

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова  
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій  
Кафедра диференціальних рівнянь, геометрії та топології

## Д и п л о м н а   р о б о т а

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

на тему: «Дифеоморфізми в ріманових просторах другого наближення»  
«Diffeomorphisms in Riemannian spaces of the second approximation»»

Виконала: студентка денної форми навчання  
спеціальності 111 Математика

Шевченко Ганна Павлівна

Керівник: кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри  
диференціальних рівнянь, геометрії та топології

Покась С.М. \_\_\_\_\_  
(підпис)

Рецензент: кандидат фіз.-мат. наук, доцент кафедри  
диференціальних рівнянь, геометрії та топології  
Курбатова І.М.

Рекомендовано до захисту:  
Протокол засідання кафедри  
№ \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ р.

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_  
(підпис)      (прізвище, ініціали)

Захищено на засіданні ЕК № \_\_\_\_\_  
протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ р.  
Оцінка \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_  
(за національною шкалою, шкалою  
ECTS, бали)

Голова ЕК

\_\_\_\_\_  
(підпис)      (прізвище, ініціали)

## Зміст

Вступ.....	3
1.Рімановий простір другого наближення та рухи .....	5
2 . Інфінітізимальні аналітичні конформні перетворення в $Vn^2$ .....	13
3. Конформні перетворення 2-го ступеня в $Vn^2$ .....	22
4. Нескінченно малі конформні перетворення другого ступеню у рімановому просторі $Vn^2$ .....	28
5. Нескінченно малі конформні перетворення 2-го ступеню у симетричному рімановому просторі 1-го класу $V4$ .....	33
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ .....	46

## Вступ

Дана дипломна робота присвячена використанню наближених методів у рімановій геометрії.

Використання наближених методів, як правило, пов'язують з формулою Тейлора. Ідея розкладання геометричних об'єктів в околі довільної точки за формулою Тейлора, з точністю того чи іншого параметра, доволі часто застосовувалось у геометрії та призводило до більш поглибленого вивчення цих об'єктів. Так, наприклад, при вивченні кривої у диференційному околі 1-го порядку будь-якої точки виникає вектор дотичної. Це дозволяє ввести поняття довжини дуги кривої і прийняти його за параметр. В диференційному околі другого порядку будуємо вектор головної нормалі та кривину кривої. При дослідженні диференційного околу третього порядку отримуємо скрут.

В першому розділі розглядаються загальні характеристики ріманового простору другого наближення та рухи у цьому просторі.

В другому розділі розглядаються інфінітізимальні аналітичні конформні перетворення у рімановому просторі другого наближення  $\widetilde{V}_n^2$ .

В третьому розділі досліджуються конформні перетворення другого ступеню у просторі другого наближення  $\widetilde{V}_n^2$  до простору  $V_n$ , ненульової скалярної кривини  $R$ .

У четвертому розділі приведені результати дослідження, коли вимоги на скалярну кривину  $R \neq 0$  відсутні. Зокрема, доведено твердження (Теорема 4.1):

Для того, щоб в рімановому просторі 2-го наближення  $\widetilde{V}_n^2$  існував узагальнений вектор Кіллінга 2-го ступеню необхідно і достатньо виконання рівнянь

$$a_{(ij)} = b g_{ij}$$

$$a_{\cdot 2}^h = a^h t_{\alpha}^h + \frac{1}{2} (b y^h - \frac{1}{2} b^h g_{l_1 l_2} y^{l_1} y^{l_2})$$

$$\psi(y) = b + b_l y^l$$

$$a_{\cdot i}^{\alpha} R_{j(l_1 l_2)\alpha} + a_{\cdot l_1}^{\alpha} R_{l_2(ij)\alpha} = b R_{i(l_1 l_2)j}$$

$$C_{l_1 l_2 l_3} [a_{\cdot \alpha}^{\alpha} R_{\alpha(l_1 l_2)\beta} R_{\cdot (ij)l_3}^{\beta} - \frac{3}{2} (b_{\alpha} R_{\cdot (ij)l_1}^{\alpha} g_{l_2 l_3} - b_{l_1} R_{i(l_2 l_3)j})] = 0$$

П'ятий розділ носить характер самостійного дослідження. Використовуючи результати попередніх розділів доведено, що у симетричному рімановому просторі 1-го класу  $V_4$  нескінченно малі конформні перетворення другого ступеню, за необхідністю, є гомотетичними перетвореннями. Побудована група  $G_{12}$  таких перетворень та знайдена її структура.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Будаєв Б. М., Фомін С. В. Кратні інтеграли і ряди / Б. М Будаєв, С. В. Фомін. – М.: «Наука», 1967. – 608 с.
2. Ейзенхарт Л.П. Безперервні групи перетворень / Ейзенхарт Л.П. – М.: Державне видавництво іноземної літератури, 1947. – 360 с.
3. Ейзенхарт Л.П. Ріманова геометрія / Ейзенхарт Л.П. – М.: Державне видавництво іноземної літератури, 1948. – 316 с.
4. Желобенко Д.П., Штерн А.І. Уявлення груп Лі / Д.П. Желобенко, А.І. Штерн. – М.: «Наука», 1983. – 360 с.
5. Петров А.З. Нові методи в загальній теорії відносності / Петров А.З. – М.: «Наука», 1966. – 496 с.
6. Покаєв С. М., Крутогорова А. В. Геометрія ріманового простору другого наближення / С.М. Покаєв // Proceedings of the International Geometry Center: науково-періодичне видання. – 2015. – Т. 8, № (3-4). – 53-59 с.
7. Покаєв С.М. Групи Лі рухів в рімановому просторі другого наближення / С.М. Покаєв // Вісті Пензенського державного педагогічного університету імені В.Г. Белінського. – 2011. – Т.1, №26 . – 173 -183 с.
8. Покаєв С.М. Нескінченно малі конформні перетворення в рімановому просторі другого наближення / С.М. Покаєв // Proceedings of the International Geometry Center: науково-періодичне видання. – 2014. – № 7 (2). – 36-50 с.
9. Фініков С.П. Курс диференціальної геометрії / Фініков С.П. – М.: державне видавництво техніко-теоретичної літератури, 1952. – 344 с.
10. Широков П.О. Вибрані роботи з геометрії / Широков П.О. – К.: Видавництво Казанського університету, 1966 – 431 с.