

ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ИНВЕСТИЦИОННОГО МЕНЕДЖМЕНТА

Термин **эконометрия** в буквальном переводе означает “измерение экономики”. По классическому определению эконометрия — это наука, которая изучает количественные закономерности и взаимосвязи экономических объектов и процессов с помощью математико-статистических методов и моделей. Эконометрия позволяет перейти от качественного уровня анализа экономических явлений до уровня, использующего статистические значения исследуемых величин. Эконометрия по своему содержанию является синтезирующей наукой, объединяющей экономическую теорию, математическую экономику, экономическую и математическую статистику, теорию вероятностей [3].

Как самостоятельная наука эконометрия сформировалась в 20-30-х годах XX века благодаря работам Р. Фриша, Г. Мура, Г. Шульца. До этого известны попытки математического моделирования экономических данных в работах В. Парето, который в 1897 г. применил гиперболу для описания распределения доходов населения, а также в работах Р. Хукера и А. Чупрова по корреляционному анализу экономических процессов.

В первых исследованиях по эконометрии разрабатывались простейшие аналитико-статистические модели — линейные уравнения регрессии с параметрами, определяемыми по методу наименьших квадратов. Такие уравнения позволяли описывать как функции спроса и зависимость их от доходов, объемов выпуска продукции, уровня цен и т.п., так и функции предложения, производственные функции, которые отражали агрегированную экономическую технологию в виде связи величины произведенной продукции с размером затрат труда и капитала. Одна из первых производственных функций была построена Ч. Коббом и П. Дугласом по данным американской экономики в 1928 г.

Начиная с 30-х годов Я. Тинберген, Л. Клейн, Р. Стоун и др. разрабатывали эконометрические модели, которые описывали статистические связи производства, конечного индивидуального и государственного спроса, налогов, цен, внешней торговли, предложения рабочей силы, накопления и износа капитала. Такие модели состояли уже из многих уравнений, неравенств, тождеств, что существенно усложнило проблемы оценки неизвестных параметров. А это, в свою очередь, привело к необходимости использования нового математического аппарата и расширило возможности практического применения эконометрии.

К числу типовых математико-статистических моделей, которые в настоящее время активно разрабатываются и используются в рамках эконометрии, относятся следующие:

- производственные функции;
- функции спроса разных групп потребителей;
- целевые функции предпочтения потребителей;
- модели экономического роста;
- статические и динамические модели межотраслевого баланса;
- модели общего экономического равновесия;
- модели инвестиционного менеджмента.

Последняя группа эконометрических моделей приобрела особую актуальность сегодня в связи с постепенным формированием и развитием цивилизованного фондового рынка в Украине. Время сверхприбылей и монопольного положения отдельных инвесторов проходит, наступают “экономические будни” с их повседневной необходимостью принимать оптимальные решения на рынке ценных бумаг для получения нормального дохода.

Управление капиталными активами в странах с развитой рыночной экономикой происходит на базе эконометрической модели цен акций, известной под названием CAPM (Capital Assets Pricing Model — модель оценки капитальных активов). Она создана в начале 60-х годов нобелевским лауреатом в области экономики (1990 г.) У. Шарпом и развита в работах Дж. Линтнера, Ф. Модильяни, М. Миллера, Дж. Тобина [1], [2]. В отечественной литературе данную модель иногда именуют “ценовой моделью рынка капиталов”, однако её сущность и основные предпосылки от этого не меняются.

Фундамент модели CAPM образуют следующие соображения: большинство инвесторов осторожно, т.е. не любит рисковать зря. При прочих равных условиях инвесторы предпочитают высокие доходы

* Доктор экономических наук, профессор кафедры экономики и управления экономико-правового факультета ОНУ им. И. И. Мечникова.

низким. Если только можно уменьшить риск, не снижая при этом ожидаемого дохода, они поступят именно так. Предполагается, что среднее квадратическое отклонение (s) доходности портфеля ценных бумаг можно считать разумно обоснованной оценкой рискованности всего набора активов и существуют весомые стимулы использовать диверсификацию для уменьшения несистематического риска, т.е. риска для отдельного инвестора [4].

Модель рассчитана на один период: никаких предположений относительно изменения доходности и риска активов с течением времени не делается. Допускается, что только перспектива высокой доходности может заставить любого инвестора рисковать. При этом действия отдельного субъекта никак не отражаются на уровне цен, установленных рынком. Инвесторы имеют возможность вкладывать деньги в безрисковые активы, например, в государственные облигации под процент D_1 . Указанная предпосылка для украинского фондового рынка довольно условна, поскольку рассматривать облигации внутреннего государственного займа как полностью безрисковые в свете политики правительства 1998—1999 годов можно с большой натяжкой.

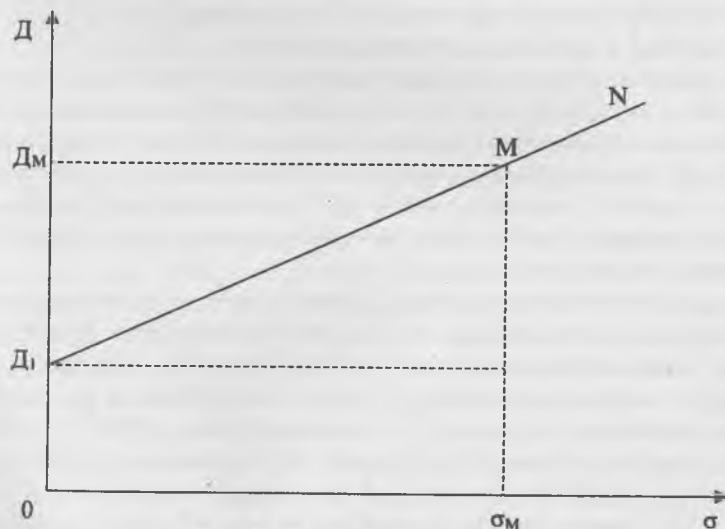


Рис. 1. Линия рынка капитала

В то же время они могут брать средства в заём под тот же процент D_1 , осуществлять продажу ценных бумаг без покрытия на срок (ко-

роткая позиция), т.е. брать займы акции с целью их продажи. Количество ценных бумаг, которое можно купить, не фиксировано и делимо, т.е. можно приобрести активы на любую сумму в гривнях. С заключением сделок связаны минимальные расходы и налоги, существенно не влияющие на величину доходности акций.

Процесс выбора эффективного портфеля инвестиций (набора рискованных и безрисковых активов, которые при заданной величине ожидаемой доходности D_0 обеспечивают минимальный портфельный риск — s_0) состоит из двух этапов [4]. На первом этапе находится рыночный портфель — точка M на линии рынка капитала (рис. 1).

Если ожидания всех инвесторов совпадают, то все они будут держать часть одного и того же рыночного портфеля. Второй этап состоит в нахождении оптимальной точки на линии D_1M . Это линейная комбинация рыночного портфеля M и безрисковых активов. Указанные два этапа основаны на теореме о разделении, которую впервые доказал Дж. Тобин.

Пусть некоторый инвестор вложил долю A ($A > 0$) своего капитала в рыночный портфель и долю $1 - A$ в государственные облигации с доходностью D_1 . Обозначим через D_M ожидаемую доходность и через s_M — рискованность рыночного портфеля M. Тогда ожидаемая доходность эффективного инвестиционного портфеля D_0 задаётся уравнением:

$$D_0 = AD_M + (1 - A)D_1 = D_1 + A(D_M - D_1), \quad (1)$$

а среднее квадратическое отклонение (средняя рискованность) — выражением:

$$\sigma_0 = A\sigma_M. \quad (2)$$

Если инвестор выбирает $A = 0$, то все его средства будут вложены в безрисковые активы и ожидаемая доходность составит $D_0 = D_1$, а риск $s_0 = 0$. Эта ситуация соответствует точке D_1 на рис. 1.

Если инвестор выбирает $A = 1$, то весь его капитал будет вложен в рыночный портфель, и ожидаемая доходность и риск совпадут с рыночными: $D_0 = D_1$, $s_0 = s_M$. Такое положение отвечает точке M на рис. 1. Рыночный портфель состоит из всех видов рискованных активов, взятых в пропорции, соответствующей их доле на рынке. Общая цель всех инвесторов — достичь максимальной диверсификации, и они стремятся включить в свой портфель ценные бумаги всех видов, какие только есть на фондовом рынке.

Принимая решение о размещении своих капиталов в активы, ин-

весторы обычно используют уже готовые рыночные оценки. Так, если доля обыкновенных акций эмитента В в общем стоимостном объёме всех акций на рынке составляет X_B , то акции В должны составлять долю той части портфеля, которая состоит из простых акций. Инвестор буквально покупает "кусочек рынка капитала".

Модель САРМ предполагает, что вследствие высокой диверсификации рыночного портфеля и осторожности большинства инвесторов цены на активы, входящие в рыночный портфель, находятся на таком уровне, что инвестор не может добиться более высокой доходности при том же или более низком риске от каких бы то ни было вложений капитала. Однако степень рискованности рыночного портфеля s_M может быть слишком высокой или слишком низкой для конкретного инвестора.

В первом случае инвестор может снизить риск своих вложений, инвестируя часть капитала А в рыночный портфель и дополнительно покупая безрисковые активы на долю $1 - A$ своих капиталов ($0 < A < 1$). При этом он может оказаться в любой точке отрезка ДМ на рис. 1 в зависимости от выбранной величины А.

Во втором случае инвестор берёт средства в долг под процент D_1 и согласен подвергать себя риску, большему, чем s_M . Это состояние соответствует $A > 1$ и точкам луча MN на рис. 1. Пусть дела обстоят именно так, и инвестор хочет, чтобы уровень рискованности его портфеля вдвое превышал рыночный, т.е. $s_0 = 2s_M$ ($A=2$). Для этого он должен взять в долг капитал, равный собственному, и вложить все средства в рыночный портфель М. Ожидаемая доходность портфеля инвестиций согласно (1) составит: $D_0 = 2D_M - D_1$.

Вне зависимости от места расположения эффективного портфеля на линии рынка капитала риск каждого инвестора компенсируется уровнем ожидаемой доходности в пропорции, соответствующей тангенсу угла наклона прямой ДМ. Последний показатель обозначается через λ и рассчитывается следующим образом:

$$\lambda = (D_M - D_1) / \sigma_M. \quad (3)$$

Величина λ называется рыночной ценой риска и выражает компромисс между рискованностью и доходностью, доступный любому инвестору на рынке капитала. В некоторых аналитических расчётах используется модифицированная рыночная цена риска λ' , получаемая путём замены в формуле (3) среднего квадратического отклонения s_M на дисперсию s_M^2 .

Важнейшими понятиями эконометрической модели САРМ являются b_i (бета) и a_i (альфа) актива i -го вида ($i = 1, 2, \dots, m$). Рассмотрим методы их нахождения, а также геометрический и экономический смысл.

Пусть за время t ($t = 1, 2, \dots, N$) имеются данные о доходности акции С и о доходности всего фондового рынка. Последнюю информацию можно получить на основе использования различных рыночных индексов. Например, для Украины это может быть индекс ПФТС, КАС-20, ProU-50 и др.

Доходность акции С будем считать результативным признаком D_C , который определяется состоянием или доходностью всего фондового рынка, т.е. фактором D_M . Тогда пары чисел, отражающие динамику доходности рассматриваемого актива и рынка ценных бумаг $(D_{C1}, D_{M1}), (D_{C2}, D_{M2}), \dots, (D_{CN}, D_{MN})$ можно изобразить графически в виде точек в системе координат, как это показано на рис. 2.

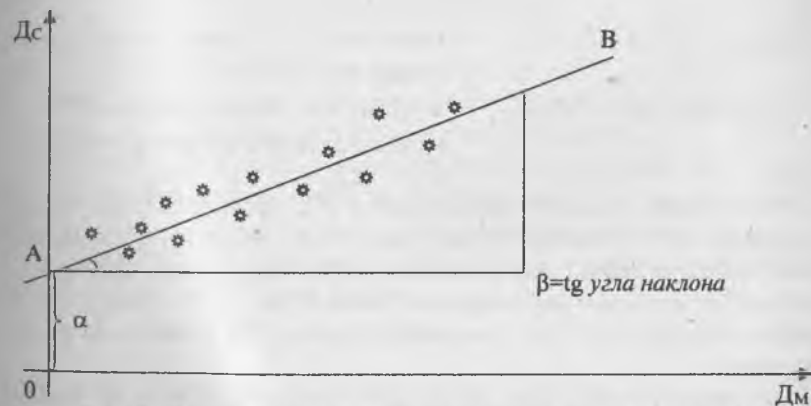


Рис. 2. Линия основных характеристик ценной бумаги С

Обозначив результативный признак D_C через Y , а факторный признак D_M через X , как это принято в статистике, и применив метод наименьших квадратов, построим уравнение парной линейной регрессии [3], описывающее зависимость D_C от D_M :

$$\hat{Y} = a + b X, \quad (4)$$

где $\hat{Y}$ — расчётное (по уравнению регрессии) значение доходности акции С;

a, b — неизвестные характеристики ценной бумаги С.

Величины α и β определяются следующим образом:

$$\beta = (\overline{XY} - \bar{X} \bar{Y}) / \sigma_M^2, \quad \alpha = \bar{Y} - \beta \bar{X} \quad (5)$$

где $\bar{X}$ — средняя ожидаемая доходность фондового рынка;

$\bar{Y}$ — средняя ожидаемая доходность акции С;

σ_M^2 — дисперсия доходности рынка;

$\overline{XY}$ — средняя из произведений уровней доходности фондового рынка и акции С.

Существует ряд модификаций формул (5), например, выражение бета актива через ковариацию или коэффициент парной корреляции переменных X и Y:

$$\beta = \sigma_{MC} / \sigma_M^2 = r_{MC} (\sigma_C / \sigma_M), \quad (6)$$

где $\sigma_{MC} = \Sigma (X - \bar{X})(Y - \bar{Y}) / N$ — ковариация доходности фондового рынка и акции С;

$r_{MC} = \Sigma (X - \bar{X})(Y - \bar{Y}) / N \sigma_C \sigma_M$ — коэффициент парной корреляции между доходностью рынка и акции С (-1 ≤ r_{MC} ≤ 1).

В результате расчёта параметров α , β и подстановки их численных значений в уравнение (4) получаем теоретическую линию регрессии — прямую АВ на рис. 2, описывающую зависимость доходности акции С от доходности фондового рынка. При этом β — тангенс угла наклона прямой АВ, а α — величина отрезка ОА, отсекаемая на оси ординат.

Величина β показывает, на сколько процентных пунктов в среднем за изучаемый период времени t изменится доходность акции С с изменением доходности рынка на один процентный пункт. Для самого рынка ценных бумаг β всегда равняется 1. Если для акции С оказалась больше 1, то её доходность, а, следовательно, и рискованность выше рыночной.

Например, при $\beta = 1,5$ рост доходности фондового рынка на 10 процентных пунктов сопровождается увеличением доходности акции С на 15 процентных пунктов. И, наоборот, при $\beta < 1$ доходность и рискованность акции С ниже рыночной. Так, при $\beta = 0,8$ рост доходности рынка ценных бумаг на 10 процентных пунктов сопровождается увеличением доходности акции С лишь на 8 процентных пунктов.

Некоторые авторы считают значения β_i характеристикой чувствительности актива i -го вида к рыночным колебаниям [2]. При $\beta_i > 1$ чувствительность акций выше рыночной, при $\beta_i < 1$ — ниже. Другие рассматривают их как показатели уровня систематического (недиверсифицируемого) риска [1]. В самом деле, для уравнения (4) коэффициент детерминации, определяющий долю вариации результативного признака Y, объясняемую изменением фактора X, рассчитывается так:

$$r_{MC}^2 = b^2 (\sigma_M^2 / \sigma_C^2). \quad (7)$$

Следовательно, $b^2 \sigma_M^2$ — часть дисперсии доходности акции С, соответствующая рыночному (систематическому) риску, а разность $\sigma_C^2 - b^2 \sigma_M^2$ — часть дисперсии доходности акции С, соответствующая диверсифицируемому (несистематическому) риску.

Таким образом, общую дисперсию доходности любого i -го актива можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + (\sigma_i^2 - \beta_i^2 \sigma_M^2), \quad (8)$$

где σ_i^2 — общий предпринимательский риск i -го актива;

$\beta_i^2 \sigma_M^2$ — рыночный (недиверсифицируемый) риск i -го актива;

$\sigma_i^2 - \beta_i^2 \sigma_M^2$ — диверсифицируемый риск i -го актива.

Поскольку для фондового рынка данной страны величина σ_M^2 постоянна, то доля рыночного риска в общем риске i -го актива прямо пропорциональна β_i этого актива, что и требовалось доказать.

Бета всего портфеля инвестиций β_0 равняется средней арифметической взвешенной из β_i его акций:

$$\beta_0 = \Sigma \beta_i x_i, \quad (9)$$

где x_i — удельный вес акций i -го вида в портфеле.

Очевидно, что недиверсифицируемый риск портфеля можно уменьшить, подбирая активы со значениями β_i меньше единицы, т.е. снижая первое слагаемое в соотношении (8). Однако такое снижение систематического риска может не слишком уменьшить уровень общего риска всего портфеля, т.к. полученный набор ценных бумаг будет не полностью диверсифицированным вследствие его существенного отличия от рыночного портфеля: доля второго слагаемого из соотношения (8) — несистематического риска, будет довольно высока. Кроме того, из-за низкого значения бета портфеля ($\beta_0 < 1$) он вряд ли будет достаточно доходным.

Второй путь понижения общего риска всего портфеля — это умень-

шение несистематического риска путём диверсификации. Когда степень разнообразия акций, входящих в инвестиционный портфель, возрастает ($m \rightarrow 1500$), он стремится к рыночному портфелю ($b_0 \rightarrow 1$). При этом первое слагаемое в правой части (8) стремится к σ^2_M , а второе — к нулю. Доходность и рискованность такого портфеля приближается к уровню рыночных показателей. Вот почему инвесторы обычно выбирают именно этот вариант стратегии поведения на фондовом рынке.

Следует иметь в виду, что бета различных активов меняются со временем. Основанные на фактических данных о доходности акций корпораций в разные периоды времени, они рассчитываются агентствами Merrill Lynch, Standard & Poors, Wells Fargo Bank, Value Line и др. Приведенные в таблице сведения о значениях β_i найденных с годичным интервалом, взяты из материалов Standard & Poors.

Таблица 1

Динамика β некоторых акций

Компания	1990	1991
Asarco	1,21	1,25
Atlantic City Electric	0,51	0,42
Chrysler Corp.	1,68	1,63
Eastman Kodak	0,84	1,02

Из соотношений (5) вытекает, что α — это доходность акции C , когда весь фондовый рынок за период времени t в целом ничего не заработал ($\bar{X} = \bar{D}_M = 0$). При $\alpha > 0$ имеет место избыточная доходность данной ценной бумаги, при $\alpha < 0$ — недостаточная доходность. Средняя арифметическая взвешенная из α_i всех активов представляет собой α самого рынка, которая равняется нулю.

Если рынок считает, что условия, приведшие к тому, что $\alpha_i > 0$ сохраняются и в будущем, то ценная бумага i -го вида становится привлекательной и её будут активно покупать. В результате цена её вырастет, а доходность упадёт, так что избыточная доходность α_i будет стремиться к нулю. И, наоборот, акции с $\alpha_i < 0$ будут активно продаваться, их цены снизятся, а доходность увеличится. В результате недостаточная доходность также будет стремиться к нулю. Следовательно, знак α_i актива может служить косвенным индикатором при принятии потенциально выгодных решений о купле-продаже рискованных ценных бумаг.

Правда, необходимо помнить, что современный украинский фондовый рынок ещё очень далёк до совершенного, поэтому пока не стоит придавать слишком большое значение экономическому смыслу параметров α и β , найденных эмпирическим путём. Более обоснованным в настоящее время представляется управление инвестиционным портфелем на базе тщательного анализа важнейших показателей хозяйственной деятельности эмитентов ценных бумаг.

В 1964 г. У Шарп, а также Дж. Линтнер вывели основное уравнение эконометрической модели CAPM:

$$D_i - D_1 = \beta_i (D_M - D_1), \quad (10)$$

и сформулировали центральный вывод, вытекающий из него. На равновесном и конкурентном рынке премия за риск i -го актива ($D_i - D_1$) прямо пропорциональна премии за рыночный риск ($D_M - D_1$), а коэффициентом пропорциональности служит бета этого актива β_i .

Отсюда ожидаемая доходность ценной бумаги i -го вида равняется:

$$D_i = D_1 + \beta_i (D_M - D_1). \quad (11)$$

Зависимость ожидаемой доходности ценных бумаг фондового рынка D_i от величины их β_i , описываемая уравнением (11), может быть выражена графически (рис. 3).

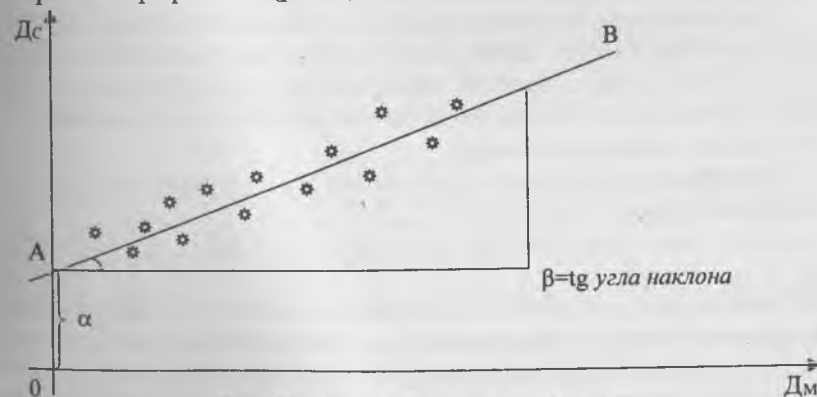


Рис. 3. Линия рынка ценных бумаг

Точка M на рис. 3 — это рыночный портфель, для которого $\beta = 1$. Тангенс угла наклона линии рынка ценных бумаг равняется $D_M - D_1$, т.е. премии за рыночный риск, а точка пересечения с осью ординат