Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра методів математичної фізики

Кваліфікаційна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

«Задача теплопровідності для двошарової прямокутної пластинки»

«Heat conduction problem for a two-layer rectangular plate»

Виконав: здобувач денної форми навчання
спеціальності 113 Прикладна математика
Освітня програма "Прикладна математика"

Жирко Микола Віталійович

Керівник: канд. фіз-мат. наук, доц. Журавльова З.Ю.
Рецензент: канд. фіз-мат. наук, доц. Процеров Ю. С.

Рекомендовано до захисту:
Протокол засідання кафедри
№ ___ від _____________2024 р.

Завідувач кафедри

_________- ______________________
(підпис) (прізвище, ініціали)

Захищено на засіданні ЕК №_______
протокол № ____ від ________ 2024 р.
Оцінка_____________/___ ___/_____
(за національною шкалою, шкалою ECTS, бали)

Голова ЕК

__________ ______________________
(підпис) (прізвище, ініціали)

Одеса – 2024

ЗМІСТ

ВСТУП

У рамках даної дипломної роботи буде розглянута задача теплопровідності для двошарової прямокутної пластинки. Дослідження буде включати теоретичну частину та чисельні розрахунки.

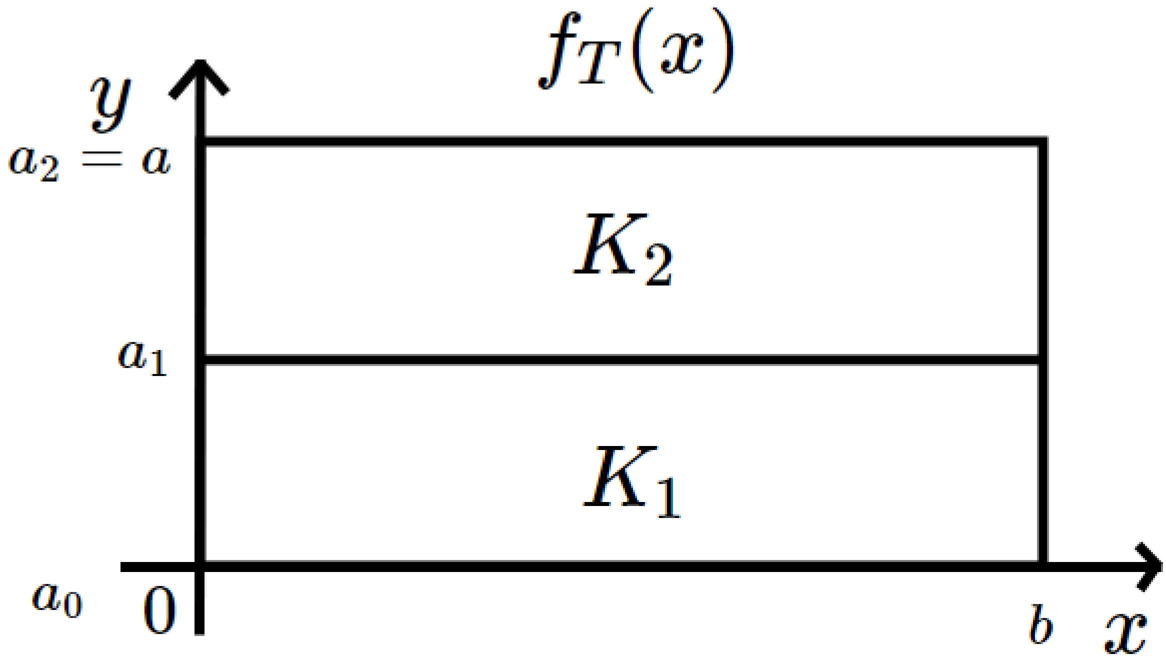
У теоретичній частині будуть проаналізовані послідовні кроки зведення задачі до одновимірної форми і її розв'язання. Особлива увага буде приділена оберненню інтегрального перетворення для отримання виразів для температури.

У чисельних розрахунках будуть показані графіки зміни температури у двошаровій прямокутній пластинці в залежності від зміни геометричних та фізичних параметрів.

РОЗДІЛ 1
ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА І ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ

1.1 Постановка задачі

Розглянемо двошарову прямокутну пластину:



(Рис. 1)

Розглянемо прямокутну пластину розміром $0 < x < b$, $0 < y < a$, розділену на два шари по лінії $y = \frac{a}{2}$. Коефіцієнти теплопровідності шарів K_1 (для $0 < y < \frac{a}{2}$) і K_2 (для $\frac{a}{2} < y < a$).

Рівняння теплопровідності:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} = 0,\ 0 < x,\ 0 < y < a;\ i = 1,\ 2$$

Крайові умови:

1. На межі $x = 0$ і $x = b$:

   $\frac{\partial T_i}{\partial x} = 0; i = 1, 2$

2. На межі $y = 0$:

   $T_1(x, y) = P_1$

3. На межі $y = a$:

   $T_2(x, y) = P_2$

Умови на межі шарів $y = \frac{a}{2}$:

1. Неперервність температури:

   $T_1|_{y=\frac{a}{2}-0} = T_2|_{y=\frac{a}{2}+0}$

2. Неперервність теплового потоку:

   $K_1 \frac{\partial T_1}{\partial y}|_{y=\frac{a}{2}-0} = K_2 \frac{\partial T_2}{\partial y}|_{y=\frac{a}{2}+0}$

1.2 Зведення задачі до одновимірної

Розв'яжемо задачу із застосуванням інтегрального перетворення за змінною x.

Враховуючи крайові умови на $x = 0$ і $x = b$, використаємо інтегральне перетворення, а саме косинус перетворення Фур'є по x.

Перетворення функції $T(x, y)$ за змінною x:

$$\hat{T}_i(\omega, y) = \int_0^b T_i(x, y) \cos(\omega x) dx, \ i = 1, 2$$

Формула оберненого інтегрального перетворення:

$$T_i(x, y) = \frac{1}{b}\hat{T}_i(0, y) + \frac{2}{b}\sum_{k=1}^{\infty} \hat{T}_i(\omega, y) \cos(\omega_k x), \ i = 1, 2 \quad (1^*)$$

Застосуємо перетворення до рівняння Лапласа:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y^2} = 0, \ i = 1, 2$$

Після застосування косинус перетворення Фур'є по x, рівняння набуває наступного вигляду:

$$\frac{d^2 \hat{T}_i}{dy^2} - \omega^2 \hat{T}_i(\omega, y) = 0, \ i = 1, 2$$

Отримуємо лінійне диференціальне рівняння другого порядку по y.

1.3 Розв'язання задачі у просторі трансформант

1.3.1 Загальний випадок

Загальний розв'язок:

$$\hat{T}_i(\omega,\ y)\ =\ A_i(\omega)e^{\omega y} + B_i(\omega)e^{-\omega y},\ i\ =\ 1,\ 2$$

Розглянемо умову по y.

1. На $y\ =\ 0$:

$$T_1(x,\ y)\ = P_1$$

Застосуємо перетворення Фур'є:

$$\hat{T}_1(\omega,\ 0)\ =\ \int_0^b P_1\cos(\omega y)dx\ = P_1\int_0^b \cos(\omega x)dx\ = P_1\frac{\sin(\omega b)}{\omega}$$

Таким чином отримуємо:

$$A_1(\omega)\ +\ B_1(\omega)\ = P_1\frac{\sin(\omega b)}{\omega}$$

2. На $y\ =\ a$:

$$T_2(x,\ y)\ = P_2$$

Застосуємо перетворення Фур'є:

$$\hat{T}_2(\omega,\ a)\ =\ A_2(\omega)e^{\omega a} + B_2(\omega)e^{-\omega a} = P_2\frac{\sin(\omega b)}{\omega}$$

Умови на межі шарів $y\ =\ \frac{a}{2}$:

1. Неперервність температури:

$$\hat{T}_1(\omega, \frac{a}{2}\ -\ 0)\ = \hat{T}_2(\omega, \frac{a}{2}\ +\ 0)$$

2. Неперервність теплового потоку:

$$K_1 \frac{d\hat{T}_1}{dy}\Big|_{y=\frac{a}{2}-0} = K_2 \frac{d\hat{T}_2}{dy}\Big|_{y=\frac{a}{2}+0}$$

Рішення для кожного шару.

Для шару $0 < y < \frac{a}{2}$:

$$\hat{T}_1(\omega, y) = A_1(\omega)e^{\omega y} + B_1(\omega)e^{-\omega y}$$

Для шару $\frac{a}{2} < y < a$:

$$\hat{T}_2(\omega, y) = A_2(\omega)e^{\omega y} + B_2(\omega)e^{-\omega y}$$

Підставимо загальні розв'язки у крайові умови.

1. На $y = 0$:

$$\hat{T}_1(\omega, 0) = A_1(\omega) + B_1(\omega) = P_1 \frac{\sin(\omega b)}{\omega}$$

2. На $y = a$:

$$\hat{T}_2(\omega, a) = A_2(\omega)e^{\omega a} + B_2(\omega)e^{-\omega a} = P_2 \frac{\sin(\omega b)}{\omega}$$

Умови на межі шарів $y = \frac{a}{2}$:

1. Неперервність температури

$$A_1(\omega)e^{\omega\frac{a}{2}} + B_1(\omega)e^{-\omega\frac{a}{2}} = A_2(\omega)e^{\omega\frac{a}{2}} + B_2(\omega)e^{-\omega\frac{a}{2}}$$

2. Неперервність теплового потоку

$$K_1\omega(A_1(\omega)e^{\omega\frac{a}{2}} + B_1e^{-\omega\frac{a}{2}}) = K_2\omega(A_2(\omega)e^{\omega\frac{a}{2}} + B_2e^{-\omega\frac{a}{2}})$$

Наступним етапом розв'язуємо систему рівнянь.

Введемо наступні позначення для зручності:

$$S = e^{\omega\frac{a}{2}}, \ \frac{1}{S} = e^{-\omega\frac{a}{2}}$$

Отримаємо систему рівнянь.

1. $A_1 + B_1 = f(\omega)$, де $f(\omega) = P_1 \frac{\sin(\omega b)}{\omega}$
2. $A_2 S^2 + B_2 \frac{1}{S^2} = P_2 \frac{\sin(\omega b)}{\omega}$
3. $A_1 S + B_1 \frac{1}{S} = A_2 S + B_2 \frac{1}{S}$
4. $K_1 \omega(A_1 S - B_1 \frac{1}{S}) = K_2 \omega(A_2 S - B_2 \frac{1}{S})$

Вирішуємо систему рівнянь.

З рівняння 1:

$$B_1 = f(\omega) - A_1$$

Підставимо в рівняння 3:

$$A_1 S + (f(\omega) - A_1)\frac{1}{S} = A_2 S + B_2 \frac{1}{S}$$

З рівняння 2:

$$A_2 e^{\omega a} + B_2 e^{-\omega a} = P_2 \frac{\sin(\omega b)}{\omega}$$

Тут $e^{\omega a} = S^2$, так як $a = 2 \cdot \frac{a}{2}$, тому $e^{\omega a} = (e^{\omega \frac{a}{2}})^2 = S^2$

Таким чином, рівняння 2 приймає такий вигляд:

$$A_2 S^2 + B_2 \frac{1}{S^2} = P_2 \frac{\sin(\omega b)}{\omega}$$

З рівняння 3:

$$A_1 S + (f(\omega) - A_1)\frac{1}{S} = A_2 S + B_2 \frac{1}{S}$$

Спростимо рівняння:

$$A_1 (S - \frac{1}{S}) + \frac{f(\omega)}{S} = A_2 S + B_2 \frac{1}{S}$$

З рівняння 4:

$$K_1\omega(A_1S\ -\ (f(\omega)\ -A_1)\frac{1}{S})\ =\ K_2\omega(A_2S\ -B_2\frac{1}{S})$$

Спростимо ліву частину:

$$K_1\omega(A_1S\ -\frac{f(\omega)}{S}\ +\ \frac{A_1}{S})\ =\ K_2\omega(A_2S\ -B_2\frac{1}{S})$$

Зберемо подібні:

$$K_1\omega(A_1(S\ +\frac{1}{S})\ -\frac{f(\omega)}{S})\ =\ K_2\omega(A_2S\ -B_2\frac{1}{S})$$

Таким чином отримуємо:

$$A_1=\frac{K_2\omega(A_2S-B_2\frac{1}{S})-K_1\omega\frac{1}{S}f(\omega)}{K_1\omega S}$$

$$A_2=\frac{P_2\frac{sin(\omega b)}{\omega}-B_2\frac{1}{S^2}}{S^2}$$

$$B_1=f(\omega)\ -\frac{K_2\omega(A_2S-B_2\frac{1}{S})-K_1\omega\frac{1}{S}f(\omega)}{K_1\omega S}$$

$$B_2\ =\ S(A_1(S\ -\frac{1}{S})+\frac{f(\omega)}{S}-A_2S)$$

1.3.2 Частинний випадок

Розглянемо випадок коли $\omega = 0$.

Таким чином, рівняння Лапласа у просторі трансформант має такий вигляд:

$$\frac{d^2\hat{T}_i}{dy^2} = 0,\ i = 1,\ 2$$

Розв'язуємо це одновимірне рівняння:

1. Для шару $0 < y < \frac{a}{2}$:

   $\frac{d^2\hat{T}_1}{dy^2} = 0 \Rightarrow T_1(y) = A_1 y + B_1$

2. Для шару $\frac{a}{2} < y < a$:

   $\frac{d^2\hat{T}_2}{dy^2} = 0 \Rightarrow T_2(y) = A_2 y + B_2$

Підставимо загальні розв'язки у граничні умови.

1. На $y = 0$:

   $T_1(0) = P_1 \Rightarrow B_1 = P_1$

2. На $y = a$:

   $T_2(a) = P_2 \Rightarrow A_2 a + B_2 = P_2$

Умови на межі шарів $y = \frac{a}{2}$:

3. Неперервність температури

   $A_1 \frac{a}{2} + P_1 = A_2 \frac{a}{2} + B_2$

4. Неперервність теплового потоку

   $K_1 A_1 = K_2 A_2$

Вирішуємо систему рівнянь.

Виражаємо B_2 з умови $y = a$:

$$B_2 = P_2 - A_2 a \quad (2^*)$$

Підставимо B_2 в умову неперервності температури:

$$A_1 \frac{a}{2} + P_1 = A_2 \frac{a}{2} + (P_2 - A_2 a)$$

Спростимо рівняння:

$$A_1 \frac{a}{2} + P_1 = -A_2 \frac{a}{2} + P_2$$

Перенесемо A_1 і A_2:

$$A_1 \frac{a}{2} + A_2 \frac{a}{2} = P_2 - P_1$$

Виконаємо умови неперервності потоку:

$$K_1 A_1 = K_2 A_2 \Rightarrow A_2 = \frac{K_1}{K_2} A_1$$

Підставимо A_2 в рівняння:

$$A_1 \frac{a}{2} + \frac{K_1}{K_2} A_1 \frac{a}{2} = P_2 - P_1$$

Збираємо подібні:

$$A_1 \frac{a}{2} (1 + \frac{K_1}{K_2}) = P_2 - P_1$$

Виразимо A_1:

$$A_1 = \frac{2(P_2 - P_1)}{a(1 + \frac{K_1}{K_2})} = \frac{2K_2(P_2 - P_1)}{a(K_1 + K_2)}$$

Знайдемо A_2:

$$A_2 = \frac{K_1}{K_2} A_1 = \frac{2K_1(P_2 - P_1)}{a(K_1 + K_2)}$$

Таким чином, підставляючи A_1 і A_2 в рівняння (2*), отримуємо:

$$B_1 = P_1 - A_1 a = P_1 - \frac{2K_2(P_2 - P_1)}{a(K_1 + K_2)} a$$

$$B_2 = P_2 - A_2 a = P_2 - \frac{2K_2(P_2 - P_1)}{a(K_1 + K_2)} a$$

1.4 Обернення інтегрального рівняння

1.4.1 Загальний випадок $\omega \neq 0$

В процесі розв'язання було отримано наступні вирази для трансформант у випадку, коли $\omega \neq 0$.

1. Для шару $0 \leq y \leq \frac{a}{2}$:

   $\hat{T}_1(y) = A_1(\omega_k)e^{\omega_k y} + B_1(\omega_k)e^{-\omega_k y} \cos(\omega_k x)$

2. Для шару $\frac{a}{2} \leq y \leq a$:

   $\hat{T}_2(y) = A_2(\omega_k)e^{\omega_k y} + B_2(\omega_k)e^{-\omega_k y} \cos(\omega_k x)$

1.4.2 Частинний випадок $\omega = 0$

1. Для шару $0 \le y \le \frac{a}{2}$:

$$\tilde{T}_1(y) = P_1 + \frac{2K_2(P_2 - P_1)}{a(K_1 + K_2)} y$$

2. Для шару $\frac{a}{2} \le y \le a$:

$$\tilde{T}_2(y) = P_2 + \frac{2K_2(P_2 - P_1)}{a(K_1 + K_2)} (a - y)$$

Повертаючись у простір оригіналів, поєднуємо обидва розв'язки для частинного і загального випадків і отримуємо вираз:

$$T_i(x, y) = \frac{1}{b}(\tilde{T}_i(y) + 2\sum_{k=1}^{\infty} \hat{T}_i(y) \cos \alpha_k x),\ i = 1,\ 2$$

РОЗДІЛ 2
ГРАФІЧНІ РЕЗУЛЬТАТИ

2.1 Графік №1

Розрахунки проводились для наступних значень параметрів:

$K_1 = 0.5,\ K_2 = 1,\ P_1 = 100,\ P_2 = 200,\ a = 10$

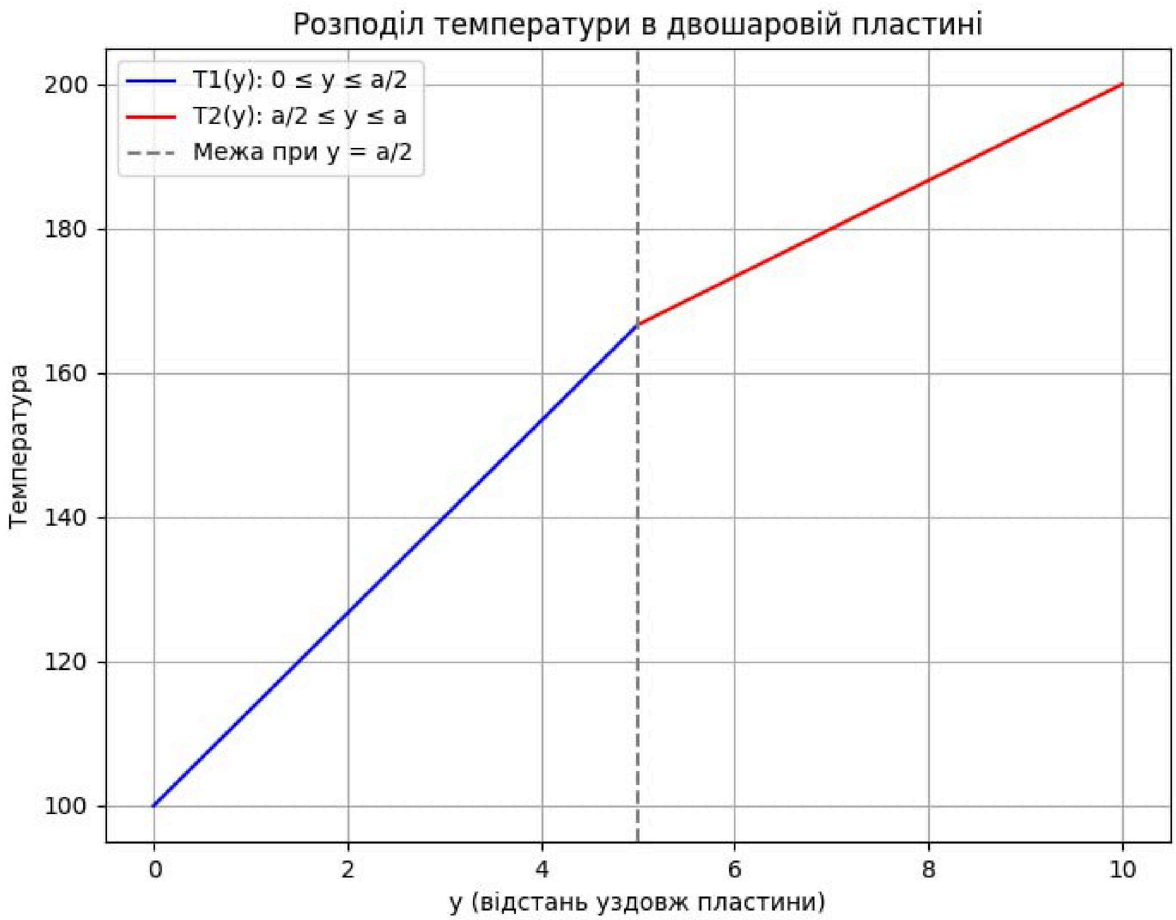


Рис. 2.1. Графік розподілу температури в двошаровій пластині

На графіку зображено лінійний розподіл температури у двошаровій пластині, що враховує теплопровідності K_1, K_2 та граничні температури P_1, P_2.

2.2 Графік №2

Розрахунки проводились для наступних значень параметрів:

$K_1 = 0.5$, $K_2 = 1$, $P_1 = 100$, $P_2 = 200$, $a = 10$

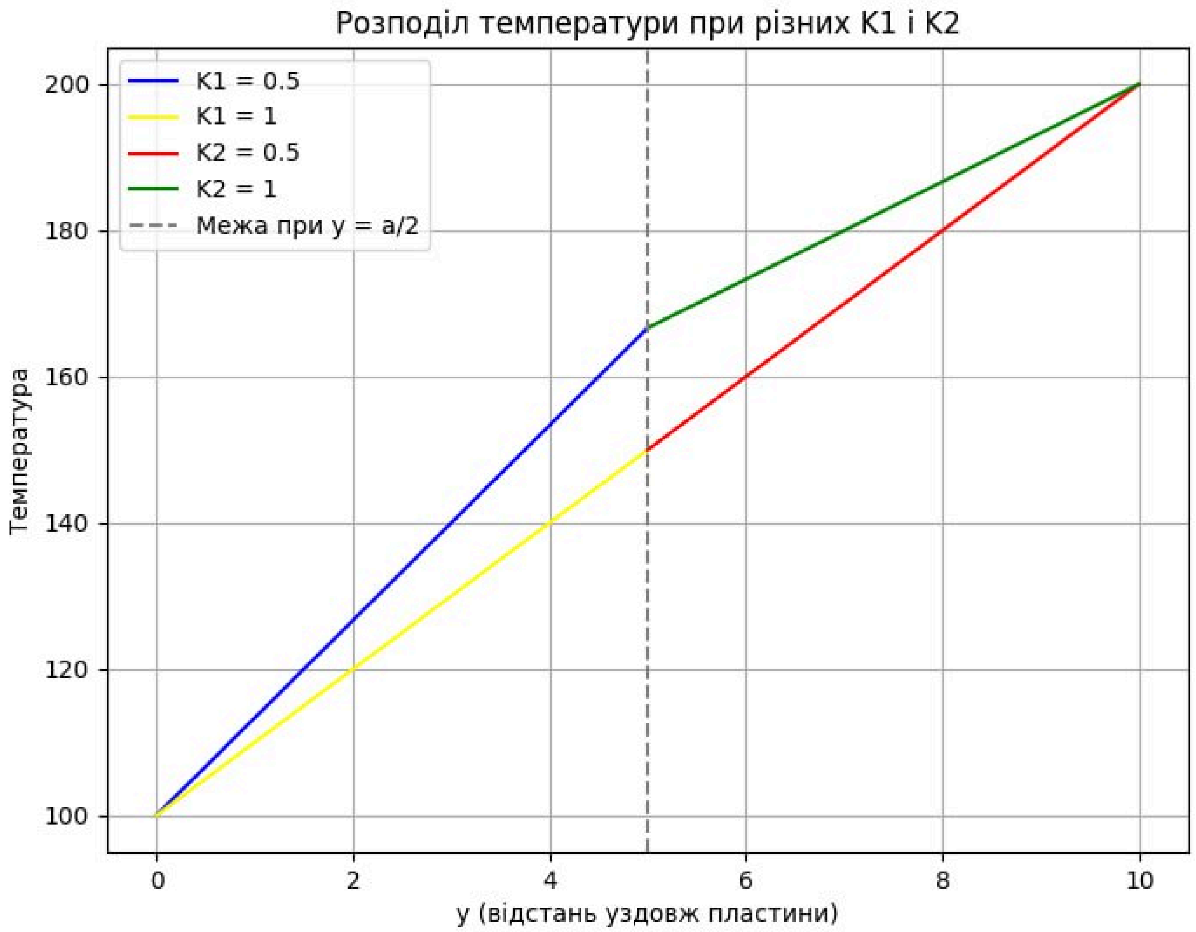


Рис. 2.2. Графік температурного розподілу в залежності від змін теплопровідності матеріалів

На графіку зображено розподіл температури в двошаровій пластині для різних значень коефіцієнтів теплопровідності K_1 та K_2.

2.3 Графік №3

Розрахунки проводились для наступних значень параметрів:

$K_1 = 0.5,\ K_2 = 1,\ P_1 = 100,\ P_2 = 200,\ a = 10$

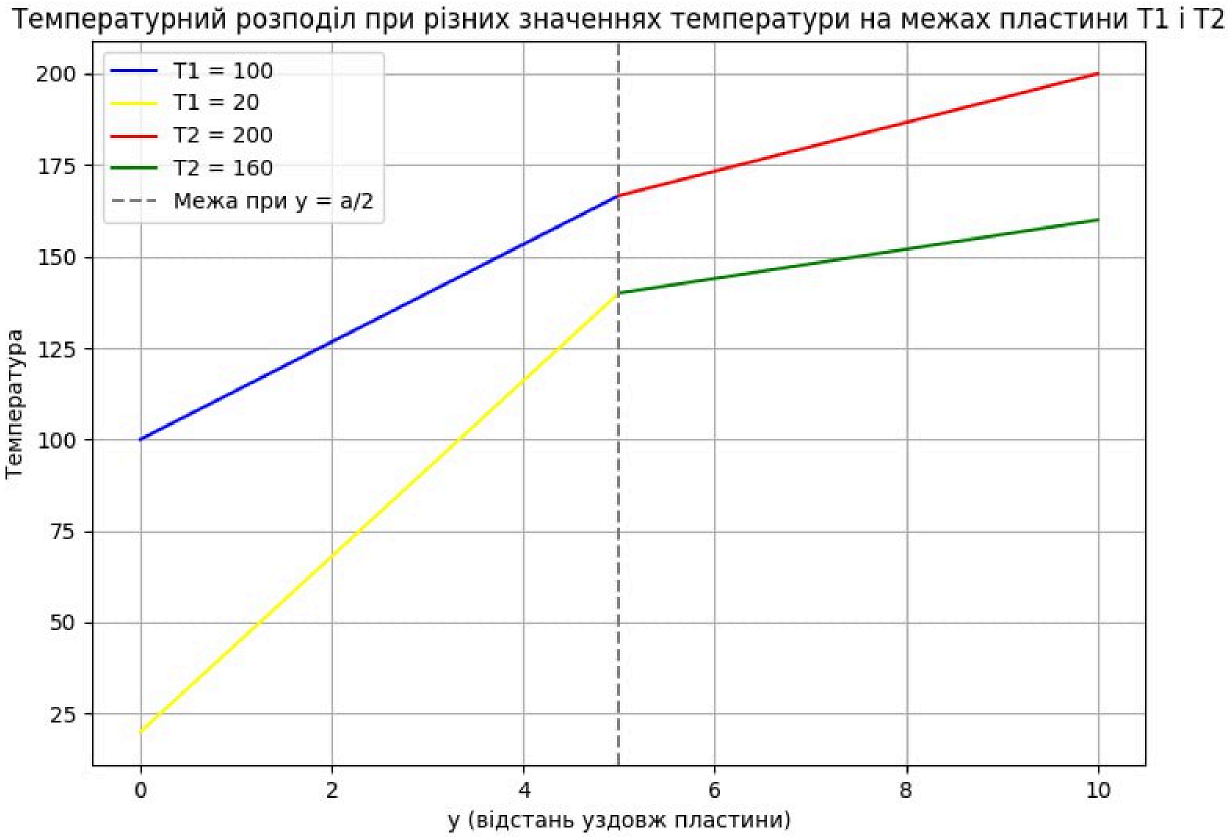


Рис. 2.3. Графік температурного розподілу при різних температурах на межах пластини

На графіку показано залежність температурного розподілу в двошаровій пластині при різних значеннях граничних температур $_1$ (сині лінії) та T_2 (червоні лінії). Зміна значень T_1 та T_2 впливає на величину температурного градієнта в кожному шарі, зберігаючи при цьому безперервність температури на межі ($y = \frac{a}{2}$).

2.4 Графік №4

Розрахунки проводились для наступних значень параметрів:

$K_1 = 0.5,\ K_2 = 1,\ P_1 = 100,\ P_2 = 200,\ a = 10$

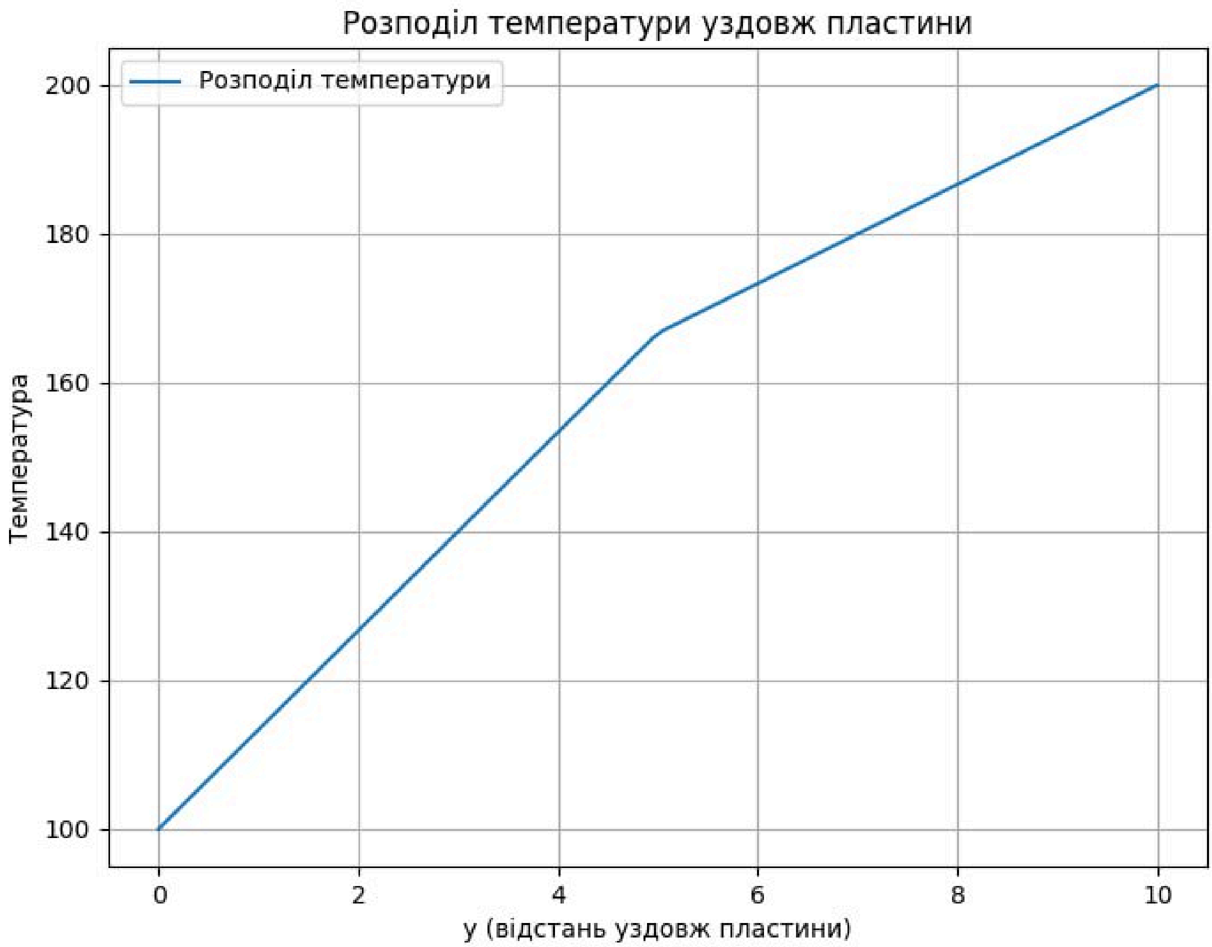


Рис. 2.5. Графік температурного розподілу по всій пластині, змінюючи y по пластині від 0 до a

На цьому графіку зображено сумарний температурний розподіл уздовж всієї пластини.

ВИСНОВКИ

Використовуючи інтегральне перетворення Фур'є за змінною x, задачу було зведено до двох одновимірних крайових задач з умовами сполучення. Було отримано точні аналітичні розв'язки у просторі трансформант та отримано вирази у просторі оригіналів. Було досліджено розподіл температури у двошаровій прямокутній пластині. Засвідчились, що температура змінюється плавно, зберігаючи безперервність на межі $y = \frac{a}{2}$. Змінюючи параметри температури на межах пластини і коефіцієнт теплопровідності, змінюються і результати - результати були розміщені на графіках (Рис.2.1, Рис.2.2, Рис.2.3, Рис.2.4, Рис.2.5).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Witold Nowacki Thermoelasticity, 2nd Edition.
2. Вайсфельд Н.Д., Журавльова З.Ю., Реут В.В. Плоскі мішані задачі теорії пружності для півнескінченної смуги / Вайсфельд Н.Д., Журавльова З.Ю., Реут В.В. — Одеса: Одес. нац. ун-т ім. І.І. Мечникова, 2019. – 160 с.
3. Савельєв І. В. Курс загальної фізики. Т. 1. Механіка / Савельєв І. В. — Київ: Вища школа, 1989. — 607 с.
4. Соммерс Д. Х., Джойнер Д. В. Теплопередача: Теорія та практика / Соммерс Д. Х., Джойнер Д. В. — Київ: Вища школа, 2002. — 640 с.
5. Дмитрієв Є. І. Теплопровідність: Загальний курс / Дмитрієв Є. І. — Київ: Либідь, 2008. — 392 с.
6. Соломака О. О. Механічний аналіз тріщинних пластин і оболонок / Соломака О. О. — Київ: Вища школа, 2012. — 256 с.
7. Петров М. К., Колосов В. А., Чудинова Л. А. Інженерна теплофізика / Петров М. К., Колосов В. А., Чудинова Л. А. — Київ: Вища школа, 2016. — 672 с.
8. Шабат Б. В., Грищенко В. А. Математичний аналіз: Підручник / Шабат Б. В., Грищенко В. А. — Київ: Вища школа, 2017. — 720 с.
9. Попов Г.Я, Реут В.В., Вайсфельд Н.Д. Навчальний посібник з курсу "Рівняння математичної фізики. Метод інтегральних перетворень" / Попов Г.Я, Реут В.В., Вайсфельд Н.Д. — Одеса: Одес. нац. ун-т ім. І.І. Мечникова, 2005. 23 с. – 27 с.

ДОДАТКИ

Код побудови графіку № 1

Цей код призначений для побудови графіків функції розподілу температури в двошаровій пластині.

```
import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt



K1, K2 = 0.5, 1.0

T1, T2 = 100, 200

a = 10



def T1_func(y):

    return T1 + (2 * K2 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * y



def T2_func(y):

    return T2 - (2 * K1 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * (a - y)



y1 = np.linspace(0, a / 2, 100)

y2 = np.linspace(a / 2, a, 100)



T1_values = T1_func(y1)

T2_values = T2_func(y2)
```

```
plt.figure(figsize = (8, 6))
plt.plot(y1, T1_values, label = "T1(y): 0 ≤ y ≤ a/2", color = "blue")
plt.plot(y2, T2_values, label = "T2(y): a/2 ≤ y ≤ a", color = "red")
plt.axvline(a / 2, color = "gray", linestyle = "--", label = "Межа при y = a/2")
plt.xlabel("y (відстань уздовж пластини)")
plt.ylabel("Температура")
plt.title("Розподіл температури в двошаровій пластині")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

Код побудови графіку №2

Цей код призначений для побудови графіків, які дозволяють побачити, як змінюється температурний розподіл в залежності від змін теплопровідності матеріалів.

```
import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt


K1, K2 = 0.5, 1.0

T1, T2 = 100, 200

a = 10


def T1_func_varying_K1(K1, K2, T1, T2, a, y):

    return T1 + (2 * K2 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * y


def T2_func_varying_K2(K1, K2, T1, T2, a, y):

    return T2 - (2 * K1 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * (a - y)


# Теплопровідність

K1_values = [0.5, 1.0]

K2_values = [0.5, 1.0]


y1 = np.linspace(0, a / 2, 100)

y2 = np.linspace(a / 2, a, 100)
```

```
plt.figure(figsize=(8, 6))

# Для різних значень K1
#for K1_val in K1_values:
T1_values = T1_func_varying_K1(0.5, K2, T1, T2, a, y1) #1
plt.plot(y1, T1_values, label=f"K1 = {0.5}", color="blue")
T1_values = T1_func_varying_K1(1, K2, T1, T2, a, y1)#2
plt.plot(y1, T1_values, label=f"K1 = {1}", color="yellow")
# Для різних значень K2
T2_values = T2_func_varying_K2(K1, 0.5, T1, T2, a, y2)
plt.plot(y2, T2_values, label=f"K2 = {0.5}", color="red")
T2_values = T2_func_varying_K2(K1, 1, T1, T2, a, y2)
plt.plot(y2, T2_values, label=f"K2 = {1}", color="green")

plt.axvline(a / 2, color="gray", linestyle="--", label="Межа при y = a/2")
plt.xlabel("y (відстань уздовж пластини)")
plt.ylabel("Температура")
plt.title("Розподіл температури при різних K1 і K2")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

Код побудови графіку №3

Цей код призначений для побудови графіків, які дозволяють побачити, як змінюється температурний розподіл при різних температурах на межах пластини.

```
import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt


T1, T2 = 100, 200

a = 10


def T1_func(y, T1, T2, a, K1, K2):

    return T1 + (2 * K2 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * y


def T2_func(y, T1, T2, a, K1, K2):

    return T2 - (2 * K1 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * (a - y)


# Граничні температури

T1_values = [50, 100, 150]

T2_values = [150, 200, 250]


K1, K2 = 0.5, 1.0

y1 = np.linspace(0, a / 2, 100)

y2 = np.linspace(a / 2, a, 100)
```

```
plt.figure(figsize=(8, 6))

# Для різних значень T1
for T1_val in T1_values:
    T1_values = T1_func(y1, T1_val, T2, a, K1, K2)
    plt.plot(y1, T1_values, label=f"T1 = {T1_val}", color="blue")

# Для різних значень T2
for T2_val in T2_values:
    T2_values = T2_func(y2, T1, T2_val, a, K1, K2)
    plt.plot(y2, T2_values, label=f"T2 = {T2_val}", color="red")

plt.axvline(a / 2, color="gray", linestyle="--", label="Межа при y = a/2")
plt.xlabel("y (відстань уздовж пластини)")
plt.ylabel("Температура")
plt.title("Температурний розподіл при різних значеннях температури на межах пластини T1 and T2")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```

Код побудови графіку №4

Цей код призначений для побудови графіків, які демонструють температурний розподіл по всій пластині, змінюючи y по пластині від 0 до a.

```
import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt


T1, T2 = 100, 200

K1, K2 = 0.5, 1.0

a = 10


def T1_func(y, T1, T2, a, K1, K2):

    return T1 + (2 * K2 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * y


def T2_func(y, T1, T2, a, K1, K2):

    return T2 - (2 * K1 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * (a - y)


y_values = np.linspace(0, a, 100)

T_values = np.zeros_like(y_values)


for i, y in enumerate(y_values):

    if y <= a / 2:

        T_values[i] = T1_func(y, T1, T2, a, K1, K2)

    else:
```

```
        T_values[i] = T2_func(y, T1, T2, a, K1, K2)


plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(y_values, T_values, label="Розподіл температури")
plt.xlabel("y (відстань уздовж пластини)")
plt.ylabel("Температура")
plt.title("Розподіл температури уздовж пластини")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()


T1, T2 = 100, 200
K1, K2 = 0.5, 1.0


def T1_func(y, T1, T2, a, K1, K2):
    return T1 + (2 * K2 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * y


def T2_func(y, T1, T2, a, K1, K2):
    return T2 - (2 * K1 * (T2 - T1) / (a * (K1 + K2))) * (a - y)


# Товщина пластини
thickness_values = [5, 10, 20]
y1 = np.linspace(0, 10 / 2, 100)  # Призначити товщину пластини відповідно
```

```
y2 = np.linspace(10 / 2, 10, 100)


plt.figure(figsize=(8, 6))


# Для різних товщин пластини
for a_val in thickness_values:
    T1_values = T1_func(y1, T1, T2, a_val, K1, K2)
    T2_values = T2_func(y2, T1, T2, a_val, K1, K2)
    plt.plot(y1, T1_values, label=f"a = {a_val}", color="blue")
    plt.plot(y2, T2_values, color="red")


plt.axvline(a / 2, color="gray", linestyle="--", label="Межа при y = a/2")
plt.xlabel("y (відстань уздовж пластини)")
plt.ylabel("Температура")
plt.title("Розподіл температури при різних товщинах пластини")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```