УДК 633.9

Л. В. Михайловская

Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова

Влияние параметров разряда на величину объемного заряда в узких газоразрядных трубках

Получено выражение для величины объемного заряда на оси положительного столба тлеющего разряда в зависимости от параметров разряда. Показано, что при некоторых значениях внешних параметров газового разряда, таких как давление газа, ток разряда и радиус разрядного капилляра, происходит существенное нарушение квазинейтральности плазмы положительного столба.

При исследовании физических процессов в положительном столбе (ПС) газового разряда обычно предполагается, что плазма ПС при обычных режимах работы в объеме квазинейтральна, т.е. величина нескомпенсированного объёмного заряда мала по сравнению с плотностью заряженных частиц ионов n_i и электронов n_e: $n_i - n_e << n_e$. Теоретический анализ ПС без использования условия квазинейтральности проводился еще в работах [1,2]. Причем, в [2] целью анализа было объяснение экспериментально наблюдавшейся падающей вольт-амперной характеристики тлеющего разряда в парах ртути, а в [1] интерес был к условиям перехода в разряде от амбиполярной диффузии к свободной. Условие квазинейтральности $n_e \approx n_i$ нарушается в двойном слое (вблизи стенок) и в разрядах с очень низкими плотностями заряженных частиц, т.е. в режиме “субнормального” ПС. Процесс перехода в режим “субнормального” ПС, который имеет место при малых токах разряда, сопровождается переходом от амбиполярной к свободной диффузии заряженных частиц. При исследовании этих процессов в [1,2] учитывается существование конечного объемного заряда внутри трубки. Однако при этом ограничиваются приближением постоянного отношения концентрации ионов и концентрации электронов по сечению разряда. Независимость этого отношения от координат не всегда справедлива и годится только в качестве приближенных оценок.

В данной работе учитывается зависимость отношения $\gamma = n_i / n_e$ от поперечных координат в ПС тлеющего разряда и получено выражение для нескомпенсированного пространственного заряда на оси разрядной трубки.

Ограничимся анализом простейшего случая трехкомпонентной плазмы ПС, в которой имеются электроны, однозарядные ионы и нейтральные атомы. Стационарная концентрация заряженных частиц определяется из баланса процессов генерации и уничтожения этих частиц. Уравнения баланса для плотности ионов и электронов следуют из соответствующих уравнений непрерывности, которые для стационарных процессов записываются как

$$\operatorname{div}\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{i,e}} = q_{i,e}\,, \tag{1}$$

где $\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{i,e}} = n_{i,e}\cdot\mathbf{u}_{\mathbf{i,e}}$ — потоки положительно и отрицательно заряженных частиц (ионов и электронов), $q_{i,e}$ — источники рождения (гибели) частиц в 1см^3 в 1 сек. Эти уравнения означают, что в каждой точке положительного столба тлеющего разряда скорость появления заряженных частиц равна скорости их ухода. Потоки ионов и электронов с учетом диффузионных и дрейфовых составляющих можно представить как

$$\begin{aligned}\mathbf{\Gamma}_{\mathbf{i}} &= -D_i\nabla n_i + b_i n_i\mathbf{E},\\ \mathbf{\Gamma}_{\mathbf{e}} &= -D_e\nabla n_e - b_e n_e\mathbf{E}.\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $D_{i,e}$ — коэффициенты свободной диффузии ионов и электронов соответственно, $b_{i,e}$ — подвижности ионов и электронов соответственно. Электрическое поле $\mathbf{E}$ определяется уравнением Пуассона

$$\nabla\mathbf{E} = 4\pi e\left(n_i - n_e\right). \tag{3}$$

Для цилиндрической геометрии тлеющего разряда с осью z вдоль оси разряда продольное электрическое поле E_z в положительном столбе не зависит от координат и уравнение (3) определяет поле поляризации E_r, направленное вдоль радиуса разрядной трубки

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(rE_r\right) = 4\pi e\left(n_i - n_e\right) \tag{3a}$$

Используя равенство потоков электронов и ионов на диэлектрические стенки разрядного капилляра $\Gamma_{er} = \Gamma_{ir} = \Gamma_r$ и соотношения Эйнштейна $D_{i,e} = \dfrac{b_{i,e}T_{i,e}}{e}$, из формул (2) нетрудно получить следующие выражения для радиальной компоненты электрического поля E_r и потока заряженных частиц на стенки разрядной трубки

$$\begin{aligned}E_r &= -\frac{1}{n_e b_e + n_i b_i}\left(D_e\frac{dn_e}{dr} - D_i\frac{dn_i}{dr}\right),\\ \Gamma_r &= -\frac{b_e b_i}{n_e b_e + n_i b_i}\left(\frac{kT_e}{e}n_i\frac{dn_e}{dr} + \frac{kT_i}{e}n_e\frac{dn_i}{dr}\right)\end{aligned} \tag{4}$$

Уравнения баланса заряженных частиц запишем с учетом прямой и ступенчатой ионизации атомов в результате столкновений с электронами, а исчезновение заряженных частиц будет происходить за счет диффузионных и дрейфовых уходов на стенки трубки и последующей рекомбинации электронов и ионов на стенках, а также в результате объемной рекомбинации электронов и ионов. Тогда уравнение (1) принимает вид

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\Gamma_r\right)=\nu_{oi}n_e+\nu_{mi}n_e-\beta_r n_e n_i \tag{5}$$

Здесь $\nu_{oi}=k_{0i}\cdot N_0$ — частота прямой ионизации в результате столкновений электронов с атомами в основном состоянии, $\nu_{mi}=k_{mi}\cdot N_m$ — частота ступенчатой ионизации с m метастабильного уровня, N_0, N_m — плотности нейтральных атомов в основном и метастабильном состояниях соответственно, k_{0i},k_{mi} — постоянные соответствующих процессов, β_r — коэффициент объемной рекомбинации электронов и ионов.

Для цилиндрической геометрии разряда в центре разрядной трубки концентрации заряженных частиц максимальны. Достигшие в результате диффузии и дрейфа в радиальном электрическом поле стенок электроны и ионы рекомбинируют на поверхности. Поэтому обычно предполагается, что их концентрация на стенках разрядной трубки радиуса R_0 равна нулю. Граничные условия в этом случае записываются как

$$\frac{dn_i}{dr}=\frac{dn_e}{dr}=0 \text{ для } r=0 \tag{6а}$$

$$n_i\left(R_0\right)=n_e\left(R_0\right)=0 \tag{6б}$$

Уравнения (3-5) совместно с граничными условиями (6) полностью определяют установившееся распределение концентраций электронов и ионов по радиусу в положительном столбе газового разряда.

В низкотемпературной слабоионизированной плазме температура тяжелых частиц в объеме плазмы намного ниже температуры свободных электронов $T_i \ll T_e$, подвижности также сильно отличаются $b_i \ll b_e$. С учетом этих соотношений выражения для амбиполярного радиального электрического поля и для потоков к стенкам заряженных частиц (4) упрощаются и принимают вид

$$\begin{gathered}E_r=-\frac{kT_e}{e}\cdot\frac{1}{n_e}\cdot\frac{dn_e}{dr},\\ \Gamma_r=-D_a\cdot\frac{n_i}{n_e}\cdot\frac{dn_e}{dr}.\end{gathered} \tag{7}$$

Здесь $D_a = b_i \dfrac{kT_e}{e}$ — коэффициент амбиполярной диффузии.

Решения уравнений (3а,5) с упрощенными выражениями для поля и потока (7) ищем в виде $n_i(r) = \gamma(r) \cdot n_e(r)$, $n_e(r) = n_{e0} \cdot y_e(r)$. В центре трубки концентрация электронов равна n_{e0}, а концентрация ионов $n_{i0} = \gamma_0 \cdot n_{e0}$. Вклад ступенчатой ионизации в общее количество свободных электронов в плазме зависит от числа возбужденных, в данном случае, метастабильных атомов N_m. В свою очередь, распределение метастабильных атомов по радиусу разрядной трубки $N_m(r)$ определяется соответствующим уравнением баланса, аналогичного уравнению (5). С целью упрощения расчетов будем исходить из следующего приближенного выражения для $N_m(r)$

$$N_m(r) = \frac{k_{0m} \cdot N_0 \cdot n_e(r)}{k_{mj} \cdot n_e(r) + \nu_m}, \tag{8}$$

где $\nu_m = \dfrac{D_m \cdot 2.405^2}{R_0^2}$ — частота гибели метастабильных атомов в результате диффузионного ухода на стенки трубки, D_m — коэффициент диффузии метастабильных атомов, $\nu_{0m} = k_{0m} \cdot N_0$ — частота возбуждения метастабильного состояния электронным ударом, k_{0m} — постоянная перехода атома из основного состояния в метастабильное состояние, k_{mj} — постоянная разрушения метастабильного состояния электронным ударом. При этом атом переходит в другое электронное состояние или ионизируется.

Используя аксиальную симметрию задачи, введем новую безразмерную переменную $x = \left(\dfrac{r}{R_0}\right)^2$. Система уравнения Пуассона (3а) и уравнения баланса числа заряженных частиц (5) для нахождения $y_e(x)$ и $\gamma(x)$ принимает следующий вид

$$\begin{cases} \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x}{y_e} \cdot \dfrac{dy_e}{dx}\right) + A_d \cdot y_e \cdot (\gamma - 1) = 0, \\ \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x \cdot \gamma}{y_e} \cdot \dfrac{dy_e}{dx}\right) + A_{0i} \cdot y_e + \dfrac{A_{mi} \cdot y_e{}^2}{A_{mj} \cdot y_e + 1} - A_r \cdot \gamma \cdot y_e{}^2 = 0 \end{cases}. \tag{9}$$

Здесь введены следующие обозначения: $A_d = \frac{\pi e^2 \cdot n_{e0}}{kT_e} \cdot R_0^2 = \frac{R_0^2}{8 \cdot r_{d0}^2}$, $A_{0i} = \frac{\nu_{0i}}{\nu_a}$, $A_{mi} = \frac{\nu_{0m} \cdot k_{mi} \cdot n_{e0}}{\nu_a \cdot \nu_m}$, $A_{mj} = \frac{k_{mj} \cdot n_{e0}}{\nu_m}$, $A_r = \frac{\beta_r \cdot n_{e0}}{\nu_a}$, $\nu_a = \frac{4D_a}{R_0^2}$ — частота ухода заряженных частиц на стенки разрядной трубки в результате амбиполярной диффузии, $r_{d0} = \sqrt{\frac{kT_e}{8\pi e^2 n_e(0)}}$ — дебаевский радиус экранирования электронного газа в центре трубки. Использование приближенных выражений для поля и потоков понизило степень системы дифференциальных уравнений и привело к неопределенности условий на границе для плотности ионов или отношения $\gamma(r)$. На оси разряда $y_e(0)=1$. Значение $\gamma(0)=\gamma_0$ и величина производной функции радиального распределения плотности электронов в точке $x=0$, которую обозначим $\frac{dy_e}{dx} = y_{e1}$, определяются следующей системой уравнений, которая получается из системы (9)

$$\begin{cases} y_{e1} + A_d \cdot (\gamma_0 - 1) = 0, \\ \gamma_0 \cdot y_{e1} + A - A_r \cdot \gamma_0 = 0. \end{cases} \tag{10}$$

где $A = A_{0i} + \frac{A_{mi}}{A_{mj}+1}$.

Решение этой системы имеет вид

$$\gamma_0 = \frac{1}{2}\left[\left(1 - \frac{A_r}{A_d}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{A_r}{A_d}\right)^2 + 4 \cdot \frac{A}{A_d}}\right], \tag{10.а}$$

$$y_{e1} = -A_d \cdot (\gamma_0 - 1). \tag{10.б}$$

Для определения плотности электронов в центре трубки служит уравнение подвижности, которое устанавливает связь между распределением плотностей заряженных частиц по сечению и полным током разряда I_r

$$I_r = 2\pi e E_z \cdot \int_0^{R_0} (b_e n_e(r) + b_i n_i(r)) r dr\,. \tag{11}$$

Здесь E_z — значение установившегося продольного электрического поля в ПС разряда.

Интересно отметить, что в приближении постоянства отношения плотностей зарядов по сечению $\gamma(r) = const = \gamma_0$ система уравнений (9) распадается на два независимых уравнения относительно $y_e(x)$. При этом точным решением первого уравнения (уравнения Пуассона) является функция $y_{eP} = \left[1 + 0.5A_d(\gamma_0 - 1)\cdot x\right]^{-2}$, а решением второго уравнения системы (9) (уравнения баланса) при отсутствии объемной рекомендации является функция Бесселя первого рода: $y_{eB} = I_0(\sqrt{A_{mi}\cdot x/\gamma_0})$. Эти два решения совпадают только вблизи оси разряда, когда $x << 1$.

Число избыточных (нескомпенсированных) положительно заряженных ионов на оси газового разряда определяется выражением

$$N_p = (n_i - n_e) = n_{e0}\cdot(\gamma_0 - 1) \tag{12}$$

Величина пространственного заряда на оси трубки равна $Q_0 = e\cdot N_p$.

Нетрудно убедиться, что $\gamma_0 \geq 1$ если $A \geq A_r$. При этом производная y_{e1} отрицательна, т.е. плотность электронов максимальна на оси разряда. В отсутствие объемной рекомбинации это условие выполняется всегда. С учетом объемной рекомбинации возможна ситуация при некоторых значениях параметров разряда, внутренних и внешних, когда $\gamma_0 \leq 1$ и производная $y_{e1} \geq 0$. Это неустойчивый режим, т.к. при этом плотность электронов в центре трубки минимальна и растет с отклонением от центра. Для оценки величин N_p и Q_0 при различных условиях разряда нужно учесть зависимость входящих в формулы (12) параметров от величины электронной температуры T_e, от значения концентрации электронов на оси трубки n_{e0}, от коэффициента объемной релаксации β_r, от температуры T и плотности рабочего газа p, от радиуса разрядной трубки R_0. Для определения значения электронной температуры T_e используем модифицированное условие Шоттки $A_{mi}(T_e, R_0) = 1.446\gamma_0$, которое справедливо, когда режим разряда мало отличается от диффузионного. Напомним, что в диффузионном положительном столбе тлеющего разряда распределение плотности электронов по сечению является бесселевым: $n_e(r) = n_{e0}\cdot I_0(2.405r/R_0)$.

В данной работе исследуется поведение N_p, а следовательно и Q_0, в зависимости от внутренних и внешних параметров разряда на примере газового разряда в гелии.

Согласно [3] в гелиевом разряде с учетом резонансной перезарядке ионов для подвижности ионов справедливы следующие оценки: $b_i = 8.4\cdot 10^3\cdot\dfrac{\sqrt{t}}{p}$.

Соответствующие оценки для подвижности электронов $b_e = 0.733 \cdot 10^6 \cdot \dfrac{t}{p}$.

Коэффициент амбиполярной диффузии $D_a = 8.4 \cdot 10^3 \cdot \dfrac{T_e \sqrt{t}}{p}$. Коэффициент диффузии метастабильных атомов гелия в собственном газе равен [3] $D_m = 4.52 \cdot 10^2 \cdot \dfrac{t\sqrt{t}}{p}$. Концентрация электронов на оси разряда $n_{e0} = 0.63 \cdot 10^{10} \cdot \dfrac{I_r p}{R_0^2 E_z t}$. Плотность нейтральных атомов $N_0 = 3.538 \cdot 10^{16} \cdot \dfrac{p}{t}$. Здесь и в дальнейшем используется безразмерная температура газа $t = \dfrac{T}{273}$, электронная температура в эВ, давление в мм.рт.ст., плотность частиц в см$^{-3}$, радиус разрядной трубки в см, ток разряда в мА.. Зависимости постоянных процессов ионизации и возбуждения от электронной температуры определяются следующими формулами [3]

$$k_{0i}\left(kT_e\right) = 8.7 \cdot 10^{-11} \cdot \sqrt{kT_e}\left(24.6 + 2kT_e\right)\exp\left(-\frac{24.6}{kT_e}\right),$$

$$k_{0m}\left(kT_e\right) = 3 \cdot 10^{-10} \cdot \sqrt{kT_e}\left(20 + 2kT_e\right)\exp\left(-\frac{20}{kT_e}\right).$$

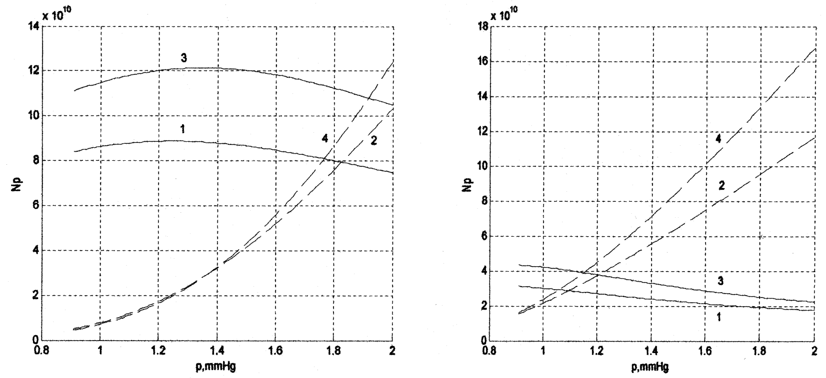
Для постоянной ступенчатой ионизации используем модифицированную формулу Томсона.

$$k_{mi}\left(kT_e\right) = \frac{4.32 \cdot 10^{-14}}{\sqrt{kT_e}}\left[\ln\left(3kT_e\right) \cdot f_0\left(kT_e\right) + f\left(kT_e\right)\right], \quad z = \frac{4.6}{kT_e}.$$

$$f_0 = \exp\left(z\right) - z \cdot \int_z^{\infty} \frac{\exp\left(-x\right)}{x} dx, \quad f_1 = \int_z^{\infty}\left[\ln x \cdot \exp\left(-x\right) \cdot \left(1 - \frac{z}{x}\right)\right] dx.$$

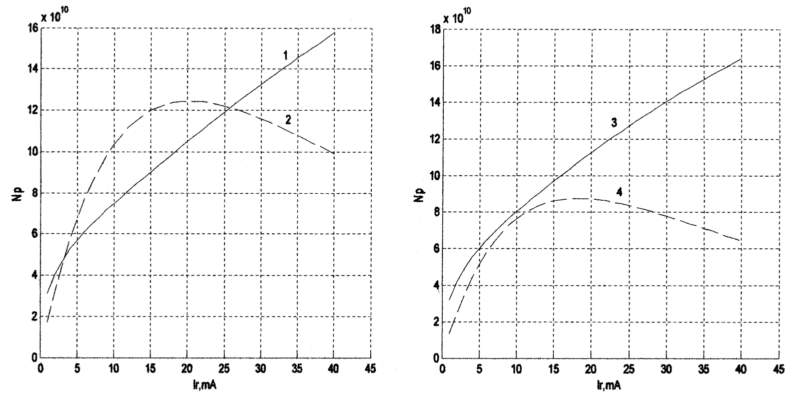
Для $k_{mj}\left(kT_e\right)$ ограничимся двумя основными слагаемыми: $k_{mj}\left(kT_e\right) = k_{mi}\left(kT_e\right) + k_{m0}\left(kT_e\right)$. Постоянная перехода с метастабильного уровня на основной $k_{m0}\left(\mathrm{kT}_e\right) = \dfrac{k_{0m}\left(\mathrm{kT}_e\right)}{3} \cdot \exp\left(\dfrac{4.6}{\mathrm{kT}_e}\right)$.

Результаты некоторых расчетов приведены на следующих рисунках.



а б

Рис.1.а,б. Зависимости положительного объемного заряда (кривые 1,3) и плотности электронов (кривые 2,4) в центре трубки от давления газа. Ток разряда Ir=10 mA (кривые 1,2) и Ir=20 mA (кривые 3,4). а) Радиус капилляра Ro= 0.03 см. б) Радиус капилляра Ro= 0.05 см.



а б

Рис. 2. Зависимости положительного объемного заряда (кривые 1,3) и плотности электронов (кривые 2,4) в центре трубки от тока разряда. Радиус капилляра Ro= 0.03 см. Давление газа p=2 мм рт.ст. (кривые 1,2) и p=1.8 мм рт.ст. (кривые 3,4).

Основной особенностью полученных результатов является существование области внешних параметров газового разряда, в которой нескомпенсированный объемный положительный заряд в центре трубки превышает плотность электронов оси. Это свидетельствует о значительном нарушении условия квазинейтральности плазмы положительного столба.

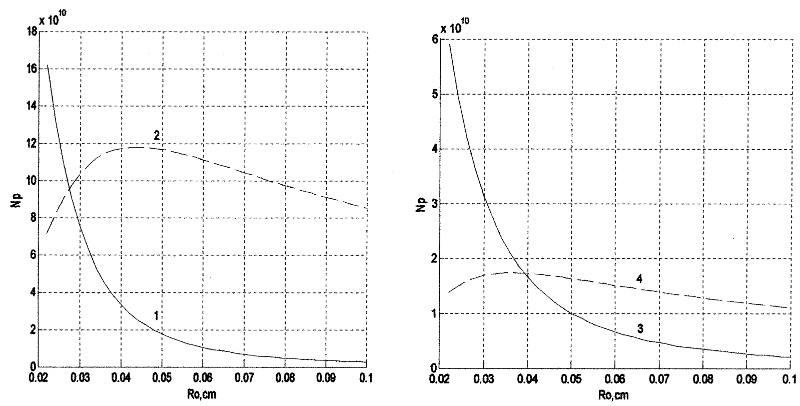


Рис. 3. Зависимости положительного объемного заряда (кривые 1,3) и плотности электронов (кривые 2,4) в центре трубки от радиуса капилляра. Давление газа p=2 мм рт.ст. Ток разряда Ir=10 mA (кривые 1,2) и Ir=1 mA (кривые 3,4).

Найденные зависимости величины нескомпенсированного объемного заряда от параметров разряда скажутся на пространственном распределении концентраций заряженных частиц. Кроме того известно, что разделение зарядов, т.е. нарушение квазинейтральности, является источником дополнительных неустойчивостей в разряде [3,4]. С этой точки зрения желательно работать в таком режиме разряда, когда пространственный нескомпенсированный заряд на оси трубки минимален.

Литература

1. Allis W.P. The Transtion from Free to Ambipolar Diffusion // Phys.Rev. — 1954. — V.93, №1. — P.84-93.
2. Ecker G.Theory of Positive Column//Proc.of Phys.Soc. — 1954. — V.67, №414B. — P.483-491
3. Райзер Ю.П. Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987. — 592 с.
4. Привалов В.Е.,Федотов М.А.,Чуляева Е.Г. Влияние возмущений в активной среде на нестабильность разностной частоты излучения лазера// Опт. и спектр. — 2000. — Т.88,вып.1. — С.149-153.

Л. В. Михайловська

Вплив параметрів розряду на величину об'ємного заряду в вузьких газорозрядних трубках

АНОТАЦІЯ

Знайдено вираз для величини об'ємного заряду на вісі позитивного стовпа тліючого розряду в залежності від параметрів розряду. Показано, що при деяких значеннях зовнішніх параметрів газового розряду, таких, як тиск газу, струм розряду та радіус розрядного капіляру відбувається значне порушення квазинейтральності плазми позитивного стовпу.

Mikhaylovskaya L. V.

Influence of discharge parameters on space charge in narrow gas discharge tubes

SUMMARY

The expression for magnitude of a volume charge on an axis of a glow discharge positive column is obtained depending on parameters of discharge. It is shown, that at some values of the gas discharge external parameters, such as gas pressure, a discharge current and capillary radius, there is substantial disturbance of the plasma quasineutrality of a gas discharge positive column.