{4}{3}\pi r_{ш}^3 \rho_{ш} g - \frac{4}{3}\pi r_{ш}^3 \rho_{ж} g - 6\pi \eta r_{ш} v_0 = 0 \quad (8)$$

где  $v_0$ - установившаяся скорость, которую в работе определяется экспериментально.

Решая уравнение (8) относительно коэффициента вязкости, находим:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho_{ш} - \rho_{ж}}{v_0} g r_{ш}^2 \quad (9)$$

Формула (9) является рабочей в рассматриваемой методике определения коэффициента внутреннего трения.

Следует отметить, что формула Стокса была получена для неограниченной среды. В опытах шарик будет двигаться в ограниченном объеме. Если шарик будет падать вдоль оси цилиндрического сосуда, то учет наличия стенок сосуда приведет к формуле:

$$\eta = \frac{2}{9} \frac{\rho_{ш} - \rho_{ж}}{v_0 (1 + 2,4 r_{ш} / R)} g r_{ш}^2 \quad (10)$$

где  $R$ -радиус сосуда.

Обычно имеет место неравенство  $r_{ш} \ll R$  так, что формулы (9) и (10) дают близкие результаты. На результаты измерений могут влиять границы жидкости и многие другие факторы. Только искусство экспериментатора позволяет их выявить и учесть.

Вернемся к приведенному выше примеру (шарик в воде). Используя уравнение (8) несложно убедиться в том, что скорость установившегося движения шарика ( $\rho_{ш} - \rho_{ж} \approx 10^3 \text{ кг/м}^3$ ) действительно будет около  $2 \text{ м/с}$ . Т.о. проведенные оценки указывают на применимость метода Стокса к исследованию достаточно вязких жидкостей: масло, глицерин и т.д.

### Порядок выполнения работы

Установка для определения вязкости жидкости представляет собой стеклянный цилиндр (трубу) с диаметром  $d \approx 0,10 \text{ м}$  и длиной  $L \approx 1 \text{ м}$  установленный вертикально и заполненный исследуемой жидкостью. На цилиндре установлены два подвижных кольца одно на расстоянии  $10-15 \text{ см}$  от верхнего уровня жидкости другое на расстоянии  $10-20 \text{ см}$  от дна цилиндра. Между кольцами шарик движется с постоянной скоростью, которая определяется экспериментально. Плотность жидкости измеряется с помощью пикнометра, радиус шарика – микрометром. Место расположения первого кольца можно определить, если проинтегрировать уравнение (7).

Учитывая, что масса шарика равна  $m = \frac{4}{3} \pi \cdot r_{ш}^3 \rho_{ш}$

уравнение (7) приводится к виду:

$$\frac{dv}{dt} = A - Bv \quad (11)$$

где  $A = (1 - \frac{\rho_{ж}}{\rho_{ш}})g$ ;  $B = \frac{9}{2} \frac{1}{r_{ш}^2 \rho_{ш}}$

Дифференциальное уравнение (11) интегрируется методом разделения переменных:

$$\int_0^v \frac{dv}{A - Bv} = t.$$

После простых преобразований получаем:

$$v = v_0(1 - \exp(-\frac{t}{\tau})) \quad (12)$$

где  $v_0 = \frac{A}{B} = \frac{2(\rho_{ш} - \rho_{ж})}{9\eta} r^2 g$  - скорость установившегося движения (её можно получить также из выражения (9));

$$\tau = \frac{1}{B} = \frac{2}{9} \frac{1}{r^2 \rho_{ш}} - \text{время релаксации.}$$

Формально, как это следует из формулы (12), скорость шарика станет равной  $v_0$  лишь при  $t \rightarrow \infty$ . На практике это не так. Даже в рамках рассмотренной модели движения шарика, спустя время  $t_0 = 4,6\tau$  скорость шарика будет отличаться от установившейся лишь на один процент (надо хорошо постараться, чтобы это отличие обнаружить!). Для шарика с параметрами  $r_{ш} = 10^{-3} \text{ м}$ ,  $\rho_{ш} = 2000 \text{ кг/м}^3$  и коэффициента  $\eta = 0,1 \text{ кг/м}\cdot\text{с}$  характерное время  $t_0 \approx 0,02 \text{ с}$ . За это время шарик даже при свободном падении преодолеет расстояние около одного мм. Так, что установка первого кольца на расстоянии 10 см от верхнего уровня исследуемой жидкости гарантирует наблюдение установившегося движения.

### Задание №1

Опыты следует провести с десятью шариками. С помощью микрометра диаметр каждого шарика рекомендуется измерять перед очередным опытом так как это выполнялось в работе линейные измерения.

1. Масштабной линейкой измерьте расстояние  $S$  между кольцами на стеклянном цилиндре.

2. Опустите шарик в исследуемую жидкость по оси цилиндра. С помощью секундомера определите время движения  $t$  шарика между кольцами. Для исключения паралакса включайте и выключайте секундомер в момент пересечения шариком плоскости соответствующего кольца.

3. Определите скорость равномерного движения шарика:  $v_0 = S/t$ .

4. Используя формулу (9) проведите вычисления коэффициента внутреннего трения для каждого опыта, затем рассчитайте среднее значение и погрешности измерений.

5. Результаты измерений рекомендуется заносить в таблицу, например, нижеприведенного вида.

N	r, м	t, с	v, м/с	$\eta$ , кг/м·с
1				
2				
.				
10				

6. По данным измерений рассчитайте зависимость скорости от времени для самого мелкого и наиболее крупного шариков использованных в эксперименте. Постройте соответствующие графики и прокомментируйте их. Проверьте справедливость неравенства (6).

### Задание №2

Задание данной задачи заключается в экспериментальном определении функциональной зависимости силы Стокса от радиуса шарика. Полагая, что эта зависимость имеет вид (4), т.е.:  $F_C = \alpha \eta \cdot r_{ш}^n v$ , можно получить для установившейся скорости движения выражение (см. выше)

$$v_0 = \frac{4\pi(\rho_{ш} - \rho_{ж})}{3\alpha} \frac{r_{ш}^{3-n}}{\eta} g = C \cdot r_{ш}^{3-n} \quad (13)$$

Логарифмируя выражение (13) получаем:

$$\ln v_0 = \ln C + (3-n) \ln r_{ш} \quad (14)$$

1. Проведите измерения установившейся скорости для шариков различного радиуса. Для выполнения этого задания необходимо располагать шариками с широким спектром размеров.

2. По результатам измерений постройте график зависимости  $\ln v_0$  от  $\ln r_{ш}$ . В рамках рассматриваемой модели движения шарика в вязкой среде, график должен представлять собой прямую линию.

3. Используя метод наименьших квадратов, определите тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс ( $\operatorname{tg}\beta = 3-n$ ) и за тем показатель степени  $n$ . Построенный график позволяет найти коэффициент пропорциональности  $C$  и при известных характеристиках жидкости определить величину  $\alpha$ .

#### Контрольные вопросы:

1. На тело, движущееся в вязкой среде, действует сила лобового сопротивления. При каких условиях наблюдается сопротивление трения и сопротивление давления? Как можно уменьшить сопротивление давления? Как зависит сила трения от скорости при ламинарном и турбулентном течениях?

2. Поясните возникновение силы трения, действующей на шар. Запишите формулу Стокса. При каком условии справедлива эта формула? Пользуясь

методом размерности, получите формулу Стокса с точностью до постоянного коэффициента,

3. Что такое число Рейнольдса? Как с помощью числа Рейнольдса определить характер движения? Что такое критическое значение числа Рейнольдса? Объясните, почему закон Стокса выполняется при малых числах Рейнольдса? Почему при больших числах Рейнольдса формула Стокса неприменима?

4. Можно ли проводить измерения, если жидкость не смачивает поверхность шарика?

5. Напишите уравнение движения шарика в жидкости в случае неустановившегося и установившегося движения. Как изменяется ускорение шарика, с момента начала его движения в жидкости? Рассчитайте расстояние, проходимое шариком с неустановившейся скоростью. Почему в работе необходимо знать это расстояние?

6. Объясните, как на основании полученной из опыта зависимости скорости шарика  $v_y$  от его радиуса найти функциональную зависимость силы сопротивления от радиуса шарика?

7. Почему при вычислении сопротивления среды следует учитывать трение отдельных слоев жидкости друг о друга, а не трение шарика о жидкость?

8. Какие систематические и случайные погрешности возникают в данной работе?

#### *Литература:*

1. Методические указания.
2. С.Э. Хайкин. Физические основы механики. – М., 1963, гл. XVI, §127-130.
3. Д.В. Сивухин. Общий курс физики. Механика. т. I. – М., Наука, 1974.

## Лабораторная работа №4

### Исследование обтекания тел потоком воздуха. Снятие поляры крыла самолета

*"Человек не имеет крыльев и по отношению веса своего тела к весу мускулов он в 72 раза слабее птицы.... Но я думаю, что он полетит, опираясь не на силу своих мускулов, а на силу своего разума".  
Н.Е. Жуковский*

**Цель работы:** исследовать обтекание тел различной формы потоком воздуха; снять поляру крыла самолета и зависимость коэффициента подъемной силы от угла атаки; по найденным зависимостям рассчитать: 1) критический угол атаки, 2) наивыгоднейший угол атаки, 3) аэродинамическое качество крыла самолета; разобраться в устройстве и освоить работу аэродинамических весов.

#### Теоретический материал.

Ламинарное и турбулентное течения. Число Рейнольдса. Условие применимости закона Бернулли. Моделирование течения жидкости. Движение тел в жидкости и газе. Обтекание тел идеальной и вязкой жидкостью. Пограничный слой. Отрыв потока и образование вихрей. Лобовое сопротивление и подъемная сила. Циркуляция и подъемная сила. Теорема Жуковского. Эффект Магнуса.

**«Ньютоновские модели» взаимодействия твердых тел с потоком жидкости (газа).** Описать взаимодействие тела и жидкости (газа), если не речь идет о точных расчетах, можно, в первом приближении, в рамках представления об идеальной жидкости. В таком случае жидкость считают за совокупность материальных точек, которые взаимодействуют лишь при столкновении.

Взаимодействие при этом представляют себе лишь упругим, а свойства потока зависящими от массы и скорости материальных точек. Такой подход базируется на представлениях классической механики Ньютона и потому его иногда называют “ньютоновским”.

Рассмотрим сначала взаимодействие потока с перегородкой, которая расположена перпендикулярно к нему. В таком случае изменение скорости элементов потока является причиной изменения импульса потока с  $m\vec{v}_0$  на  $m\vec{v}_t$ . По закону сохранения импульса системы, которая образованная потоком и преградой, это изменение импульса потока равняется импульсу, который передается преграде (рис.1).

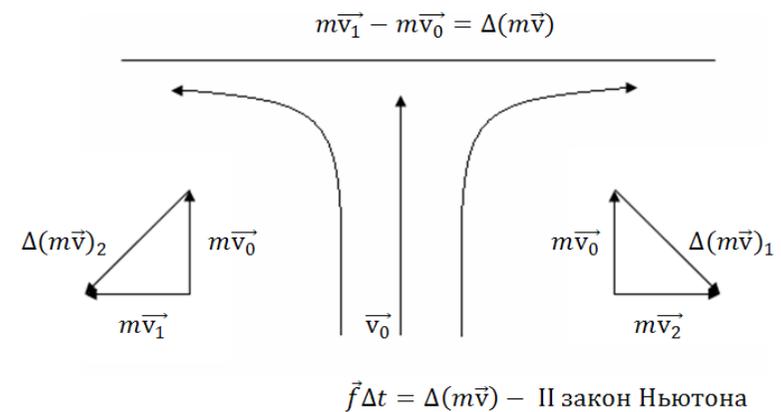


Рис.1. . Взаимодействие потока с плоской поверхностью

В рамках такого простого объяснения становится понятным и давление, которое оказывает река на гидросооружения и природа повреждений береговой линии, пирсов и волноломов набегающими волнами.

**Почему взлетает воздушный змей?** Всем известна эта замечательная игрушка, которую запускают в довольно сильный ветер, или тянут за собой на бегу.

Набегающий поток, изменяет свой импульс при взаимодействии с поверхностью змея. В результате на поверхность действует перпендикулярная ей сила, которая имеет две составляющих: сопротивления  $R_x$  и подъемную  $R_y$ . Именно за счет наличия последней составляющей и поднимается змей.

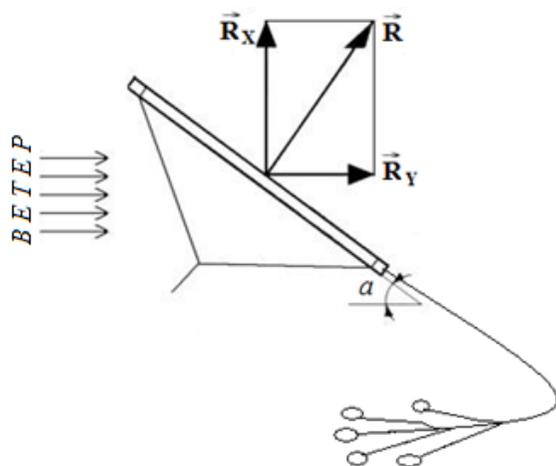


Рис.2. Воздушный змей

Но крыло самолета или катера на подводных крыльях устроено несколько иначе, что позволяет их использовать гораздо эффективней.

*Основные понятия геометрии профиля крыла.* Поперечное сечение крыла называется «профилем». Типовой профиль крыла (профиль Жуковского) выглядит так:

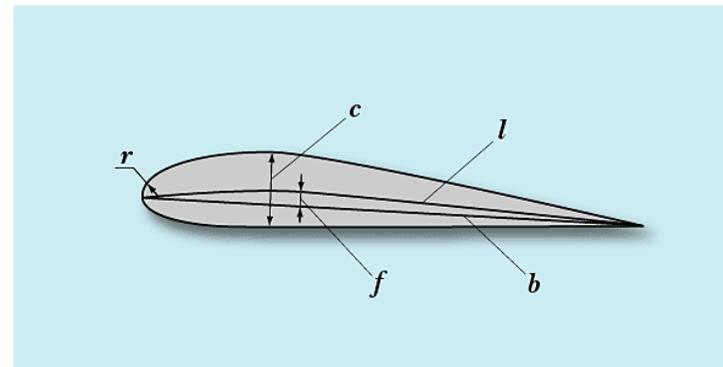


Рис.3. Профиль Жуковского

Максимальное расстояние между крайними точками профиля –  $b$ , называется хордой профиля. Наибольшая высота профиля –  $c$ , называется толщиной профиля, а ее расстояние от передней точки – координатой максимальной толщины. Линию, точки которой равноудалены от верхней и нижней образующих профиля –  $l$ , называют средней линией профиля. Ее максимальное расстояние от хорды –  $f$ , называется кривизной профиля, а удаление от передней точки – координатой максимальной кривизны. Носик профиля образован некоей кривой линией, минимальный радиус которой обозначают –  $r$ , это радиус скругления носика профиля.

Поскольку необходимо производить сравнение крыльев с различными профилями и размерами, договорились все указанные величины измерять относительно хорды профиля. Зачастую при этом даже опускают слово «относительная». Просто, если толщина профиля указана в %, то всем ясно, что это отношение реальной толщины к величине хорды профиля. На данном рисунке верхняя линия, образующая профиль, одной формы, а нижняя – другой. Такой профиль называется

несимметричным. Если же одна образующая является зеркальным отражением другой, то профиль называется симметричным. Нетрудно сообразить, что кривизна симметричного профиля равна нулю.

#### Картина обтекания профиля

Всем известно, что крыло создает подъемную силу, только тогда, когда оно движется относительно воздуха. Т.е. характер обтекания воздухом верхней и нижней поверхностей крыла непосредственно создает подъемную силу. Как это происходит? Рассмотрим профиль крыла в потоке воздуха (рис.4):

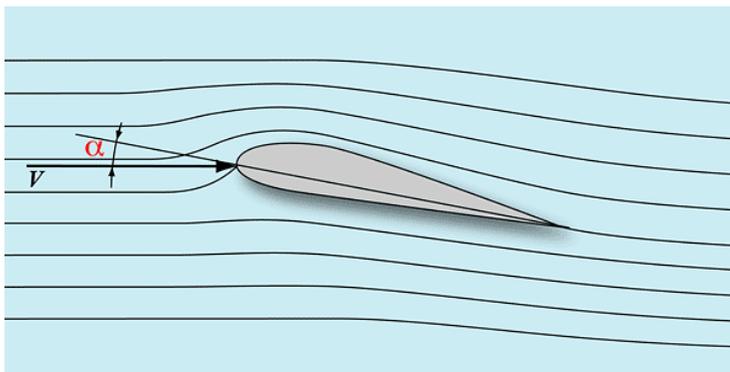


Рис.4. Профиль крыла в потоке воздуха

Здесь линии тока воздуха обозначены тонкими линиями. Профиль к линиям течения находится под углом атаки  $\alpha$  – это угол между хордой профиля и невозмущенными линиями течения. Там, где линии течения сближаются, скорость потока возрастает, а абсолютное давление падает. И наоборот, где они становятся реже, скорость течения уменьшается, а давление возрастает.

Крыло сверху имеет большую длину, чем снизу. В силу неразрывности потока скорость сверху больше. Воспользуемся уравнением Бернулли:

$$\rho \frac{v^2}{2} + \rho gh + P = const .$$

Следовательно, в различных точках профиля воздух давит на крыло с разной силой. Разницу между местным давлением у поверхности профиля и давлением воздуха в невозмущенном потоке можно представить в виде стрелочек, перпендикулярных контуру профиля, так что направление и длина стрелочек пропорциональна этой разнице. Тогда картина распределения давления по профилю будет выглядеть так, как это представлено на рис.5.

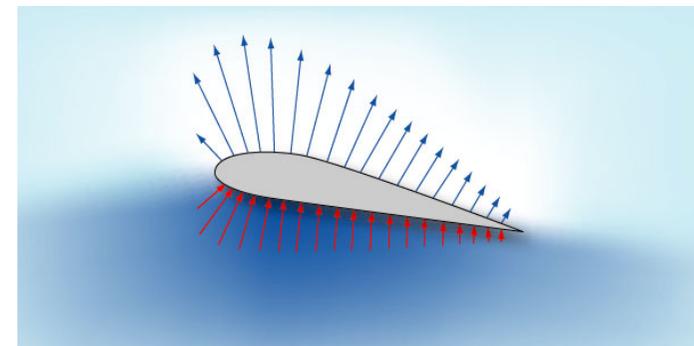


Рис.5. Распределение давления воздуха на крыло

Здесь хорошо видно, что на нижней образующей профиля имеется избыточное давление – подпор воздуха. На верхней же наоборот – разрежение. Причем оно больше там, где выше скорость обтекания. Примечательно здесь то, что величина разрежения на верхней поверхности в

несколько раз превышает подпор на нижней. Результирующая сила давления и является аэродинамической силой  $R$ , с которой воздух действует на движущееся крыло.

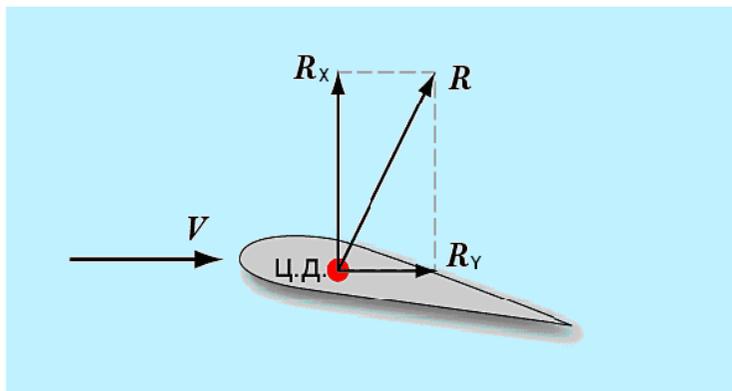


Рис.6. Подъемная сила

Разложив эту силу на вертикальную  $R_y$  и горизонтальную  $R_x$  компоненты, мы получим подъемную силу крыла и силу его лобового сопротивления.

Точка приложения силы  $R$  зависит от характера распределения давления по поверхности профиля. При изменении угла атаки распределение давления также будет изменяться. Вместе с ним будет меняться и векторная сумма всех сил по абсолютной величине, направлению и точке приложения. Кстати, последнюю называют центром давления (ЦД на рис.6). С ним тесно связано понятие фокуса профиля. У симметричных профилей эти точки совпадают. У несимметричных положение центра давления на хорде при изменении угла атаки меняется.

Разряжение на верхней части профиля можно не только измерить приборами, но и при определенных условиях увидеть собственными глазами. Как известно,

при резком расширении воздуха, содержащаяся в нем влага может мгновенно конденсироваться в капельки воды. Кто бывал на авиашоу, мог видеть, как во время резкого маневрирования самолета, с верхней поверхности крыла срываются струйки белой пелены. Это водяной пар, сконденсировавшийся при разрежении в мелкие капельки воды, которые очень быстро снова испаряются и становятся невидимыми.

Зависит ли характер обтекания от размеров профиля и фактической скорости движения крыла относительно воздуха? Да, и очень сильно. Связано это с физическими свойствами воздуха, главными из которых являются упругость, плотность и вязкость.

Упругость (еще говорят - сжимаемость) важна только при скоростях движения, соизмеримых со скоростью звука. В дозвуковой авиации такие скорости встречаются лишь на концах лопастей воздушного винта.

Массовая плотность воздуха является главной причиной возникновения подъемной силы крыла. Уже на втором рисунке видно, что направления линий обтекания воздуха до крыла и после него несколько не совпадают. Т.е. крыло скашивает поток воздуха вниз. Поскольку поток обладает определенной массой, то по закону сохранения импульса на крыло действует сила  $R$ . Отсюда следует простая зависимость, чем воздух плотнее, тем при прочих равных условиях больше подъемная сила. Поэтому один и тот же самолет зимой сможет выполнить петлю меньшего радиуса, чем летом.

В картине обтекания крыла вязкость приводит к тому, что у самой поверхности профиля на границе между твердой поверхностью и потоком воздуха возникает тонкий слой воздуха, как бы присоединенный к крылу и движущийся вместе с крылом. Его так и называют –

пограничный слой. Поведение этого слоя сильно зависит от размеров профиля и скорости его обтекания воздухом.

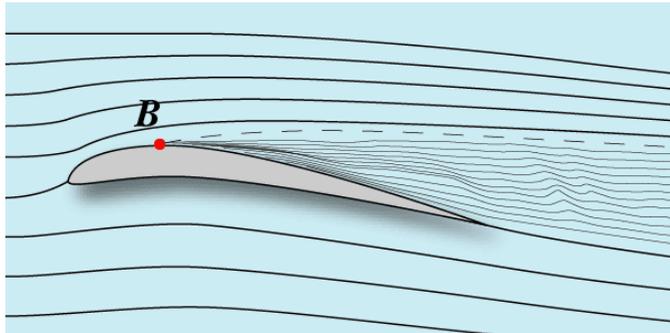


Рис.7. Пограничный слой

Здесь интересно обратить внимание на точку *B* (рис.7). До нее течение воздуха ламинарное. В точке *B* начинается образование прислойных вихрей, перемешивающих воздух из соседних слоев и течение становится турбулентным. Можно так построить форму образующей профиля, что на его большей верхней части течение воздуха будет ламинарным, а точка *B* сдвинется назад по профилю. Такие профили называют ламинаризованными.

Какое течение лучше? Здесь однозначного ответа на все случаи жизни нет. Ламинарное течение в сравнении с турбулентным имеет свои преимущества и недостатки. Например, при ламинарном течении трение поверхности крыла о воздух меньше. Значит меньше и лобовое сопротивление.

Подъемная сила крыла:

$$R_y = C_y S \frac{\rho v^2}{2}$$

Сила лобового сопротивления:

$$R_x = C_x S \frac{\rho v^2}{2}$$

Здесь:  $\rho$  – массовая плотность воздуха,  $v$  – скорость движения крыла относительно воздуха,  $S$  – площадь крыла,  $C_y$  – коэффициент подъемной силы крыла,  $C_x$  – коэффициент лобового сопротивления крыла. Коэффициенты подъемной силы и лобового сопротивления сильно зависят от угла атаки крыла, но по-разному. Для типичного несимметричного профиля зависимости эти выглядят так:

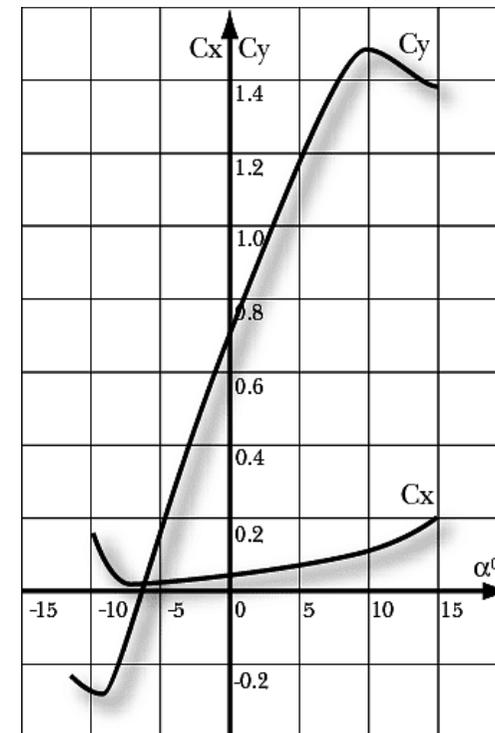


Рис. 8. Зависимость коэффициентов лобового сопротивления и подъемной силы от угла атаки

Попробуем разобраться, почему зависимости на рис.8 имеют такую форму. Начнем с нулевого угла атаки. Как видно из графика, при таком значении  $\alpha$  подъемная сила не равна нулю. Это связано с различной формой верхней и нижней образующих. Верхняя образующая более выпуклая, чем нижняя, поэтому давление распределяется так, как это показано на рис.9:

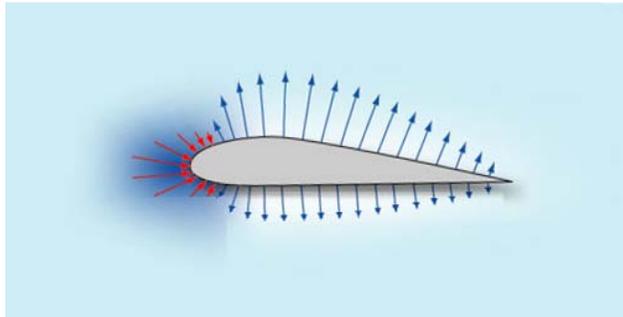


Рис.9. Распределение давления при несимметричном профиле крыла

Чтобы подъемная сила несимметричного профиля стала равной нулю, его надо расположить под отрицательным углом атаки. По мере увеличения угла атаки, коэффициент подъемной силы растет почти пропорционально. При этом подпор на нижней образующей профиля изменяется слабо, а разрежение на верхней образующей возрастает в несколько раз.

Поскольку воздух обладает вязкостью, то разделенные крылом потоки на его границах, в особенности на концах, взаимодействуют. При этом образуются вихри и турбулентный слой за крылом (дорожка Кармана). На рис. 10, 11 представлены фотографии эксперимента, на которых струйками краски

визуализирована картина обтекания крыла набегающим потоком.

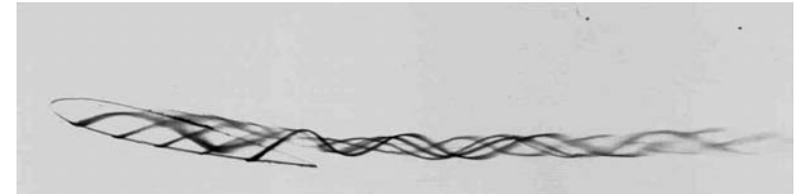


Рис.10. Концевой вихрь на торце прямоугольного крыла (вид сбоку)

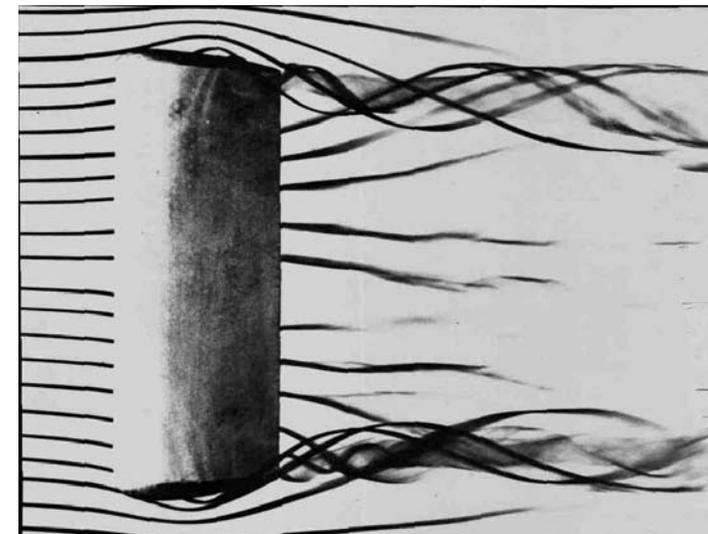


Рис.11. Концевые вихри, сбегаящие с прямоугольного крыла (вид сверху)



Рис.12. Присоединенный вихрь над прямоугольным крылом

В точке  $B$  (рис.7) происходит отрыв пограничного слоя от поверхности крыла. За точкой отрыва возникает вихревое обтекание с линиями **обратного тока**. Происходит срыв потока. При дальнейшем небольшом увеличении угла атаки  $C_y$  вначале слегка возрастает. Но точка отрыва быстро перемещается вперед по верхней образующей, после чего  $C_y$  начинает падать. Угол атаки, на котором достигается перегиб кривой  $C_y$ , называется *критическим углом атаки*.

По закону сохранения количества движения момент импульса, который уносится дорожкой Кармана, компенсируется моментом импульса связанного с крылом присоединенного (разгонного) вихря, который увеличивает скорость потока над крылом и уменьшает под ним. Таким образом, возрастание лобового сопротивления влечет за собой возрастание подъемной силы. На малых скоростях именно разгонный вихрь дает наибольший вклад в подъемную силу. Поэтому при взлете элероны и закрылки не только направляют поток воздуха вниз, но и

дополнительно турбулизируют поток, что вызывает усиление разгонного вихря.

Теперь обратимся к  $C_x$ . При нулевой подъемной силе он минимален. Лобовое сопротивление при этом обусловлено двумя компонентами: трением воздуха о поверхность крыла и динамическим сопротивлением, смысл появления которого хорошо виден из эпюры давлений на рис.9 (вектора, направленные на переднюю часть профиля – подпор потока). По мере увеличения угла атаки появляется и растет подъемная сила крыла. Лобовое сопротивление при этом тоже растет, сначала медленно, потом быстрее. Разницу между лобовыми сопротивлениями при ненулевой подъемной силе и нулевой называют индуктивным сопротивлением. При срыве обтекания  $C_x$  быстро растет и не убывает при дальнейшем росте угла атаки.

Обратите внимание, как изменяется  $C_y$  в диапазоне отрицательных углов атаки. Линейный рост довольно быстро заканчивается, а критический угол атаки наступает гораздо раньше, чем при положительных углах и при намного меньшем абсолютном значении  $C_y$ .

#### Таким образом, подъемная сила возникает:

1. За счет изменения импульса набегающего потока.
2. За счет эффекта Бернулли и несимметричного профиля крыла.
3. За счет разгонного вихря.

Для расчета подъемной силы используют **теорему Жуковского**:

Подъемная сила равна произведению плотности среды  $\rho$  на скорость потока на бесконечности на циркуляцию скорости вокруг крыла :

$$R_Y = \rho v \Gamma.$$

### Качество профиля, поляра

Аэродинамическим качеством профиля называется отношение подъемной силы к лобовому сопротивлению.

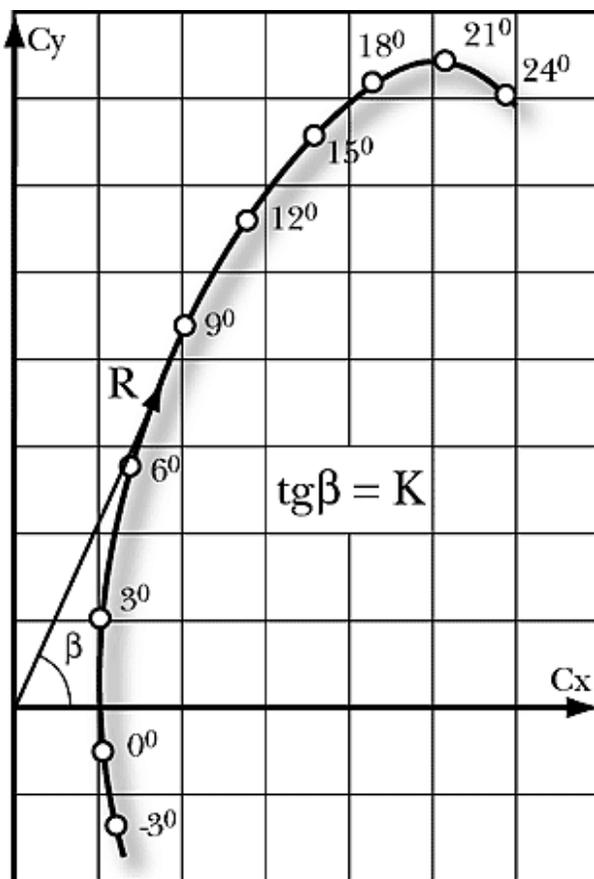


Рис.13. Типичная поляра профиля крыла. В градусах указан угол атаки

Сам термин *качество* происходит из функции крыла – оно призвано создавать подъемную силу. А то, что при этом появляется побочный эффект – лобовое сопротивление, явление «вредное». Поэтому логично отношение «пользы» к «вреду» назвать качеством. Если построить зависимость  $C_Y$  от  $C_X$  на графике (рис. 13), то полученную линию называют полярой профиля.

Тангенс угла наклона отрезка, соединяющего начало координат и точку на кривой равен аэродинамическому качеству  $K$ . Т.е. поляра позволяет очень просто оценивать изменение аэродинамического качества профиля крыла. Для удобства, на кривую принято наносить реперные точки, отмечающие соответствующий угол атаки крыла. По поляре легко оценить профильное сопротивление, максимально достижимое аэродинамическое качество профиля и его другие, важные параметры. Поляра зависит от числа  $Re$ . Свойства профиля удобно оценивать по семейству поляр, построенных в одной сетке координат для различных чисел  $Re$ .

Поляры конкретных профилей получают двумя способами: продувками в аэродинамической трубе и теоретическими расчетами.

Поляра - это один из самых наглядных способов оценки свойств профиля для конкретных применений. По этой кривой легко оценить изменение подъемной силы и лобового сопротивления при изменении угла атаки и их соотношение, то есть качество. По семейству поляр для разных чисел  $Re$  просто оценивается поведение этих сил при изменении скорости. Характер кривой в диапазоне малых подъемных сил в диапазоне скоростей показывает способность крыла разогнаться в пикировании самолета. Кривая на больших  $C_Y$  показывает способность к парению на малых скоростях, а ее плавный или резкий изгиб, характеризует темп сваливания при срыве потока

обтекания. Асимметрия и поведение поляр в районе отрицательных  $C_Y$  показывает способность крыла к перевернутому полету, обратным петлям и демонстрирует, насколько они будут отличаться от прямого полета и прямых фигур. По семействам поляр нескольких профилей удобно проводить сравнительный анализ их свойств и выбирать наиболее подходящий для конкретного применения.

### Порядок выполнения работы

В соответствии с указанным содержанием работы предлагается выполнить следующие задания:

1. Изучить по инструкции устройство и условия эксплуатации аэродинамических весов.

2. Определить ручным анемометром скорость воздушного потока вблизи выходного конца аэродинамической трубы.

3. Определить на аэродинамических весах подъемную силу  $R_y$  для модели крыла самолета при различных углах атаки, так, чтобы значения подъемной силы изменялись от нуля до закритических (см. рис.8)

4. Определить на аэродинамических весах лобовое сопротивление  $R_x$  для модели крыла самолета при тех же углах атаки.

Указание. Углы атаки отсчитываются через каждые  $5^0$  по углу меру, укрепленному на модели крыла.

5. Рассчитать коэффициенты  $C_X$  и  $C_Y$  для различных углов атаки  $\alpha$ , воспользовавшись величиной площади крыла (площадь нижней поверхности) и скоростью потока. Плотность воздуха определить из справочной таблицы для данной температуры. Результаты расчета выразить двумя

графиками: кривой  $C_Y = f(\alpha)$  и полярной  $C_Y = f(C_X)$ , вычерченными на общем листе миллиметровой бумаги, взяв ось координат с одинаковым масштабом.

Указание. Несущая площадь модели крыла самолета указана на самой модели.

6. Найти по полярной  $C_Y = f(C_X)$  модели крыла самолета:

а) Угол атаки  $\alpha_0$ , при котором подъемная сила равна нулю. Чему равно аэродинамическое качество крыла в этом случае?

б) Критический угол атаки  $\alpha_k$ , т.е. угол, при котором подъемная сила имеет максимальное значение. Чему равен коэффициент  $C_Y$  при этом угле атаки?

в) Наивыгоднейший (оптимальный) угол атаки  $\alpha$ , проведя касательную из начала координат к графику. Чему равно аэродинамическое качество модели крыла самолета для оптимального угла атаки? Чему равны коэффициенты  $C_X$  и  $C_Y$  в этом случае?

7. Рассчитать, с какой скоростью модель крыла самолета должна горизонтально перемещаться при оптимальном угле.

Указание. В горизонтальном движении подъемная сила модели крыла уравнивается ее весом, который указан на самой модели.

8. Рассчитать мощность, необходимую для равномерного горизонтального движения модели крыла самолета в спокойной атмосфере при оптимальном угле атаки.  $W = F \cdot v$ .

Указание. В равномерном горизонтальном полете сила тяги уравнивается лобовым сопротивлением летящей модели.

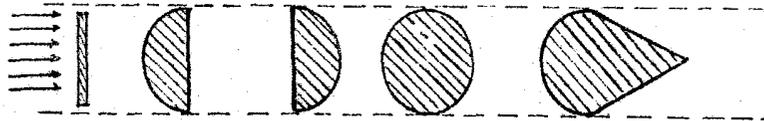
Контрольные вопросы:

1. Что такое лобовое сопротивление? Почему возникает лобовое сопротивление при движении тел в жидкостях (газах)? От чего зависит величина лобового сопротивления?

2. Что называется пограничным слоем? Как влияет пограничный слой на условия обтекания тел потоком жидкости или газа?

3. Нарисуйте распределение давления вокруг цилиндра, обтекаемого стационарным потоком идеальной и реальной жидкости. Возникает ли полное обтекание тел в потоке реальной жидкости?

4. Объясните, какое из приведенных на рисунке тел будет иметь наибольшее, и какое – наименьшее лобовое сопротивление потока.



5. Что такое вихрь? Почему он возникает? Каково распределение скоростей частиц внутри вихря и вне вихря? Каково распределение давления внутри и вне вихря?

6. В чем состоит эффект Магнуса? Опишите механизм образования силы Магнуса. Покажите распределение давления вокруг вращающегося цилиндра, обтекаемого поперечным потоком вязкой жидкости. Изменится ли распределение давления, если после установления соответствующей картины обтекания силы вязкости исчезнут?

7. Что такое циркуляция? Как, зная скорость циркуляции, найти величину подъемной силы?

Опишите общую картину обтекания крыла самолета. Что называют разгонным и присоединенным вихрями? Поясните механизм образования разгонного вихря и укажите направление его вращения. По какой причине образуется присоединенный вихрь? Каково окружное движение присоединенного вихря? Объясните появление подъемной силы крыла самолета. Почему подъемная сила зависит от угла атаки? Как изменяется подъемная сила при увеличении угла атаки? Как при этом изменяется лобовое сопротивление?

8. Что такое качество крыла? Что такое поляра крыла самолета и как по ней определить угол атаки, при котором качество крыла наибольшее? Что такое критический угол атаки?

**Список литературы:**

1. Методические указания
2. С.Э. Хайкин. Физические основы механики. —М.: Физматгиз, 1963, гл. XVI, §128-133.
3. Д.В. Сивухин. Общий курс физики. Механика. т. I. —М., Наука, 1974, гл. XII, §99-105.

**Навчальне видання**

**Методические указания к лабораторным работам  
по циклу «ГИДРОМЕХАНИКА»  
для студентов  
1 курса физического факультета  
(рос. мовою)**

*Видано в авторській редакції*

Підп. до друку 20.04.2011. Формат 60x84/8.  
Гарн. Таймс. Умов.-друк. арк.2,8. Тираж 25 прим.

Редакційно-видавничий Центр  
Одеського національного університету  
імені І.І. Мечникова  
65082, м. Одеса, вул. Єлісаветинська, 12, Україна  
Тел.: (048) 723 28 39