УДК 534.222+662.612

С. К. Асланов

Одесский Национальный Университет им. И. И. Мечникова

О несостоятельности двух подходов к линейному анализу гидродинамической неустойчивости плоской поверхности контакта различных покоящихся сред

Раскрывается несостоятельность двух исследований по гидродинамической неустойчивости линии контакта двух покоящихся несжимаемых сред различного типа. Конкретно указывается на допущенные ошибки принципиального характера.

1. В работе [1] делается вывод о гидродинамической неустойчивости линии раздела между двумя покоящимися несжимаемыми средами: гомогенной (жидкой) и двухфазной (аэрозольной). Задача на линейную устойчивость ставится в системе отсчета, относительно которой граница раздела неподвижна, а система отсчета имеет постоянное ускорение $\vec{g}$, перпендикулярное к этой границе. Следовательно, исследуемые на устойчивость движения в обеих средах обусловлены только накладываемыми бесконечно малыми возмущениями.

Для описания взаимодействия между фазами в аэрозольной среде используется сила, которая по формуле Стокса для медленного стационарного обтекания сферических (радиуса a) частиц взвеси потоком ***вязкой*** жидкости равна $\vec{f}_\mu = 6\pi\mu_1 a(\vec{V}_1 - \vec{V}_2)$, где μ_1 — коэффициент вязкости несущей среды, а индексы “1” и “2” относятся соответственно к несущей фазе и взвешенной среде. Так существенным образом учитывается, что несущая фаза в аэрозольной среде является ***вязкой*** жидкостью, для которой справедлив реологический закон Ньютона [2, с.359].

В то же самое время в математической постановке задачи на устойчивость [1, с.228-229] применяются уравнения движения Эйлера, справедливые для ***идеальной*** жидкости и не содержащие вязких членов $\mu(\partial^2\vec{V}/\partial x^2 + \partial^2\vec{V}/\partial y^2)$ Навье-Стокса [2, с.370], описывающих диссипацию механической энергии при движениях в вязких средах. Тем самым гомогенная жидкость и несущая среда аэрозоля задаются ***идеальными***.

Вполне понятно, предложенный в [1] подход никак нельзя признать состоятельным, поскольку линеаризация члена, проигнорированного в уравнениях движения несущей фазы, дает величину $\mu_1(\partial^2\vec{V}_1'/\partial x^2 + \partial^2\vec{V}_1'/\partial y^2)$ того же самого порядка малости, что и у используемого в [1] линеаризованного слагаемого $\vec{f}_\mu' = 6\pi\mu_1 a(\vec{V}_1' - \vec{V}_2')$, принятого по закону Стокса для описания взаимодействия фаз аэровзвеси. Указанная несостоятельность подчеркивается еще и тем, что вязкость, проигнорированная в гомогенной жидкой области (с поверхностным натяжением σ), как известно, на порядки выше, чем для несущей среды аэрозоля.

Учет же указанного выше вязкого члена Навье-Стокса сразу повысит порядок дифференциальных уравнений движения и потребует добавления в (1) [1, с. 231] еще по одному решению в каждой из контактирующих сред для описания возмущений вихревого типа. Именно такой последовательный подход на принципиально более глубоком уровне исследования неустойчивости должен применяться к обсуждаемой задаче.

Использование формулы Стокса в качестве силы взаимодействия между фазами в аэрозольной среде также требует своего обоснования. В учебной литературе [2] говорится, что формула Стокса пригодна лишь при очень малых значениях числа Рейнольдса и в условиях, когда сфера обтекается “*медленным* ***стационарным*** *потоком вязкой жидкости, при котором основное значение придается силам трения и давлений, а* ***инерционные члены откидываются***” [2, с.423]. Более того, “*чем меньше число Рейнольдса, тем больше роль сил вязкости в рассматриваемом движении*” см. [2, с.427]. Следовательно, использование ***нестационарных*** уравнений движения Эйлера для ***идеальной*** жидкости наряду с формулой Стокса в [1] совершенно неприемлемо.

Кроме того, в физической постановке данной задачи вообще отсутствует какая-либо характерная скорость, поскольку основное состояние сред — состояние ***покоя***! Поэтому использование “V_* — некоторого характерного значения скорости” для приведения уравнений (1)-(2) к безразмерной форме совершенно абсурдно!

Необходимо отметить, что задача о гидродинамической неустойчивости для линеаризованных возмущений ставится в [1] отнюдь не как задача Коши (задача с начальными данными), а исключительно как граничная — с заранее заданным их функциональным видом (1) зависимости от времени типа $\exp(-i\omega \cdot t)$. Тем самым она сводится к задаче на собственные значения ω. Поэтому рассуждения в [1] на с. 227 о “*начальном моменте времени* $t = 0$ *возникновения малых возмущений*” опять-таки бессмысленны. Решение нестационарной задачи без начальных условий [1], строго говоря, применимо лишь при $t \to \infty$, когда эти условия целиком утрачивают свое влияние, а не при $t > 0$, как это представляется автору.

Таким образом, предложенный в [1] подход к анализу гидродинамической неустойчивости ускоряющейся линии контакта двух несжимаемых сред нельзя признать состоятельным по высказанным соображениям принципиального характера, касающимся самой физико-математической постановки задачи.

2. В предшествующей работе [3] предпринята попытка решения задачи, аналогичной рассмотренной в [1], но в рамках вязкой гидродинамической неустойчивости и для предельного случая, когда обе контактирующие среды являются гомогенными. Хотя этот анализ и базировался на уравнениях Навье-Стокса и учитывал возмущения вихревого типа, предложенный подход опять-таки нельзя признать состоятельным.

В самом деле, в принятом условии совпадения вязких касательных напряжений на возмущенной границе раздела сред (2) ошибочно используются абсолютные значения скоростей: $\mu_{ж}(\partial V'_{1x}/\partial y + \partial V'_{1y}/\partial x) = \mu_2(\partial V'_{2x}/\partial y + \partial V'_{2y}/\partial x)$, т.е. по отношению к ее невозмущенному состоянию $y = 0$, вместо относительных (по отношению к ее возмущенному состоянию), а именно: $\mu_{ж}[\partial V'_{1x}/\partial y + \partial(V'_{1y} - \partial\varepsilon/\partial t)/\partial x] = \mu_2[\partial V'_{2x}/\partial y + \partial(V'_{2y} - \partial\varepsilon/\partial t)/\partial x]$, где $\varepsilon(x,t) \sim \exp(ihx - i\omega t)$ — смещение по y возмущенной границы раздела сред, а оси (x, y) — соответственно вдоль и поперек ее невозмущенного состояния, h — волновое число.

Поскольку постановка задачи в [3] является предельным случаем таковой [1] (когда обе среды гомогенные), только ошибочностью [3] можно объяснить отсутствие в [1] совершенно естественного сравнения их результатов.

Литература:

1. Гирин А.Г. О гидродинамической неустойчивости ускоряющейся поверхности раздела гомогенной и двухфазной сред. // ФАС, 2003, Вып. 40, С. 226–236.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука., 1987. — 840 с.
3. Гирин А.Г. Влияние вязкости на неустойчивость Рэлея-Тейлора в двухфазных потоках // ФАС. 1982. Вып. 21. С. 95–98.

С. К. Асланов

Щодо безгрунтовності двох підходів до лінійного аналізу гідродинамічної нестійкості плоскої поверхні контакту різних середовищ що покояться

АНОТАЦІЯ

Розкривається безгрунтовність двох досліджень з гідродинамічної нестійкості межі контакту двох нестисливих середовищ різного типу що покояться. Конкретно вказується на припущені помилки принципового характеру.

Aslanov S. K.

On the error of two approaches to the linear analysis of hydrodynamic instability of plane surface of different rest media contact

SUMMARY

It is shown the errors of two studies of two studies of hydrodynamic instability of interface of two rest incompressible media of different types. The paper presents the analysis of fundamental errors.