

Одеський національний університет імені І. І. Мечникова
Факультет математики, фізики та інформаційних технологій
Кафедра комп'ютерної алгебри та дискретної математики

Дипломна робота

на здобуття ступеня вищої освіти «магістр»

на тему: «Модифіковане перетворення Меліна»

«Modified Mellin transform»

Виконала: студентка денної форми навчання
спеціальності 111 Математика

Воробйова Алла Володимирівна

Керівник: док. фіз.-мат. наук, проф. Варбанець П. Д. _____

Рецензент: кандидат фіз.-мат. наук, доцент Белозьоров Г.С.

Рекомендовано до захисту:

Протокол засідання кафедри

№ ____ від _____ 2020 р.

Завідувач кафедри

Захищено на засіданні ЕК № _____

Протокол № ____ від _____ 2020 р.

Оцінка _____ / _____ / _____

Голова ЕК

Одеса — 2020 р.

ЗМІСТ

Вступ	3
1 Допоміжні результати	4
1.1 Перетворення Лапласа та його властивості	4
1.2 Перетворення Меліна	11
1.3 Ряди Діріхле і їх властивості	15
1.4 Дзета-функція Рімана	23
1.5 Характери та їх властивості	26
2 Перетворення Меліна L-функції Діріхле з головним характером	30
2.1 Модифіковане перетворення Меліна	30
2.2 Перетворення Меліна L-функції Діріхле з головним характером	32
2.3 Перетворення Лапласа	33
2.4 Формула перетворення	36
2.5 Формула для $\mathcal{Z}_{14}(s, \chi_0)$	38
2.6 Доведення теореми 2.2	43
3 Перетворення Лапласа дзета-функції Гурвіца-Лерха	50
3.1 Позначення і попередні результати	52
3.2 Основний результат	56
Висновки	60
Список літератури	61

ВСТУП

В першій частині роботи ми вивчаємо модифіковане перетворення Меліна першого порядку $Z_1(s)$ для другого моменту L -функції Діріхле з головним характером χ_0 і доводимо, що $Z_1(s)$ є мероморфною, до того ж в точці $s = 1$ має полюс другого порядку і обчислюємо лишки в цій точці. Основною складністю в цій частині роботи було дослідження поведінки $Z_1(s)$ в околі точки $s = 1$.

В другій частині роботи ми побудували перетворення Лапласа для добутку двох дзета-подібних функцій: ζ -функції Гурвіца та ζ -функції Лерха.

ВИСНОВКИ

Формула перетворення Меліна є важливим допоміжним інструментом в аналітичній теорії чисел, і взагалі часто зустрічається в аналізі.

Таким чином, в роботі ми показали, що з допомогою комплексного аналізу можна вивчати перетворення Меліна і Лапласа для деяких дзета-подібних функцій, зокрема для перетворення Лапласа для суми

$$F(x) = \sum_{\substack{l_1=1 \\ l_1 l_2 \equiv l \pmod{q}}}^q \sum_{\substack{l_2=1 \\ l_1 l_2 \equiv l \pmod{q}}}^q \zeta\left(\frac{1}{2} + ix; \frac{l_1}{q}, 0\right) \zeta\left(\frac{1}{2} - ix; 0, \frac{l_2}{q}\right).$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Прахар К. Распределение простых чисел. – М.: «Мир», 1967. – 512 с.
2. Краснов М. Л. Интегральные уравнения. Введение в теорию. – М.: «Наука», 1975. – 302 с.
3. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Т.І. – ГТТИ, 1933. – 525 с.
4. A. Balciunas, A transformation formula related to Dirichlet L-functions with principal character, *Liet. Matem. Rink., Series A*, **53**, (2012), 13-18.
5. A. Ivič, The Mellin transform and the Riemann zeta-function, in: *Proc. Conf. on Elementary and Analytic Number Theory*, Vienna, 112-127, 1996.
6. A. Ivič, On some conjectures and results for the Riemann zeta-function and Hecke series, *Acta Arith.* **99**, 115-145 (2001).
7. A. Ivič, M. Jutila, Y. Motohashi, The Mellin transform of powers of the zeta-function, *Acta Arith.* **95**, 305-342 (2000).
8. A. Laurinčikas, One transformation formula related to the Riemann's zeta-function, *Integral Transforms Spec. Funct.*, **19**(8), 577-583 (2008).
9. M. Lukkarinen, *The Mellin Transform of the Square of Riemann's Zeta-Function and Atkinson's Formula*, Ann. Acad. Scie. Fenn., Math. Diss. **140**, Suomalainen Tiedeakatemia, Helsinki, 2005.