

ОСОБЕННОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЛОВУШЕК И НОСИТЕЛЕЙ С РЕАЛЬНЫМИ СКОРОСТЯМИ

Рассчитана зависимость частоты взаимодействий нейтральных ловушек и электронов движущихся во внешнем электрическом поле различных напряженностей. При этом учитывался реальный разброс скоростей носителей и сечение захвата не переносилось с центра на частицу.

Установлено, что линейная зависимость между количеством актов взаимодействий и приобретённой в поле скоростью наблюдается лишь при больших напряжённостях. При дрейфовых скоростях, сравнимых с тепловыми, зависимость существенно нелинейна.

Обсуждаются полученные результаты.

1. Постановка задачи

При выведении числа взаимодействий I электрона, движущегося со скоростью V и ловушек концентрации N обычно [1] сечение захвата S переносится с центров на носитель и тогда

$$I = SVN, \quad (1)$$

где SV — объём цилиндра, захваченного перемещаемой площадкой S за единицу времени. Под V понимается либо тепловая скорость V_T , либо дрейфовая скорость V_E , если к образцу приложено электрическое поле.

Это простой путь, однако помимо искусственности подобного переноса сечения захвата, отметим неадекватность возникающей ситуации. Это было бы верно для обособленного электрона или по крайней мере для электронов с параллельными скоростями, рассредоточенными в кристалле на расстояниях, превышающими величину S . В реальности же скорости электронов распределены хаотично как по величине, так и по направлениям. “Цилиндры” взаимодействуют, что неизбежно должно отражаться в (1).

Легко представить себе пару носителей, движущихся навстречу друг другу перпендикулярно линии тока. Пролетая мимо ловушки, такие носители увеличивают вероятность её заполнения, никак не изменяя параметров протекающего тока. Доля таких носителей не может быть исчезающе мала, поскольку сказанное верно не только в разные моменты времени и для комбинации скоростей из всего возможного спектра, но и справедливо вообще для тангенциальной составляющей реальной скорости отдельных носителей.

В настоящей работе сделана попытка рассчитать число взаимодействий I для различных внешних ускоряющих полей. Сечение захвата остаётся

на центрах и вводится в рассмотрение реальная скорость для каждого электрона, состоящая в любой момент времени из суммы тепловой скорости и добавки, приобретённой в электрическом поле:

$$V = V_T + V_E. \quad (2)$$

При этом предполагается, что величина тепловой скорости у всех носителей одинакова при данной температуре, а вектор этой скорости может быть направлен в произвольную сторону. Разброс по величине и направлению реальной скорости электрона V определяется произвольным направлением первого слагаемого в (2).

2. Взаимодействие ловушек и электронов в отсутствии внешнего поля. $V = V_E$

Выделим отдельную ловушку. Предполагается, что до взаимодействия она была в нейтральном состоянии и соответственно её сечение захвата S не зависит от скорости электрона. Очевидно, что без внешнего поля в единицу времени на ловушку могут попасть только носители, находящиеся от неё на расстоянии, численно равном V_T . Таким образом, область захвата представляет собой шар радиуса V_T с центром в месте расположения ловушки (рис. 1, а; направление координатных осей произвольное). Выделим элементарный объём $dx dy$ внутри этой сферы на расстоянии R от центра в точке h . Всего в этом объёме $ndxdy$ носителей, однако на ловушку могут попасть лишь те, у которых вектор скорости в данный момент ориентирован в сторону ловушки. Доля таких электронов определяется соотношением

$$f = \frac{S}{4\pi R^2}, \quad (3)$$

где S — сечение захвата, а $4\pi R^2$ — площадь сфе-

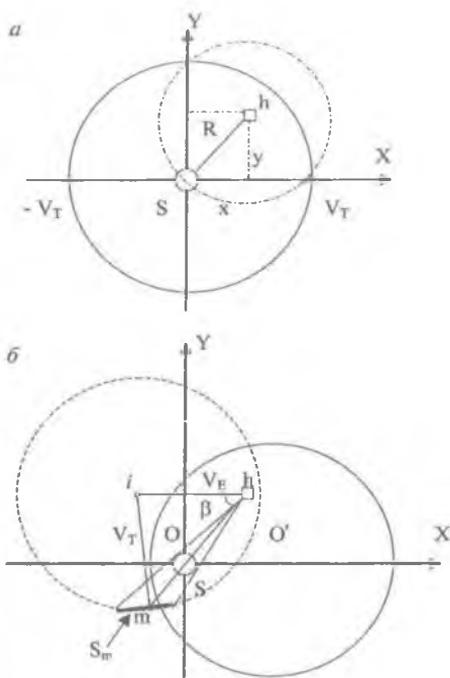


Рис. 1: а — область захвата (сплошная линия) и область распределения скоростей носителей (пунктирная линия) при отсутствии внешнего поля; б — область захвата носителей при приложении внешнего поля, когда $V_E < V_T$. К выводу координатной зависимости площади проекции S_m

ры, по которой равномерно распределены векторы скорости V_T . Концы этих скоростей образуют сферу распределения, концентрическую указанной.

Поскольку величина S обычно составляет порядка 10^{-15} см², а площадь сферы порядка $V_T^2 = 10^{14}$ см², можно считать, что величина S остаётся на поверхности области распределения скоростей без искажений, т. е. плоской окружностью. Очевидно, что величина f одинакова для всех носителей из тора с радиусом y на расстоянии x от центра. Сам тор, направленный перпендикулярно площади чертежа на рисунке не показан. Для его носителей полное число соударений с центром в единицу времени будет

$$dI = n dx dy \frac{S}{4\pi R^2} 2\pi y. \quad (4)$$

Для того, чтобы вычислить число взаимодействий электронов с центром из всей области захвата следует проинтегрировать (4) по обеим координатам:

$$I = \frac{ns}{2} \int_{-V_T}^{V_T} dx \int_0^{(V_T^2 - x^2)^{1/2}} \frac{y}{x^2 + y^2} dy. \quad (5)$$

Верхний предел при интегрировании по игреку выбирается в соответствии с уравнением окружности, в данном случае

$$y^2 + x^2 = V_T^2. \quad (6)$$

Решением (5) в указанных пределах будет

$$I = nS V_T^2 \quad (7)$$

3. Малые внешние поля. $V_E < V_T$

При включении поля (для определённости “+” слева, “-” — справа) в соответствии с (2) все носители приобретают дополнительную скорость и вся область собирания смещается на величину $OO' = V_E$ в сторону вектора электрической напряжённости. Если приложенное поле невелико, выполняется неравенство $V_E < V_T$ и центр остаётся внутри области захвата (рис. 1, б, ось x выбрана вдоль внешнего поля). Как и раньше, на центр могут попасть только носители из этой области. У произвольного электрона за пределами области собирания в точке h' при любом направлении тепловой скорости величина суммарной скорости, даже и направленная на центр, оказывается недостаточной, чтобы добраться до него за единицу времени.

Уравнение (6) для этого случая приобретает вид

$$y^2 + (x - V_E)^2 = V_T^2. \quad (8)$$

А уравнение (3) существенно модернизируется. Для каждого электрона в элементарном объёме в точке h (взятой там же относительно ловушки как и на рис. 1, а) к равномерно распределённой скорости V_T добавляется упорядоченная V_E . В результате, концы всех возможных скоростей V описывают сферу распределения радиуса V_T с центром в точке i , сдвинутым влево на величину V_E относительно точки h .

Легко видеть, что в этой ситуации при любом положении точки h ловушка оказывается внутри сферы распределения. Действительно, если рассматриваемый элементарный объём сперва расположить в центре O' , то в силу $OO' = ih = V_E$ сечение S оказывается посередине области распределения. Поскольку оставаясь внутри сферы O' , $dxdy$ не может сместиться более чем на V_T относительно своего первоначального положения, то и S смещаясь не более чем на эту величину не выходит за пределы сферы с центром в точке i .

Для вычисления вероятности того, что вектор скорости V электронов из элементарного объёма направлен на ловушку, потребуется определить проекцию S_m ловушки на стенку сферы и только потом определить долю этой площади от всей поверхности сферы.

Как уже отмечалось, поскольку величина S намного меньше площади сферы (соответственно 10^{-15} и 10^{14} см²), можно считать, что проекция сечения S на сферу представляет простое масштабирование этой величины. Тогда

$$S_m / (mh)^2 = S / (oh)^2. \quad (9)$$

Используя теорему косинусов из треугольника mih определим

$$(im)^2 = (ih)^2 + (hm)^2 - 2(ih)(hm)\cos\beta. \quad (10)$$

Причём по построению $ih = V_E$, $im = V_T$, а

$$\cos\beta = x/(x^2 + y^2)^{1/2}. \quad (11)$$

С учетом этого из (9)—(10) получим, что в зависимости от координат элементарного объёма

$$S_m = S \left| \frac{V_E x + [V_T^2 x^2 + y^2 (V_T^2 - V_E^2)]^{1/2}}{x^2 + y^2} \right|. \quad (12)$$

Отсюда вероятность захвата (см. (3)) представляется в виде

$$f = \frac{S_m}{4\pi V_T^2} = \frac{S}{4\pi} \left| \frac{V_E x + [V_T^2 x^2 + y^2 (V_T^2 - V_E^2)]^{1/2}}{V_T (x^2 + y^2)} \right|. \quad (13)$$

Весь интеграл (5) преобразуется в соответствии с (8), (13) в

$$I_1 = \frac{nS}{2} \int_{V_E - V_T}^{V_E + V_T} dx \times \int_0^{[V_T^2 - (x - V_B)^2]^{1/2}} \left| \frac{V_E x + [V_T^2 x^2 + y^2 (V_T^2 - V_E^2)]^{1/2}}{V_T (x^2 + y^2)} \right| y dy, \quad (14)$$

решением которого будет

$$I_1 = nS V_T \{ (1 - \alpha^2 + \alpha) + 1/4(1 - \alpha^2)(1 - \alpha) \ln[(1 + \alpha)/(1 - \alpha)] \}, \quad (15)$$

где введён безразмерный параметр

$$\alpha = V_E / V_T. \quad (16)$$

4. Большие внешние поля. $V_E > V_T$

При дальнейшем увеличении поля, когда дрейфовая скорость становится больше тепловой, приведенные формулы модифицируются. Ловушка с сечением S оказывается за пределами шара собирания (рис. 2, область 1). Поэтому к области захвата добавляется конус $ABCOA$ (область 2).

Все расчеты, выполненные для малых полей справедливы и в этом случае, пока элементарный объём находится в области 1. Соответствующее количество взаимодействий электронов из этой области с центром описывается выражением (15).

Для области 2 помимо проекции на заднюю стенку сферы распределения S_m (формула 12) добавляется проекция S_1 на передней стенке (см. рисунок). Из аналогичных приведённым ранее соображениям, её величина равна

$$S_1 = S \left| \frac{V_E x - [V_T^2 x^2 + y^2 (V_T^2 - V_E^2)]^{1/2}}{x^2 + y^2} \right|. \quad (17)$$

Полная вероятность захвата носителя из элементарного объёма во второй области равна

$$f_2 = \frac{S_m + S_1}{4\pi V_T^2} = \frac{S}{2\pi} \frac{(V_E - V_T)x^2 + (V_T^2 - V_E^2)y^2}{V_T^2 (x^2 + y^2)^2}. \quad (18)$$

При составлении интеграла для этой области необходимо знать уравнение касательной к шару

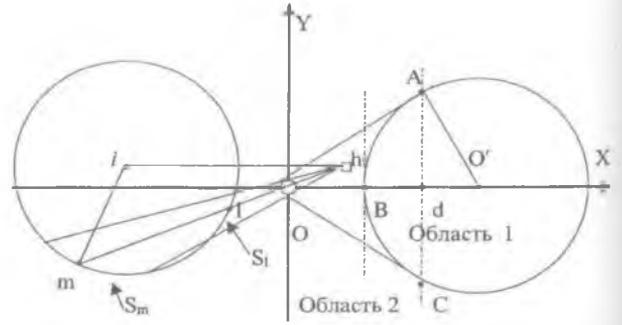


Рис. 2. Приложено большое напряжение, обеспечивающее $V_E > V_T$

в качестве верхнего предела интегрирования. Для этого сперва из треугольника AOO' ($AO' = V_T$; $OO' = V_E$) определяется тангенс угла AOO' , а затем полученное выражение используется для задания прямой с угловым коэффициентом:

$$Y = \frac{V_T}{(V_E^2 - V_T^2)^{1/2}} x. \quad (19)$$

В рассматриваемой части удобно разбить интегрирование на два самостоятельных интеграла. Сперва интегрирование ведётся вдоль координаты x от точки $x = 0$ до $x(B) = V_E - V_T$. Здесь с учётом (18) можно записать

$$I_{21} = nS \int_0^{V_E - V_T} dx \times \int_0^{V_T \sqrt{\alpha^2 - (V_E - V_T)^2}} \frac{(V_E^2 + V_T^2)x^2 + (V_T^2 - V_E^2)y^2}{V_T^2 (x^2 + y^2)^2} y dy, \quad (20)$$

откуда, используя (16)

$$I_{21} = nS V_T \left(1 + \frac{\alpha^2 - 1}{2} \ln \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2} \right) (\alpha - 1). \quad (21)$$

Для интегрирования в промежутке Bd значение x в точке d определялось по площади треугольника OAO' :

$$V_T (V_E^2 - V_T^2)^{1/2} / 2 = V_E y(d) / 2, \quad (22)$$

откуда, подставляя значение y из (19), получаем

$$x(d) = (V_E^2 - V_T^2) / V_E, \quad (23)$$

что позволяет построить интеграл

$$I_{22} = nS \int_{(V_E^2 - V_T^2)/V_E}^{(V_E^2 - V_T^2)/V_E} dx \times \int_{[V_T^2 - (x - V_B)^2]^{1/2}}^{V_T \sqrt{\alpha^2 - (V_E - V_T)^2}} \frac{(V_E^2 + V_T^2)x^2 + (V_T^2 - V_E^2)y^2}{V_T^2 (x^2 + y^2)^2} y dy, \quad (24)$$

решением которого будет

$$I_{22} = nS V_T \left[\frac{(\alpha^2 - 1)^2}{8\alpha} \ln \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} + \frac{(\alpha - 1)^2}{4} - \frac{(\alpha^2 - 1)(\alpha - 1)}{2} \ln \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^2} \right]. \quad (25)$$

Из формул (15), (21), (25) получаем, что для случая, когда $V_E > V_T$, интеграл столкновений

$$I_2 = I_1 + I_{21} + I_{22} = nSV_T \left[2\alpha - \alpha^2 + \frac{(\alpha-1)^2}{4} + \frac{(\alpha-1)^2(\alpha+1)(3\alpha-1)}{8\alpha} \ln \frac{\alpha+1}{\alpha-1} \right] \quad (26)$$

5. Обсуждение результатов

Таким образом, в общем случае, число взаимодействий электронов с ловушкой определяется выражением

$$I = nSV_T K, \quad (27)$$

где безразмерный коэффициент K в зависимости от скорости электрона, а значит диапазона α , равен

$$\text{при } \alpha = 0 \quad K_1 = 1; \quad (28)$$

$$\text{при } 0 < \alpha < 1 \quad K_2 = 1 + \alpha - \alpha^2 + \frac{1}{2}(1 - \alpha)^2 \times (1 + \alpha) \ln \left[\frac{1 + \alpha}{1 - \alpha} \right]; \quad (29)$$

$$\text{при } \alpha > 1 \quad K_3 = 2\alpha - \alpha^2 + \frac{1}{4}(\alpha - 1)^2 + \frac{1}{8} \times [(\alpha - 1)^2(\alpha + 1)(3\alpha - 1)/\alpha] \times \ln \left[\frac{\alpha + 1}{\alpha - 1} \right]. \quad (30)$$

Исследуем поведение K_2 и K_3 в точках соприкосновения. При $\alpha \rightarrow 0$ $K_2 = 1 = K_1$. При $\alpha \rightarrow 1$ с учётом $\lim_{x \rightarrow 0} x \ln x = 0$ (29) переходит в $K_2 = 1$. Из тех же соображений при $\alpha \rightarrow 1$ K_3 также равен 1. Таким образом все три зависимости (28—30) образуют плавную кривую (рис. 3).

В начале графика при $\alpha = 0$, т. е. без поля, $K = 1$ и в соответствии с (7) $I = nSV_T$. Формула (7) задаёт максимальное число соударений в единицу времени всех электронов с одним центром, тогда как (1) показывает максимально возможное число соударений одного электрона со всеми центрами. Легко видеть, что зависимость (7) соответствует (1) если из неё вычислить сперва долю соударений для одного электрона из единицы объёма, а затем умножить её на количество центров.

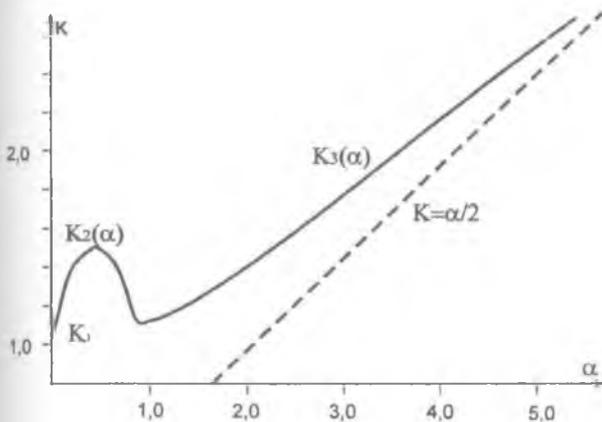


Рис. 3. Зависимость частоты взаимодействий носителей и ловушки от скорости движения электронов, относительные единицы

Представляет интерес часть графика рис. 3 в области $0.5 < \alpha < 1$. Уменьшение величины I здесь определяется конкуренцией нескольких процессов. По мере роста коэффициента α (а значит скорости V_E) область собирания (рис. 2) смещается всё больше вправо. При этом из-за увеличения плеча ih , для носителей из элементарного объёма в той же точке h , проекция S_m увеличивается. Вместе с ней увеличивается вероятность захвата (формула 13) и значит частота взаимодействий. Из тех же соображений уменьшается величина f для носителей области собирания слева от оси игреков. Наоборот, для приповерхностных носителей в правой части у границы области собирания по мере их удаления от центра S вместе со смещением всей области проекция S_m уменьшается, тогда как для таких же носителей слева она растёт. Одновременно происходит вариация числа носителей по мере переползания шара O' за ось y : в правой части их суммарное количество увеличивается, в левой уменьшается. Все рассмотренные процессы нелинейные.

Указанные изменения будут происходить до значений $V_E = V_T$ ($\alpha = 1$) когда область собирания целиком пересекает ось ординат. После этого процесс изменения I приобретает упорядоченный характер.

В области $\alpha > 1$ коэффициент K с ростом α возрастает. Происходит это вследствие увеличения числа носителей, способных взаимодействовать с центром из-за монотонного увеличения объёма конуса $AOCB$ (рис. 2), а значит суммарного объёма области собирания. Для очень больших дрейфовых скоростей, когда $\alpha \gg 1$ формула (30) упрощается: поскольку для больших α

$$\ln \left[\frac{\alpha + 1}{\alpha - 1} \right] = \ln \left[\frac{1 + 1/\alpha}{1 - 1/\alpha} \right] \approx 2/\alpha;$$

$$K_3 = 3\alpha/2 - 3\alpha^2/4 + 1/4 + (\alpha - 1)^2(\alpha + 1)(3\alpha - 1)/(4\alpha^2) = \alpha/2 - 1/4 + 1/\alpha - 1/(4\alpha^2) \approx \alpha/2.$$

Видно, что зависимость $K(\alpha)$ асимптотически переходит в прямую $I = nSV_E/2$. При $V_E = 12V_T$ разница между этими графиками составляет менее 1%. Частота взаимодействий носителей с центром в области этих коэффициентов α больше не зависит от величины V_T .

Таким образом, зависимость $I = nSV_T$ справедлива лишь в отсутствие поля. По мере увеличения скорости направленного движения носителей, начиная со значений, сравнимых с тепловой, частота их взаимодействий с ловушкой сперва немного возрастает, а затем при $V_E \approx V_T$ вновь описывается исходным выражением. При значительных дрейфовых скоростях, как и ожидалось, частота взаимодействий линейно зависит от величины V_E с коэффициентом $nS/2$.

Литература

1. Рывкин С. М. Фотоэлектрические явления в полупроводниках. — М.: Физматгиз, 1983.
2. Двайт Г. Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы. — М.: Наука, 1993.