УДК 532

А. В Затовский, Е. И. Сахненко

Одесский национальный университет им. И. И. Мечникова

Лагранжева корреляционная функция флуктуаций тензора инерции жидкой частицы

Детально изучено поведение спектральной интенсивности тепловых гидродинамических флуктуаций тензора момента инерции жидкой лагранжевой частицы. Анализ основан на известных значениях спектров билинейных пространственно-временных коррелятивных функций гидродинамических полей с учетом релаксации сдвиговой вязкости и коэффициента диффузии тензора инерции. Представленные результаты получены с использованием схемы пересчета флуктуаций эйлерового поля гидродинамических переменных на флуктуации лагранжевых переменных, впервые сформулированной в работе И.З.Фишера.

Введение

Автокорреляционная функция сферических гармоник углов Эйлера, определяющих ориентацию собственной системы отсчёта молекулы относительно лабораторной

$$\Psi_{lm}(t) = \left\langle Y_{lm}(t) \;\; Y^{*}_{lm}(0) \right\rangle, \tag{1}$$

где усреднения проводятся по распределению молекулярных переменных, наряду с корреляционными функциями (далее КФ) поступательной и вращательной скоростей молекул жидкости играет важную роль в описании процессов некогерентного рассеяния нейтронов, диэлектрической релаксации, флюоресценции, ядерного магнитного резонанса, рассеяния света и др. Информация, которую она несет, существенна для понимания механизма теплового движения молекул жидкости.

Поведение этих функций для различных моделей межмолекулярных взаимодействий тщательно изучено с помощью ЭВМ методом молекулярной динамики [1]. Временные КФ поступательной и вращательной скорости молекул простых жидкостей и жидких металлов вблизи тройной точки обладают ярко выраженной осцилляционной структурой, а на больших временах для КФ поступательной скорости доказано существование степенной асимптотики $t^{-3/2}$, подтвердившее представление о наличии коллективных движений атомов жидкости. Что же касается функции $\Psi_{l\,m}(t)$, то она, как правило, убывает плавно, и на больших временах ведет себя как $t^{-5/2}$ [2,3].

Точный расчет молекулярных КФ невозможен в связи с трудностями описания систем многих частиц. Поэтому обычно ограничиваются нахождением дальне временной асимптотики для них, используя различные модельные представления [4-9]. Область приближенной применимости таких асимптотических оценок простирается далеко в сторону малых гидродинамических времен [4], и это свойство может быть усилено за счет использования более совершенных, хотя и более сложных в математическом отношении, гидродинамических моделей.

Теоретическому исследованию различными методами долгоживущих корреляций в неупорядоченных системах и их проявлений в кинетических процессах посвящено огромное количество работ. К настоящему моменту времени КФ скорости подробно изучены. Представляет большой интерес исследование поведения КФ (1) и их спектров в широком временном и частотном интервале для различных моделей жидкости с анизотропными молекулами [7,8].

Тензор анизотропии, характеризующий отклонение осей анизотропных молекул элемента объёма жидкости от изотропного распределения, был впервые предложен Леонтовичем в качестве дополнительной переменной к системе обычных гидродинамических уравнений с целью более полного описания теплового движения жидкости, состоящей из несферических молекул, и изучения спектрального состава рассеянного на ней света [10]. Тензор анизотропии естественно интерпретировать как локальный тензор инерции элемента объёма. При равновесии тензор имеет некоторое значение, зависящее, например, от температуры и давления. Если последние изменяются, то новое равновесное значение тензора инерции достигается не мгновенно, и его можно рассматривать как независимую переменную. С его помощью должна эффективно описываться механическая или электрическая анизотропия жидкости, а КФ, составленная из сферических компонент тензора, является правильной асимптотической оценкой для молекулярной КФ (1).

В [3] с участием одного из нас построена полная система гидродинамических уравнений жидкости, в которой наряду с локальной скоростью движения учитывается внутренний момент импульса и тензор момента инерции. Уравнения были использованы для изучения спектральной плотности и пространственно-временной коррелятивной функции флуктуаций эйлерового поля тензора моментов инерции в равновесных и неравновесных условиях. В настоящей работе вид пространственно-временной коррелятивной функции уточнен на основании более совершенной гидродинамической модели с релаксирующими кинетическими коэффициентами. Жидкость при этом выбрана несжимаемой и не учитываются быстрые процессы приближения к равновесию внутреннего момента импульса. Для такой модели детально изучено поведение спектральной интенсивности тепловых гидродинамических флуктуаций тензора момента инерции жидкой лагранжевой частицы. Представленные результаты основаны на подходе, впервые сформулированном в работе Фишера [4] и ряде других работ [6, 9], основанных на таком же методе построения лагранжевой теории тепловых гидродинамических флуктуаций. В последние годы Маломуж [11-14] вместе со своими сотрудниками предложил другую схему пересчета флуктуаций эйлерового поля скорости жидкости на лагранжеву. В [4] оператор, переводящий эйлеровы КФ поля флуктуаций на лагранжевы является дифференциальным, а в новом подходе [11] –интегральным. Это обстоятельство не существенно при анализе дальневременного поведения лагранжевых КФ, и обе версии лагранжевой теории тепловых флуктуаций эквивалентны. Различие временного поведения различается только в области малых значений времени (меньших или порядка времени релаксации сдвиговой вязкости жидкости).

Лагранжева и эйлерова КФ флуктуаций тензора инерции жидкой частицы

Молекулы анизотропной жидкости совершают вращательное движение и обладают тензором моментов инерции. Нас интересует предельно низкочастотная часть флуктуаций этого тензора, соответствующая наиболее медленным движениям молекулы. Физически очевидно, что это то движение, которое она совершает совместно со своим окружением как одно целое- её дрейф в поле тепловых гидродинамических флуктуаций. Совместно со своим окружением молекула образует “жидкую частицу” в смысле лагранжевой формулировки уравнений гидродинамики,а сами эти уравнения как раз и описывают медленные движения среды. Построим лагранжеву КФ компонент девиатора тензора инерции жидкой частицы

$$\Psi^{L}_{\alpha\beta\gamma\delta}(t)=\left\langle I^{d}_{\alpha\beta}\left(\vec{a}(t),t\right)\ I^{d}_{\gamma\delta}\left(\vec{a}(0),0\right)\right\rangle . \tag{2}$$

Здесь $\vec{a}(0)$ и $\vec{a}(t)$ — лагранжевы координаты жидкой частицы в два момента времени. Вместо декартовых компонент симметричного тензора второго ранга можно ввести обычным способом сферические, и изучать лагранжевы КФ, составленные из сферических компонент тензора инерции жидкой частицы

$$\Psi^{L}_{m}(t)=\left\langle I_{m}\left(\vec{a}(t),t\right)\ I_{m}\left(\vec{a}(0),0\right)\right\rangle,\ -2\le m\le 2\,. \tag{3}$$

Эта КФ со значениями *t* из обычного гидродинамического интервала является правильной асимптотической оценкой для молекулярной КФ из (1)для больших зачений t, так что

$$\Psi_{2m}(\mathrm{t}) \approx \Psi^{\mathrm{L}}_{m}(\mathrm{t})\,. \tag{4}$$

Для расчета правой части необходимо выразить её через эйлеровы КФ, для которых существует теория тепловых гидродинамических флуктуаций. Исключим слабую зависимость от времени векторного аргумента в (2), используя метод и приближение работы Фишера [4]. Тогда лагранжева КФ тензора моментов инерции получается в виде разложения по эйлеровым КФ и среднеквадратичным смещениям Γ(t) жидкой частицы

$$\Psi^{\mathrm{L}}_{\text{б в г }\delta}(\mathrm{t}) = \sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty} \frac{1}{\mathrm{n}!}\left(\frac{\Gamma\ (\mathrm{t})}{6}\right)^{\mathrm{n}} \left\langle \mathrm{I}^{\mathrm{d}}_{\text{б в}}(\vec{\mathrm{r}},\mathrm{t})\ \ \Delta^{\mathrm{n}}\ \ \mathrm{I}^{\mathrm{d}}_{\text{г }\delta}(\vec{\mathrm{r}},0)\right\rangle. \tag{5}$$

Выражение (5) получено в приближении гауссовского закона распределения случайных смещений жидкой частицы, который справедлив при больших временах. В то же время такое разложение является точным и при очень малых гидродинамических временах, поэтому его можно принять как точное разложение, реализующее пересчет эйлеровых КФ в лагранжевы.

Эйлеровы КФ тепловых флуктуаций тензора моментов инерции выражаются через спектральные интенсивности флуктуаций

$$\left\langle \mathrm{I}^{\mathrm{d}}_{\text{б в}}(0,0)\ \ \mathrm{I}^{\mathrm{d}}_{\text{г }\delta}(\vec{\mathrm{r}},\mathrm{t})\right\rangle = \int d\omega\ \ \alpha\vec{k} \left\langle \mathrm{I}_{\text{б в}}\ \ \mathrm{I}^{*}_{\text{г }\delta}\right\rangle_{\omega \mathrm{k}} \exp(\mathrm{i}(\vec{\mathrm{k}}\ \ \vec{\mathrm{r}} - \omega\ \ \mathrm{t})).$$

Подставив это выражение в (5) и просуммировав ряд, получим

$$\Psi^{\mathrm{L}}_{\text{б в г }\delta}(\mathrm{t}) = \int \mathrm{d}\vec{\mathrm{k}}\,\mathrm{d}\omega\ \ \left\langle \mathrm{I}_{\text{б в}}\ \ \mathrm{I}^{*}_{\text{г }\delta}\right\rangle_{\omega \mathrm{k}} \exp\!\left(-\mathrm{i}\omega\ \ \mathrm{t} - \mathrm{k}^{2}\Gamma(\mathrm{t})/6\right). \tag{6}$$

Таким образом, при известных спектральных плотностях флуктуаций эйлерова поля можно восстановить лагранжевы временные КФ тепловых флуктуаций тензора моментов инерции. Явный вид этих функций будет зависеть от используемой гидродинамической модели.

Спектральная интенсивность гидродинамических флуктуаций тензора инерции

Полная система гидродинамических уравнений анизотропной жидкости приведена в работе [3]. В ней наряду с локальной скоростью движения $\vec{v}(\vec{r},t)$

учитывается внутренний момент импульса $\vec{M}\left(\vec{r},t\right)$ и тензор моментов инерции $I_{\alpha\beta}\left(\vec{r},t\right)$. Если жидкость считать несжимаемой и не учитывать быстрые процессы приближения к равновесию внутреннего момента импульса, она приведет к виду:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\nabla_{\sigma}\, v_{\sigma}\right)v_{б} = -\frac{1}{\rho}\nabla_{б}\, p + н\Delta v_{б} + н_{12}\nabla_{в}\,\delta I^{s}_{б\ в}\ , \qquad (7)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\nabla_{\sigma}\, v_{\sigma}\right)I^{s}_{бв} = D\Delta\ I^{s}_{бв} - \frac{1}{\tau}\delta I^{s}_{бв} + н_{21}\left(\nabla\vec{v}\right)^{s}_{б\ в}\ ,\ \nabla_{\sigma}\, v_{\sigma} = 0.$$

По сравнению с обычными уравнениями гидродинамики эти уравнения содержит дополнительно уравнение для новой полевой переменной- тензора моментов инерции и четыре новых кинетических коэффициента: τ, D, ν_{12} и ν_{21}, имеющих смысл времени релаксации, коэффициента диффузии тензора моментов инерции и перекрестных кинетических коэффициентов соответственно. Линеаризуя полную систему уравнений, можно вычислить флуктуации любых гидродинамических полей. Спектры интенсивности этих полей можно найти, воспользовавшись флуктуационно-диссипативной теоремой. Нас интересует лишь спектральная интенсивность девиатора тензора моментов инерции. Воспользовавшись результатами работы [3], имеем

$$\left\langle I^{d}_{б\ в}\ I^{*d}_{г\ \delta}\right\rangle_{\omega\ k} = \mathrm{Re}\frac{\theta}{M}\left\{\Delta_{б\ в\ г\ \delta} - \frac{\alpha\ k^{2}}{M\ N}R_{б\ в\ г\ \delta}\right\}, \qquad (8)$$

где использованы обозначения

$$\theta = k_{Б}T/4B\rho\,ð^{4},\quad \alpha = н_{21}н_{12}/2,$$

$$\Delta_{б\ в\ г\ \delta} = \frac{1}{2}\left(\delta_{б\ \delta}\delta_{в\ г} + \delta_{б\ г}\delta_{в\ \delta}\right) - \frac{1}{3}\delta_{б\ в}\delta_{г\ \delta}\ ,$$

$$R_{б\ в\ г\ \delta} = \frac{1}{4}\left(n_{б}n_{\delta}\delta_{г\ в} + n_{б}n_{г}\delta_{в\ \delta} + n_{б}n_{\delta}\delta_{в\ г} + n_{в}n_{г}\delta_{б\ \delta}\right) - \qquad (9)$$

$$-\frac{1}{3}\left(n_{б}n_{в}\delta_{\ г\delta} + n_{г}n_{\delta}\delta_{б\ в}\right) + \frac{1}{9}\delta_{б\ в}\delta_{г\ \delta},\quad n_{б} = \frac{k_{б}}{k},$$

$$M = -i\omega + Dk^2 + \frac{1}{\tau}, \qquad N = -i\omega + \text{н}k^2 + \frac{\alpha k^2}{M} \quad , \tag{10}$$

B — коэффициент разложения плотности внутренней энергии единицы массы в ряд по квадрату тензора инерции.

Дальновременная асимптотика КФ тензора инерции

Изучим теперь временную КФ тензора моментов инерции лагранжевой частицы. Приведенная выше гидродинамическая модель оказывается недостаточной для вполне корректного описания поведения лагранжевой автокорреляционной функции тензора моментов инерции. Она применима только на тех временах, для которых характер затухания поперечных мод жидкости определяется главным образом диффузионным механизмом. В области же максвелловских времен, на которых вязкий отклик системы на внешнее воздействие изменяется на упругий и диффузные поперечные моды становятся колебательными, характер временной зависимости $\Psi_{\text{бвгδ}}(t)$ и ее спектр должен быть уточнен. Действительно, рассмотрим временную КФ тензора моментов инерции лагранжевой частицы, полученную в [3] на основании найденной выше спектральной интенсивности. Она является суммой двух слагаемых. Если ввести обозначение

$$\Psi_{\text{б в г δ}}(t) = \Delta_{\text{б в г δ}} \left[\Psi^{(1)}(t) + \Psi^{(2)}(t)\right], \tag{11}$$

то первое из них имеет вид:

$$\Psi^{(1)}(t) = \frac{k_{\text{Б}} T e^{-t/\tau}}{\rho B \left(4\text{ð}\ \left(Dt + \Gamma\ (t)/6\right)\right)^{3/2}} \, , \tag{12}$$

а вклад от второго слагаемого в лагранжеву КФ приводит к следующему выражению

$$\Psi^{(2)}(t) = \frac{3\text{ð}^{3/2}\Theta\alpha}{2(\text{н}-D)^{5/2}\sqrt{t}} \int_0^1 \frac{x\ e^{-xt/\tau}}{(\lambda - x)^{5/2}} \Phi\left(\frac{5}{2},\ 2,\ -\frac{\alpha t}{\text{н}-\mu}\frac{x(1-x)}{\lambda - x}\right) dx \, , \tag{13}$$

где $\Phi(n, m, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция [15] и $\lambda = \left(\text{н} + \Gamma\ (t)/6\right)/(\text{н} - D)$.

Оба вклада приводят к некорректному выражению для КФ на малых временах, а значение $\Psi(0)$ не существует из-за плохо определенных эйлеровых КФ при совпадающих пространственных и временных аргументах. В связи с этим возникает необходимость исследования более совершенной гидродинамической модели.

Результаты (11) — (13) приемлемы, если интересоваться лишь предельной при $t \to \infty$ асимптотикой лагранжевой КФ тензора момента инерции. Она является асимптотической оценкой и для молекулярных КФ, составленных из тензоров второго ранга, медленно меняющихся вследствие поворотного движения молекул жидкости. Вклад $\Psi^{(1)}$ в лагранжеву КФ $\Psi^{L}_{\alpha\beta\gamma\delta}(t)$ при $t \to \infty$ экспоненциально мал. Выражение же $\Psi^{(2)}$ кроме экспоненциально затухающих членов, соответствующих релаксации тензора моментов инерции, содержит медленно убывающие степенные вклады, главный из них определяет асимптотику и имеет вид

$$\Psi^{L}(t) = \frac{3k_{Б}T\ \alpha\ \tau^{2}}{16\rho\ B\pi\ \left[t\left(н + D_{L} + \alpha\tau\right)\right]^{5/2}}\left[1 + o\left(\tau/t\right)\right], \tag{14}$$

где D_L — коэффициент лагранжевой диффузии частицы. Он появляется, если приближенно считать, что смещение жидкой частицы имеет чисто диффузионный характер для всех t из гидродинамического интервала, т. е. $\Gamma\ (t) \approx 6D_{L}t$ [4]. Степенная асимптотика КФ флуктуаций плотности тензора моментов инерции связана с процессом взаимного влияния флуктуаций поперечных эйлеровых движений и флуктуаций самого тензора. Этот процесс характеризуется кинетическими коэффициентами ν_{12} θ ν_{21}, которые содержаться в сомножителе α (13). Если пренебречь таким влиянием, то уравнение движения тензора инерции отделяется от других гидродинамических уравнений системы, а лагранжева КФ его флуктуаций полностью определяется выражением для $\Psi^{(1)}$.

Исследуем более точную гидродинамическую модель жидкости с анизотропными молекулами. Рассмотрим несжимаемую жидкость с динамическими коэффициентами вязкости и диффузии тензора моментов инерции

$$н_{\omega} = \frac{н}{1 - i\omega\tau_{0}},\ D_{\omega} = \frac{D}{1 - i\omega\tau_{1}}, \tag{15}$$

где τ_0 и τ_1 — времена релаксации вязких напряжений жидкости и диффузии тензора моментов инерции. Подставляя D_ω в первое слагаемое уравнения (8) и производя интегрирование (5), вместо выражения (11) получим $\Psi^{(1)}$ в виде

$$\Psi^{(1)}(t)=\frac{k_Б T}{\rho B}\left(\frac{\tau_1}{4\pi D}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{s_-^2}{t}\times$$
$$\times\left[I_1\left(\frac{t}{2}s_-\right)+I_2\left(\frac{t}{2}s_-\right)\right]\exp\left(-\frac{t}{2}s_+\right),\ s_\pm=\frac{1}{\tau_1}\pm\frac{1}{\tau}, \tag{16}$$

где $I_n(z)$ — модифицированные функции Бесселя. В этом выражении опущены дельта-образные вклады, описывающие упругую реакцию жидкости (детальное обсуждение имеется в [9]). Результат (16) переходит в (12) при $\tau_1=0$, если $D_L \ll D$.

Спектр лагранжевой КФ флуктуаций тензора момента инерции

Для спектральных экспериментов важны фурье-образы временных КФ. Чтобы они существовали, необходима их интегрируемость в окрестности $t=0$. Поэтому для нахождения фурье- образа лагранжевой корреляционной функции флуктуаций тензора момента инерции следует воспользоваться временной КФ, полученной в рамках гидродинамической модели жидкости с динамическими коэффициентами вязкости и диффузии тензора момента инерции. На основании выражения (16), после несложных вычислений [15] получим фурье-образ функции $\Psi^{(1)}$

$$\Psi^{(1)}(\omega)=\frac{k_Б T}{2\rho B}\left(\frac{\tau_1}{4\pi D}\right)^{\frac{3}{2}} s_-^2\,\mathrm{Re}\left(p+\frac{p^2}{4}\right), \tag{17}$$

где использованы обозначения

$$p=s_-\left(-i\omega+s_+/2+\sqrt{(-i\omega+s_+/2)^2-s_-^2/4}\right)^{-1}.$$

Найдем теперь фурье-образ КФ $\Psi^{(2)}$. Для упрощения расчетов будем пренебреать смещением жидкой частицы, положив в $\vec{a}(t) \approx \vec{a}(0)$. С учетом релаксации кинетических коэффициентов для КФ $\Psi^{(2)}(\mathrm{t})$ получим

$$\Psi^{(2)}(\mathrm{t}) = 4\pi\,\Theta \int\limits_0^\infty \mathrm{dk}\ \ \mathrm{k}^4 \int\limits_0^\infty \mathrm{d}\omega\ \ \cos\ \ \omega\mathrm{t}\cdot$$

$$\mathrm{Re}\sum_{n=0}^{\infty}\ \frac{(-\alpha)^{\mathrm{n}+1}}{\mathrm{n}!\ (\mathrm{n}+1)!}\ \frac{\partial^{\mathrm{n}}}{\partial\,\text{н}_{\omega}^{\mathrm{n}}}\ \frac{\partial^{\mathrm{n}+1}}{\partial(1/\tau)^{\mathrm{n}+1}}\times$$

$$\times\ \frac{1}{-\mathrm{i}\omega+\text{н}_{\omega}\mathrm{k}^2}\ \frac{1}{-\mathrm{i}\omega+\frac{1}{\tau}+\mathrm{D}_{\omega}\mathrm{k}^2}. \tag{18}$$

Прежде чем произвести интегрирование, рассмотрим вспомогательную функцию (m=0 или 1)

$$\div_m(\mathrm{t}) = \lim_{\mathrm{r}\to 0}\frac{1}{\mathrm{r}}\cdot\int\limits_0^\infty \mathrm{dk}\ \ \mathrm{k}^{2m+1}\int\limits_0^\infty \mathrm{d}\omega\ \ \cos\ \ \omega\ \ \mathrm{t}\times$$

$$\times\frac{1}{-\mathrm{i}\omega+\text{н}_{\omega}\mathrm{k}^2}\,\frac{\sin\ \mathrm{kr}}{-\mathrm{i}\omega+\frac{1}{\tau}+\mathrm{D}_{\omega}\mathrm{k}^2}\quad . \tag{19}$$

Внутренний интеграл в этом выражении прост, поскольку его можно записать в виде свертки по времени от двух других функций. Интегрирование по k с последующим граничным переходом проводится легко. Вычисляя фурье-образ от полученной функции, находим

$$\div_m(\omega\ ) = \frac{2\,\text{ð}^2}{\text{н}\ \left(\text{н}\tau_0\right)^{m+\frac{1}{2}}}\ \times$$

$$\times\int\limits_0^1\ \frac{\left[\mathrm{x}\ \ (\ 1-\mathrm{x})\ \right]^{m+\frac{1}{2}}}{-\mathrm{i}\omega+\frac{1}{\tau}+\frac{\mathrm{x}\ \ (\ 1-\mathrm{x})}{\tau_0\text{н}}\mathrm{D}_{\omega}}\ \frac{(\ 1-\mathrm{x})\ \ \mathrm{dx}}{\mathrm{x}-\mathrm{i}\omega\tau_0}\ \cdot$$

Пользуясь этим результатом и считая параметр $\alpha = \nu_{12}\nu_{21}/2$ малым, находим главный член разложения КФ из (17) по этому параметру

$$\Psi^{(2)}(\omega) \sim \frac{\alpha\tau_0^{1/2}}{н^{5/2}}\int_0^1 \frac{dx\left[x(1-x)\right]^{3/2}}{1-x/(1-i\omega\tau_0)} \times$$

$$\times \frac{1}{\left[-i\omega\tau_0+\tau_0/\tau+x(1-x)D_\omega/н\right]^2} \, . \tag{20}$$

Этот интеграл определяется через элементарные функции [15], но выглядит очень громоздким, поэтому здесь не приведен. Поведение КФ $\Psi^{(2)}$ для любых значений времени можно получить путем фурье-преобразования этого выражения. Но такой результат трудно изобразить в виде, удобном для исследования. Если же учесть, что отношение $D/\nu \ll 1$, то при $D/\nu \ll \tau_0/\tau$ можно совсем отбросить этот вклад, а оставшийся интеграл с точностью до размерных коэффициентов является фурье-образом КФ вращательной скорости лагранжевой частицы жидкости в приближении Навье-Стокса, детально исследованной в [9]. В этом приближении находим

$$\Psi^{(2)}(\omega) \sim \frac{\alpha}{\nu(\tau_0 н)^{3/2}} \; \mathrm{Re} \; \frac{1}{\left[-i\omega+1/\tau\right]^2} \; P(\omega) \, , \tag{21}$$

$$P(\omega) = (6p_0 + 2p_0^2 - 2p_0^3 - p_0^4)/5 \, ,$$
$$p_0 = 1 - 2i\omega\tau_0 - \sqrt{(1-2i\omega\tau_0)^2 - 1} \, .$$

Главный вклад в КФ $\Psi(t)$ при $t \to \infty$ снова убывает по закону $t^{-5/2}$.

Литература

1. Лагарьков А.Н., Сергеев В.М. Метод молекулярной динамики в статистической физике // Успехи физических наук. — 1978. — Т.125. — С.409-449.
2. Keyes T., Oppenheim I. Long-time behavior of orientation correlation function // Physica. — 1974. — V.75. — P.583-592.
3. Zatovsky A.V., Zvelindovsky A.V. Hydrodynamic fluctuations of a liquid with anisotropic molecules // Physica A. — 2001. — V. 298. — P. 237-254.
4. Фишер И. З. Гидродинамическая асимптотика автокорреляционной фун-

кции скорости молекулы в классической жидкости // ЖЭТФ. — 1971. — Т. 61, №4. — С. 1647-1659.
5. Ганцевич С. В., Каган В. Д., Катилюс Р. Столкновительная корреляция как причина степенных асимптотик отклика и особенностей спектра низкочастотных флуктуаций// ЖЭТФ. — 1981. — Т.90. — С. 1827-1844.
6. Затовский А.В. К гидродинамической теории корреляционных функций поступательной скорости и момента импульса в жидкости // УФЖ. — 1974. — Т.19. — С. 728-736.
7. Nomura H., Matsuoka T., Koda S. Translation-orientation coupling motion of molecules in liquids and solution// J. Mol. Liq. — 2002. — V. 96-97. — P. 135-151.
8. Coffey W.T., Kalmykov Yu. P., Titov S.V. Langeven equation metod for the rotation motion and oriental relaxation in liquids// J. Phys. A: Math. Gen. — 2002. — V.35. — P. 6789-6803.
9. Фишер И.З., Затовский А.В., Маломуж Н.П. Гидродинамическая асимптотика корреляционных функций вращательного движения молекул в жидкости // ЖЭТФ. — 1973. — Т.65. — С. 297-306.
10. Leontovich M.A. Relaxation in liquids and scattering of light // J. Phys. USSR. — 1941. — V.4. — P. 499-518.
11. Lokotosh T.V., Malomuzh N.P. Lagrange theory of thermal hydrodynamic fluctuations and collective diffusion in liquids // Physica A. — 2000. — V.286. — P. 474-488.
12. Lokotosh T.V., Malomuzh N.P. Manifestation of collective effects in the rotational motion of molecules in liquids // J. Mol. Liq. — 2001. — V.93. — P. 95-108.
13. Lokotosh T.V, Malomuzh N.P., Shakun K.S. Nature of oscillations for the autocorrelation functions for transversal and angular velocities of a molecule // J. Mol. Liq. — 2002. — V. 96-97. — P. 245-263.
14. Булавін Л.А., Локотош Т.В., Маломуж М.П. Природа напівширини квазіпружнього піку некогерентного розсіювання повільних нейтронів у воді при значних передачах імпульсу// ДАН України. — 2002. — № 9. — С.71-76.
15. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: ГИФМЛ, 1963. — 1100 с.

О. В. Затовський, О. І. Сахненко

Лагранжева кореляційна функція флуктуацій тензора інерції рідкої частинки

АНОТАЦІЯ

Детально вивчена поведінка спектральної густини теплових гідродинамічних флуктуацій тензора інерції рідкої лагранжевої частинки. Аналіз базується на відомих значенях спектрів білінійних просторово-часових корелятивних функцій гідродинамічних полів з врахуванням релаксації зсувної в”язкості та коефіцієнта дифузії тензора інерції. Представлені результати одержані з використанням схеми розрахунку флуктуацій лагранжевих змінних через флуктуації ейлерового поля гідродинамічних змінних, вперше сформульованої у работі Й.З.Фішера.

Zatovsky A. V., Sakhnenko E. I.

Lagrangian correlation function of fluctuations of the inertia moment tensor of a liquid particle

SUMMARY

The correlation function of the thermal fluctuations of inertia moment tensor is studied for a Lagrangian liquid particle. This correlation function is the asymptotic estimate for molecular correlation function composed second rank tensors, it is important for investigation of thermal motion of anisotropic molecules in a liquid. It is obtained phenomenologically system of the hydrodynamic equations with the new field variable — inertia moment tensor of an element of volume of the liquid which is composed the nonspherical molecules. The thermal hydrodynamic fluctuation spectral intensity of this tensor is determined. With its help the time asymptotic of the correlation function is investigated in detail.